

超导磁悬浮支承系统干扰力矩及漂移误差分析

崔春艳 胡新宁 程军胜 王晖 王秋良

Analysis of magnetic disturbance torque and drift error in a superconducting suspension system

Cui Chun-Yan Hu Xin-Ning Cheng Jun-Sheng Wang Hui Wang Qiu-Liang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 018403 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.018403

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.018403>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I1>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

横向静磁场对电磁悬浮液滴稳定性的影响

Influence of horizontal static magnetic field on the stability of electromagnetic levitated Cu molten droplet

物理学报.2014, 63(24): 248504 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.248504>

超导磁悬浮支承系统干扰力矩及漂移误差分析*

崔春艳† 胡新宁 程军胜 王晖 王秋良

(中国科学院电工研究所, 应用超导重点实验室, 北京 100190)

(2014年8月7日收到; 2014年9月2日收到修改稿)

在超导磁悬浮支承系统中, 如果被悬浮的超导球形转子是一个理想的球体, 并且是表现出完全的迈斯纳态, 那么由于球体的对称性, 就不会产生干扰力矩. 但实际的情况并非如此, 一般情况下, 超导球形转子总是存在加工制造误差, 且在高速旋转时总是存在离心变形, 因此转子的表面并不是理想的球面, 当超导转子悬浮在磁场中时, 沿转子表面法线方向的磁悬浮力, 不是完全通过转子质心, 将会产生磁支承干扰力矩, 从而引起转子的漂移误差. 本文从超导转子磁支承干扰力矩的物理机理出发, 对干扰力矩及其引起的漂移误差进行了分析, 包括转子非球形产生的一次干扰力矩、转子非球形与失中度和装配误差产生的二次干扰力矩, 并推导出了磁支承干扰力矩引起的漂移率计算公式, 代入转子参数计算出各种干扰力矩引起的漂移率大小, 为转子漂移测试和系统误差补偿提供了参考, 对于转子的结构优化设计具有指导意义.

关键词: 超导磁悬浮, 超导转子, 干扰力矩

PACS: 84.71.Ba, 85.70.Rp, 45.20.da

DOI: 10.7498/aps.64.018403

1 引言

超导磁悬浮技术以其无接触、精度高、损耗小及自适应等优点, 广泛应用于惯导系统、飞轮储能、高速悬浮列车和大地测量等领域^[1-5]. 基于超导体的迈斯纳效应 (Meissner), 利用超导转子和静态磁场相互作用产生的悬浮力可以使超导转子在高真空的球腔内稳定悬浮, 并利用外磁场与感应磁场之间的相互作用产生的磁压力, 使超导转子绕自转轴高速旋转, 其主轴相对惯性空间方位始终保持不变^[6,7]. 应用这一特性, 研制高精度的超导惯性器件, 进行载体方位和速度的测量.

文献[8—11]对超导磁悬浮支承系统的结构、原理和磁悬浮作用力等方面进行了分析和计算. 文献[12]分析了转子非球形因素带来的干扰力矩进行了初步的分析, 仅考虑了Z轴方向悬浮线圈作用下的干扰力矩影响, 未深入研究干扰力矩引起的漂移误差. 理想情况下, 即超导转子表面是理想的球

面, 在转子表面某一点受到的磁悬浮力将指向转子质心, 由于球体的对称性, 就不会产生干扰力矩. 但实际的情况并非如此, 一般情况下, 超导转子的球形转子总是存在制造误差的, 因此, 转子的表面并不是理想的球面, 而是接近于球面的任意封闭曲面, 当超导转子悬浮在磁场中时, 沿转子表面法线方向的磁悬浮力, 不是完全通过转子质心, 将会产生磁支承干扰力矩. 转子在干扰力矩作用下, 旋转轴将慢慢偏离原来的惯性空间方位, 这种现象称为转子的漂移, 把在干扰力矩作用下转子产生的进动角速度称为漂移角速度或漂移率. 漂移率的计算公式为

$$\omega = \frac{M}{H}, \quad (1)$$

即转子漂移率 ω 与干扰力矩 M 成正比, 与转子动量矩 H 成反比. 漂移率的单位一般采用 $(^\circ)/h$ 表示.

引起超导转子漂移的干扰因素有很多, 磁支承干扰力矩是其中影响较大的一种, 本文详细分析了

* 国家自然科学基金 (批准号: 51107135) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: ccyang@mail.iee.ac.cn

作用于超导转子的磁支承干扰力矩的性质和规律, 以及由此引起的漂移误差, 并建立漂移误差模型, 为转子漂移测试和系统误差补偿提供了参考, 对于转子的结构优化设计具有指导意义.

2 超导磁悬浮支承-转子系统

本研究的超导磁悬浮系统是利用超导体的迈斯纳效应实现对超导转子的超导磁支承, 由超导转子、磁场整形铌块形成的球形腔、超导悬浮线圈构成了超导磁悬浮支承系统, 图1为超导磁悬浮支承系统沿 X 轴的截面示意图. 转子是薄壁中空的球体, 直径 50 mm, 选用 99.999% 的纯铌制作, 满足高临界磁场和低表面损耗的要求. 铌球转子与磁场整形铌块形成的球形腔之间的间隙为 0.5 mm. 超导磁悬浮转子系统共有 10 个超导线圈, Z 轴正方向和负方向分别安装两个圆环形超导线圈 Coil $Z+$ 和 Coil $Z-$, 称之为上悬浮线圈和下悬浮线圈; X 轴正方向在赤道平面上方和下方对称安装两个圆心角为 90° 的弧形超导线圈 Coil $X1+$ 和 Coil $X2+$, X 轴负方向的两个弧形线圈 Coil $X1-$ 和 Coil $X2-$ 与正方向的线圈以 Z 轴为对称轴对称安装; Y 轴方向上的 4 个弧形超导线圈排列形式与 X 轴一样, 在图中未标出. X, Y 轴上的 8 个线圈统称为侧向线圈. 图中的超导线圈都是双绕线圈, 其中一组通入的是固定电流, 起到悬浮支承的作用, 另一组则是根据转子的位置而通入的变化的电流, 起到调节转子位置的作用, 使转子固定在球腔的中心位置. 当转子受到干扰时, 会发生偏移, 三轴位移传感器检测到转子的位置变化时, X, Y, Z 轴三个方向上的调节线圈就会施加相应的调节电流, 将转子调回中心位置. 将系统的温度降低至液氦温区, 超导线圈

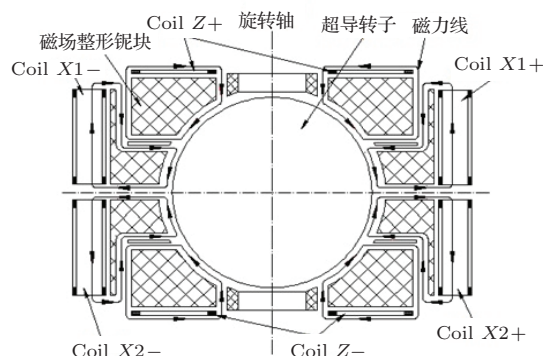


图1 超导磁悬浮支承系统截面示意图

通以电流产生磁场, 由于超导体的迈斯纳效应, 磁力线不能穿透铌转子和超导球形腔而被迫进入转子和球腔之间的狭小间隙, 对超导转子产生磁压力的作用, 即悬浮力, 当转子受到的悬浮力大于重力时, 就会悬浮起来.

3 磁支承干扰力矩的计算

3.1 超导转子的非球形描述

如果被悬浮的超导转子是一个理想的球体, 并且是表现出完全的迈斯纳态, 那么由于球体的对称性, 就不会产生磁支承干扰力矩. 但实际的情况并非如此, 一般情况下, 超导转子的加工总是存在制造误差的, 如圆度误差、温度差、质量不平衡以及高速旋转时的离心变形等, 因此, 转子的表面并不是理想的球面, 而是接近于球面的任意封闭曲面, 沿转子表面法线方向的磁悬浮力, 不是完全通过转子质心, 从而产生磁支承干扰力矩.

如图2所示, XYZ 是以球形腔中心 O 为原点的球腔坐标系 (也是惯性坐标系), xyz 是以转子的质心 C 为原点的转子坐标系, z 轴与转子回转主轴 h 一致. 转子表面 P 点在球腔壁上的径向投影为 Q 点, OQ 的长度为电极球腔的半径 R , Q 点在坐标系 XYZ 中的球坐标记为 (R, θ, φ) , P 点在坐标系 xyz 中的球坐标记为 (r, θ_1, φ_1) , PQ 之间的长度就是点 P 处转子-球腔间隙 δ .

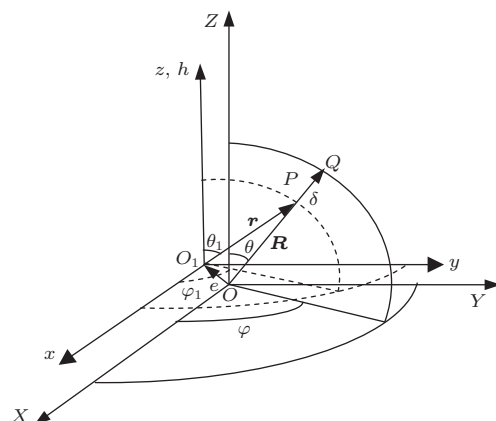


图2 转子坐标系及球腔坐标系

采用勒让德多项式描述转转子午面上矢径 r 的长度^[13]:

$$|r| = r = r_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n P_n(\cos \theta_1), \quad (2)$$

其中, $\mathbf{r}$ 为转子表面上一点 P 的矢径, 其长度 r 为质心 C 到点 P 的距离; r_0 为回转体的平均半径; a_n 为描写转子形状的谐波系数; $P_n(\cos\theta_1)$ 为勒让德多项式; θ_1 为矢径 $\mathbf{r}$ 与转子回转主轴 $\mathbf{h}$ 的夹角。

转子表面的形状参数可以用转子母线的各次谐波系数 a_n 来表示, 根据 (2) 式得出转子非球形各次谐波的母线形状如图 3 所示. 从图中可以看出, 一次谐波对应于转子沿轴向的刚体平移, 主要是转子的轴向质量偏心; 二次谐波表示转子旋转后成为椭球, 主要由转子的离心变形造成; 三次谐波表示转子旋转成近似梨形, 四次谐波表示转子旋转成近似纺锤形, 三次及以上的高次谐波主要由加工工艺误差产生. 当超导转子悬浮在磁场中时, 沿转子表面法线方向的磁悬浮力, 不是完全通过转子质心, 将会产生磁支承干扰力矩, 从而引起超导转子的漂移误差.

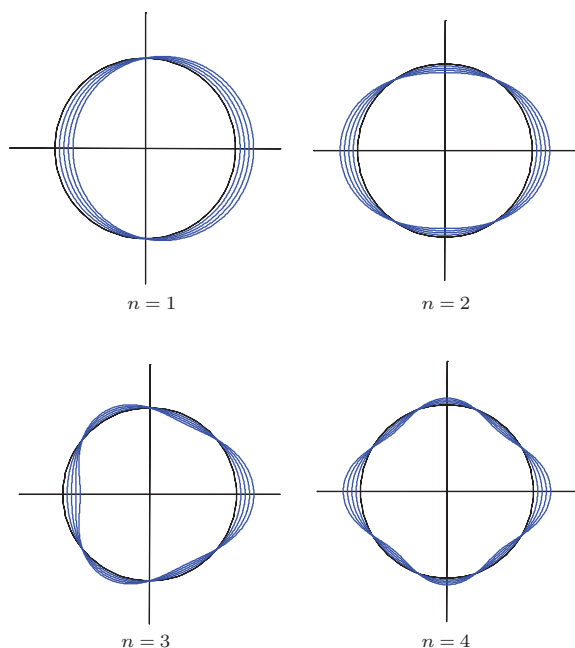


图3 转子非球形各次谐波对应的转子母线形状

3.2 超导磁支承干扰力矩模型

在转子坐标系 xyz 中, 转子表面任意一点 P 相对坐标系 xyz 的球坐标为 (r, θ_1, φ_1) , 再以 P 为坐标原点, 以各球坐标方向的矢量为坐标轴建立坐标系 ust , u 轴沿矢径 r 指向球外, s 轴在子午面内与 u 轴垂直, t 轴沿纬线方向, 与 u, s 轴组成右手坐标系. 再建立坐标原点相同的另一组坐标系 nmt , t 轴定义不变, n 轴沿 P 点处转子表面的外法线方

向, m 轴沿子午线的切线方向, 如图 4 所示. 若转子表面为理想球形, 法线方向 $\mathbf{n}^0$ 与矢径方向 $\mathbf{u}^0$ 完全一致, $\mathbf{m}^0$ 与 $\mathbf{s}^0$ 也完全一致, 两种坐标系应完全重合, $\mathbf{n}^0, \mathbf{u}^0, \mathbf{m}^0, \mathbf{s}^0$ 分别表示 n, u, m, s 轴上的单位矢量. 如果转子表面稍稍偏离理想球形, 成为以 Cz 为对称轴的回转曲面, 则坐标系 (n, m, t) 相对坐标系 (u, s, t) 绕 t 轴偏转一微小角度.

超导转子由于迈斯纳效应悬浮在球腔中, 超导转子受到的力可以看成是外磁场和感应磁场相互作用的结果, 计算公式为

$$\mathbf{F} = \iint \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} (\mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}) - \frac{B^2}{2\mu_0} d\mathbf{S} \right), \quad (3)$$

式中, $\mathbf{F}$ 为超导转子受到的磁支承力; μ_0 是真空中磁导率; $\mathbf{B}$ 为外磁场的磁感应强度; $\mathbf{S}$ 为磁支承力作用的面积. 由于迈斯纳效应, 外磁场与转子表面的感应磁场的矢量和在转子表面满足边界条件 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{B} = 0$, 即法向分量为零, 磁力线严格平行于转子的表面, 因此 (3) 式中第一项为零, 则磁支承力表达式可以写为

$$\mathbf{F} = \iint -\frac{B^2}{2\mu_0} d\mathbf{S} = \iint -\frac{B^2}{2\mu_0} \mathbf{n}^0 d\mathbf{S}. \quad (4)$$

磁支承力矩为:

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = - \iint \frac{B^2}{2\mu_0} r (\mathbf{u}^0 \times \mathbf{n}^0) d\mathbf{S}, \quad (5)$$

其中, $\mathbf{M}$ 为磁支承力矩. 由 (5) 式可知, 转子为理想球形时, $\mathbf{u}^0$ 与 $\mathbf{n}^0$ 重合, 其矢量积为零, 力矩亦为零. 转子偏离球形时, $\mathbf{u}^0$ 与 $\mathbf{n}^0$ 不重合, 以致产生磁支承干扰力矩, 并引起漂移误差.

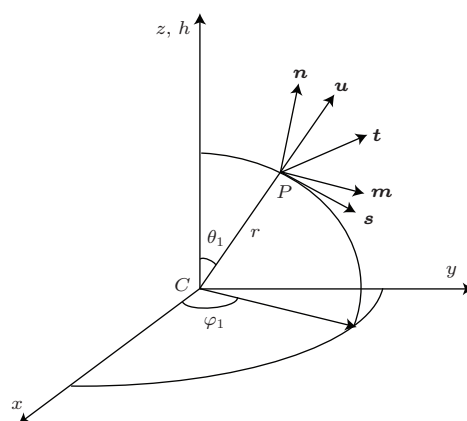


图4 非球形转子曲面坐标系

下面先来分析一下转子-球腔间隙内的磁通密度分布. 在对称系统中, 空间磁场往往也是对称分

布的. 进入间隙内的磁通量等于穿出间隙的磁通量, 也可以说在间隙内的磁通量 Φ 是一个只与线圈匝数有关的常值. 在球腔坐标系 (R, θ, φ) 中, 磁通密度可以表示为

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{\Phi}{2\pi\delta R \sin\theta}, \quad (6)$$

其中, $\Phi = NI/R_m$ 是间隙内的磁通量, N 是线圈匝数, I 是线圈中通入的电流, R_m 是磁阻, 这里可以看成是常量; δ 为转子与球腔之间的间隙; R 为球腔的半径.

在图 2 中, 近似地认为 R 与 r 方向相同, 矢量 $\mathbf{e}$ 表示转子的失中误差, 可得矢量关系:

$$\delta\mathbf{u}^0 = (R - r)\mathbf{u}^0 - \mathbf{e}, \quad (7)$$

$$\mathbf{e} = e_X\mathbf{i}_X + e_Y\mathbf{j}_Y + e_Z\mathbf{k}_Z. \quad (8)$$

由矢量运算法则知

$$\delta\mathbf{u}^0 \cdot \mathbf{u}^0 = \delta.$$

于是转子-球腔间隙 δ 可以表示为

$$\begin{aligned} \delta &= (R - r_0) - \sum_{n=1}^{\infty} a_n P_n(\cos\theta_1) \\ &\quad - (e_X\mathbf{i}_X + e_Y\mathbf{j}_Y + e_Z\mathbf{k}_Z) \cdot \mathbf{u}^0. \end{aligned} \quad (9)$$

设

$$R = R_0 + \Delta R, \quad \delta = \delta_0 + \Delta\delta,$$

其中 ΔR 表示球腔极碗的球面圆度误差与装配误差之和, 令 $\delta_0 = R_0 - r_0$, 则有

$$\begin{aligned} \Delta\delta &= \Delta R - \sum_{n=1}^{\infty} a_n P_n(\cos\theta_1) \\ &\quad - (e_X\mathbf{i}_X + e_Y\mathbf{j}_Y + e_Z\mathbf{k}_Z) \cdot \mathbf{u}^0. \end{aligned} \quad (10)$$

δ_0 为额定的转子-球腔间隙, 简称额定间隙. 在一般情况下, $\Delta\delta/\delta_0 \approx 10^{-2}$, 所以有如下的一阶近似等式成立:

$$\frac{1}{\delta^2} = \frac{1}{\delta_0^2 \left(1 + \frac{\Delta\delta}{\delta_0}\right)^2} \approx \frac{1}{\delta_0^2} \left(1 - \frac{2\Delta\delta}{\delta_0}\right). \quad (11)$$

将 (6) 式及 (11) 代入力矩计算 (5) 式得:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \frac{\Phi^2}{8\mu_0\pi^2 R^2 \delta_0^2} \iint_S \left(1 - \frac{2\Delta\delta}{\delta_0}\right) \\ &\quad \times \frac{1}{\sin^2\theta} r(\mathbf{u}^0 \times \mathbf{n}^0) d\mathbf{S}. \end{aligned} \quad (12)$$

利用图 4 中的矢量关系, 将 (11) 式中的矢量积 $\mathbf{u}^0, \mathbf{n}^0$ 改写为

$$\mathbf{u}^0 \times \mathbf{n}^0 = -\frac{dr}{r d\theta_1} \mathbf{u}^0 \times \mathbf{s}^0 = -\frac{dr}{r d\theta_1} \mathbf{t}^0. \quad (13)$$

转子表面为回转曲面时, $\mathbf{t}^0$ 的方向与矢量积 $\mathbf{h}^0 \times \mathbf{u}^0$ 的方向一致, h 是转子的回转轴, 也叫极轴, 则有下面的式子成立:

$$\mathbf{t}^0 = \frac{\mathbf{h}^0 \times \mathbf{u}^0}{|\mathbf{h}^0 \times \mathbf{u}^0|} = \frac{1}{\sin\theta_1} \mathbf{h}^0 \times \mathbf{u}^0. \quad (14)$$

将 (14) 式代入 (13) 式, 得

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^0 \times \mathbf{n}^0 &= -\frac{dr}{r \sin\theta_1 d\theta_1} \mathbf{h}^0 \times \mathbf{u}^0 \\ &= \frac{dr}{r d(\cos\theta_1)} \mathbf{h}^0 \times \mathbf{u}^0 \end{aligned} \quad (15)$$

由前面的转子非球形描述可知, 矢径 $\mathbf{r}$ 用勒让德多项式表示, 这里我们只考虑转子非球形的前 4 次谐波, 则矢径 $\mathbf{r}$ 的长度可以表示为:

$$r = r_0 + \sum_{n=1}^4 a_n P_n(\cos\theta_1). \quad (16)$$

上式两边对 $\cos\theta_1$ 求导, 得

$$\frac{dr}{d(\cos\theta_1)} = \sum_{n=1}^4 a_n P'_n(\cos\theta_1). \quad (17)$$

将 (15) 和 (17) 式代入力矩表达 (12) 式中, 得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \sum_{n=1}^4 \frac{\Phi^2}{8\mu_0\pi^2 R^2 \delta_0^2} \iint_S a_n \left(1 - \frac{2\Delta\delta}{\delta_0}\right) \\ &\quad \times \frac{1}{\sin^2\theta} P'_n(\cos\theta_1) \mathbf{h}^0 \times \mathbf{u}^0 d\mathbf{S}. \end{aligned} \quad (18)$$

(18) 式即为超导磁支承干扰力矩的模型, 可以看出, 磁支承干扰力矩由两项组成:

第一项是由转子非球形误差产生的, 称为一次干扰力矩或主干扰力矩

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_1 &= \sum_{n=1}^4 \frac{\Phi^2}{8\mu_0\pi^2 R^2 \delta_0^2} \iint_S a_n \\ &\quad \times \frac{1}{\sin^2\theta} P'_n(\cos\theta_1) \mathbf{h}^0 \times \mathbf{u}^0 d\mathbf{S}. \end{aligned} \quad (19)$$

第二项是由转子非球形误差与转子-球腔间隙误差 $\Delta\delta$ 组合产生的, 称为二次干扰力矩或次干扰力矩:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_2 &= -\sum_{n=1}^4 \frac{\Phi^2}{8\mu_0\pi^2 R^2 \delta_0^2} \iint_S \frac{2\Delta\delta}{\delta_0 a_n} \\ &\quad \times \frac{1}{\sin^2\theta} P'_n(\cos\theta_1) \mathbf{h}^0 \times \mathbf{u}^0 d\mathbf{S}. \end{aligned} \quad (20)$$

分析产生 $\Delta\delta$ 的因素, 主要有以下两种:

1) 转子失中度误差: 定义为转子几何中心偏离球腔中心的偏移量与额定间隙之比. 该误差源不仅是由于重力和惯性加速度的作用, 而且是由于超导整形块不对称等因素产生的. 由转子失中度产生的间隙误差 $\Delta\delta$ 可以表示为

$$\Delta\delta = -(e_X \mathbf{i}_X + e_Y \mathbf{j}_Y + e_Z \mathbf{k}_Z) \cdot \mathbf{u}^0. \quad (21)$$

代入 (20) 式得

$$\begin{aligned} M_{21} = & - \sum_{n=1}^4 \frac{\Phi^2}{8\mu_0\pi^2 R^2 \delta_0^2} \\ & \times \iint_S 2(d_X \mathbf{i}_X + d_Y \mathbf{j}_Y + d_Z \mathbf{k}_Z) \\ & \times \mathbf{u}^0 a_n \frac{1}{\sin^2 \theta} P'_n(\cos \theta_1) \mathbf{h}^0 \times \mathbf{u}^0 d\mathbf{S}, \quad (22) \end{aligned}$$

式中, d_i 为转子失中度, $d_i = \frac{e_i}{\delta_0}$, ($i = X, Y, Z$).

2) 铈碗装配误差: 整个球腔是由上下两个半

铈碗组成, 装配过程中会出现错位误差. 由此产生的间隙误差为

$$\Delta\delta = -C(\Delta x \mathbf{i}_X \Delta y \mathbf{j}_Y - \Delta z \mathbf{k}_Z) \cdot \mathbf{u}^0, \quad (23)$$

其中, 装配误差系数 C , 对于上半碗取 $C = -1$, 下半碗取 $C = +1$; $\Delta x, \Delta y$ 表示两个铈碗在 xy 平面内 (即赤道平面) 沿 x 轴、 y 轴的错位误差; Δz 表示两铈碗沿 z 轴的安装高度误差, 如图 5 所示. 代入 (20) 式可得

$$\begin{aligned} M_{22} = & - \sum_{n=1}^4 \frac{\Phi^2}{8\mu_0\pi^2 R^2 \delta_0^2} \\ & \times \iint_S 2C(\sigma_X \mathbf{i}_X + \sigma_Y \mathbf{j}_Y - \sigma_Z \mathbf{k}_Z) \\ & \times \mathbf{u}^0 a_n \frac{1}{\sin^2 \theta} P'_n(\cos \theta_1) \mathbf{h}^0 \times \mathbf{u}^0 d\mathbf{S}, \quad (24) \end{aligned}$$

式中, σ_j 为铈碗装配误差, $\sigma_j = \frac{\Delta j}{\delta_0}$, ($j = x, y, z$).

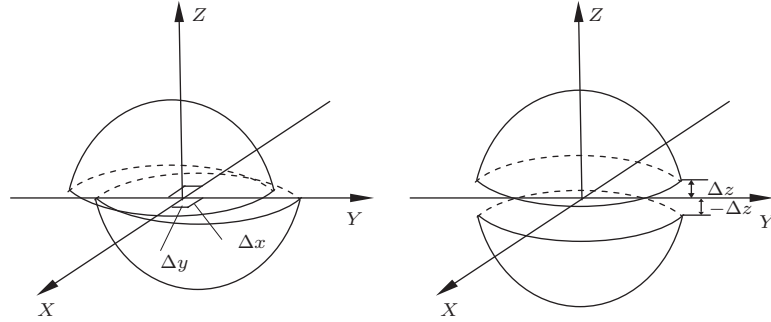


图5 铈碗装配误差示意图

3.3 超导磁支承干扰力矩及漂移角速度计算

下面针对具体的超导转子支承结构来进行磁支承干扰力矩的计算. 根据图 1 中的超导线圈和超导整形块的形状及分布, 把线圈分成三组: 线圈 Z_+ , 线圈 Z_- 及 8 个侧向线圈. 设线圈 Z_+ 产生的磁通为 Φ_{Z+} , 线圈 Z_- 产生的磁通为 Φ_{Z-} , 8 个侧向线圈的固定电流绕组是串联关系, 因此输入的电流一样, 产生的磁通也一样, 定义为 Φ_S . 而对于通入调节电流的线圈绕组来说, 调节电流的变化反映在磁通的变化上, 设 X, Y, Z 轴三个方向的调节线圈的磁通变化分别为 $\pm\Delta\Phi_X, \pm\Delta\Phi_Y, \pm\Delta\Phi_Z$.

设转子极轴在惯性坐标系中的单位矢量用方

向余弦 α, β, γ 表示为:

$$\mathbf{h}^0 = \alpha \mathbf{i}_X + \beta \mathbf{j}_Y + \gamma \mathbf{k}_Z. \quad (25)$$

矢径 $\mathbf{r}$ 的方向矢量在惯性坐标系中表示为

$$\mathbf{u}^0 = \sin \theta \cos \varphi \mathbf{i}_X + \sin \theta \sin \varphi \mathbf{j}_Y + \cos \theta \mathbf{k}_Z. \quad (26)$$

于是有

$$\begin{aligned} \mathbf{h}^0 \cdot \mathbf{u}^0 &= \cos \theta_1 \\ &= \alpha \sin \theta \cos \varphi + \beta \sin \theta \sin \varphi + \gamma \cos \theta, \quad (27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{h}^0 \times \mathbf{u}^0 &= (\beta \cos \theta - \gamma \sin \theta \sin \varphi) \mathbf{i}_X \\ &+ (\gamma \sin \theta \cos \varphi - \alpha \cos \theta) \mathbf{j}_Y \\ &+ (\alpha \sin \theta \sin \varphi - \beta \sin \theta \cos \varphi) \mathbf{k}_Z. \quad (28) \end{aligned}$$

可以写成矩阵的形式:

$$\mathbf{h}^0 \times \mathbf{u}^0 = \begin{pmatrix} 0 & -\gamma & \beta \\ \gamma & 0 & -\alpha \\ -\beta & \alpha & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi \\ \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (29)$$

则磁支承干扰力矩可以表示为:

$$\begin{aligned} M = & \sum_{n=1}^4 \frac{\Phi^2}{8\mu_0\pi^2 R^2 \delta_0^2} \iint_S a_n \left(1 - \frac{2\Delta\delta}{\delta_0}\right) \\ & \times \frac{1}{\sin^2 \theta} P'_n(\alpha \sin \theta \cos \varphi \\ & + \beta \sin \theta \sin \varphi + \gamma \cos \theta) \\ & \times \begin{pmatrix} 0 & -\gamma & \beta \\ \gamma & 0 & -\alpha \\ -\beta & \alpha & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi \\ \cos \theta \end{pmatrix} d\mathbf{S}. \quad (30) \end{aligned}$$

3.3.1 一次干扰力矩及其漂移角速度计算

首先计算一次干扰力矩, 必须先计算(30)式中的勒让德多项式导数的面积分. 微元面积 $d\mathbf{S}$ 可用

球坐标 (R, θ, φ) 在惯性坐标系中表示为

$$d\mathbf{S} = R^2 \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (31)$$

其中积分定义域根据线圈的作用范围进行确定.

Z轴正方向线圈: $\theta \in (\pi/6, \pi/3)$, $\varphi \in [0, 2\pi]$;

Z轴负方向线圈: $\theta \in (2\pi/3, 5\pi/6)$, $\varphi \in [0, 2\pi]$;

X轴正方向线圈: $\theta \in (\pi/3, 2\pi/3)$, $\varphi \in [-\pi/4, \pi/4]$;

X轴负方向线圈: $\theta \in (\pi/3, 2\pi/3)$, $\varphi \in [3\pi/4, 5\pi/4]$;

Y轴正方向线圈: $\theta \in (\pi/3, 2\pi/3)$, $\varphi \in [\pi/4, 3\pi/4]$;

Y轴负方向线圈: $\theta \in (\pi/3, 2\pi/3)$, $\varphi \in [5\pi/4, 7\pi/4]$.

根据各个线圈的作用范围, 分别计算10个线圈在X, Y, Z三个方向的力矩, 经过计算整理, 得到一次干扰力矩在惯性坐标系三个坐标轴方向上的表达式

$$\begin{aligned} M_X = & \frac{1}{8\mu_0\pi^2\delta_0^2} \left\{ a_2 \left[\frac{9(2-\sqrt{3})}{2} \pi \beta \gamma ((\Phi_{Z+} + \Delta\Phi_Z)^2 + (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2) \right. \right. \\ & + \frac{3(5+2\pi)}{5} \beta \gamma (\Phi_S^2 + \Delta\Phi_X^2) - \frac{3(5-2\pi)}{5} \beta \gamma (\Phi_S^2 + \Delta\Phi_Y^2) \Big] \\ & + a_3 \left[\frac{15(\alpha^2 + \beta^2 - 4\gamma^2(1 + \ln 3))}{8} \pi \beta ((\Phi_{Z+} + \Delta\Phi_Z)^2 - (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2) \right. \\ & - \frac{5(21\sqrt{3} - 10\pi)\alpha\beta\gamma}{3\sqrt{2}} \Phi_S \Delta\Phi_X \\ & + \frac{\gamma(-15\sqrt{3}(\alpha^2 + 17\beta^2 - 6\gamma^2) + 2\pi(-5\alpha^2 + 35\beta^2 - 30\gamma^2 + 12))}{6\sqrt{2}} \Phi_S \Delta\Phi_Y \Big] \\ & + a_4 \left[\frac{5(144(\sqrt{3} - 2) + 7(7 + 3\sqrt{3})(\alpha^2 + \beta^2) + 28(22 - 13\sqrt{3})\gamma^2)}{64} \right. \\ & \times \pi \beta \gamma ((\Phi_{Z+} + \Delta\Phi_Z)^2 + (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2) \\ & + \frac{5\beta\gamma(-\pi(147\alpha^2 + 147\beta^2 + 74\gamma^2 - 115) + 8(21\alpha^2 + 56\beta^2 + 21\gamma^2 - 36))}{192} (\Phi_S^2 + \Delta\Phi_X^2) \\ & \left. \left. - \frac{5\beta\gamma(\pi(147\alpha^2 + 147\beta^2 + 74\gamma^2 - 115) + 8(21\alpha^2 + 56\beta^2 + 21\gamma^2 - 36))}{192} (\Phi_S^2 + \Delta\Phi_Y^2) \right] \right\}, \quad (32a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_Y = & \frac{1}{8\mu_0\pi^2\delta_0^2} \left\{ a_2 \left[-\frac{9(2-\sqrt{3})}{2} \pi \alpha \gamma ((\Phi_{Z+} + \Delta\Phi_Z)^2 + (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2) \right. \right. \\ & + \frac{3(5-2\pi)}{5} \alpha \gamma (\Phi_S^2 + \Delta\Phi_X^2) - \frac{3(5+2\pi)}{5} \alpha \gamma (\Phi_S^2 + \Delta\Phi_Y^2) \Big] \\ & + a_3 \left[-\frac{15(\alpha^2 + \beta^2 - 4\gamma^2(1 + \ln 3))}{8} \pi \alpha ((\Phi_{Z+} + \Delta\Phi_Z)^2 - (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2) \right. \\ & + \frac{\gamma(15\sqrt{3}(17\alpha^2 + \beta^2 - 6\gamma^2) - 2\pi(35\alpha^2 - 5\beta^2 - 30\gamma^2 + 12))}{6\sqrt{2}} \Phi_S \Delta\Phi_X \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{5(21\sqrt{3} - 10\pi)\alpha\beta\gamma}{3\sqrt{2}}\Phi_S\Delta\Phi_Y \Big] \\
 & + a_4 \Bigg[- \frac{5(144(\sqrt{3} - 2) + 7(7 + 3\sqrt{3})(\alpha^2 + \beta^2) + 28(22 - 13\sqrt{3})\gamma^2)}{64} \\
 & \times \pi\alpha\gamma((\Phi_{Z+} + \Delta\Phi_Z)^2 + (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2) \\
 & + \frac{5\alpha\gamma(\pi(147\alpha^2 + 147\beta^2 + 74\gamma^2 - 115) + 8(56\alpha^2 + 21\beta^2 + 21\gamma^2 - 36))}{192}(\Phi_S^2 + \Delta\Phi_X^2) \\
 & - \frac{5\alpha\gamma(-\pi(147\alpha^2 + 147\beta^2 + 74\gamma^2 - 115) + 8(56\alpha^2 + 21\beta^2 + 21\gamma^2 - 36))}{192}(\Phi_S^2 + \Delta\Phi_Y^2) \Bigg] \Bigg\}, \quad (32b) \\
 M_Z = & \frac{1}{8\mu_0\pi^2\delta_0^2} \Bigg\{ - a_2 \Big[6\alpha\beta[(\Delta\Phi_X^2 - \Delta\Phi_Y^2)] \Big] \\
 & + a_3 \Big[\frac{-\beta(15\sqrt{3}(3\alpha^2 + \beta^2 - 6\gamma^2) + 2\pi(15\alpha^2 + 5\beta^2 + 30\gamma^2 - 12))}{6\sqrt{2}}\Phi_S\Delta\Phi_X \\
 & + \frac{\alpha(15\sqrt{3}(\alpha^2 + 3\beta^2 - 6\gamma^2) + 2\pi(5\alpha^2 + 15\beta^2 + 30\gamma^2 - 12))}{6\sqrt{2}}\Phi_S\Delta\Phi_Y \Big] \\
 & - a_4 \Big[\frac{5(77\alpha^2 + 77\beta^2 + 42\gamma^2 - 72)}{24}\alpha\beta(\Delta\Phi_X^2 - \Delta\Phi_Y^2) \Big] \Bigg\}. \quad (32c)
 \end{aligned}$$

计算漂移角速度时, 为了简化计算, 我们假设超导转子在稳定平台上工作, 始终保持转子动量矩矢量与球腔坐标系的偏角在跟踪误差角范围内. 这时, α, β 为小量, 其二次以上的量可以忽略不计, $\gamma \approx 1$. 令 $F_0 = 1/(8\mu_0\pi^2\delta_0^2)$, 于是得到一次干扰力矩引起的漂移角速度为

$$\begin{aligned}
 \omega_X = -\frac{M_Y}{H} = & -\frac{F_0}{H} \Bigg\{ \alpha a_2 \Big[- \frac{9(2 - \sqrt{3})}{2}\pi((\Phi_{Z+} + \Delta\Phi_Z)^2 + (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2) \\
 & + \frac{3(5 - 2\pi)}{5}(\Phi_S^2 + \Delta\Phi_X^2) - \frac{3(5 + 2\pi)}{5}(\Phi_S^2 + \Delta\Phi_Y^2) \Big] \\
 & + a_3 \Big[\frac{15(1 + \ln 3)}{2}\pi\alpha((\Phi_{Z+} + \Delta\Phi_Z)^2 - (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2) - \frac{15\sqrt{3} - 6\pi}{\sqrt{2}}\Phi_S\Delta\Phi_X \\
 & + \alpha a_4 \Big[\frac{275\sqrt{3} - 410}{16}\pi((\Phi_{Z+} + \Delta\Phi_Z)^2 + (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2) \\
 & - \frac{5(41\pi + 120)}{192}(\Phi_S^2 + \Delta\Phi_X^2) - \frac{5(41\pi - 120)}{192}(\Phi_S^2 + \Delta\Phi_Y^2) \Big] \Bigg\}, \quad (33a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \omega_Y = \frac{M_X}{H} = & \frac{F_0}{H} \Bigg\{ \beta a_2 \Big[\frac{9(2 - \sqrt{3})}{2}\pi((\Phi_{Z+} + \Delta\Phi_Z)^2 + (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2) \\
 & + \frac{3(5 + 2\pi)}{5}(\Phi_S^2 + \Delta\Phi_X^2) - \frac{3(5 - 2\pi)}{5}(\Phi_S^2 + \Delta\Phi_Y^2) \Big] \\
 & + a_3 \Big[- \frac{15(1 + \ln 3)}{2}\pi\beta((\Phi_{Z+} + \Delta\Phi_Z)^2 - (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2) + \frac{15\sqrt{3} - 6\pi}{\sqrt{2}}\Phi_S\Delta\Phi_Y \\
 & + \beta a_4 \Big[\frac{410 - 275\sqrt{3}}{16}\pi((\Phi_{Z+} + \Delta\Phi_Z)^2 + (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2) \\
 & + \frac{5(-120 + 41\pi)}{192}(\Phi_S^2 + \Delta\Phi_X^2) + \frac{5(120 + 41\pi)}{192}(\Phi_S^2 + \Delta\Phi_Y^2) \Big] \Bigg\}. \quad (33b)
 \end{aligned}$$

下面进一步考虑超导转子工作在实验室环境下的静态情况, 超导转子只受到重力加速度的影响, 假设重力加速度矢量 $\mathbf{g}$ 在惯性坐标系中表示为:

$$\mathbf{g} = (g_X \ g_Y \ g_Z)^T = g(G_X \ G_Y \ G_Z)^T. \quad (34)$$

在静止基础上, 作用于转子的超导磁支承力必须与转子的重力相平衡, 于是有以下式子成立:

$$\pi F_0 \{ 2\Phi_S\Delta\Phi_X 2\Phi_S\Delta\Phi_Y (-1 + \sqrt{3})[\Phi_{Z+}^2 - \Phi_{Z-}^2 + 2\Delta\Phi_Z(\Phi_{Z+} + \Phi_{Z-})] \}^T = -mg(G_X G_Y G_Z)^T, \quad (35)$$

其中, m 为转子质量. 将 (35) 式代入 (33) 式, 得

$$\begin{pmatrix} \omega_X \\ \omega_Y \end{pmatrix} = \frac{F_0}{H} \begin{pmatrix} \alpha G_X & \alpha G_Z & \alpha G_X^2 & \alpha G_Y^2 & \alpha G_Z^2 \\ \beta G_Y & \beta G_Z & \beta G_Y^2 & \beta G_X^2 & \beta G_Z^2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \left(\frac{9(2-\sqrt{3})\pi}{4} (\Phi_{Z+} + \Phi_{Z-})^2 + \frac{12}{5} \pi \Phi_S^2 \right) a_2 + \left(\frac{410-275\sqrt{3}}{32} \pi (\Phi_{Z+} + \Phi_{Z-})^2 + \frac{205}{96} \pi \Phi_S^2 \right) a_4 \\ \left(-\frac{15\sqrt{3}-6\pi}{2\sqrt{2}\pi} a_3 \right) \frac{mg}{F_0} \\ \left(\frac{15(1+\sqrt{3})(1+\ln 3)}{4} a_3 \right) \frac{mg}{F_0} \\ \left(-\frac{3(5-2\pi)}{5} a_2 + \frac{5(120+41\pi)}{192} a_4 \right) \left(\frac{mg}{2\pi F_0 \Phi_S} \right)^2 \\ \left(\frac{3(5+2\pi)}{5} a_2 - \frac{5(120-41\pi)}{192} a_4 \right) \left(\frac{mg}{2\pi F_0 \Phi_S} \right)^2 \\ \left(\frac{9}{8\pi} a_2 - \frac{5(1+28\sqrt{3})}{64\pi} a_4 \right) \left(\frac{mg}{F_0(\Phi_{Z+} + \Phi_{Z-})} \right)^2 \end{pmatrix}. \quad (36)$$

实际超导转子的参数为: 半径 25 mm, 质量 107 g, 极转动惯量 504.39 g·cm², 转速 12000 r/min. 在工作中, 转子主轴失准角很小, 假设 $\alpha = \beta = 1^\circ$, 上、下及侧向悬浮线圈电流分别为 16.8 A, 20 A, 10 A, 转子非球形二次谐波主要为离心变形量 0.43 μ m, 转子的圆度加工误差 0.1 μ m 主要反映为非球形 3 次及 4 次谐波系数, 根据 (36) 式计算得转子离心变形引起的超导转子漂移为 0.05°/h, 转子圆度误差引起的超导转子漂移为 0.007°/h.

3.3.2 失中度误差引起的二次干扰力矩及其漂移角速度计算

转子失中度定义为转子几何中心和球腔中心之间的偏移与额定间隙之比. 产生转子失中度的主要原因有: 由有限刚度的超导悬浮支承系统支承转子时, 外力将使转子偏离球腔中心而产生转子失中度; 另外转子位移测量电路的噪声干扰和零偏信号, 使得其输出的电零点与转子的机械零位不一致从而产生转子失中度. 转子失中度与非球形误差联合作用将产生作用于超导转子的二次干扰力矩.

计算方法与一次干扰力矩相同, 仍然采用分别计算转子非球形各次勒让德多项式导数的积分的方法, 不过这里为了简化计算, 设 α, β 为小量, $\gamma \approx 1$, 在计算过程中略去 α, β 小量, 则有

$$\begin{pmatrix} 0 & -\gamma & \beta \\ \gamma & 0 & \alpha \\ -\beta & \alpha & 0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \cos \theta_1 &= \alpha \sin \theta \cos \varphi + \beta \sin \theta \sin \varphi + \gamma \cos \theta \\ &\approx \cos \theta. \end{aligned} \quad (38)$$

经计算整理得到转子失中度引起的二次干扰力矩为

$$\begin{aligned} M_X &= F_0 \left\{ a_2 \left[-\frac{3}{2} \pi d_Y ((\Phi_{Z+} + \Delta \Phi_Z)^2 - (\Phi_{Z-} - \Delta \Phi_Z)^2) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{4(3\sqrt{3}-2\pi)}{\sqrt{2}} d_Z \Phi_S \Delta \Phi_Y \right] \right. \\ &\quad \left. + a_3 d_Y \left[-\frac{7+3\sqrt{3}}{8} \pi ((\Phi_{Z+} + \Delta \Phi_Z)^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (\Phi_{Z-} - \Delta \Phi_Z)^2) - \frac{7(2-\pi)}{8} (\Phi_S^2 + \Delta \Phi_X^2) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{7(2+\pi)}{8} (\Phi_S^2 + \Delta \Phi_Y^2) \right] \right. \\ &\quad \left. + a_4 \left[-\frac{5}{8} \pi d_Y ((\Phi_{Z+} + \Delta \Phi_Z)^2 - (\Phi_{Z-} - \Delta \Phi_Z)^2) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{5(25\sqrt{3}-12\pi)}{4\sqrt{2}} d_Z \Phi_S \Delta \Phi_Y \right] \right\}, \quad (39a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_Y &= F_0 \left\{ a_2 \left[\frac{3}{2} \pi d_X ((\Phi_{Z+} + \Delta \Phi_Z)^2 - (\Phi_{Z-} - \Delta \Phi_Z)^2) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{4(3\sqrt{3}-2\pi)}{\sqrt{2}} d_Z \Phi_S \Delta \Phi_X \right] \right. \\ &\quad \left. + a_3 d_X \left[\frac{7+3\sqrt{3}}{8} \pi ((\Phi_{Z+} + \Delta \Phi_Z)^2 \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2 - \frac{7(2+\pi)}{8}(\Phi_S^2 + \Delta\Phi_X^2) \\
& + \frac{7(2-\pi)}{8}(\Phi_S^2 + \Delta\Phi_Y^2) \Big] \\
& + a_4 \left[\frac{5}{8} \pi d_X ((\Phi_{Z+} + \Delta\Phi_Z)^2 - (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2) \right. \\
& \left. - \frac{5(25\sqrt{3} - 12\pi)}{4\sqrt{2}} d_Z \Phi_S \Delta\Phi_X \right] \Big\}. \quad (39b)
\end{aligned}$$

进一步假设超导转子工作在静止基础上, 同样满足 (35) 式成立.

令

$$(d_X \ d_Y \ d_Z)^T = \frac{mg}{\delta_0} \begin{pmatrix} \frac{G_X}{K_X} & \frac{G_Y}{K_Y} & \frac{G_Z}{K_Z} \end{pmatrix}^T, \quad (40)$$

式中, δ_0 为转子-球腔的额定间隙; K_i ($i = X, Y, Z$) 为三轴支承系统的刚度.

将 (35), (40) 式代入漂移角速度计算公式, 得到

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} \omega_X \\ \omega_Y \end{pmatrix} &= \frac{F_0}{H} \begin{pmatrix} \frac{1}{K_X} G_X & \frac{1}{K_Z} G_Z G_X & \frac{1}{K_X} G_X G_Z \\ \frac{1}{K_Y} G_Y & \frac{1}{K_Z} G_Z G_Y & \frac{1}{K_Y} G_Y G_Z \end{pmatrix} \\
&\times \begin{pmatrix} -\left(\frac{7+3\sqrt{3}}{16} \pi (\Phi_{Z+} + \Phi_{Z-})^2 - \frac{7}{4} \pi \Phi_S^2\right) a_3 \frac{mg}{\delta_0} \\ -\left(\frac{4(3\sqrt{3}-2\pi)}{2\sqrt{2}\pi} a_2 + \frac{5(25\sqrt{3}-12\pi)}{8\sqrt{2}\pi} a_4\right) \frac{(mg)^2}{\delta_0 F_0} \\ \left(\frac{3(1+\sqrt{3})}{4} a_2 + \frac{5(1+\sqrt{3})}{16} a_4\right) \frac{(mg)^2}{\delta_0 F_0} \end{pmatrix}. \quad (41)
\end{aligned}$$

设转子参数与前面的相同, 在转子失中误差 $\Delta\delta$ 为 10 μm , 即转子失中度 $\Delta\delta/\delta_0$ 为 0.02 时, 失中度与转子非球形二次谐波耦合产生的漂移为 $0.007^\circ/\text{h}$; 与转子非球形三次谐波耦合产生的漂移为 $0.003^\circ/\text{h}$; 与转子非球形四次谐波耦合产生的漂移为 $0.0004^\circ/\text{h}$.

3.3.3 铌碗装配误差引起的二次干扰力矩及其漂移角速度计算

上下两个半球状的铌碗形成的球腔实际上不可能是一个理想的圆球, 总是存在加工和装配误差的. 这些误差将会造成球腔-转子间隙的不均匀. 间隙不均匀又会造成支承系统磁场的不均匀, 从而与转子非球度误差相结合产生二次干扰力矩. 铌碗

加工误差主要是两个半碗的内球面半径不等或存在球度误差. 根据目前的加工工艺水平, 两个半碗的加工误差可以做到与转子非球形误差相当, 它们组合产生的二次干扰力矩通常较小. 两个半碗装配时会存在一定误差, 比球腔加工误差高一个数量级, 表现为两半碗在赤道平面内的错位 Δx , Δy 以及在极轴方向的高度误差 Δz , 如图 5 所示. 简单起见, 假设超导转子工作在稳定平台上, α, β 为小量, $\gamma \approx 1$, 在计算中略去 α, β 小量. 经计算整理, 得到铌碗装配误差引起的二次干扰力矩的表达式:

$$\begin{aligned}
M_X &= F_0 \left\{ a_2 \sigma_Y \left[-\frac{3}{2} \pi ((\Phi_{Z+} + \Delta\Phi_Z)^2 + (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2) \right. \right. \\
&+ \frac{3(2-\pi)}{4} (\Phi_S^2 + \Delta\Phi_X^2) - \frac{3(2+\pi)}{4} (\Phi_S^2 + \Delta\Phi_Y^2) \Big] \\
&+ a_3 \left[-\frac{7+3\sqrt{3}}{8} \pi \sigma_Y ((\Phi_{Z+} + \Delta\Phi_Z)^2 \right. \\
&- (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2) + \frac{2(56-33\sqrt{3})}{\sqrt{2}} \sigma_Z \Phi_S \Delta\Phi_Y \Big] \\
&+ a_4 \sigma_Y \left[-\frac{5}{8} \pi ((\Phi_{Z+} + \Delta\Phi_Z)^2 + (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2) \right. \\
&- \frac{85(2-\pi)}{64} (\Phi_S^2 + \Delta\Phi_X^2) \\
&+ \left. \left. \frac{85(2+\pi)}{64} (\Phi_S^2 + \Delta\Phi_Y^2) \right] \right\}, \quad (42a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_Y &= F_0 \left\{ a_2 \sigma_X \left[\frac{3}{2} \pi ((\Phi_{Z+} + \Delta\Phi_Z)^2 + (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2) \right. \right. \\
&+ \frac{3(2+\pi)}{4} (\Phi_S^2 + \Delta\Phi_X^2) - \frac{3(2-\pi)}{4} (\Phi_S^2 + \Delta\Phi_Y^2) \Big] \\
&+ a_3 \left[\frac{7+3\sqrt{3}}{8} \pi \sigma_X ((\Phi_{Z+} + \Delta\Phi_Z)^2 \right. \\
&- (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2) + \frac{2(-56+33\sqrt{3})}{\sqrt{2}} \sigma_Z \Phi_S \Delta\Phi_X \Big] \\
&+ a_4 \sigma_X \left[\frac{5}{8} \pi ((\Phi_{Z+} + \Delta\Phi_Z)^2 + (\Phi_{Z-} - \Delta\Phi_Z)^2) \right. \\
&- \frac{85(2+\pi)}{64} (\Phi_S^2 + \Delta\Phi_X^2) \\
&+ \left. \left. \frac{85(2-\pi)}{64} (\Phi_S^2 + \Delta\Phi_Y^2) \right] \right\}. \quad (42b)
\end{aligned}$$

进一步假设超导转子在静止基础上工作, 同样满足 (35) 式成立, 将 (35) 式代入漂移角速度计算公式, 得到

$$\begin{pmatrix} \omega_X \\ \omega_Y \end{pmatrix} = \frac{F_0}{H} \begin{pmatrix} \sigma_X & \sigma_Z G_X & \sigma_X G_Z & \sigma_X G_X^2 & \sigma_X G_Y^2 & \sigma_X G_Z^2 \\ \sigma_Y & \sigma_Z G_Y & \sigma_Y G_Z & \sigma_Y G_Y^2 & \sigma_Y G_X^2 & \sigma_Y G_Z^2 \end{pmatrix} \\
 \times \begin{pmatrix} \left(-\frac{3\pi}{4}(\Phi_{Z+} + \Phi_{Z-})^2 - \frac{3\pi}{2}\Phi_S^2 \right) a_2 + \left(-\frac{5\pi}{16}(\Phi_{Z+} + \Phi_{Z-})^2 - \frac{85\pi}{32}\Phi_S^2 \right) a_4 \\ -\frac{56-33\sqrt{3}}{\sqrt{2}\pi} a_3 \frac{mg}{F_0} \\ \frac{8+5\sqrt{3}}{8} a_3 \frac{mg}{F_0} \\ \left(-\frac{3(2+\pi)}{4} a_2 + \frac{85(2+\pi)}{64} a_4 \right) \left(\frac{mg}{2\pi F_0 \Phi_S} \right)^2 \\ \left(\frac{3(2-\pi)}{4} a_2 - \frac{85(2-\pi)}{64} a_4 \right) \left(\frac{mg}{2\pi F_0 \Phi_S} \right)^2 \\ \left(-\frac{3(2+\sqrt{3})}{8\pi} a_2 + \frac{5(2+\sqrt{3})}{32\pi} a_4 \right) \left(\frac{mg}{F_0(\Phi_{Z+} + \Phi_{Z-})} \right)^2 \end{pmatrix}. \quad (43)$$

仍然取与前面相同的转子参数, 铈碗装配误差 $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 10 \mu\text{m}$ 时, 与转子二次谐波耦合产生的漂移为 $0.02^\circ/\text{h}$; 与转子三次谐波耦合产生的漂移为 $0.001^\circ/\text{h}$; 与转子四次谐波耦合产生的漂移为 $0.001^\circ/\text{h}$.

4 结 论

本文从超导磁悬浮支承-转子系统的物理机理出发, 分析了超导转子非球形引起的磁支承干扰力矩及其引起的漂移误差, 包括转子非球形产生的一次干扰力矩、转子非球形与失中度和装配误差产生的二次干扰力矩, 并推导出了磁支承干扰力矩引起的漂移率计算公式, 代入转子参数计算出各种干扰力矩引起的漂移率大小. 其中转子离心变形引起的超导转子漂移为 $0.05^\circ/\text{h}$, 转子圆度误差引起的超导转子漂移为 $0.007^\circ/\text{h}$; 转子失中度 $\Delta\delta/\delta_0$ 为 0.02 时, 失中度与转子非球形二次谐波、三次谐波、四次谐波耦合产生的漂移分别为 $0.007^\circ/\text{h}$, $0.003^\circ/\text{h}$, $0.0004^\circ/\text{h}$; 铈碗装配误差 $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 10 \mu\text{m}$ 时, 与转子二次谐波、三次谐波、四次谐波耦合产生的漂移分别为 $0.02^\circ/\text{h}$, $0.001^\circ/\text{h}$, $0.001^\circ/\text{h}$. 分析结果为转子漂移测试和系统误差补偿提供了参考, 对于转子的结构优化设计具有指导意义.

参考文献

- [1] Moody M V, Paik H J, Canavan E R 2002 *Rev. Sci. Instrum.* **73** 3957
- [2] Goodkind J M 1999 *Rev. Sci. Instrum.* **70** 4131
- [3] Ma J, Yang W M, Wang M, Chen S L, Feng Z L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 227401 (in Chinese) [马俊, 杨万民, 王妙, 陈森林, 冯忠岭 2013 物理学报 **62** 227401]
- [4] Yang W M, Li G Z, Cheng X F, Guo X D, Ma J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 027401 (in Chinese) [杨万民, 李国政, 程晓芳, 郭晓丹, 马俊 2011 物理学报 **60** 027401]
- [5] Deng Z G, Wang J S, Wang S Y, Zheng J, Lin Q X, Zhang Y 2009 *Transactions of China Electrotechnical Society* **24** 1 (in Chinese) [邓自刚, 王家素, 王素玉, 郑琨, 林群熙, 张娅 2009 电工技术学报 **24** 1]
- [6] Wang H S, Dai Y M, Wang Q L 2006 *Chin. J. Low Temperature Phys.* **28** 94 (in Chinese) [王厚生, 戴银明, 王秋良 2006 低温物理学报 **28** 94]
- [7] Ouyang S G, Guan Y, She W L 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1596 (in Chinese) [欧阳世根, 关毅, 余卫龙 2002 物理学报 **51** 1596]
- [8] Urman Y M 1997 *Tech. Phys.* **42** 1
- [9] Urman Y M 1997 *Tech. Phys.* **42** 7
- [10] Liu J H, Wang Q L 2009 *Phys. C* **469** 756
- [11] Zhao S W, Wang Q L, Cui C Y 2010 *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **20** 888
- [12] He C, Wang Q, Li C, Yan L, Dai Y 2007 *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **17** 2174
- [13] Gao Z Y 2004 *Electrostatic Gyroscope Technology* (Beijing: Tsinghua University Press) p136 (in Chinese) [高钟毓 2004 静电陀螺仪技术 (北京: 清华大学出版社) 第 136 页]

Analysis of magnetic disturbance torque and drift error in a superconducting suspension system^{*}

Cui Chun-Yan[†] Hu Xin-Ning Cheng Jun-Sheng Wang Hui Wang Qiu-Liang

(Institute of Electrical Engineering, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

(Received 7 August 2014; revised manuscript received 2 September 2014)

Abstract

In a superconducting suspension system, the disturbance torque acting on the superconducting rotor may not be generated if the rotor is an ideal sphere and in the complete Meissner state. However, in fact there exist always spherical tolerance during manufacturing process of the sphere and the centrifugal distortion due to the high speed rotation. Therefore, the disturbance torque will be generated due to the magnetic levitation force not getting through the mass center of the rotor when the rotor is levitated in the magnetic field. Based on the physical mechanism of the superconducting-magnetic bearing, the disturbance torque and the drift error are analyzed. The disturbance torques include the main torque due to asphericity of the sphere, the second torque generated by the combination of asphericity, uncentering and assembly errors. The model of drift rate is also deduced and the drift rate is calculated by substituting the rotor parameters into the formula. This analysis provides a reference for the rotor drift testing and error compensation, and is instructive for the optimization design of the rotor structure.

Keywords: superconducting suspension, superconducting rotor, disturbance torque

PACS: 84.71.Ba, 85.70.Rp, 45.20.da

DOI: 10.7498/aps.64.018403

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51107135).

[†] Corresponding author. E-mail: ccyan@mail.iee.ac.cn