

振幅阻尼信道量子隐形传态保真度恢复机理

杨光 廉保旺 聂敏

Fidelity recovery scheme for quantum teleportation in amplitude damping channel

Yang Guang Lian Bao-Wang Nie Min

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 010303 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.010303

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.010303>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I1>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

中尺度沙尘暴对量子卫星通信信道的影响及性能仿真

Influences of mesoscale sandstorm on the quantum satellite communication channel and performance simulation

物理学报.2014, 63(24): 240303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.240303>

在大气湍流斜程传输中拉盖斯光束的轨道角动量的研究

Study on orbital angular momentum of Laguerre-Gaussian beam in a slant-path atmospheric turbulence

物理学报.2014, 63(15): 150301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.150301>

量子语音多带激励算法

Quantum speech multi-band excitation algorithm

物理学报.2014, 63(12): 120301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.120301>

基于非最大纠缠的五粒子 Cluster 态的高效量子态共享方案

High-efficient quantum state sharing via non-maximally five-qubit cluster state

物理学报.2013, 62(23): 230302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.230302>

差错基、量子码与群代数

Error bases, group algebra and quantum codes

物理学报.2013, 62(13): 130306 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.130306>

振幅阻尼信道量子隐形传态保真度恢复机理*

杨光^{1)2)†} 廉保旺¹⁾ 聂敏²⁾

1)(西北工业大学, 电子信息学院, 通信工程系, 西安 710072)

2)(西安邮电大学, 通信与信息工程学院, 西安 710121)

(2014年6月9日收到; 2014年9月11日收到修改稿)

在振幅阻尼信道上进行量子隐形传态的过程中, 量子Bell纠缠态将发生退相干, 导致隐形传态质量下降甚至通信失败. 为克服该影响, 本文提出了一种Bell纠缠态补偿方法. 在估计振幅阻尼信道参数的基础上, 将对纠缠态的补偿分为纠缠退相干发生之前的预补偿以及经历量子振幅阻尼信道之后的匹配补偿两部分. 前者在纠缠源处进行, 后者在两个量子通信用户处进行, 预补偿及匹配补偿参数与信道特性参数相关. 纠缠补偿完成后, 再进行隐形传态. 理论推导与性能分析结果表明, 相比于不进行纠缠补偿及仅在发生退相干之后进行的纠缠补偿, 本方法能够获得更高的隐形传态保真度, 适当调整补偿参数, 可使保真度接近于1, 对克服纠缠退相干带来的隐形传态质量下降问题具有一定的意义.

关键词: 隐形传态, 振幅阻尼, 纠缠补偿, 保真度

PACS: 03.67.Pp, 03.65.Yz, 03.67.Hk

DOI: 10.7498/aps.64.010303

1 引言

隐形传态是量子通信的一种重要的方式. 它基于两个纠缠粒子具有的量子关联特性建立量子通信信道, 从而实现两地之间的未知量子态远程传输. 量子纠缠是隐形传态的重要资源, 然而无论是在光纤信道还是在自由空间信道上, 量子系统都不可避免地与外界环境发生相互作用, 产生量子噪声, 从而引起量子纠缠态与环境态纠缠, 发生纠缠退相干, 最终导致隐形传态质量下降甚至通信失败. 为克服信道噪声对量子通信的影响, 近年来学者们展开了相关的研究, 并在理论与实验上取得了一定的进展. 克服量子信道噪声影响的一个思路是进行纠缠中继, 在相距较远的通信两地之间设置若干个量子中继节点, 进行纠缠交换及纠缠纯化, 从而解决长距离量子通信问题. Nicolas等^[1]提出了基于线性光学和原子系综的量子中继器, Peter等^[2,3]提出了基于相干态通信的量子中继器, Sheng等^[4]提出了基于高效纠缠纯化的量子

中继器. 这些方案对相位控制、光子探测器、量子存储器等具有较高的要求, 并且中继消耗的时间随通信距离的增加呈多项式增长. 克服量子信道噪声的另一个思路是进行量子纠错编码, 通过增加冗余信息, 从被噪声污染的已编码消息中恢复原有的信息. 1995年, Shor等^[5]首先提出了9量子位编码, 通过量子门电路, 将1个量子比特扩充为9个量子比特的纠缠, 解决了既引进信息冗余, 又不违背量子力学原理的问题. Calderbank等^[6]提出了CSS量子纠错码, Richardson等^[7]提出了量子LDPC码, Wang等^[8]提出了一种基于纠缠辅助的量子稳定子码. 如何构造量子好码、发展有效的量子信道容量算法是量子纠错方法有待解决的问题. 振幅阻尼信道是一种典型的量子噪声信道, 如何克服该信道上纠缠退相干对量子隐形传态的影响是一个重要的问题. 但目前有针对性的研究还比较少. 本文提出了一种针对振幅阻尼信道特性, 对量子Bell纠缠态进行补偿, 从而提高隐形传态保真度的方法. 本方法不需引入量子中继器, 而是在估计振幅阻尼信道参数的基础上, 将对Bell纠缠态的补偿划分为

* 国家自然科学基金(批准号: 61172071, 61201194)和陕西省自然科学基金基础研究计划(批准号: 2014JQ8318)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: sharon.yg@163.com

两个阶段: 第一阶段的补偿为预补偿, 在纠缠发生退相干之前, 在量子纠缠源处进行, 其后, 再将纠缠粒子对经由量子振幅阻尼信道分发给通信双方; 第二阶段的补偿为与预补偿对应的匹配补偿, 在量子通信用户处进行. 预补偿及匹配补偿参数取决于振幅阻尼信道特性参数. 匹配补偿完成后执行未知量子态的隐形传输, 能够有效地提高量子隐形传态保真度.

2 振幅阻尼信道对量子隐形传态的影响

在理想的量子隐形传态中, 首先假设量子信道为无噪声信道, 通过在 Alice 及 Bob 间共享一对处于 Bell 纠缠态的粒子 1, 2, 最终在 Bob 处可以无失真地恢复 Alice 发送的量子态 $|\Psi\rangle_0$. 但实际情况下, 量子信道是有噪声的, 将使得粒子 1, 2 所处的最大纠缠态发生退相干, 最终导致 Bob 获得的量子隐形传态结果发生失真. 下面说明振幅阻尼信道对隐形传态的影响情况.

振幅阻尼信道上系统态与环境的演化描述为以下变换:

$$U_{AE} = \begin{cases} |0\rangle_A |0\rangle_E \rightarrow |0\rangle_A |0\rangle_E, \\ |1\rangle_A |0\rangle_E \rightarrow \sqrt{1-p}|1\rangle_A |0\rangle_E \\ \quad + \sqrt{p}|0\rangle_A |1\rangle_E, \end{cases} \quad (1)$$

这里 p 为振幅阻尼系数. A 代表系统, E 代表环境. 设粒子 1, 2 所处的初态为

$$|\Phi^+\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle_{12} + |11\rangle_{12}). \quad (2)$$

经过振幅阻尼信道后, 纠缠态与环境的演化为

$$\begin{aligned} X_{12} = & \frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle_{12}|00\rangle_{E_1E_2} \\ & + \frac{(1-p)}{\sqrt{2}}|11\rangle_{12}|00\rangle_{E_1E_2} \\ & + \sqrt{\frac{p(1-p)}{2}}|10\rangle_{12}|01\rangle_{E_1E_2} \\ & + \sqrt{\frac{p(1-p)}{2}}|01\rangle_{12}|10\rangle_{E_1E_2} \\ & + \frac{p}{\sqrt{2}}|00\rangle_{12}|11\rangle_{E_1E_2}, \end{aligned} \quad (3)$$

式中, E_1, E_2 分别表示粒子 1, 2 对应的环境. 为简化模型, 这里假设纠缠源到 Alice 及 Bob 的信道是对称的. 由于粒子 1, 2 所处的量子纠缠态已不再是 Bell 态, 因而通过标准的隐形传态过程, Bob 最终

恢复的量子态将不再等于 $|\Psi\rangle_0$, 隐形传态保真度下降. 在本文第 5 部分将对此作进一步分析.

3 振幅阻尼信道的纠缠预补偿与匹配补偿

3.1 纠缠补偿的思路

为克服纠缠退相干对量子通信过程的影响, 比较直接的思路是通过某种方法在通信双方恢复原有的纠缠态. 目前的主要方法是引入量子中继器、进行纠缠纯化和纠缠交换. 纠缠纯化过程是通过采用适当的局域操作和经典通信, 从已经被污染的量子系综中, 提纯出一个子系综, 该系综是纯度较高的纠缠态. 而纠缠交换则可以通过 Bell 测量及经典信道, 在长程量子通信用户之间建立间接的纠缠信道.

现有的纠缠纯化方法的特点是: 对量子纠缠的恢复处理是在发生纠缠退相干之后进行的; 另一方面, 纠缠恢复处理并没有完全考虑退相干信道的特性及参数. 那么, 如果纠缠恢复处理不仅仅实施在发生退相干之后, 是否能提高纠缠恢复的效果? 如果选择与退相干信道特性相关的处理参数, 是否能够使得纠缠恢复更加有针对性? 文献 [9] 提出了一种振幅阻尼信道上的一般两体纠缠纯态保护方法, 通过在纠缠保护之前增加预处理过程来提高共生纠缠度及保真度. 在此思路基础上, 本文针对振幅阻尼信道上量子隐形传态的需求, 提出了基于信道参数估计的两阶段 Bell 纠缠态补偿方法, 并深入分析补偿机理对隐形传态保真度的影响, 通过设计最佳匹配补偿参数来最大化隐形传态的保真度. 下面详细说明其过程.

3.2 振幅阻尼信道参数估计

在预补偿前, 需要事先在量子纠缠源及量子用户处进行振幅阻尼信道特性参数的估计 [10-14], 获取振幅阻尼系数 p . 以使得纠缠补偿参数与信道特性相适应. 对于振幅阻尼信道, 其算子和形式为

$$\epsilon(\rho) = \sum_i K^i \rho K^{i\dagger} \quad \left(i = 0, 1 \text{ 且 } \sum_i K^{i\dagger} K^i = 1 \right), \quad (4)$$

这里, ρ 为任意量子态的密度矩阵, ϵ 表示作用在 ρ 上的映射, K^i 为 Kraus 算子, 且

$$K^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p} \end{bmatrix}, \quad K^1 = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{p} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

对于振幅阻尼信道进行估计的目的是估计 K^0, K^1 , 从而得到参数 p . 估计的基本方法是给定一组输入量子态 $|\Psi\rangle_{in}$, 令这些输入态通过振幅阻尼信道, 并对输出态进行测量, 根据测量结果估算参数 p . 而最优的信道参数估计需要寻找最佳的输入量子态 $|\Psi\rangle_{in}$ 、最佳测量算子 M 及估计算子 T_e , 从而使得其 Fisher 信息量最大. Fisher 信息量^[10] 定义为

$$F(\gamma) = \int d\xi P(\xi|\gamma) \left(\frac{\partial \ln P(\xi|\gamma)}{\partial \gamma} \right)^2, \quad (6)$$

式中 γ 为待估计参数, ξ 表示用测量算子 M_ξ 对信道输出态测量得到的结果, $P(\xi|\gamma)$ 代表得到测量结果 ξ 的概率. 估计的均方误差满足 Cramer-Rao 界限, 即

$$MSE(\hat{\gamma}) \geq 1/NF(\gamma), \quad (7)$$

式中, N 为独立估计测量实验的次数. Fujiwara^[14] 提出, 当只考虑渐进最佳化估计策略时, 问题简化为寻找最佳的输入量子态以使得输出族 $\{\rho_\gamma\}_\gamma$ 的对称对数倒数 (symmetric logarithmic derivative, SLD) Fisher 信息量最大. 对于振幅阻尼信道, 可以找到一致最佳的输入态如下^[14]:

$$|\Psi\rangle_{in} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{或} \quad |\Psi\rangle_{in} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

在以上输入态下, SLD Fisher 信息量取最大值为

$$J_p = 1/[p(1-p)]. \quad (9)$$

此时, 通过对输出族的估计可以得到对振幅阻尼信道参数 p 的最佳估计^[14].

3.3 纠缠源处的纠缠预补偿

当获取振幅阻尼信道参数 p 后, 纠缠源与量子用户根据该参数协商预补偿及匹配补偿的参数. 在纠缠源处进行纠缠预补偿的方法如图 1 所示.

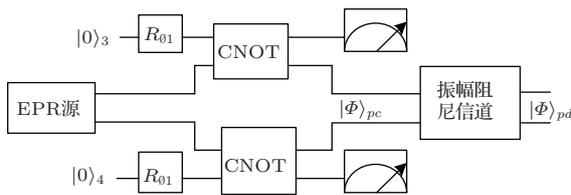


图1 EPR 纠缠源处的纠缠预补偿

首先, EPR 纠缠源产生一对处于最大 Bell 纠缠态的粒子 $|\Phi^+\rangle_{12}$, 接下来在纠缠源处分别产生辅助粒子 $|\Psi\rangle_3 = |0\rangle, |\Psi\rangle_4 = |0\rangle$. 对辅助粒子 3、4 分别施加旋转角为 θ_1 的旋转门变换 R_{θ_1} . 旋转门变换定义为

$$R_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix}. \quad (10)$$

对粒子 3、4 施加旋转门变换 R_{θ_1} 后, 粒子 1、2、3、4 构成的总量子态为

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_R &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|00\rangle_{12} + |11\rangle_{12}] \\ &\quad \otimes (\cos \theta_1 |0\rangle_3 + \sin \theta_1 |1\rangle_3) \\ &\quad \otimes (\cos \theta_1 |0\rangle_4 + \sin \theta_1 |1\rangle_4) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} |00\rangle_{12} (\cos^2 \theta_1 |00\rangle_{34} \\ &\quad + \cos \theta_1 \sin \theta_1 |01\rangle_{34} + \cos \theta_1 \sin \theta_1 |10\rangle_{34} \\ &\quad + \sin^2 \theta_1 |11\rangle_{34}) + \frac{1}{\sqrt{2}} |11\rangle_{12} (\cos^2 \theta_1 |00\rangle_{34} \\ &\quad + \cos \theta_1 \sin \theta_1 |01\rangle_{34} + \cos \theta_1 \sin \theta_1 |10\rangle_{34} \\ &\quad + \sin^2 \theta_1 |11\rangle_{34}). \end{aligned} \quad (11)$$

对粒子 1、3 施加 CNOT 门, 且粒子 1 为控制位, 粒子 3 为受控位; 对粒子 2、4 施加 CNOT 门, 且粒子 2 为控制位, 粒子 4 为受控位. 变换后, 得到的总量子态为

$$\begin{aligned} &|\Psi\rangle_{RC} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} |00\rangle_{12} (\cos^2 \theta_1 |00\rangle_{34} + \cos \theta_1 \sin \theta_1 |01\rangle_{34} \\ &\quad + \cos \theta_1 \sin \theta_1 |10\rangle_{34} + \sin^2 \theta_1 |11\rangle_{34}) \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{2}} |11\rangle_{12} (\cos^2 \theta_1 |11\rangle_{34} + \cos \theta_1 \sin \theta_1 |10\rangle_{34} \\ &\quad + \cos \theta_1 \sin \theta_1 |01\rangle_{34} + \sin^2 \theta_1 |00\rangle_{34}) \\ &= \cos^2 \theta_1 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |00\rangle_{12} + \frac{1}{\sqrt{2}} \tan^2 \theta_1 |11\rangle_{12} \right) \\ &\quad \otimes |00\rangle_{34} + \cos \theta_1 \sin \theta_1 \\ &\quad \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |00\rangle_{12} + \frac{1}{\sqrt{2}} |11\rangle_{12} \right) \\ &\quad \otimes |01\rangle_{34} + \sin \theta_1 \cos \theta_1 \\ &\quad \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |00\rangle_{12} + \frac{1}{\sqrt{2}} |11\rangle_{12} \right) \\ &\quad \otimes |10\rangle_{34} + \sin^2 \theta_1 \\ &\quad \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |00\rangle_{12} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cot^2 \theta_1 |11\rangle_{12} \right) \\ &\quad \otimes |11\rangle_{34}. \end{aligned} \quad (12)$$

接下来, 对粒子3、4 进行测量, 如果测量结果为 $|00\rangle_{34}$, 则认为预补偿处理成功, 否则重新产生 EPR 纠缠对并重新进行预补偿. 其后, 粒子1、2 的纠缠态变为

$$|\Psi\rangle_{pc} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle_{12} + \frac{1}{\sqrt{2}}\tan^2\theta_1|11\rangle_{12}}{K}, \quad (13)$$

这里 K 是归一化因子, $K = \sqrt{1/2 + \tan^4\theta_1/2}$, 令 $\tan^2\theta_1 = F$, 则预补偿成功的概率为

$$p_1 = \frac{K^2}{(1+F)^2} = \frac{1+F^2}{2(1+F)^2}. \quad (14)$$

接下来, 将预补偿之后的纠缠粒子1、2 通过振幅阻尼信道向量子用户 Alice 及 Bob 进行分发, 随后在 Alice 处和 Bob 处进行匹配补偿.

3.4 量子用户处的纠缠匹配补偿

在量子用户处进行匹配补偿的方法如图2 所示. Alice 及 Bob 最初获得的纠缠粒子1、2 经历了纠缠预补偿及振幅阻尼信道, 其量子态为

$$\begin{aligned} \Psi\rangle_{pd} &= \frac{1}{K} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle_{12}|00\rangle_{E_1E_2} + \frac{1}{\sqrt{2}}qF|11\rangle_{12}|00\rangle_{E_1E_2} \right. \\ &+ \frac{\sqrt{pq}}{\sqrt{2}}F|10\rangle_{12}|01\rangle_{E_1E_2} + \frac{\sqrt{pq}}{\sqrt{2}}F|01\rangle_{12}|10\rangle_{E_1E_2} \\ &\left. + \frac{p}{\sqrt{2}}F|00\rangle_{12}|11\rangle_{E_1E_2} \right), \quad (15) \end{aligned}$$

这里, $q = 1 - p$.

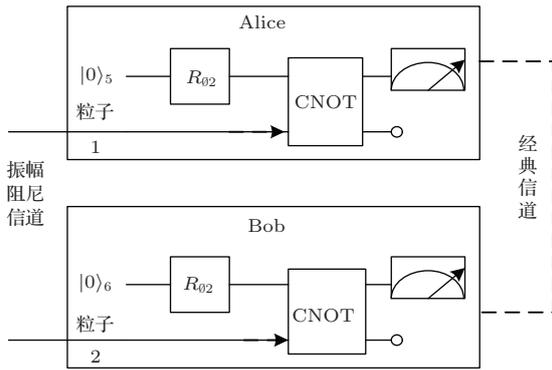


图2 量子用户处的匹配补偿

接下来, Alice 及 Bob 分别产生辅助粒子5、6, $|\Psi\rangle_5 = |0\rangle$, $|\Psi\rangle_6 = |0\rangle$. 然后 Alice 对辅助粒子5 施加旋转角度为 θ_2 的旋转门变换, 其后对粒子5 和粒子1 施加 CNOT 门, 其中粒子1 作为控制位. 同样的, Bob 对辅助粒子6 施加旋转角度为 θ_2 的旋转门变换, 其后对粒子6 和粒子2 施加 CNOT 门, 其

中粒子2 作为控制位. 接下来, Alice 对粒子5 进行测量, 并通过经典信道将测量结果通知 Bob; 同样, Bob 对粒子6 进行测量, 并通过经典信道将测量结果通知 Alice. Alice 和 Bob 根据测量结果进行判断, 如果对粒子5、6 的测量结果为 $|00\rangle_{56}$, 则认为匹配补偿成功; 否则, 认为补偿失败. 若匹配补偿成功, 则粒子1、2 所处的量子态为

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_s &= \frac{1}{K'} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle_{12}|00\rangle_{E_1E_2} \right. \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2}}pF|00\rangle_{12}|11\rangle_{E_1E_2} \\ &+ \frac{\sqrt{pq}}{\sqrt{2}}F\tan\theta_2|01\rangle_{12}|10\rangle_{E_1E_2} \\ &+ \frac{\sqrt{pq}}{\sqrt{2}}F\tan\theta_2|10\rangle_{12}|01\rangle_{E_1E_2} \\ &\left. + \frac{q}{\sqrt{2}}F\tan^2\theta_2|11\rangle_{12}|00\rangle_{E_1E_2} \right), \quad (16) \end{aligned}$$

这里, K' 为归一化因子, 且 $K' = K/\cos\theta_2$. 令匹配补偿参数 F' 为

$$F' = \tan^2\theta_2. \quad (17)$$

将 (17) 式代入 (16) 式, 得到

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_s &= \frac{1}{K'} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle_{12}|00\rangle_{E_1E_2} \right. \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2}}pF|00\rangle_{12}|11\rangle_{E_1E_2} \\ &+ \frac{\sqrt{pqF'}}{\sqrt{2}}F|01\rangle_{12}|10\rangle_{E_1E_2} \\ &+ \frac{\sqrt{pqF'}}{\sqrt{2}}F|10\rangle_{12}|01\rangle_{E_1E_2} \\ &\left. + \frac{qFF'}{\sqrt{2}}|11\rangle_{12}|00\rangle_{E_1E_2} \right). \quad (18) \end{aligned}$$

为获得更好的匹配补偿效果, 在给定 p 及 F 的情况下, 匹配补偿参数 F' 的选择应使量子隐形传态的保真度尽可能大, 这将在本文5.2 小节给出.

对环境求偏迹, 可得到补偿后的纠缠量子态的密度矩阵为

$$\rho_s = \frac{1}{T} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \frac{(p^2F^2)}{2} & 0 & 0 & \frac{qFF'}{2} \\ 0 & \frac{pqF^2F'}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{pqF^2F'}{2} & 0 \\ \frac{qFF'}{2} & 0 & 0 & \frac{q^2F^2F'^2}{2} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

这里 $T = \frac{1}{2} + \frac{p^2 F^2}{2} + pqF^2 F' + \frac{q^2 F^2 F'^2}{2}$ 为归一化因子.

4 基于纠缠补偿的量子隐形传态过程

基于前面的纠缠预补偿与匹配补偿机理, 完整的量子隐形传态过程如下:

- 1) 在量子纠缠源及量子用户处进行振幅阻尼系数 p 的估计.
- 2) 在第一步的基础上, 量子纠缠源与量子用户 Alice、Bob 通过经典信道协商预补偿及匹配补偿参数 F 及 F' , 从而确定旋转变换的角度 θ_1 及 θ_2 .
- 3) 量子纠缠源以 θ_1 为旋转角对量子纠缠态进行预补偿处理.
- 4) 纠缠源经由振幅阻尼信道向 Alice 及 Bob 分发预补偿之后的纠缠粒子 1 及粒子 2. Alice 及 Bob 对手中的粒子以 θ_2 为旋转角进行匹配补偿, 并通过经典信道通知对方补偿结果.
- 5) 匹配补偿成功后, Alice 对自己手中的粒子 1 及待传的量子态为 $|\Psi\rangle_0$ 的粒子 0 进行 Bell 基测量, 并通过经典信道将测量结果通知 Bob.
- 6) Bob 根据 Alice 通知的结果对自己所持有的粒子 2 执行特定的量子操作, 得到待传量子态.

5 性能分析与仿真

以下分析将说明, 采用本文的纠缠预补偿与匹配补偿机理后, 在振幅阻尼信道上进行量子隐形传态, 将提高 Bob 处得到的量子态的保真度.

5.1 振幅阻尼信道对量子隐形传态保真度的影响

下面首先分析当不采用任何处理及补偿机理时, 在振幅阻尼信道上进行量子隐形传态的保真度. 设 Alice 处待传的粒子 0 的量子态 $|\Psi\rangle_0$ 为

$$|\Psi\rangle_0 = \alpha|0\rangle_0 + \beta|1\rangle_0. \quad (20)$$

根据 (3) 式, 由粒子 1、2 构成的 Bell 纠缠态经历振幅阻尼信道后, 其量子态变为 X_{12} . 使用 X_{12} 进行隐形传态, 则粒子 0、1、2 所处的总量子态为

$$|\Psi\rangle_{012} = |\Psi\rangle_0 \otimes X_{12}. \quad (21)$$

令 $q = 1 - p$, 并将 (3) 式、(20) 式代入 (21) 式, 得到

$$|\Psi\rangle_{012} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\alpha|000\rangle_{012}|00\rangle_{E_1 E_2} \right.$$

$$\begin{aligned} & + \alpha q|011\rangle_{012}|00\rangle_{E_1 E_2} \\ & + \alpha\sqrt{pq}|010\rangle_{012}|01\rangle_{E_1 E_2} \\ & + \alpha\sqrt{pq}|001\rangle_{012}|10\rangle_{E_1 E_2} \\ & + \alpha p|000\rangle_{012}|11\rangle_{E_1 E_2} \\ & + \beta|100\rangle_{012}|00\rangle_{E_1 E_2} \\ & + \beta q|111\rangle_{012}|00\rangle_{E_1 E_2} \\ & + \beta\sqrt{pq}|110\rangle_{012}|01\rangle_{E_1 E_2} \\ & + \beta\sqrt{pq}|101\rangle_{012}|10\rangle_{E_1 E_2} \\ & \left. + \beta p|100\rangle_{012}|11\rangle_{E_1 E_2} \right). \quad (22) \end{aligned}$$

在 Alice 处对粒子 0、1 进行 Bell 基测量, 测量后粒子 0、1 所处的量子态将塌缩到四个 Bell 态当中的一个. 假设测量结果为

$$|\Phi^+\rangle_{01} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle_{01} + |11\rangle_{01}). \quad (23)$$

则此时 Bob 获得的粒子 2 的量子态为

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_2 & = (\alpha|00\rangle_{E_1 E_2} + \alpha p|11\rangle_{E_1 E_2} \\ & + \beta\sqrt{pq}|01\rangle_{E_1 E_2})|0\rangle_2 + (\beta q|00\rangle_{E_1 E_2} \\ & + \alpha\sqrt{pq}|10\rangle_{E_1 E_2})|1\rangle_2. \quad (24) \end{aligned}$$

对环境求偏迹, 得到粒子 2 量子态的密度矩阵为

$$\rho_2 = \frac{1}{L_1} \begin{bmatrix} |\alpha|^2 + |\alpha|^2 p^2 + |\beta|^2 pq & \alpha\beta^* q \\ \alpha^* \beta q & |\beta|^2 q^2 + |\alpha|^2 pq \end{bmatrix}, \quad (25)$$

其中, L_1 为归一化因子, 且 $L_1 = |\alpha|^2 + |\alpha|^2 p^2 + |\beta|^2 pq + |\beta|^2 q^2 + |\alpha|^2 pq$.

上式中, 令 $p = 0$, 则得到无噪声情况下粒子 2 量子态的密度矩阵为

$$\rho'_2 = \rho_0 = \begin{bmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* \\ \alpha^* \beta & |\beta|^2 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

式中, ρ_0 表示待传量子态 $|\Psi\rangle_0$ 的密度矩阵. 由于振幅阻尼信道的影响, 粒子 2 相对于粒子 0 的初始态的 Bures 保真度^[15] 为

$$F_d(\rho_2, \rho_0) = \left[\text{Tr} \left(\sqrt{\sqrt{\rho_0} \rho_2 \sqrt{\rho_0}} \right) \right]^2. \quad (27)$$

这里为了与预补偿参数 F 相区别, 使用 F_d 表示保真度. 对于满足 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ 的任意 α 及 β , 当 $p > 0$ 时, $F_d(\rho_2, \rho_0) \leq 1$. 即由于振幅阻尼信道的影响, 隐形传态保真度下降.

5.2 采用本文方法的隐形传态保真度

采用本文3.3节及3.4节纠缠预补偿与匹配补偿方法后, Alice及Bob手中的粒子1、2所处的量子态为(18)式, 接下来执行本文第4小节的隐形传态过程, 采用与5.1节类似的分析方法, 可以得出Bob获得的粒子2的量子态为

$$\begin{aligned}
 |\Psi\rangle_{2s} = & (\alpha|00\rangle_{E_1E_2} + \alpha p F|11\rangle_{E_1E_2} \\
 & + \beta\sqrt{pqF'}F|01\rangle_{E_1E_2})|0\rangle_2 \\
 & + (\alpha\sqrt{pqF'}F|10\rangle_{E_1E_2} \\
 & + \beta q F F'|00\rangle_{E_1E_2})|1\rangle_2. \quad (28)
 \end{aligned}$$

对环境求偏迹, 得到粒子2的量子态的密度矩阵为

$$\rho_{2s} = \frac{1}{L_2} \begin{bmatrix} |\alpha|^2 + |\alpha|^2 p^2 F^2 + |\beta|^2 pq F^2 F' & \alpha\beta^* q F F' \\ \alpha^* \beta q F F' & |\alpha|^2 pq F^2 F' + |\beta|^2 q^2 F^2 F'^2 \end{bmatrix}, \quad (29)$$

式中, L_2 为归一化因子, 且 $L_2 = |\alpha|^2 + |\alpha|^2 p^2 F^2 + |\beta|^2 pq F^2 F' + |\alpha|^2 pq F^2 F' + |\beta|^2 q^2 F^2 F'^2$, 此时粒子2相对于粒子0的初始态的Bures保真度为

$$F_d(\rho_{2s}, \rho_0) = \left[\text{Tr} \left(\sqrt{\sqrt{\rho_0} \rho_{2s} \sqrt{\rho_0}} \right) \right]^2. \quad (30)$$

匹配补偿参数对量子隐形传态保真度具有关键影响. 通过计算可以得到给定 p 及 F 的情况下, 在进行两阶段纠缠补偿之后, 保真度 $F_d(\rho_{2s}, \rho_0)$ 极大值点对应的最佳匹配补偿参数 F' 为

$$F' = \sqrt{\frac{1 + p^2 F^2}{q^2 F^2}}. \quad (31)$$

以下仿真分析中均采用此最佳匹配补偿参数.

图3(a)至(c)给出了在Alice产生的待发送量子态 $|\Psi\rangle_0$ 处于不同的状态时, 在振幅阻尼信道上, 采用本文的纠缠预补偿与匹配补偿机理进行隐形传态的保真度 $F_d(\rho_{2s}, \rho_0)$ 与不进行纠缠补偿而直接进行隐形传态的保真度 $F_d(\rho_2, \rho_0)$ 的对比曲线. 这里, 预补偿的参数 $F = 0.4$. 图中的横坐标表示振幅阻尼系数 p , 纵坐标代表隐形传态保真度.

图3(a)中, $|\Psi\rangle_0 = |1\rangle$. 可以看出无论振幅阻尼系数取 $(0, 1)$ 区间的任何值, 保真度 $F_d(\rho_{2s}, \rho_0)$ 总是大于保真度 $F_d(\rho_2, \rho_0)$. 本文补偿机理有效.

图3(b)中, $|\Psi\rangle_0 = |0\rangle$, 与图3(a)的结果有所不同, 当振幅阻尼系数 p 小于一定数值(图中约为0.6)时, 保真度 $F_d(\rho_{2s}, \rho_0)$ 大于 $F_d(\rho_2, \rho_0)$; 但当 p 大于该数值, $F_d(\rho_{2s}, \rho_0)$ 小于 $F_d(\rho_2, \rho_0)$. 比较特殊的是, 不进行纠缠补偿的保真度 $F_d(\rho_2, \rho_0)$ 在到达最小值后, 随着振幅阻尼系数 p 的增大反而继续增大并最终趋近于1. 产生这种结果的原因是什么呢? 并非本文的补偿机理无效, 而是由振幅阻尼信道的特性造成的. 当振幅阻尼系数 p 趋近于1, 无论Alice产生什么样的初态, 在不进行任何纠缠补偿

的情况下, 经由该信道进行隐形传态, Bob获得的量子态总是趋近于 $|0\rangle$ 态.

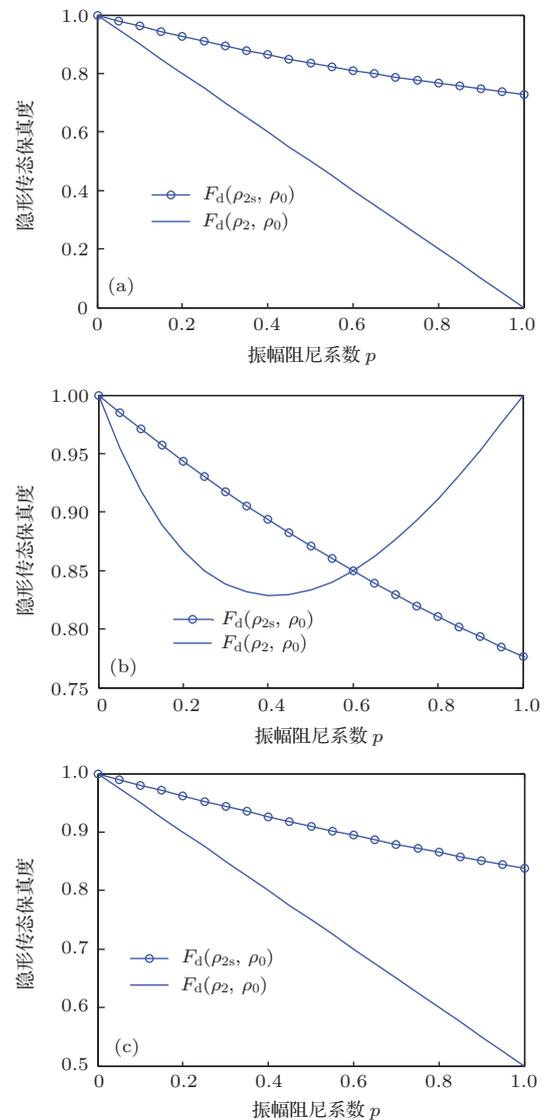


图3 本文方法与不进行纠缠补偿方法的隐形传态保真度对比(空心点线代表本文方法, 实线代表不进行补偿的方法) (a) $|\Psi\rangle_0 = |1\rangle$; (b) $|\Psi\rangle_0 = |0\rangle$; (c) $|\Psi\rangle_0 = |+\rangle, |-\rangle, |R\rangle, |L\rangle$

图 3(c) 给出了 $|\Psi\rangle_0 = |+\rangle, |-\rangle, |R\rangle, |L\rangle$ 态时的保真度对比曲线. 这里:

$$\begin{aligned} |+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle, \\ |-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle, \\ |R\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle, \\ |L\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle. \end{aligned} \quad (32)$$

可以通过计算得出, 当 $|\Psi\rangle_0$ 为以上 4 种量子态时, 本文方法对于其隐形传态保真度的影响效果是相同的. 图 3(c) 中可以看出, 无论 p 取 $(0, 1)$ 区间的任何值, 在这 4 种初态下, 保真度 $F_d(\rho_{2s}, \rho_0)$ 总是大于保真度 $F_d(\rho_2, \rho_0)$.

从图 3 结果可以看出, 除了对 $|0\rangle$ 态是有条件地提高保真度之外, 对于常用的量子基矢 $|1\rangle$ 态、 $|+/-\rangle$ 态、 $|R/L\rangle$ 态, 无论振幅阻尼系数取 $(0, 1)$ 区间的任何值, 采用本文的机理均可以提高量子隐形传态的保真度.

图 4 以 $|\Psi\rangle_0 = |+\rangle$ 为例, 给出了采用本文方法时, 在不同的振幅阻尼系数 p 下, 随着预补偿参数 F 的变化, 隐形传态保真度 $F_d(\rho_{2s}, \rho_0)$ 变化的曲线. 可见, $F_d(\rho_{2s}, \rho_0)$ 随着预补偿参数 F 的增大而减小, 当 F 趋近于 0, 则保真度接近于 1. 然而为了满足 (31) 式, 补偿参数 F 不可能取 0. 从图 4 中还可以

看出, 当 F 一定, 保真度随振幅阻尼系数的增大而减小.

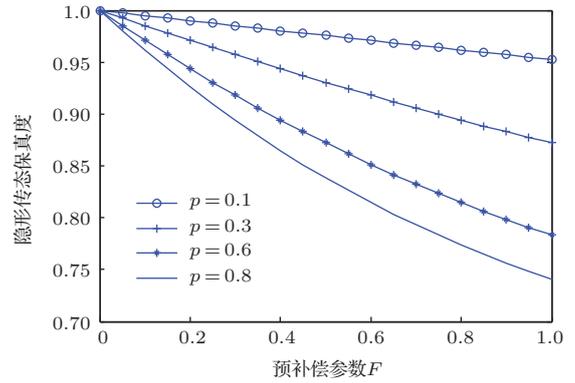


图 4 本文方法的隐形传态保真度随 F 的变化情况

5.3 本文方法与其他方法的对比

5.3.1 与仅在发生退相干之后进行补偿的方法对比

在一些现有的纠缠补偿或纯化机理中, 如文献 [16—18] 等, 通常只在发生退相干之后进行纠缠补偿, 而不进行纠缠源处的预补偿. 采用此类机理, 也就是仅在量子用户处对量子纠缠进行一次补偿, 即相当于 $F = 1, F' = \sqrt{(1+p^2)/q^2}$, 则补偿后进行隐形传态, 得到粒子 2 的量子态的密度矩阵为

$$\rho''_{2s} = \frac{1}{L_3} \begin{bmatrix} |\alpha|^2 + |\alpha|^2 p^2 + |\beta|^2 p \sqrt{1+p^2} & \alpha \beta^* \sqrt{1+p^2} \\ \alpha^* \beta \sqrt{1+p^2} & |\alpha|^2 p \sqrt{1+p^2} + |\beta|^2 (1+p^2) \end{bmatrix}, \quad (33)$$

式中, L_3 为归一化因子, 且 $L_3 = |\alpha|^2 + |\alpha|^2 p^2 + |\beta|^2 p \sqrt{1+p^2} + |\alpha|^2 p \sqrt{1+p^2} + |\beta|^2 (1+p^2)$.

此时粒子 2 相对于粒子 0 的初始态的 Bures 保真度为

$$F_d(\rho''_{2s}, \rho_0) = \left[\text{Tr} \left(\sqrt{\sqrt{\rho_0} \rho''_{2s} \sqrt{\rho_0}} \right) \right]^2. \quad (34)$$

图 5 以 $|\Psi\rangle_0 = |+\rangle, F = 0.4$ 为例, 给出了在振幅阻尼信道上, 采用纠缠预补偿与匹配补偿的隐形传态保真度 $F_d(\rho_{2s}, \rho_0)$ 、仅在量子用户处进行一次纠缠补偿的保真度 $F_d(\rho''_{2s}, \rho_0)$, 以及直接进行隐形传态的保真度 $F_d(\rho_2, \rho_0)$ 的对比曲线. 可以看出, 不采用任何纠缠补偿机理时, 保真度最低; 当只进行量子用户处一次补偿时, 纠缠保真度稍有提高, 但效果并不理想; 而采用本文方法, 保真度有了明

显提高.

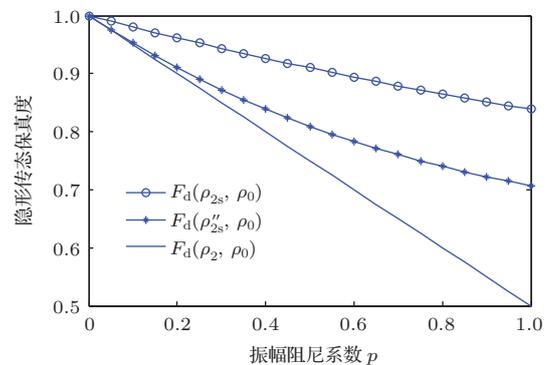


图 5 三种方法的隐形传态保真度对比 (空心点代表本文方法, 星号线代表一次纠缠补偿方法, 实线代表不进行补偿的方法)

5.3.2 与现有局域CNOT操作纯化方法的比较

Bennet等^[19]提出了一种采用局域CNOT操作对两体纠缠态进行纯化的方法. 对于一个两体纠缠混态 M , 假设其中主要的成份是纠缠纯态 $|\Psi\rangle$, 且 M 相对于 $|\Psi\rangle$ 的保真度为 F_d , 并满足 $F_d > 1/2$. 采用该文的方法对 M 进行纯化后, 保真度可提高为

$$F'_d = \frac{F_d^2 + \frac{(1 - F_d)^2}{9}}{F_d^2 + \frac{2F_d(1 - F_d)}{3} + \frac{5(1 - F_d)^2}{9}}. \quad (35)$$

图6给出了本文方法与文献^[19]方法的对比. 由于根据文献^[19]计算纠缠纯化后的隐形传态保真度是比较困难的, 这里主要对比采用两种方法后的纠缠保真度. 图中横坐标代表没有进行纯化或补偿之前的纠缠保真度, 纵坐标代表纯化或补偿之后的纠缠保真度. 纠缠保真度按照Bures保真度计算. 这里假设纠缠纯态 $|\Psi\rangle = |\Phi^+\rangle_{12}$, 其密度矩阵为 ρ_{12} . 该纠缠纯态经历振幅阻尼信道后, 变为混态 X_{12} (⁽³⁾式), 其相对于原纯态的纠缠保真度记为 F_d . 按照本文方法, 补偿之后的纠缠保真度记为 $F_d(\rho_s, \rho_{12})$; 按照文献^[19]方法纯化之后的纠缠保真度记为 $F'_d(\rho_r, \rho_{12})$. 从图6可以看出, 本文方法得到的纠缠保真度更高, 效果优于文献^[19]方法. 从理论上可以分析, 较高的纠缠保真度通常将带来更好的隐形传态质量.

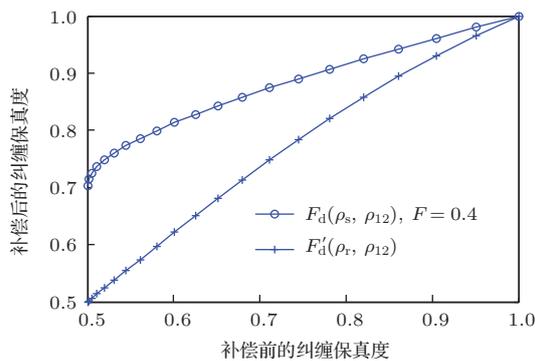


图6 本文方法与文献^[19]方法的纠缠保真度对比(空心点线代表本文方法, 加号线代表文献^[19]的方法)

6 结 论

振幅阻尼信道是一类重要的量子噪声信道. 针对该信道上纠缠退相干引起的量子隐形传态保真度下降问题, 本文首先提出了一种在估计振幅阻尼

信道参数基础上的两阶段Bell纠缠态退相干补偿机理. 基于该机理, 本文分析了在不同的待传量子态下的隐形传态保真度, 并且与仅在发生退相干之后进行纠缠补偿的方法、以及通用化的局域CNOT操作纯化方法进行了比较, 结果表明本方法能更有效地提高量子纠缠质量, 进而提高隐形传态保真度. 而对于其他类型的量子噪声信道, 如何克服退相干影响、进一步提升量子通信系统的性能将是未来研究的主要内容.

参考文献

- [1] Nicolas S, Christoph S, Hugues D R, Nicolas G 2011 *Review of Modern Physics* **83** 33
- [2] Peter V L, Ladd T D, Sanaka K, Yamaguchi F, Kae N, Munro W J, Yamamoto Y 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 240501
- [3] Peter V L, Norbert L, Munro W J, Kae N 2008 *Phys. Rev. A* **78** 062319
- [4] Sheng Y B, Zhou L, Cheng W W, Gong L Y, Zhao S M, Zheng B Y 2012 *Chin. Phys. B* **21** 030307
- [5] Shor P W 1995 *Phys. Rev. A* **52** 2493
- [6] Calderbank A R, Shor P W 1996 *Phys. Rev. A* **54** 1098
- [7] Richardson T J, Urbanke R L 2000 *IEEE Transactions on Information Theory* **47** 599
- [8] Wang Y J, Bai B M, Li Z, Peng J Y, Xiao H L 2012 *Chin. Phys. B* **21** 020304
- [9] Zeyang L, Mohammad A A, Muhammad S Z 2013 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **46** 145501
- [10] Sarovar M, Milburn G J 2006 *Journal of Physics. A, Mathematical and General* **39** 8487
- [11] Ji Z, Wang G, Duan R, Yuan F, Ying M 2008 *Information Theory, IEEE Transactions on* **54** 5172
- [12] Ballo G, Hangos K M, Petz D 2012 *IEEE Transactions on Automatic Control* **57** 2056
- [13] Zhengui X, Hai L, Tongheng L 2013 *IEEE Transactions on Automatic Control* **58** 1805
- [14] Fujiwara A 2004 *Phys. Rev. A* **70** 012317
- [15] Zhang Y D 2012 *Principles of Quantum Information Physics* (Beijing: Science Press) p147–253 (in Chinese) [张永德 2012 量子信息物理原理 (北京: 科学出版社) 第147—172页]
- [16] Marco G G, Matteo G A 2005 *Phys. Rev. A* **71** 052307
- [17] Xue L, Nie M, Liu X H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 170305 (in Chinese) [薛乐, 聂敏, 刘晓慧 2013 物理学报 **62** 170305]
- [18] Nie M, Zhang L, Liu X H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 230303 (in Chinese) [聂敏, 张琳, 刘晓慧 2013 物理学报 **62** 230303]
- [19] Bennett C H, Brassard G, Popescu S, Schumacher B, Smolin JA, Wootters WK 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 722

Fidelity recovery scheme for quantum teleportation in amplitude damping channel*

Yang Guang^{1)2)†} Lian Bao-Wang¹⁾ Nie Min²⁾

1) (*Department of Communication Engineering, School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China*)

2) (*School of Telecommunication and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710121, China*)

(Received 9 June 2014; revised manuscript received 11 September 2014)

Abstract

During the course of quantum teleportation in amplitude damping channel, the quantum Bell entanglement state will suffer a de-coherence, which will lead to the quality decrease of quantum teleportation, or even communication failure. To overcome this influence, we propose a method to compensate for the de-coherence of Bell entanglement state. Based on the parameter estimation of the amplitude damping channel, the compensation is divided into two steps. The first step (called pre-compensation) is carried out before the occurrence of de-coherence; the second step (called match-compensation) is carried out after the quantum entanglement state has experienced the de-coherence in the amplitude damping channel. The former is done at the EPR source device, while the latter is done at the quantum user device. The parameters of pre-compensation and match-compensation are determined by the amplitude damping coefficient. The quantum teleportation is carried out after the entanglement compensation. We will give the theoretical derivation and performance analysis of this method. Compared with the method that has no compensation and the method that the compensation is only done after de-coherence, the method given in this paper has a higher quantum teleportation fidelity which is close to 1, when the compensation parameter is adjusted accurately. Our method shows an effective influence on the teleportation quality decrease due to the entanglement de-coherence.

Keywords: quantum teleportation, amplitude damping, entanglement compensation, fidelity

PACS: 03.67.Pp, 03.65.Yz, 03.67.Hk

DOI: 10.7498/aps.64.010303

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61172071, 61201194), and the Natural Science Foundation Research Project of Shaanxi Province, China (Grant No. 2014JQ8318).

† Corresponding author. E-mail: sharon.yg@163.com