

轴对称构件受力分析的插值粒子法

杜红秀 魏宏 秦义校 李中华 王同尊

Interpolating particle method for mechanical analysis of space axisymmetric components

Du Hong-Xiu Wei Hong Qin Yi-Xiao Li Zhong-Hua Wang Tong-Zun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 100204 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.100204

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.100204>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I10>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

镁基合金自由枝晶生长的相场模拟研究

Phase-field modeling of free dendritic growth of magnesium based alloy

物理学报.2015, 64(6): 060201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.060201>

黏弹性问题的改进的复变量无单元 Galerkin 方法

Improved complex variable element-free Galerkin method for viscoelasticity problems

物理学报.2014, 63(18): 180203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.180203>

压缩感知理论在矩量法中的应用

Application of compressed sensing theory in the method of moments

物理学报.2014, 63(12): 120202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.120202>

用于脉冲等离子体推力器烧蚀过程仿真的新型机电模型

A modified electromechanical model with one-dimensional ablation model for numerical analysis of the pulsed plasma thruster

物理学报.2013, 62(21): 210202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.210202>

时域磁场积分方程时间步进算法稳定性研究

Investigation of the stability of time-domain magnetic field integral equations based on marching on-in time algorithm

物理学报.2013, 62(9): 090206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.090206>

轴对称构件受力分析的插值粒子法*

杜红秀¹⁾ 魏宏¹⁾ 秦义校^{2)†} 李中华³⁾ 王同尊²⁾

1)(太原理工大学建筑与土木工程学院, 太原 030024)

2)(太原科技大学机械工程学院, 太原 030024)

3)(山推工程机械有限公司, 济宁 272000)

(2014年11月8日收到; 2014年12月19日收到修改稿)

面对土木工程与机械工程中广泛存在的轴对称力学问题, 采用具有离散点插值特性的无网格方法形函数, 结合弹性力学空间轴对称问题的最小势能原理, 建立了轴对称构件力学分析的插值粒子法. 本文无网格方法构造形函数不依赖网格, 也具有像有限元法一样可直接施加边界条件的优点. 本方法能直接获得全域连续应力场, 避免了有限元法应力后处理二次拟合带来的计算误差. 最后通过实例分析, 验证了所建立的无网格方法的有效性.

关键词: 插值重构核粒子法, 空间轴对称, 弹性问题, 无网格方法

PACS: 02.60.Cb, 02.70.Pt, 46.25.-y

DOI: 10.7498/aps.64.100204

1 引言

在土木与机械等实际工程中, 有一类几何形状、约束条件与外载荷都对称于某一固定轴的承载构件, 此类构件的力学分析问题即为力学分析的轴对称问题. 有限元法是常用的工程分析方法, 但其在分析高速撞击、火灾混凝土构件裂纹扩展、金属加工成型等涉及大变形等问题时, 所得应力解的不连续和计算过程中的网格不断划分与重构, 造成了计算量大、精确度降低等问题. 近几年, 许多无网格法发展起来, 无网格方法的共同特征是采用的一系列点来构造试函数, 是一种基于点的逼近方法^[1-4]. 当前, 无网格 Galerkin 法 (EFG)^[5-7] 和重构核粒子法 (RKPM)^[8] 是最重要的无网格方法. 在这方面已有不少重要研究工作^[9-13], 无网格局部 Petrov-Galerkin (MLPG) 方法是由 Atluri 等^[14,15] 提出的另一种类型的无网格方法, 并用到轴对称问题中. 国内学者也对重构核粒子法及其应用进行了研究^[16]. 程玉民等^[17-27] 首先提出了复变量无网格法并用于求解各类力学问题, 其中一部分采用重构核粒子法构造复数无网

格形函数的实部与虚部^[18,25,26], 其余采用了移动最小二乘无网格法来构造. 何沛祥等^[28] 采用无网格 Galerkin 法分析轴对称问题, 得到弹性力学中的对称问题的无网格离散方程. 插值的重构核粒子法 (interpolating reproducing kernel particle method, 即 IRKPM, 简称 IPM) 的形函数是通过一个简单函数引入插值特性, 并由重构条件构造富集函数, 从而得到一个具有任意离散点插值特性的形函数. 本文将此具有离散点插值特性的无网格法形函数和弹性力学空间轴对称问题的积分控制方程相结合, 利用最小势能原理建立弹性力学空间轴对称问题的插值粒子法. 该方法可直接施加边界条件, 具有解题规模较小和精度高等优点.

2 轴对称弹性构件受力分析的插值粒子法

2.1 问题的基本方程

针对工程中的空间轴对称问题, 常采用柱坐标系 $or\theta z$ 进行力学性能分析, z 为对称轴, r 为极轴,

* 国家自然科学基金 (批准号: 51478290) 和山西省自然科学基金 (批准号: 2013011022-6) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: qyx819@163.com; tydhx@163.com

θ 为环向轴. 由弹性体几何形状、受力和约束各已知分量都对称于 z 轴可知, 位移、应变和应力都与 θ 无关, 这些未知量只是 r 和 z 的函数. 任意一点的位移只有 r 方向的径向位移 u_r 和 z 方向的轴向位移 w_z , 而 θ 方向的位移为零. 于是, 这类问题只研究其任意一个通过 z 轴的子午面上的应力、应变和位移即可.

在极半径平面 roz 内, 可把问题域的截面划分为 M 个任意直边四边形子域, 其中一个子域为 Ω^e , 这些子域之和为分析对象的截面 Ω . 该截面绕 z 轴旋转 2π , 即形成一系列直边四边形环形体. 在任意环形子域, 这里设体力向量为 \mathbf{b} 、自然边界上的已知表面力为 $\bar{\mathbf{t}}$ 和本质边界的已知位移为 $\bar{\mathbf{u}}$. 则弹性体的位移 $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = [u_r w_z]^T = [uw]^T$ 、应力 $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_r \sigma_\theta \sigma_z \tau_{rz}]^T$ 和应变 $\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_r \varepsilon_\theta \varepsilon_z \gamma_{rz}]^T$ 的关系方程为

$$\mathbf{L}^T \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = 0, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L} \mathbf{u}, \quad \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (1)$$

此外还应满足位移边界条件和力的边界条件. 上式中, \mathbf{L} 为微分算子矩阵, \mathbf{D} 为轴对称问题的弹性矩阵, 且

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 \\ \frac{1}{r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{D} = \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \times \begin{bmatrix} 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & \frac{\mu}{1-\mu} & 0 \\ \frac{\mu}{1-\mu} & 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & 0 \\ \frac{\mu}{1-\mu} & \frac{\mu}{1-\mu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中, E 和 μ 分别为材料的弹性模量和泊松比.

2.2 2D轴对称问题插值的重构核粒子法位移试函数

对于域 Ω 上任意计算点 \mathbf{x} , 定义试函数 $u(\mathbf{x})$ 的插值形式为

$$u(\mathbf{x}) \approx u^h(\mathbf{x}) = \sum \Psi_I(\mathbf{x}) u_I(\mathbf{x} \in \Omega), \quad (4)$$

这里, $u_I = u(\mathbf{x}_I)$ 为试函数在粒子 \mathbf{x}_I 的值; $\Psi_I(\mathbf{x})$ 为插值的重构核粒子法粒子 \mathbf{x}_I 的形函数 $\Psi_I(\mathbf{x}) = \hat{\Psi}_I(\mathbf{x}) + \bar{\Psi}_I(\mathbf{x})$, 其中 $\hat{\Psi}_I(\mathbf{x})$ 为粒子 \mathbf{x}_I 处的权函数与其在该粒子的值的比值, 其权函数紧支域尺寸小于该粒子到最近粒子的距离; $\bar{\Psi}_I(\mathbf{x})$ 为由基函数向量采用重构条件构造的光滑函数, 其权函数紧支域尺寸大于该粒子到最近粒子的距离, 最小取值应保证在径向包含的粒子数不小于基函数多项式的次数. $\Psi_I(\mathbf{x})$ 的导函数为 $\Psi_{I,i}(\mathbf{x}) = \mathbf{A}_i^T(\mathbf{x}) \mathbf{B}(\mathbf{x}) + \mathbf{A}^T(\mathbf{x}) \mathbf{B}_i(\mathbf{x})$. 插值的重构核粒子法形函数与其导数的具体列式见文献[29].

对于(1)式空间轴对称问题的极轴与对称轴形成的平面域 Ω , 在其上布置 N 个离散粒子, 则任意计算点 \mathbf{x} 处的位移可由各粒子 I 的形函数子阵 $\boldsymbol{\psi}_I$ 和粒子位移 $\mathbf{u}_I = [u_I w_I]^T$ 的插值形式来表示, 即

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(\mathbf{x}) &\approx \mathbf{u}^h(\mathbf{x}) \\ &= \boldsymbol{\psi} \mathbf{u}^n = \begin{bmatrix} \psi_1 & 0 & \cdots & \psi_n & 0 \\ 0 & \psi_1 & \cdots & 0 & \psi_n \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ w_1 \\ \vdots \\ u_n \\ w_n \end{pmatrix} \\ &= \sum \boldsymbol{\psi}_I \mathbf{u}_I, \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $\boldsymbol{\psi}$ 为形函数矩阵, n 为计算点影响域内的粒子数, 粒子 I 的形函数子阵 $\boldsymbol{\psi}_I$ 为

$$\boldsymbol{\psi}_I = \begin{bmatrix} \psi_I & 0 \\ 0 & \psi_I \end{bmatrix}. \quad (6)$$

由(1), (2)和(5)式可得应变

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} &= \mathbf{L} \mathbf{u}^h = \mathbf{B} \mathbf{u}^n \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_1}{\partial r} & 0 & \frac{\partial \psi_2}{\partial r} & 0 & \cdots & \frac{\partial \psi_n}{\partial r} & 0 \\ \frac{\psi_1}{r} & 0 & \frac{\psi_2}{r} & 0 & \cdots & \frac{\psi_n}{r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \psi_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial \psi_2}{\partial z} & \cdots & 0 & \frac{\partial \psi_n}{\partial z} \\ \frac{\partial \psi_1}{\partial z} & \frac{\partial \psi_1}{\partial r} & \frac{\partial \psi_2}{\partial z} & \frac{\partial \psi_2}{\partial r} & \cdots & \frac{\partial \psi_n}{\partial z} & \frac{\partial \psi_n}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ w_2 \\ \vdots \\ u_n \\ w_n \end{pmatrix} \\ &= \sum \mathbf{B}_I \mathbf{u}_I, \end{aligned} \quad (7)$$

其中, \mathbf{B} 为应变矩阵, \mathbf{B}_I 为粒子 \mathbf{x}_I 的应变子阵, 且

$$B_I = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_1}{\partial r} & 0 \\ \frac{\psi_1}{r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \psi_1}{\partial z} \\ \frac{\partial \psi_1}{\partial z} & \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

2.3 空间弹性轴对称问题的插值粒子法

稳定状态的弹性体的势能 Π 为应变能 U 与外力功 W 之差, 即

$$\begin{aligned} \Pi &= U - W \\ &= \frac{1}{2} \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega \\ &\quad - \left(\int_{\Omega} \mathbf{u}^T \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_t} \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma \right). \end{aligned} \quad (9)$$

当轴对称受力弹性体划分为 M 个任意直边四边形环形子域, 则 $\Pi \approx \sum_{e=1}^M \Pi^e$, 其中子域 e 的势能为

$$\begin{aligned} \Pi^e &= U^e - W^e \\ &= \frac{1}{2} \int_{\Omega_e} \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega \\ &\quad - \left(\int_{\Omega_e} \mathbf{u}^T \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_{et}} \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma \right). \end{aligned} \quad (10)$$

在任意子域, 构造如(5)式所示的满足位移边界条件的试函数, 再应用势能最小原理 $\min_{\mathbf{u}^h \in BC(\bar{\mathbf{u}})} \Pi^e$, 即 $\frac{\partial \Pi^e}{\partial \mathbf{u}^e} = 0$, 可得

$$\mathbf{K}^e \mathbf{u}^e = \mathbf{f}^e, \quad (11)$$

其中, \mathbf{K}^e , \mathbf{u}^e 和 \mathbf{f}^e 分别是子域积分计算所涉及的离散粒子集的刚度矩阵、位移和力向量, 且

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^e &= \int_{\Omega^e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} d\Omega \\ &= \int_{A^e} \int_0^{2\pi} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} r d\theta dr dz \\ &= 2\pi \int_{A^e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} r dr dz, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^e &= \int_{\Omega^e} \boldsymbol{\psi}^T \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_t^e} \boldsymbol{\psi}^T \bar{\mathbf{t}} dA \\ &= 2\pi \int_{A^e} \boldsymbol{\psi}^T \mathbf{b} r dr dz + 2\pi \int_{l_t^e} \boldsymbol{\psi}^T \bar{\mathbf{t}} r dl, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\mathbf{K}_{IJ}^e = 2\pi \int_{A^e} \mathbf{B}_I^T \mathbf{D} \mathbf{B}_J r dr dz, \quad (14)$$

$$\mathbf{f}_I^e = 2\pi \int_{A^e} \boldsymbol{\psi}_I^T \mathbf{b} r dr dz + 2\pi \int_{l_t^e} \boldsymbol{\psi}_I^T \bar{\mathbf{t}} r dl, \quad (15)$$

\mathbf{K}_{IJ}^e 为 \mathbf{K}^e 的 2×2 阶子阵, \mathbf{f}_I^e 为 \mathbf{f}^e 的 I 粒子处的等效力 2 元向量.

对各单元运用(11)式, 代数叠加即可得

$$\mathbf{K} \mathbf{u}^N = \mathbf{f}, \quad (16)$$

该式就是工程弹性轴对称构件分析的插值重构核粒子法的整体刚度方程. 其中, \mathbf{K} , \mathbf{u}^N 和 \mathbf{f} 分别为整体刚度矩阵、全部离散粒子的位移和外力列阵, N 为域 A 布置的粒子总数.

由(14)和(15)式可得

$$\mathbf{K}_{IJ} = \sum_e \mathbf{K}_{IJ}^e, \quad (17)$$

$$\mathbf{f}_I = \sum_e \mathbf{f}_I^e, \quad (18)$$

其中 $I, J = 1, 2, \dots, N$; \mathbf{K}_{IJ} 为 \mathbf{K} 的子阵, \mathbf{f}_I 为 \mathbf{f} 的 2 元向量.

求解(16)式时, 由于构造位移试函数的插值的重构核粒子法形函数在分析域的每个离散粒子都具有 Kronecker δ 函数特性, 故可直接施加本质边界条件. 求得 \mathbf{u}^N 后, 由(7)式可求得各子域计算点的应变, 再由本构方程求出应力.

3 数值算例

3.1 受内压的柱状孔隙

混凝土中的一个柱状孔隙如图 1 所示, 受内压 $q = 100$ MPa 作用, 内径为 $2a = 20$ mm, 外径 $2b = 100$ mm. 材料弹性模量设为 $E = 4.5 \times 10^4$ MPa, $\mu = 0.2$. 当构件为无限长时, 其解析解为

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{qa^2(r^2 - b^2)}{r^2(b^2 - a^2)}, \\ \sigma_\theta &= \frac{qa^2(r^2 + b^2)}{r^2(b^2 - a^2)}, \\ u &= \frac{1 - \mu}{E} \frac{a^2 r q}{b^2 - a^2} + \frac{1 + \mu}{E} \frac{a^2 b^2 q}{(b^2 - a^2)r}. \end{aligned}$$

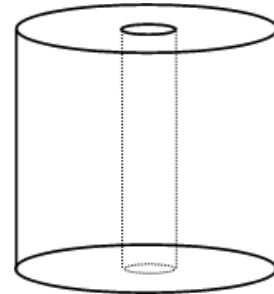


图 1 受内压的柱状空隙混凝土筒件

Fig. 1. Concrete cylinder as bearing internal pressure.

用本文IRKPM方法求解时, 截取其长度 100 mm, 将其放置在光滑的水平基础上进行分析. 其为轴对称问题, 求解时在分析域布置 11×19 个粒子, 如图 2 所示. 选用三次样条函数作为权函数和长方形紧支域, 取一次基函数, 每个子域均采用 4×4 点的 Gauss 积分.

求得的在 $z = 50$ mm 横截面的径向位移 u 、径向应力 σ_r 和环向应力 σ_θ 如图 3—图 5 所示.

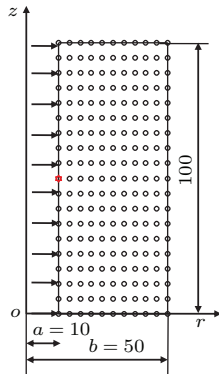


图 2 模型简图

Fig. 2. Simplified diagram of analysis model.

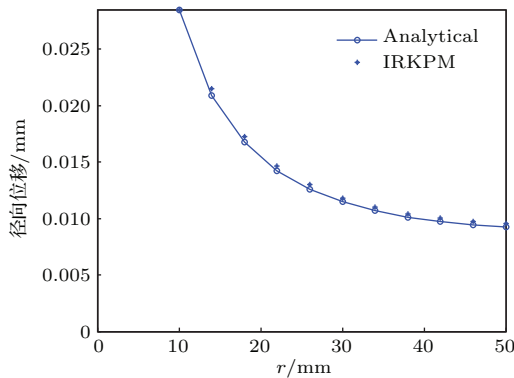


图 3 $z = 50$ 横截面的位移 u

Fig. 3. Displacement u on cross section $z = 50$.

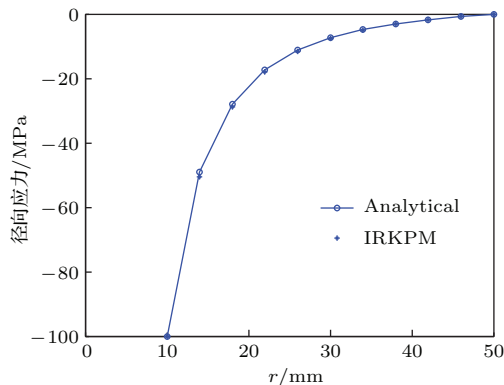


图 4 $z = 50$ 横截面的应力 σ_r

Fig. 4. Stress σ_r on cross section $z = 50$.

由以上图形中与解析解的比较, 可见 IRKPM 分析结果具有较高精度.

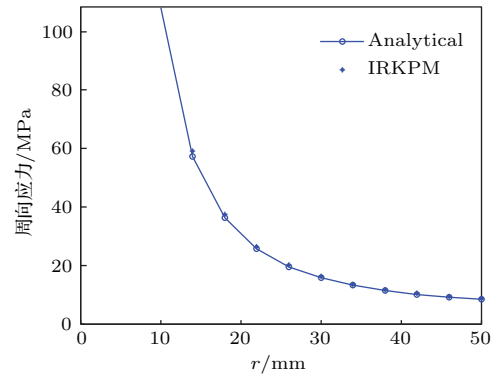


图 5 $z = 50$ 横截面的应力 σ_θ

Fig. 5. Stress σ_θ on cross section $z = 50$.

3.2 带锥形缺陷的受压圆柱

圆柱桩基段的直径 1000 mm, 长为 1000 mm. 它的材料弹性模量为 $E = 4.5 \times 10^4$ MPa, 泊松比 $\mu = 0.2$. 在两端面受均布压力 $p = 50$ MPa 的作用, 如图 6 所示.

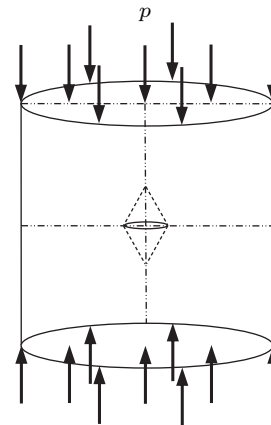


图 6 两端受均匀压力的带锥形缺陷圆柱

Fig. 6. Column with conical defect as bearing uniform pressure on both ends.

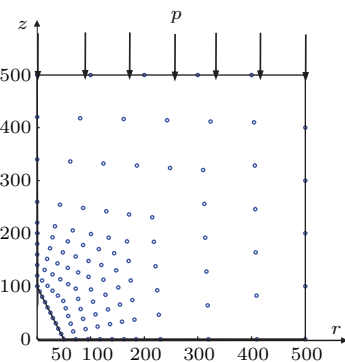


图 7 模型简化图

Fig. 7. Simplified diagram of analysis model.

用本文 IRKPM 求解空间轴对称问题时, 在分析域子午面上布置 11×11 个粒子, 如图 7 所示. 选取矩形紧支域, 采用一次基函数, 权函数采用三次样条函数, 在子午面的各子域积分采用 4×4 的高斯数值积分.

本例有限元分析时, 网格逐步加密到解几乎不再变化为止, 以模拟问题精确解. 而用本文方法求解采用图 7 的粒子分布方案.

图 8 和图 9 分别为用 IRKPM 和有限元法 (FEM) 求得的 $z = 0$ 截面的 r 方向位移 u_r 和对称轴 z 上的位移 w .

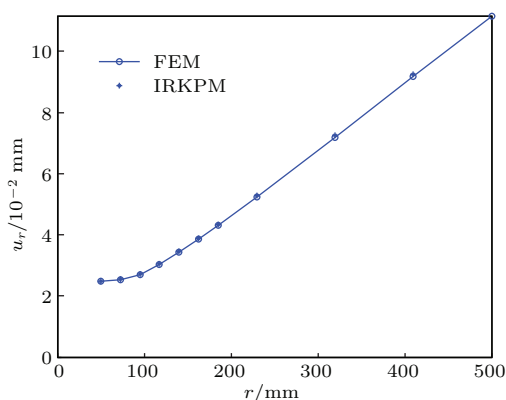


图 8 $z = 0$ 截面的 r 方向位移 u_r

Fig. 8. Displacement u_r in the r direction on cross section $z = 0$.

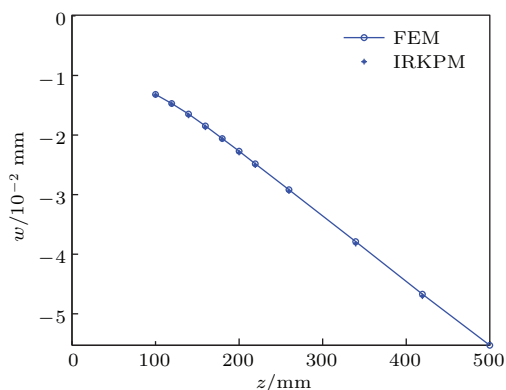


图 9 对称轴 z 上的位移 w

Fig. 9. Displacement w on the symmetry axis z .

从应力分析情况看, 本文 IRKPM 和 FEM 求得的应力只有 z 方向分量是显著的, 其余应力分量都较小. 图 10 是 $z = 0$ 截面上不同径向位置的 z 分析的应力分量 σ_z , 从中可见缺陷周边存在 3 倍的应力集中现象.

通过以上图 8、图 9 和图 10 的对比表明, IRKPM 法具有较好的精度.

以上算例表明, 本文提出的 IRKPM 在分析弹性力学空间轴对称问题时, 具有较好的精度和稳定性.

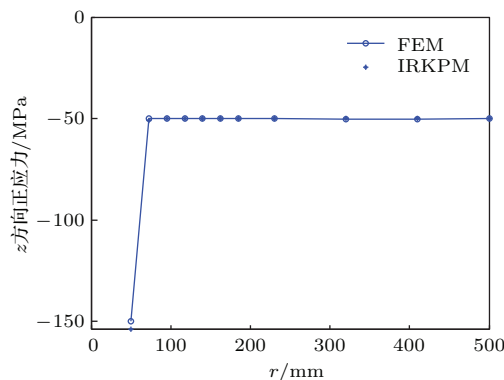


图 10 $z = 0$ 截面的应力 σ_z

Fig. 10. Stress σ_z on cross section $z = 0$.

4 结 论

1) 本文依据插值的重构核粒子法形函数耦合弹性力学空间轴对称问题的最小势能原理, 建立了弹性力学空间轴对称问题的插值的粒子法, 并推导出相应的矩阵求解方程.

2) 由于插值粒子法形函数具有点插值函数特性, 形成位移试函数摆脱了对网格的依赖, 是精度较高的无网格数值模拟方法, 本文方法可直接施加边界条件, 提高了计算效率.

3) 简单工程算例表明, 该方法在求解空间轴对称问题时, 可以直接形成分析对象全域连续应力场, 避免了有限元法应力后处理二次拟合误差, 具有较好的计算稳定性, 从而验证了本文所提出的无网格方法的有效性.

参考文献

- [1] Lancaster P, Salkauskas K 1981 *Math. Comput.* **37** 141
- [2] Belytschko T, Lu Y Y, Gu L 1994 *Int. J. Numer. Methods Engineer.* **37** 229
- [3] Cheng R J, Cheng Y M 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5569 (in Chinese) [程荣军, 程玉民 2007 物理学报 **56** 5569]
- [4] Chen L, Cheng Y M 2010 *Chin. Phys. B* **19** 090204
- [5] Cheng Y M, Peng M J 2005 *Sci. China Ser G: Phys. Mech. Astron.* **35** 435 (in Chinese) [程玉民, 彭妙娟 2005 中国科学 G: 物理学 力学 天文学 **35** 435]
- [6] Cheng R J, Ge H X 2009 *Chin. Phys. B* **18** 4059
- [7] Cheng Y M, Liew K M, Kitipornchai S 2009 *Int. J. Numer. Methods Engineer.* **78** 1258

- [8] Qin Y X, Cheng Y M 2008 *Chin. J. Mech. Engineer.* **44** 95 (in Chinese) [秦义校, 程玉民 2008 机械工 程学报 **44** 95]
- [9] Liu W K, Jun S, Zhang Y F 1995 *Int. J. Numer. Methods Engineer.* **20** 1081
- [10] Liu W K, Chen Y, Uras R A, Chang C T 1996 *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* **139** 91
- [11] Gingold R A, Monaghan J J 1977 *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **181** 375
- [12] Chen J S, Yoon S, Wang H P, Liu W K 2000 *Comput. Methods. Appl. Mech. Engrg.* **181** 117
- [13] Chen J S, Han W, You Y, Meng X P 2003 *Int. J. Numer. Methods Engineer.* **56** 935
- [14] Atluri S N, Zhu T 1998 *Computat. Mech.* **22** 117
- [15] Atluri S N, Kim H G, Cho J Y 1999 *Comput. Mech.* **24** 348
- [16] Qin Y X, Cheng Y M 2009 *Chin. J. Theoret. Appl. Mech.* **41** 898 (in Chinese) [秦义校, 程玉民 2009 力学学报 **41** 898]
- [17] Cheng Y M, Li J H 2006 *Sci. China Ser. G: Phys. Mech. Astron.* **49** 46
- [18] Chen L, Cheng Y M 2010 *Sci. China Ser. G: Phys. Mech. Astron.* **53** 954
- [19] Gao H F, Cheng Y M 2010 *Int. J. Computat. Methods* **7** 55
- [20] Ren H P, Cheng Y M 2012 *Engineer. Anal. Boundary Elements* **36** 873
- [21] Cheng Y M, Wang J F, Bai F N 2012 *Chin. Phys. B* **21** 090203
- [22] Cheng Y M, Li R X, Peng M J 2012 *Chin. Phys. B* **21** 090205
- [23] Cheng Y M, Wang J F, Li R X 2012 *Int. J. Appl. Mech.* **4** 1250042
- [24] Wang J F, Cheng Y M 2013 *Chin. Phys. B* **22** 030208
- [25] Chen L, Cheng Y M 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6047 (in Chinese) [陈丽, 程玉民 2008 物理学报 **57** 6047]
- [26] Chen L, Cheng Y M 2010 *Sci. China Ser. G: Phys. Mech. Astron.* **40** 242 (in Chinese) [陈丽, 程玉民 2010 中国科学 G: 物理学 力学 天文学 **40** 242]
- [27] Weng Y J, Cheng Y M 2013 *Chin. Phys. B* **22** 090204
- [28] He P X, Li Z R, Wu C C 2003 *J. Univ. Sci. Technol. China* **33** 318 (in Chinese) [何沛祥, 李子然, 吴长春 2003 中国科技大学学报 **33** 318]
- [29] Li Z H, Qin Y X, Cui X C 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 080205 (in Chinese) [李中华, 秦义校, 崔小朝 2012 物理学报 **61** 080205]

Interpolating particle method for mechanical analysis of space axisymmetric components*

Du Hong-Xiu¹⁾ Wei Hong¹⁾ Qin Yi-Xiao^{2)†} Li Zhong-Hua³⁾ Wang Tong-Zun²⁾

1) (College of Architecture and Civil Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)

2) (College of Mechanical Engineering, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China)

3) (Shantui Construction Machinery Co. , Ltd, Jining 272000, China)

(Received 8 November 2014; revised manuscript received 19 December 2014)

Abstract

For the mechanical analyses of the axisymmetric structures in civil and mechanical engineering, combining the interpolating reproducing kernel particle method and the principle of minimum potential energy of space axisymmetrical elastic problems, the interpolating particle method for space axisymmetrical problem of elasticity is presented. And the corresponding matrix equations are deduced. This method employs the shape function with interpolating properties of scatter points and forms the displacement trial function to get rid of dependence on meshes, so it has an advantage that it can directly exert boundary conditions and can increase the computation efficiency. This method can obtain the global continuous stress field directly and avoid the fitting calculation error of stress in the post-processing of finite element method, then it is a high-precision numerical simulation method. Numerical examples are given to show the validity of the new mesh-less method in the paper.

Keywords: interpolating particle method, space axisymmetry, elastic mechanics problems, meshless method

PACS: 02.60.Cb, 02.70.Pt, 46.25.-y

DOI: [10.7498/aps.64.100204](https://doi.org/10.7498/aps.64.100204)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51478290) and the Natural Science Foundation of Shanxi Province, China (Grant No. 2013011022-6).

† Corresponding author. E-mail: qyx819@163.com; tyd hx@163.com