一种更具普适性的浅海不确定声场快速算法*

程广利 张明敏 胡金华

(海军工程大学电子工程学院, 武汉 430033)

(2013年10月18日收到; 2013年12月9日收到修改稿)

非嵌入式随机多项式展开法是目前性能最优的一种不确定声场快速算法,但配点的选择对算法计算精度影响较大,且当计算随不确定海洋环境参数变化剧烈的声场输出时,需采用分段概率配点法等特殊方法处理.基于 Kriging 模型提出了一种新的浅海不确定声场快速算法.首先给出了该算法的理论推导,然后通过数值计算验证了算法性能,并给出具体的物理解释.结果表明:在同等条件下,新算法的计算精度较非嵌入式随机多项式展开法更高;无需针对声场输出随不确定海洋环境参数的变化情况采取特殊处理过程;克服了非嵌入式随机多项式展开法为提高计算精度将随机多项式展开至非常高的阶数,从而增加计算量的不足;较非嵌入式随机多项式展开法,其样本点的选择简单易行,且可直接计算误差.因此,本文算法较非嵌入式随机多项式展开法普适性更强.

关键词: 不确定声场, Kriging模型, 快速算法, 普适性

PACS: 43.30.+m, 43.20.Bi, 43.20.Mv, 43.30.Re **DOI:** 10.7498/aps.63.084301

1 引 言

我国近海大都是浅海, 受多种因素的影响. 其海洋环境参数呈现出极强的不确定性[1],并 通过非线性的海洋信道将这种不确定性传递给 声场,增加了声场预估的难度,从而对声纳性能 预报带来较大的影响[2]. 浅海声场不确定性是 当前声纳性能预报研究中的一个热点和难点问 题[1,3-11], 主要有两个研究方向, 一是海洋环境参 数的不确定性在波导中的传递和度量,即声场不 确定性研究的正问题: 二是基于可靠的声场输出 数据, 如何估量海洋环境参数的不确定性, 即声 场不确定性研究的逆问题. 目前, 主要关注第一 个方向, 研究方法主要有蒙特卡罗 (Monte Carlo, MC) 法[3,10]、声场位移法[4,5]、随机多项式展开 法[1,6-8,11]等, 其中随机多项式展开法分为嵌入 式[6-8] 和非嵌入式 (non-intrusive polynomial chaos expansion, NPCE) [1,11] 两种. MC法的优 点是易于理解、实现方便、精度高, 不足是计算量 大, 尤其是当存在多个不确定海洋环境参数时, 目 前主要用于验证其他方法的计算精度和效率. 声 场位移法、随机多项式展开法的计算效率较MC法 改善明显, 但需满足声场位移与海洋环境参数扰动 成近似线性关系这一假设条件, 而在声场空间中的 某些位置并不满足这种关系, 因而无法应用该方 法, 且该方法不能计算非相干声场, 嵌入式随机多 项式展开法需要针对不同的声场模型开展理论推 导,并重新研究相应的波动方程解法,理论模型复 杂, 求解难度大. 非嵌入式随机多项式展开法相比 MC法、声场位移法、嵌入式随机多项式展开法等 方法, 在适用范围、计算精度和效率等方面优势明 显[1], 是目前性能最优的不确定声场快速算法. 但 在以下几个方面仍有待改进: 一是当出现声场输 出随不确定输入量变化剧烈时 (如: Pekeris 波导 模型中海水声速不确定时的声场), 需采取分段 概率配点法[11] (piecewise probabilistic collocation method, PPCM) 等特殊方法处理后方能适用, 而 分段概率配点法需对整个变量范围采取分段处理,

^{*} 国家自然科学基金 (批准号: 51009146) 资助的课题.

[†]通讯作者. E-mail: sonarcgl@126.com

增加了计算过程的复杂性,降低了程序代码的通用性;二是非嵌入式随机多项式展开法需根据不确定海洋环境参数的概率分布类型,选取服从一定分布规律的概率配点以及相应的多项式形式,且配点的选择对计算精度影响较大[1];三是在计算相干声场时由于考虑了相位变化,相干声压波动明显,此时需将随机多项式展开至非常高的阶数,从而增加计算量,尤其是当存在多个不确定变量时.为此,需研究一种普适性更强的不确定声场快速算法.

Kriging模型是一种最优、线性、无偏估计模型,被广泛应用于地质学[12]、航空航天[13]、系统优化[14]、可靠度分析[15]等研究领域,目前在声场计算领域尚未见到相关文献.为克服非嵌入式随机多项式展开法的上述几点不足,基于 Kriging模型提出一种新的浅海不确定声场快速算法,用多个算例验证了算法的性能,并给出详细的物理解释,旨在建立一种普适性更强、计算精度更高的不确定声场快速算法,为实时预估不确定声场提供理论依据.

2 算法原理

Kriging 模型的声场输出 P 由以海洋环境参数 展开的多项式 F 和随机分布 z 两部分组成, 即

$$P(\xi) = F(\beta, \xi) + z(\xi)$$

$$= f^{T}(\xi)\beta + z(\xi), \qquad (1)$$

其中, $\mathbf{F}(\beta,\xi)$ 是回归模型, 用于描述声场输出的全局近似, β 为回归系数, $\mathbf{f}(\xi)$ 为含 ξ 的多项式, 可以是 0 阶、一阶、二阶多项式, $\mathbf{z}(\xi)$ 为逼近误差, 反映声场输出的随机性. 该物理量具有如下统计特性:

$$E[z(\xi)] = 0, (2)$$

$$Var[z(\xi)] = \sigma_z^2, \tag{3}$$

$$Cov[\boldsymbol{z}(\xi_i), \boldsymbol{z}(\xi_i)] = \sigma_z^2 [R_{ij}(\theta, \xi_i, \xi_j)], \quad (4)$$

其中, ξ_i , ξ_j 为不确定参数空间中的任意两个样本点 (类似于非嵌入式随机多项式展开法中的配点数), $R(\theta,\xi_i,\xi_j)$ 为含参数 θ 的相关函数, 表征样本点间相关性.

给定不确定参数空间中的样本向量 $S = [\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_{N_K}]$, 其中 N_K 为样本点个数, 利用声场模型获得的声场输出向量 $P_S = [P_1, P_2, \cdots, P_{N_K}]$, 在 (1) 式假定的基础上,任意待算点 ξ_{new} 的声场输出户量元素的线性组合

表示

$$\tilde{\boldsymbol{P}}(\xi_{\text{new}}) = \boldsymbol{a}^{\text{T}} \boldsymbol{P}_{S}, \tag{5}$$

其中, a 为系数向量.

预测的误差为

$$\tilde{\boldsymbol{P}}(\xi_{\text{new}}) - \boldsymbol{P}(\xi_{\text{new}})$$

$$= \boldsymbol{a}^{\text{T}} \boldsymbol{P}_{S} - \boldsymbol{P}(\xi_{\text{new}})$$

$$= \boldsymbol{a}^{\text{T}} \boldsymbol{Z} - z + (\boldsymbol{F}^{\text{T}} \boldsymbol{a} - f)^{\text{T}} \boldsymbol{\beta}, \tag{6}$$

其中, $\mathbf{F} = [f_1, f_2, \dots, f_{N_K}]^T$, $\mathbf{Z} = [z_1, z_2, \dots, z_{N_K}]^T$, 角标 T表示矩阵转置.

为了保证结果的无偏性,则误差均值为零,即

$$E[\tilde{\boldsymbol{P}}(\xi_{\text{new}}) - \boldsymbol{P}(\xi_{\text{new}})]$$

$$=E[(\boldsymbol{F}^{T}a - f)^{T}\beta] = 0, \tag{7}$$

可得

$$\mathbf{F}^{\mathrm{T}}\mathbf{a} - \mathbf{f} = 0. \tag{8}$$

(5) 式的预测方差

$$\sigma^{2}(\xi_{\text{new}}) = E[(\tilde{\boldsymbol{P}}(\xi_{\text{new}}) - \boldsymbol{P}(\xi_{\text{new}}))^{2}]$$

$$= E[(\boldsymbol{a}^{T}\boldsymbol{Z} - \boldsymbol{z})^{2}]$$

$$= E[z^{2} + \boldsymbol{a}^{T}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{Z}^{T}\boldsymbol{a} - 2\boldsymbol{a}^{T}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{z}]. \quad (9)$$

联合(3),(4)式,(9)式可表示为

$$\sigma^{2}(\xi_{\text{new}}) = \sigma_{z}^{2}(1 + \boldsymbol{a}^{T}\boldsymbol{R}\boldsymbol{a} - 2\boldsymbol{a}^{T}\boldsymbol{A}), \quad (10)$$

其中:

$$\mathbf{A}(\theta, \xi_{\text{new}}, S)$$

$$= [\mathbf{R}(\theta, \xi_{\text{new}}, \xi_1), \mathbf{R}(\theta, \xi_{\text{new}}, \xi_2), \cdots,$$

$$\mathbf{R}(\theta, \xi_{\text{new}}, \xi_{N_K})], \tag{11}$$

表征待算点 ξ_{new} 与每个样本点 $\xi_i (i=1,2,\cdots,N_k)$ 间的相关性.

通过最小化预测方差来确定 *a*, 则上述问题转 化为求解如下最优化问题:

$$\begin{cases} \text{find} & \boldsymbol{a}, \\ \min & \sigma^2(\xi_{\text{new}}), \\ \text{s.t.} & \boldsymbol{F}^{\text{T}}\boldsymbol{a} = f. \end{cases}$$
 (12)

为此, 引入Lagrangian 乘子

$$L(\boldsymbol{a}, \lambda) = \sigma^{2}(\xi_{\text{new}}) - \lambda^{T}(\boldsymbol{F}^{T}\boldsymbol{a} - \boldsymbol{f})$$
$$= \sigma_{z}^{2}(1 + \boldsymbol{a}^{T}\text{Ra} - 2\boldsymbol{a}^{T}\boldsymbol{A})$$
$$- \lambda^{T}(\boldsymbol{F}^{T}\boldsymbol{a} - \boldsymbol{f}), \tag{13}$$

(13) 式两边对a求导,可得

$$L'_{c}(\boldsymbol{a},\lambda) = 2\sigma_{z}^{2}(\boldsymbol{R}\boldsymbol{a} - \boldsymbol{A}) - \boldsymbol{F}\lambda. \tag{14}$$

由驻值条件[16], 联立得到方程组

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F}^{\mathrm{T}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \tilde{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix}, \tag{15}$$

则

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{R}^{-1} (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{F} \tilde{\lambda}) \tag{16}$$

$$\tilde{\lambda} = \frac{\lambda}{2\sigma_z^2} = (\mathbf{F}^{\mathrm{T}} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} (\mathbf{F}^{\mathrm{T}} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} - \mathbf{f}). \quad (17)$$

将 (16) 式代入 (5) 式中, 则待算点 ξ_{new} 的声场输出

$$\tilde{\boldsymbol{P}}(\xi_{\text{new}}) = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{F}\tilde{\lambda})^{\text{T}} \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{P}_{\text{S}}$$

$$= (\boldsymbol{A}^{\text{T}} \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{P}_{\text{S}} - (\boldsymbol{F}^{\text{T}} \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{A} - \boldsymbol{f})^{\text{T}}$$

$$\times (\boldsymbol{F}^{\text{T}} \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{F})^{-1} \boldsymbol{F}^{\text{T}} \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{P}_{\text{S}}, \quad (18)$$

 β 的估计值 β * 由回归问题 $\mathbf{F}\beta \cong Y$ 的广义最小二乘估计求得

$$\beta^* = (\mathbf{F}^{\mathrm{T}} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^{\mathrm{T}} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{P}_{\mathrm{S}}. \tag{19}$$

将 (19) 式代入 (18) 式, 并考虑余量表达式 $R\gamma^* = Y - F\beta^*$, 可得

$$\tilde{\boldsymbol{P}}(\xi_{\text{new}}) = f(\xi_{\text{new}})^{\text{T}} \beta^* + \boldsymbol{A}(\xi_{\text{new}})^{\text{T}} \gamma^*.$$
 (20)

由 (19) 式可知, β^* 仅与 F, R, P_S 有关, 与 γ , ξ_{new} 等无关. 因此, (20) 式中只要求出 $f(\xi_{\text{new}})$, $A(\xi_{\text{new}})$, 就可以计算得到该点声场输出 $\tilde{P}(\xi_{\text{new}})$, (20) 式就是声场输出的表达式.

将 (16) 和 (17) 式代入到 (10) 式,则 $\tilde{P}(\xi_{\text{new}})$ 的 预测方差

$$\sigma^{2}(\xi_{\text{new}})$$

$$=\sigma_{z}^{2}\left[1+\varsigma^{T}(\boldsymbol{F}^{T}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{F})^{-1}\varsigma-\boldsymbol{A}^{T}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{A}\right], \quad (21)$$
其中

$$\varsigma = \mathbf{F}^{\mathrm{T}} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} - \mathbf{f}. \tag{22}$$

2.1 相关函数 R 的选取

不确定输入变量范围内任意两点 ξ_i , ξ_j 间的相关函数 R 与这两点的距离 $d = |\xi_i - \xi_j|$, 以及选取的相关函数形式有关.

$$R(\theta, \xi_i, \xi_j) = \prod R(\theta, d), \tag{23}$$

 $R(\theta, d)$ 根据需要可取多种形式 [12], 如: EXP, LIN, SPHERICAL, GAUSS, CUBIC, SPLINE 等.

$2.2 \sigma_z^2$ 和 θ 的确定

(20) 和 (21) 式中仍存在两个没有确定的参数,分别是 σ_z^2 和 R 中的参数 θ ,可通过极大似然估计法获得 [17],即

$$\max_{\theta_k \geqslant 0} \left\{ \left(-\frac{N_K}{2} \ln(\hat{\sigma}_z^2) - \frac{1}{2} \ln(|R|) \right), \\
k = 1, 2, \dots, N_{\xi} \right\}.$$
(24)

该问题可以转化为一个无约束全局优化问题[17].即

$$\min_{\theta_k \geqslant 0} \left\{ \varphi(\theta) = |R|^{\frac{1}{N_K}} \hat{\sigma}_z^2, k = 1, 2, \cdots, N_{\xi} \right\} \quad (25)$$

需通过多次寻优获得,对于含多个不确定海洋环境 参数问题,参数 θ 的数量与不确定参数的个数一致, θ 选择方法有两种,一种是相关函数各向同性,假定 变量中所有分量权重相同,另一种则是各向异性.

3 数值计算与分析

3.1 浅海环境 Benchmark 模型中海水 深度不确定情形

浅海环境 Benchmark 模型见图 1,海洋环境 参数设置如下: 声波频率为 400 Hz,声源深度为 25 m, $c_1 = 1500$ m/s, $d_1 = 10$ m, $c_2 = 1450$ m/s, $d_2 = 20$ m, $c_3 = 1575$ m/s, $\rho_3 = 1700$ kg/m³, $\alpha_3 = 1$ dB/ λ . 令海深 D不确定,且 D 服从均值为 50 m,标准方差为 0.5 m/s 的均匀分布;接收距离为 3 km,接收深度为 25 m.声场模型为 KRAKEN, (1)式中的 $f(\xi)$ 选取为一阶多项式.

选取不确定参数D变化范围内服从均匀分布的30个样本点(即调用声场模型30次),相关模型选取为GAUSS,本文算法计算得到的相干声压幅值 P_{con} 如图2所示,图3对比了相关模型分别选取为EXP,LIN,SPHERICAL,CUBIC,SPLINE等时本文算法计算得到的 P_{con} . 由图2和3可知,当相关函数选取为GAUSS时计算精度很高,而选取为其他几种形式时计算效果较差,可知相关函数的选择对计算精度影响较大. 因此,在本文计算中均将相关函数选取为GAUSS. 同时,经寻优解得 $\theta=25.07$.

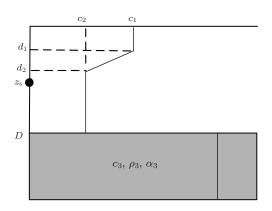


图 1 浅海环境 Benchmark 模型

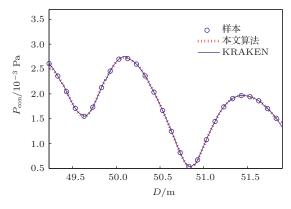


图 2 浅海环境 Benchmark 模型中海水深度不确定时相 关函数选取为 GAUSS 计算得到的相干声压幅值

图 4 对比了不同计算方法得到的 P_{con} 的概率密度函数 (probability density function, PDF), MC法调用声场模型 5000 次, 非嵌入式随机多项式展开法选用 30 个配点 (即调用声场模型 30 次). 图 5 是图 4 的局部放大图, 可知同等条件下, 本文算法的计算精度较非嵌入式随机多项式展开法更高.

3.2 Pekeris波导模型中海水声速不确定 情形

Pekeris 波导模型如图 6 所示,海洋环境参数设置如下:海水声速 $c_{\rm w}$ 不确定,且服从均值为 $1500~{\rm m/s}$,标准差为 $3~{\rm m/s}$ 的正态分布,海水密度 $\rho_{\rm w}$ 为 $1000~{\rm kg/m^3}$,海深 D 为 $100~{\rm m}$;海底为无限均匀半空间,海底声速 $c_{\rm b}$ 为 $1800~{\rm m/s}$,海底密度 $\rho_{\rm b}$ 为 $1800~{\rm kg/m^3}$;声源深度 $z_{\rm s}$ 为 $30~{\rm m}$,接收器深度为 $50~{\rm m}$,接收距离为 $10~{\rm km}$,声波频率为 $1000~{\rm Hz}$.声场模型为 ${\rm KRAKEN}$,(1) 式中的 $f(\xi)$ 选取为一阶多项式.

同样选取文献 [11] 中分段概率配点法的 50 个配点作为计算样本点, 经寻优解得 $\theta = 0.8337$.

计算得到的传播损失 (transmission loss, TL) 与不确定海水声速 $c_{\rm w}$ 之间的表达式为

$$TL = 56.1628 + 0.0026c_{w} + \sum_{i=1}^{50} a_{i} \exp[-0.8337(c_{w} - c_{i})^{2}], \quad (26)$$

其中, $c_{\rm w} \in [1488, 1512]$, 单位为 m/s, c_i 为选取的计算样本点值.

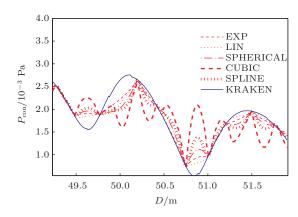


图 3 浅海环境 Benchmark 模型中海水深度不确定时选取不同相关函数计算得到的相干声压幅值

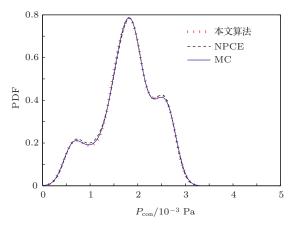


图 4 浅海环境 Benchmark 模型中海水深度不确定时不同方法计算得到的 P_{con} 的 PDF

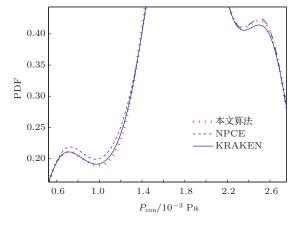


图 5 图 4 的局部放大图

计算得到的TL如图7所示,图8是本文算法结果与声场模型计算结果间的均方误差 (meansquare error, MSE),图9比较了非嵌入式随机多项式展开法中的分段概率配点法^[11]和本文算法得到的TL的概率密度函数,其中MC法调用声场模型5000次.

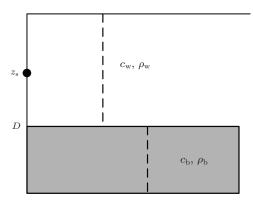


图 6 Pekeris 波导示意图

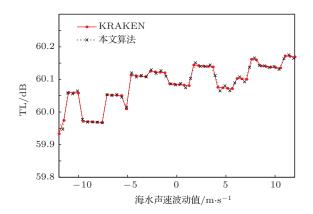


图 7 Pekeris 波导模型中海水声速标准差为 3 m/s 时的 TL

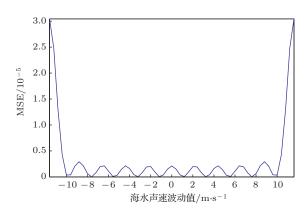


图 8 Pekeris 波导模型中海水声速标准差为 3 m/s 时本 文算法与声场模型计算结果间的均方误差

由图7和图8可知,本文算法结果与声场模型的计算结果一致性非常高,图8中位于横轴端点附近的海水声速波动值对应的计算误差较位于中间

段时的稍大些, 其原因是 Kriging 模型利用待算点 附近局部样本点声场的线性组合来预估声场, 而当 待算点位于端点附近时, 附近可用于的样本点较 少, 两个端点时仅有中间段样本点一半数量的样本 点参加运算, 使得计算误差达到最大.

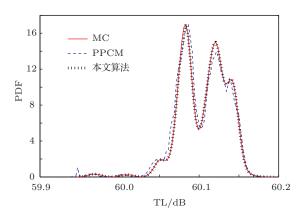


图9 Pekeris 波导模型中海水声速标准差为3 m/s 时不同方法计算得到的 TL 的 PDF

由图9可知,此时同等条件下本文算法的计算 精度同样高于非嵌入式随机多项式展开法. 究其 原因从理论上来说, Kriging模型是最优 (见(12) 式)、线性(见(1)式)、无偏估计(见(7)式);由(1)式 可知, 声场输出由回归模型和随机函数组成, 前者 是全局近似,后者是与全局近似的局部偏差,反映 声场输出的局部特性,这使得该算法在解决非线性 程度较高的问题时, 具有更高的计算精度, 因而适 合于求解随不确定海洋环境参数变化剧烈时的声 场输出 (如: 图7中TL 随海水声速局部呈阶梯状 变化), 这是本文算法与声场输出表达式仅由回归 模型组成的非嵌入式随机多项式展开法的主要区 别; 非嵌入式随机多项式展开法等(含常规算法和 分段概率配点法) 与本文算法的计算效果都与计算 样本点声场的相关性密切相关, 在非嵌入式随机多 项式展开法中, 声场输出与所有配点以同样的权重 加权, 因此当声场输出随不确定参数变化剧烈时, 计算误差较大; 分段概率配点法则将整个不确定变 量范围分为多段, 然后再用常规概率配点法计算每 段的声场输出,从而人为切断了待算点与整个变量 范围内配点的相关性, 使得计算精度得以改善, 但 计算过程繁琐: 本文算法的待算点声场是由样本点 对应声场经过加权获得, 其与每个已知样本点对 应声场的相关性也不一致. 如: 图 10 显示了待算 点为1500 m/s时与50个样本点间的相关性, 此时 与待算点相关性较强的样本点数目为16个, 且与

这16个点之间的相关性或强或弱,而与其他34个样本点则完全无关,同时由(23)和(25)式可知,本文算法通过正确选取相关函数R的形式,以及多次寻优获得最优的 θ 值,确保了待算点声场与样本点声场间相关性的计算精度,从而保证了算法的计算精度,故同等条件下计算精度较分段概率配点法更高些.

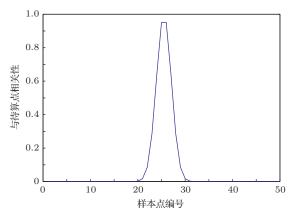


图 10 待算点为 1500 m/s 时与样本点间的相关性

由3.1, 3.2节中的两个算例可知, 相比非嵌入

式随机多项式展开法,本文算法无需针对声场输出随不确定海洋环境参数变化情况,采取特殊的计算处理过程,且($\mathbf{1}$)式中的多项式 $f(\xi)$ 阶数很低,有效地克服了非嵌入式随机多项式展开法为提高计算精度将随机多项式展开至很高阶数,使得计算效率下降的不足,且同等条件下,本文算法的计算精度还高于非嵌入式随机多项式展开法.

3.3 浅海环境Benchmark模型中海深和 混合层声速均不确定情形

海洋环境参数设置如下: 海深D和混合层声速 c_1 均不确定,分别在49—51 m和1490—1510 m/s之间变化,其他仿真条件与3.1节中的一致,用拉丁超立方法在不确定参数变化空间内选取500个样本点.选取(1)式中的

$$\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}(\xi) = \begin{bmatrix} 1 \ D \ c_1 \ D^2 \ Dc_1 \ c_1^2 \end{bmatrix},$$

优化后的海深 D 和混合层声速 c_1 各自对应的参数 $[\theta_1, \theta_2] = [16.8179, 20]$,即此时参数 θ 的选取是各向异性的.

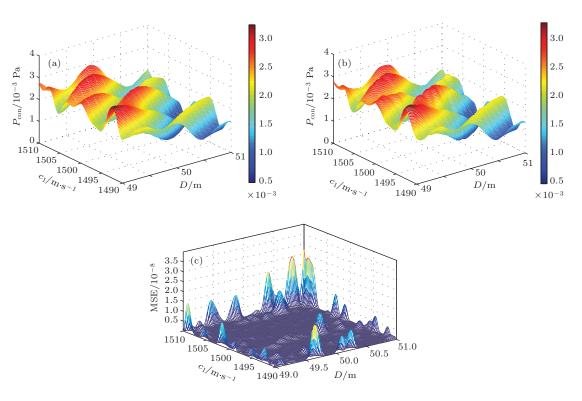


图 11 (网刊彩色) 浅海环境 Benchmark 模型中混合层声速和海深均不确定时 P_{con} 的计算结果 (a) KRAKEN; (b) 本文算法; (c) 均方误差

图 11 为基于声场模型 (调用 10000 次) 和本文 算法计算得到的 P_{con} 以及二者的均方误差, 可知二者计算结果一致性非常高, 但计算量相差 20 倍. 同

时,可以发现本文算法只需知道不确定参数的变化 范围即可 (3.1, 3.2节是为了便于与非嵌入式随机 多项式展开法对比,才假定不确定参数服从不确定 参数的分布类型),不必如非嵌入式随机多项式展开法那样,需给定不确定参数的概率分布规律,继而针对参数的概率分布类型,选择相应的正交多项式形式[1].因此,本文算法的样本点选择相对于非嵌入式随机多项式展开法的配点选择更加简单,通常在变量范围内等间隔选取或用拉丁超立方采样选取即可.值得说明的是,由于本文算法的计算结果与样本点的相关性有关,当样本自相关性较强时,若相邻样本点选取过密,会导致样本自相关矩解,若相邻样本点选取过密,会导致样本自相关矩阵 R 非满秩,使得(20),(21)式中的 R-1 不存在,从而无法开展计算.

4 结 论

相比非嵌入式随机多项式展开法,本文算法在保持计算效率和精度高等优点的同时,还具备以下特性:

- 1) 在同等条件下, 较非嵌入式随机多项式展开 法计算精度更高;
- 2) 无须针对声场输出随不确定海洋环境参数的变化情况, 采取类似于分段概率配点法等特殊的处理过程, 程序的通用性强;
- 3) 有效地克服了非嵌入式随机多项式展开法 为提高计算精度将多项式展开至非常高的阶数, 从 而导致计算量大幅增加的不足:
- 4) 样本点的选择简单易行, 在不确定变量变化 范围内可等间隔或是采用拉丁超立方法选取即可;
- 5) 利用(21)式直接计算均方误差,利于直观判别计算精度和效果.

因此,本文算法在保持非嵌入式随机多项式展 开法优点的同时,还有效克服了该方法的不足,其 普适性更强.同时,由(20)式可知,本文算法直接 获得声场输出与不确定海洋环境参数之间的表达式,这为下一步研究声场输出对不确定环境参数的灵敏度提供了捷径.

参考文献

- [1] Cheng G L, Zhang M M 2013 Acta Acoust. **38** 294 (in Chinese) [程广利, 张明敏 2013 声学学报 **38** 294]
- [2] Liu Z W, Sun C, Du J Y 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 064303 [刘宗伟, 孙超, 杜金燕 2013 物理学报 **62** 064303]
- [3] Livingston E S, Goff J A, Finette S, Abbot P, Lynch J F, Hodgkiss W S 2006 IEEE J. Ocean. Eng. 31 245
- [4] Kevin R J 2009 *Ph. D. Dissertation* (Michigan: University of Michigan)
- [5] Kevin R J, David R D 2008 J. Acoust. Soc. Am. 124 1465
- [6] Steven F 2005 J. Acoust. Soc. Am. 117 997
- [7] Khine Y Y, Steven F, Dennis B C 2010 J. Comp. Acoust. 18 397
- [8] Dennis B, Creamer 2006 J. Acoust. Soc. Am. 119 1979
- [9] Kevin R J, David R 2011 J. Acoust. Soc. Am. 129 589
- [10] Cheng G L, Zhang M M 2013 *Tech. Acoust.* **32** 7 (in Chinese) [程广利, 张明敏 2013 声学技术 **32** 7]
- [11] Cheng G L, Zhang M M 2013 *J. Harbin Engineer. Univ.* **34** 21 (in Chinese) [程广利, 张明敏 2013 哈尔滨工程大学学报 **34** 21]
- [12] Deutsch C V, Wilde B J 2013 Int. J. Coal Geology 112 87
- [13] Yin D W, Li B W, Wang Y H, Feng X J 2011 *Acta Aeronaut. Astronaut. Sin.* **25** 99 (in Chinese) [尹大伟, 李本威, 王永华, 冯向军 2011 航空学报 **25** 99]
- [14] Kwak S, Kin H K, Cha J W 2013 Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineering 62 177
- [15] Su Y H, Yang H B 2012 Chin. J. Appl. Mech. **29** 705 (in Chinese) [苏永华, 杨红波 2012 应用力学学报 **29** 705]
- [16] Wang L X, Fang D Z, Zhang M Y 2006 Handbook of Math (Beijing: Higher Education Press) p497 (in Chinese) [王连祥, 方德植, 张鸣镛 2006 数学手册 (北京: 高等教育出版社) 第497页]
- [17] Martin J D 2009 J. Mech. Design 1 1

A fast and more universal algorithm for an uncertain acoustic filed in shallow-water*

Cheng Guang-Li[†] Zhang Ming-Min Hu Jin-Hua

(College of Electronic Engineering, Navy University of Engineering, Wuhan 430033, China)
(Received 18 October 2013; revised manuscript received 9 December 2013)

Abstract

Non-intrusive polynomial chaos expansion (NPCE) method is a fast algorithm with the best performances for an uncertain acoustic filed currently, in which the selection of collocation points is an important factor for the computational accuracy, and some special processing methods such as piecewise probabilistic collocation method, should be adopted when the outputs of acoustic field vary severely with uncertain ocean environmental parameters. A new fast algorithm for uncertain acoustic filed in shallow-water is proposed based on Kriging model. The theoretical description of the new algorithm is given, and numerical simulations are conducted to verify the performances of the proposed algorithm. The physical interpretations are given in detail. The results demonstrate that the proposed algorithm is more accurate than the NPCE method under the same conditions, and any special processing method does not need to be adopted when the outputs of acoustic field vary severely with the uncertain ocean environmental parameters. The weakness of NPCE method can be overcome by the proposed algorithm, which is that the computational cost increases with the stochastic polynomial expanding to a higher order for enhancing the computational accuracy. The selection of sample point of the proposed algorithm is simpler and easier than that of NPCE method, and the calculation errors can be given directly. Thus, the proposed algorithm is more universal than NPCE method.

Keywords: uncertain acoustic field, Kriging model, fast algorithm, universality

PACS: 43.30.+m, 43.20.Bi, 43.20.Mv, 43.30.Re DOI: 10.7498/aps.63.084301

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51009146).

[†] Corresponding author. E-mail: sonarcgl@126.com