

基于脏脸博弈模型的人车路口穿越行为研究

王璐 叶顺强 谢能刚

Crossing behavior of pedestrians and vehicles at unsignalized intersection based on dirty faces game

Wang Lu Ye Shun-Qiang Xie Neng-Gang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 120201 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.120201

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.120201>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I12>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于改进格子气模型的对向行人流分层现象的随机性研究

Randomness analysis of lane formation in pedestrian counter flow based on improved lattice gas model

物理学报.2015, 64(1): 018903 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.018903>

具有加权顾前势的交通流模型

On traffic flow model with weighted look-ahead potential

物理学报.2014, 63(22): 228901 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.228901>

基于交通流量的病毒爆发动力行为研究

Dynamical patterns of epidemic outbreaks on scale-free networks with traffic flow

物理学报.2012, 61(20): 200209 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.200209>

基于交通流量的病毒扩散动力学研究

Epidemic spreading on scale-free networks with traffic flow

物理学报.2012, 61(15): 150201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.150201>

一种无线传感器网络簇间拓扑演化模型及其免疫研究

Study on a model of topology evolution of wireless sensor networks among cluster heads and its immunization

物理学报.2012, 61(9): 090202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.090202>

基于脏脸博弈模型的人车路口穿越行为研究*

王璐[†] 叶顺强 谢能刚

(安徽工业大学机械工程学院, 马鞍山 243002)

(2014年12月15日收到; 2015年1月22日收到修改稿)

行人与车辆在穿越无信号路口时的行为冲突尤其具有危险性, 行人和机动车不仅具有运动特征, 更具有行为特征, 因此需要从社会学层面对人车路口穿越问题进行建模. 通过对无信号路口处人车干扰机理的深入剖析, 提出基于脏脸博弈模型研究人车“理性人”的行为特征以及交互行为背后的微观机理, 分析了人车穿越路口时共同知识的形成过程、人车双方优势策略的产生机理和人车脏脸博弈的动力学过程. 理论推导了人、车收益的数学期望和发生人车冲突的概率. 分析结果表明: 行人穿越的理论时间和机动车穿越的理论时间越接近, 人车越容易发生冲突. 同时, 进一步分析了不同车型、不同行人等待时间和个体认知能力异质性对人车冲突概率的影响.

关键词: 行人过街, 无信号路口, 脏脸博弈, 共同知识

PACS: 02.50.Le, 89.40.Bb

DOI: 10.7498/aps.64.120201

1 引言

由于交通流现象的复杂多样, 吸引了包括流体力学、系统科学、理论物理学、计算机科学、非线性科学、统计学等领域的学者的关注并提出了多种交通流模型, 如LWR模型^[1,2]、Payne模型^[3]、气体动理论模型^[4,5]、跟驰模型^[6]、元胞自动机模型^[7]等. 以上的模型大体上又可以划分为两类, 即宏观模型和微观模型. 宏观模型的基本思想是以人车的平均密度、平均速度以及路段流量等宏观性指标对交通现象进行刻画, 从而研究他们的集体综合平均行为, 并不关注单个个体的特性. 微观模型的基本思想是将道路中人车看作复杂多粒子系统, 从单个粒子的运动特性入手, 考虑它们之间的动力学作用, 进而推演出整个系统的物理性质.

众所周知, 混合交通流是我国城市交通的基本特征, 也是造成城市交通拥堵的重要原因之一. 特别是在无信号交叉口, 由于没有交通信号对人和车辆进行分离, 行人与车辆在穿越人行横道时的行为冲突尤其具有危险性^[8]. 值得一提的是, 在上

述的交通流模型中虽然人、车的运动特性已被充分反映, 但在一个现实的复杂交通场景中, 行人和机动车(驾驶员)不仅仅只是运动物体, 更是“理性人”. 因此, 行人和机动车不仅具有运动特征, 更为重要的是具有行为特征. 而对于人车交互行为, 上述基于物理学层面的模型无法反映其行为特征, 更无法揭示这些行为背后的微观动机, 因此需要从社会学层面对人车路口穿越问题进行建模. 随着博弈论在复杂系统分析及建模中的应用与发展^[9], 近年开始了利用博弈论解决交通流问题的研究^[10-19]. Perc^[11]采用博弈论中的囚徒困境模型和雪堆模型研究二维城市道路交通流; Alvarez和Poznyak^[12]通过博弈理论和马尔可夫链的方法为城市交通拥堵问题提供了可行的解决方案; Nakata等^[13]将 n 人博弈论引入S-NFS模型, 研究了并道(双道合并为单道)交通系统规律. 国内孙晓燕和汪秉宏^[15]在一维周期边界条件下的交通流模型中引入了博弈规则, 分析了道路上合作者比例随时间变化以及车辆的平均流量随车辆平均密度变化的规律; 唐勃勃^[17]研究了人车相互穿越行为和人车干扰机理,

* 国家自然科学基金(批准号: 61375068)和教育部人文社科基金(批准号: 11YJC630208, 13YJAZH106)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: wanglu@ahut.edu.cn

在此基础上建立了基于合作博弈的人车相互穿越仿真决策模型, 并提出行人与机动车博弈的 Nash 谈判问题及相关解法; 李平^[18]建立了行人和机动车效用函数, 并结合冲突过程构建了基于行人先决策的行人过街博弈模型和基于机动车先决策的行人过街博弈模型, 通过对两种博弈模型均衡解的对比性研究, 揭示了行人过街满足混合策略均衡. 但目前分析人车冲突的博弈模型存在不足: 1) 研究集中在有控制信号灯的路口, 基于信号灯的控制, 将人车路口穿越问题简化为普通的合作博弈模型; 2) 采用的博弈模型属于静态博弈, 无法反映人车穿越路口的整个动态过程以及穿越过程中的交互行为和知识推理; 3) 事先设定行人或车先决策这个前提, 忽略了行人和驾驶员作为“理性人”的判断力, 无法体现人车根据当时的运动特性、生理心理特性及路口环境特性所做的决策.

本文通过对无信号路口处人车干扰机理的深入剖析, 提出基于脏脸博弈模型研究人车“理性人”的行为特征以及交互行为背后的微观机理, 分析人车脏脸博弈的动力学模式, 提出行人方与车方发生“冲突”的交通参数条件. 同时, 进一步分析了不同车型、不同行人等待时间和个体认知能力异质性对双方穿越决策的影响.

2 人车路口交通干扰的宏观行为与微观动机

我们在城市的“斑马线”上经常看到的情景是: 1) 当车离得较远时, 行人可以以正常步速从容穿越, 或者行人到路口时发现车离得很近, 不具备穿越路口的条件, 此时车可以以正常速度通过; 2) 当车离的距离比较“尴尬”时, 车和行人都有意愿和机会尝试穿越, 因此, 就会出现行人打手势和加快步速的行为, 以及车摁喇叭和加速的行为, 当人、车的这些行为被对方推理评判后, 就会出现一些交互的应对行为, 如行人为了安全主动减速、停止, 让车通过, 或者车为了避免交通事故, 主动减速让行人通过等; 3) 这些交互行为也会出现不适宜的“行动一致”, 如双方同时减速或同时加速, 更为甚者, 这种“行动一致”的交互应对行为可能出现多轮次, 如双方都犹豫的陷入同步的减速、加速、再减速……的过程, 最终的情景是行人和车辆都在路口处停下互让或者两者间发生冲突; 4) 我们在路口还经常能观察到这样的现象, 当行人等待时间过长或者行人

越来越多时, 正常的车流过街和行人等待的情形会转变为行人穿越而车流等待的情形.

诺贝尔奖获得者 Schelling 教授^[20]在《微观动机与宏观行为》一书中指出: “个体微观动机与宏观行为之间存在相互关系, 个体动机导致了令人惊奇的宏观行为, 宏观行为中蕴涵了丰富的个体动机.” 因此, 从观察到的宏观行为中推论出微观动机是非常有意义的工作. 毋庸置疑的是, 人车的运动特性、生理心理特性和路口环境特性与人车宏观行为之间存在因果关系, 那么这个“因”又是如何影响这个“果”的呢? 我们认为: 人车的运动特性、生理心理特性及路口环境特性影响了行人和司机的思考决策, 微观思考决策决定了宏观行为表现, 行为表现会导致人车某些运动特性和心理特性发生变化, 而这些特性参数的变化又会影响双方的思考决策, 然后又会在行为的交互变化上. 因此, 产生人车宏观交互行为的背后机理是双方在微观心理层面上开展的脏脸博弈.

脏脸博弈^[21]是众多博弈模型中的一种, 共同知识的概念在脏脸博弈中起到了非常重要的作用. 在日常生活中, 有许多知识不仅我自己知道和别人知道, 而且, 我还知道别人已知道该知识、别人也知道我已知道该知识, 甚至更重要的是我还知道“别人知道我已知道该知识”、别人也知道“我已知道别人已知道该知识”……. 我们称这样的知识为共同知识^[22]. 为了更好地理解共同知识的作用, 博弈论学者经常以著名的“脏脸博弈”为例进行说明. 从脏脸博弈的例子可以发现, 我们心中有个用来思考别人怎么想的思考架构, 依据这样的思考架构, 我们可以共同缔造一个不依赖语句字面意义的沟通, 对某些行为进行思考推理, 以形成“我们知道大家都知道的事物”这样的共同知识. 各博弈方之间想要形成共同知识, 必须具备 3 个要素: 1) 各博弈方应首先产生优势策略; 2) 各博弈方应具备判断和推理对方优势策略的能力; 3) 各博弈方应具备即时宣布自身优势策略的能力.

3 基于脏脸博弈模型的人车穿越行为分析

3.1 行人与车辆穿越行为中的共同知识

我们将行人和机动车视为两个博弈方, 每个博弈方都有两个可供判断选择的策略: 一个是“车让

人”，另一个是“人让车”。两个博弈方在潜在的冲突区域前选用哪一个策略将直接导致路口通行情况的改变。经过分析，将有以下四种情况出现：1) 两者都采用策略一(车让人)，则行人会实现连续通行的意愿；2) 两者都采用策略二(人让车)，则车辆会实现连续通行的意愿；3) 行人采用策略一(车让人)而车辆采用策略二(人让车)，则行人和车辆将发生互抢，这种情形是危险的；4) 行人采用策略二(人让车)而车辆采用策略一(车让人)，则行人和车辆将发生互让，这种情形是低效的。

通过上述的分析不难发现，行人和车辆都同时采用策略一或策略二是我们愿意看到的情形。而如何能让行人和车辆同时采用策略一或是策略二呢？最好的方法是使策略一或策略二成为双方的共同知识。由于双方在过路口时无法直接用语言沟通，因此都不清楚对方会选择哪个策略，此时的“车让人”或“人让车”并不是双方的共同知识。所以，必须存在某种驱动共同知识形成的因素，而在平面交叉口常采用的信号灯正是这种驱动因素。当人行横道的绿灯亮起时，行人知道采用策略一(车让人)，车辆也知道采用策略一(车让人)，并且行人知道车辆会采用策略一、车辆也知道行人会采用策略一、行人知道“车辆知道行人会采用策略一”，车辆也知道“行人知道车辆会采用策略一”……，这时“车让人”就成为双方的共同知识。而当人行横道红灯亮起时，分析的过程与上述一样，只是此时“人让车”成为双方的共同知识。

由于目前城市中尚存在大量的无信号灯的交叉路口，而对于没有信号灯的交叉路口，人车双方为了形成共同知识，首先根据交通参数情况产生各自的优势策略，然后进行“宣布”并判断推理对方的优势策略，这种“宣布”和判断推理无法用语言表达，只能体现在增速、减速、摁喇叭以及打手势等行为上，这种交互的“宣布”和判断推理可能不止一轮，有时须经过多轮博弈才能形成共同知识，甚至无法形成共同知识。因此，产生人车宏观交互行为的微观机理是双方在心理层面上开展的脏脸博弈。

3.2 优势策略产生机理

行人与车辆到达路口时，首先应是观察、感应道路的交通环境，包括当前的道路条件(路宽、车与冲突点间的距离)和交通条件(机动车速度、行人速度等)，然后结合自身的生理心理特性，对穿越的可能性进行综合评判，产生自身优势策略。为了能

对这种评判进行数量化计算，本文提出一种计算方法：1) 首先定义4个时间参数 T_p^p , T_c^c , T_p^c 和 T_c^p ，其中， T_p^p 和 T_c^c 分别为行人和机动车根据交通参数估算出的自身通过冲突区域的时间， T_p^c 和 T_c^p 分别为行人和机动车根据交通参数估算出的对方到达冲突区域的时间；2) 然后根据(1)和(2)式计算行人方和车方产生优势策略的概率。

行人选择“车让人”作为优势策略的概率：

$$P_p = \begin{cases} \frac{T_p^c - T_p^p}{T_p^c} & (T_p^c > T_p^p), \\ 0 & (T_p^c \leq T_p^p). \end{cases} \quad (1)$$

车辆选择“人让车”作为优势策略的概率：

$$P_c = \begin{cases} \frac{T_c^p - T_c^c}{T_c^p} & (T_c^p > T_c^c), \\ 0 & (T_c^p \leq T_c^c). \end{cases} \quad (2)$$

那么，行人选择“人让车”作为优势策略的概率为 $1 - P_p$ ；车辆选择“车让人”作为优势策略的概率为 $1 - P_c$ 。

3.3 行人和机动车脏脸博弈的动力学过程

根据路口经常发生的情景，我们认为，人车双方脏脸博弈的动力学过程可分为：零步模式、一步模式、两步模式和失败模式。

1) 零步模式对应行人和车辆在到达路口时没有迟疑，产生了一致的优势策略，这时行人或机动车将以正常速度通过路口。

2) 一步模式对应着行人和车辆在到达路口时，初始阶段没有产生一致的优势策略，而是双方通过即时有效的宣布自身优势策略的行为互动以及对对方行为的推理评判后才达成了某一共同知识。根据对实际人车穿越场景的分析，当人、车双方进入一步模式后，可以通过加速或减速以进一步表明自己的优势策略或认可对方的优势策略。我们在此定义两个参数：人和车的加速概率 η_p , η_c ，以此反映行人和车辆在此阶段选择加速还是减速的可能性。我们假设产生优势策略概率大的一方，其进入一步模式阶段后，选择加速的可能性也相应大，因此令

$$\eta_p = P_p / (P_p + P_c), \quad \eta_c = P_c / (P_p + P_c). \quad (3)$$

3) 两步模式对应着行人和车辆在路口一步模式失败后，双方又通过即时有效的宣布自身优势策略的行为互动以及对对方行为的推理评判后达成了某一共同知识。当人、车两博弈方进入两步模式

后,人、车间的安全距离相较于一步模式变小了,所以我们将此阶段人、车的加速概率设定为 η_p^2 和 η_c^2 .

4) 失败模式是指行人和车通过路口时未达成共同知识(为了便于分析,我们将超过两步后达成共同知识的过程也视为失败模式),这时可能出现人和车都在路口处停下互让的情形或者两者间发生冲突的情形.

3.4 博弈得益矩阵构造

基于定量分析的需要,我们定义纯数学意义的博弈得益(不代表真实的物理损益)如下:如果行人与机动车形成“人让车”或“车让人”的共同知识,那么车辆或者行人会安全通过路口,通过的一方获得支付为 $1/e^n$ (e 为常用的超越数,取 $e = 2.71828$),没通过的一方获得支付为 $1 - e^n$,其中 n 为双方形成共同知识的博弈模式步数($n = 0, 1, 2$),步数越长延误的时间越多,因此获得的收益越少;对于未形成共同知识的两个失败模式,由于人车碰撞的失败模式对行人伤害太大,因此行人支付记为 $-\infty$,对车辆方的伤害也较大,其支付记为 -1000 ;人车停滞的失败模式延误了通行时间,由于将超过两步后形成共同知识的过程就视为失败模式,因此我们定义双方支付均为 $1 - e^3$.因此,行人与机动车的博弈得益矩阵如表1所列.

表1 博弈得益矩阵
Table 1. The benefit matrix.

		行人的策略	
		$s_p =$ 车让人	$s_p =$ 人让车
机动车的策略	$s_c =$ 车让人	$(1/e^n, 1 - e^n)$	$(1 - e^3, 1 - e^3)$
	$s_c =$ 人让车	$(-\infty, -1000)$	$(1 - e^n, 1/e^n)$

注:表1中行人的得益值列于前面.

4 理论分析

4.1 时间参数的分布假设

正态分布是自然界广泛存在的一种概率性分布,现已证实许多自然现象或社会现象都服从或近似服从正态分布.在此,我们假设4个时间参数 T_p^c, T_c^c, T_p^p 和 T_c^p 满足正态分布.

T_p^p 为人估计自身的穿越时间,设为 x ,满足正态分布 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$; T_c^p 为车估计人的穿越时间,设为 w ,满足正态分布 $f(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(w-\mu)^2}{2\sigma^2}}$.这里, μ 为行人穿越的理论时间,

$\mu = H/v_p$,其中, H 为路宽, v_p 为行人速度; σ 为标准差.

T_c^c 为车估计自身的穿越时间,设为 z ,满足正态分布 $f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}o} e^{-\frac{(z-u)^2}{2o^2}}$; T_p^c 为人估计车的穿越时间,设为 y ,满足正态分布 $f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}o} e^{-\frac{(y-u)^2}{2o^2}}$.这里, u 为车的理论穿越时间, $u = L/v_c$,其中, L 为车到冲突区的距离, v_c 为车速; o 为标准差.

4.2 行人收益的数学期望

令联合分布概率为

$$A = \frac{1}{4\pi^2\sigma^2o^2} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} e^{-\frac{(y-u)^2}{2o^2}} e^{-\frac{(z-u)^2}{2o^2}} e^{-\frac{(w-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi^2\sigma^2o^2} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} - \frac{(y-u)^2}{2o^2} - \frac{(z-u)^2}{2o^2} - \frac{(w-\mu)^2}{2\sigma^2}}. \quad (4)$$

积分区间的选择:

1) 根据“3 σ 原则”,人估计自身的穿越时间 x 的取值区间为 $[\alpha_p, \beta_p]$,其中 $\alpha_p = \mu - 3\sigma, \beta_p = \mu + 3\sigma$;车估计自身的穿越时间 z 的取值区间为 $[\alpha_c, \beta_c]$,其中 $\alpha_c = u - 3o, \beta_c = u + 3o$;此时,置信概率为99.7%;

2) 根据 x 和 y 以及 z 和 w 之间的相对大小, y 和 w 的联合积分区域可分为四种情况,如图1所示.

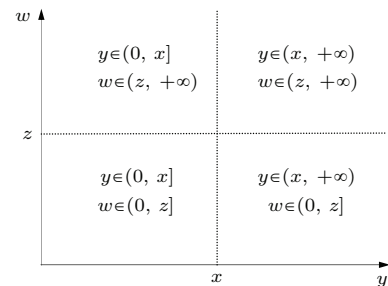


图1 y 和 w 的联合积分区域

Fig. 1. Region of integration under the combination of y and w .

根据上述积分区间,数学期望的计算分为以下四部分.

1) $y \in (x, +\infty), w \in (z, +\infty)$.此时,由于 $y > x$,即人估计车的穿越时间要大于其估计自身的穿越时间,根据(1)式行人选择“车让人”作为优势策略的概率 $P_p = (y - x)/y$.同时,由于 $w > z$,即车估计人的穿越时间要大于其估计自身的穿越时间,根据(2)式车选择“人让车”作为优势策略的概率 $P_c = (w - z)/w$.根据博弈动力学模式和博弈得益矩阵可得表2.

表2 发生概率与相应收益
Table 2. Probability and the corresponding benefits.

模式与共同知识	发生概率	行人收益
零步模式 “车让人” 共同知识	$P_p(1 - P_c)$	$1/e^0$
“人让车” 共同知识	$(1 - P_p)P_c$	$1 - e^0$
一步模式 “车让人” 共同知识	$[1 - P_p(1 - P_c) - (1 - P_p)P_c]\eta_p(1 - \eta_c)$	$1/e$
“人让车” 共同知识	$[1 - P_p(1 - P_c) - (1 - P_p)P_c](1 - \eta_p)\eta_c$	$1 - e$
两步模式 “车让人” 共同知识	$[1 - P_p(1 - P_c) - (1 - P_p)P_c][1 - \eta_p(1 - \eta_c) - (1 - \eta_p)\eta_c]\eta_p^2(1 - \eta_c^2)$	$1/e^2$
“人让车” 共同知识	$[1 - P_p(1 - P_c) - (1 - P_p)P_c][1 - \eta_p(1 - \eta_c) - (1 - \eta_p)\eta_c](1 - \eta_p^2)\eta_c^2$	$1 - e^2$
失败模式 人车互让	$[1 - P_p(1 - P_c) - (1 - P_p)P_c][1 - \eta_p(1 - \eta_c) - (1 - \eta_p)\eta_c](1 - \eta_p^2)(1 - \eta_c^2)$	$1 - e^3$
人车冲突	$[1 - P_p(1 - P_c) - (1 - P_p)P_c][1 - \eta_p(1 - \eta_c) - (1 - \eta_p)\eta_c]\eta_p^2\eta_c^2$	$-\infty$

根据表2, 将其所有模式的收益相加并进行积分可得该情形下行人收益的数学期望为

$$E_{p1} = \int_{\alpha_p}^{\beta_p} \int_{\alpha_c}^{\beta_c} \int_x^{+\infty} \int_z^{+\infty} A \left(P_p(1 - P_c) \frac{1}{e^0} + (1 - P_p)P_c(1 - e^0) + [1 - P_p(1 - P_c) - (1 - P_p)P_c] \times \left\{ \eta_p(1 - \eta_c) \frac{1}{e} + (1 - \eta_p)\eta_c(1 - e^1) + [1 - \eta_p(1 - \eta_c) - (1 - \eta_p)\eta_c] \times \left[\eta_p^2(1 - \eta_c^2) \frac{1}{e^2} + (1 - \eta_p^2)\eta_c^2(1 - e^2) + (1 - \eta_p^2)(1 - \eta_c^2)(1 - e^3) + \eta_p^2\eta_c^2(-\infty) \right] \right\} \right) dw dy dz dx, \quad (5)$$

式中, $P_p = \frac{y-x}{y}$, $P_c = \frac{w-z}{w}$, $\eta_p = \frac{P_p}{P_p + P_c}$, $\eta_c = \frac{P_c}{P_p + P_c}$, $-\infty$ 在实际计算中取 -10000 , 下同.

2) $y \in (0, x]$, $w \in (z, +\infty)$. 由于 $y \leq x$, 即人估计车的穿越时间要小于其估计自身的穿越时间, 根据(1)式可得 $P_p = 0$. 进一步可得到 $\eta_p = \frac{P_p}{P_p + P_c} = 0$, $\eta_c = \frac{P_c}{P_p + P_c} = 1$. 结合表1, 同理可得该情形下行人收益的数学期望为

$$E_{p2} = \int_{\alpha_p}^{\beta_p} \int_{\alpha_c}^{\beta_c} \int_0^x \int_z^{+\infty} A [P_c(1 - e^0) + (1 - P_c)(1 - e^1)] dw dy dz dx. \quad (6)$$

3) $y \in (x, +\infty)$, $w \in (0, z]$. 由于 $w \leq z$, 即车估计人的穿越时间要小于其估计自身的穿越时间, 根据(2)式可得 $P_c = 0$. 进一步可得到

$\eta_p = \frac{P_p}{P_p + P_c} = 1$, $\eta_c = \frac{P_c}{P_p + P_c} = 0$. 同理该情形下行人收益的数学期望为

$$E_{p3} = \int_{\alpha_p}^{\beta_p} \int_{\alpha_c}^{\beta_c} \int_x^{+\infty} \int_0^z A \left[P_p \frac{1}{e^0} + (1 - P_p) \frac{1}{e} \right] dw dy dz dx. \quad (7)$$

4) $y \in (0, x]$, $w \in (0, z]$. 此时可得 $P_p = 0$, $P_c = 0$, 人车双方互让, 在零步模式中未形成共同知识. 进入一步模式后, 我们定义人车双方的加速概率为 $\bar{\eta}_p = 0.5$, $\bar{\eta}_c = 0.5$. 同理该情形下行人收益的数学期望为

$$E_{p4} = \int_{\alpha_p}^{\beta_p} \int_{\alpha_c}^{\beta_c} \int_0^x \int_0^z A \left\{ \bar{\eta}_p(1 - \bar{\eta}_c) \frac{1}{e} + (1 - \bar{\eta}_p)\bar{\eta}_c(1 - e^1) + [1 - \bar{\eta}_p(1 - \bar{\eta}_c) - (1 - \bar{\eta}_p)\bar{\eta}_c] \times \left[\bar{\eta}_p^2(1 - \bar{\eta}_c^2) \frac{1}{e^2} + (1 - \bar{\eta}_p^2)\bar{\eta}_c^2(1 - e^2) + (1 - \bar{\eta}_p^2)(1 - \bar{\eta}_c^2)(1 - e^3) + \bar{\eta}_p^2\bar{\eta}_c^2(-\infty) \right] \right\} dw dy dz dx. \quad (8)$$

综合上述四种情况, 行人收益的数学期望为

$$E_p = E_{p1} + E_{p2} + E_{p3} + E_{p4}. \quad (9)$$

4.3 车收益的数学期望

同理可得车收益的数学期望

$$E_c = E_{c1} + E_{c2} + E_{c3} + E_{c4}, \quad (10)$$

式中,

$$\begin{aligned}
 E_{c1} &= \int_{\alpha_p}^{\beta_p} \int_{\alpha_c}^{\beta_c} \int_x^{+\infty} \int_z^{+\infty} A \left(P_p(1 - P_c)(1 - e^0) \right. \\
 &\quad + (1 - P_p)P_c \frac{1}{e^0} \\
 &\quad + [1 - P_p(1 - P_c) - (1 - P_p)P_c] \\
 &\quad \times \left\{ \eta_p(1 - \eta_c)(1 - e^1) + (1 - \eta_p)\eta_c \frac{1}{e} \right. \\
 &\quad + [1 - \eta_p(1 - \eta_c) - (1 - \eta_p)\eta_c] \\
 &\quad \times \left[\eta_p^2(1 - \eta_c^2)(1 - e^2) + (1 - \eta_p^2)\eta_c^2 \frac{1}{e^2} \right. \\
 &\quad + (1 - \eta_p^2)(1 - \eta_c^2)(1 - e^3) \\
 &\quad \left. \left. + \eta_p^2\eta_c^2(-1000) \right] \right\} dw dy dz dx, \\
 E_{c2} &= \int_{\alpha_p}^{\beta_p} \int_{\alpha_c}^{\beta_c} \int_0^x \int_z^{+\infty} A \left[P_c \frac{1}{e^0} \right. \\
 &\quad \left. + (1 - P_c) \frac{1}{e^1} \right] dw dy dz dx, \\
 E_{c3} &= \int_{\alpha_p}^{\beta_p} \int_{\alpha_c}^{\beta_c} \int_x^{+\infty} \int_0^z A [P_p(1 - e^0) \\
 &\quad + (1 - P_p)(1 - e)] dw dy dz dx, \\
 E_{c4} &= \int_{\alpha_p}^{\beta_p} \int_{\alpha_c}^{\beta_c} \int_0^x \int_0^z A \left\{ \bar{\eta}_p(1 - \bar{\eta}_c)(1 - e^1) \right. \\
 &\quad + (1 - \bar{\eta}_p)\bar{\eta}_c \frac{1}{e} \\
 &\quad + [1 - \bar{\eta}_p(1 - \bar{\eta}_c) - (1 - \bar{\eta}_p)\bar{\eta}_c] \\
 &\quad \times \left[\bar{\eta}_p^2(1 - \bar{\eta}_c^2)(1 - e^2) + (1 - \bar{\eta}_p^2)\bar{\eta}_c^2 \frac{1}{e^2} \right. \\
 &\quad + (1 - \bar{\eta}_p^2)(1 - \bar{\eta}_c^2)(1 - e^3) \\
 &\quad \left. \left. + \bar{\eta}_p^2\bar{\eta}_c^2(-1000) \right] \right\} dw dy dz dx.
 \end{aligned}$$

4.4 发生人车冲突的概率

根据4.1节中四种情形的分析,只有第一种和第四种情形才可能发生失败模式中的人车冲突,因此综合此两种情形,人车发生冲突的概率

$$\begin{aligned}
 f &= \int_{\alpha_p}^{\beta_p} \int_{\alpha_c}^{\beta_c} \int_x^{+\infty} \int_z^{+\infty} A \{ [1 - P_p(1 - P_c) \\
 &\quad - (1 - P_p)P_c] [1 - \eta_p(1 - \eta_c) - (1 - \eta_p)\eta_c] \\
 &\quad \times \eta_p^2\eta_c^2 \} dw dy dz dx \\
 &+ \int_{\alpha_p}^{\beta_p} \int_{\alpha_c}^{\beta_c} \int_0^x \int_0^z A \{ [1 - \bar{\eta}_p(1 - \bar{\eta}_c) \\
 &\quad - (1 - \bar{\eta}_p)\bar{\eta}_c] \bar{\eta}_p^2\bar{\eta}_c^2 \} dw dy dz dx. \tag{11}
 \end{aligned}$$

5 结果与分析

图2显示了人、车收益的理论分析结果.从图2可看出存在一个坍塌区,这个区域对应的车穿越的理论时间 L/v_c 和行人穿越的理论时间 H/v_p 是一个危险组合,人和车的低收益显示其可能发生冲突.图3显示了发生人车冲突的概率.分析图2和图3可得,危险区域的中心线满足方程 $\mu = H/v_p = u = L/v_c$,即行人穿越的理论时间 μ 和车穿越的理论时间 u 越接近,就越容易导致冲突,这与事实较为一致,正是由于这种时间接近的模糊性,车和行人都有意愿尝试穿越,就会出现行人打手势和加快步速的行为,以及车摁喇叭和加速的行为,当人、车的这些行为被对方推理评判后,就会出现一些交互的应对行为,如行人为了安全主动减速、停止,让车通过,或者车为了避免交通事故,主动减速让行人通过等;这些交互行为也会出现不适宜的“行动一致”,如双方同时减速或同时加速,更为甚者,这种“行动一致”的交互应对行为可能出现多轮次,如双方都犹豫地陷入同步的减速、加速、再减速……的过程,最终的情景是行人和车辆都在路口处停下互让或者两者间发生冲突,如果恰巧双方又比较激进,那么冲突的概率将大大增加.

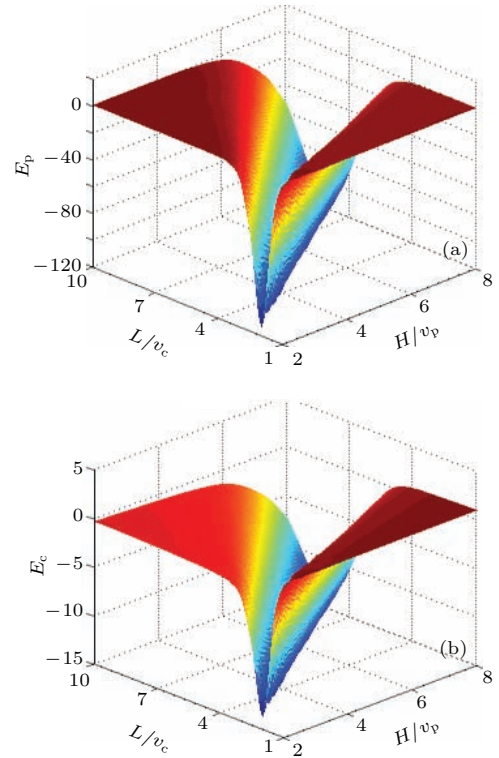


图2 人、车收益(标准差 σ , o 对应取为 0.15μ 和 $0.15u$)
 Fig. 2. Benefits gained by pedestrian and vehicle ($\sigma = 0.15\mu$, $o = 0.15u$).

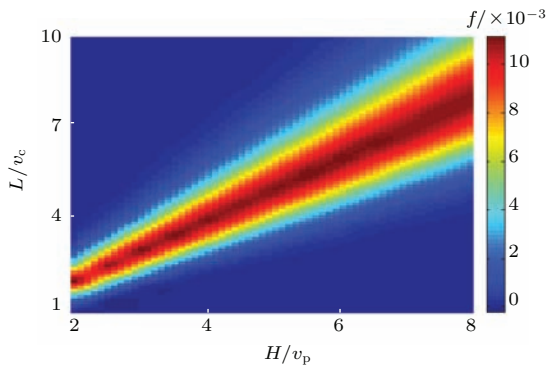


图3 发生人车冲突的概率

Fig. 3. The probability of a collision.

5.1 不同车型对人车穿越的影响

在相同的交通环境下,不同的车辆类型对行人穿越的决策会有所影响^[23].针对同样的车速和车距,行人在面对小型车时可能会选择穿越,而面对大型车时由于心理作用而选择避让.为了表征车辆类型对行人穿越决策的影响,我们将车辆当量系数的概念引入到本模型中.在混合交通流条件下,车辆当量系数是一个重要的参数,目的是为了建立不同车型之间的等效标准.1965年在美国的《通行能力手册》(Highway Capacity Manual)中首次提出了车辆当量(passenger car equivalent)这一概念,定义为在通常的道路条件下,交通流中货车或公共汽车相对于小汽车的数目.考虑到我国的道路条件、交通运行情况、交通管理等方面与国外存在较大的差别,近年来,国内部分学者也对车辆当量系数进行了探讨并提出了一些模型^[24],目前常用的车辆当量系数(记为 λ)如表3所列.

表3 不同车型的当量系数

Table 3. Equivalent coefficient of different vehicle types.

车型	小型车(S-veh)	中型车(M-veh)	大型车(L-veh)
当量系数	1.0	1.5	2.0

考虑避险和畏惧心理对行人判断及决策的影响,当行人面对大型车辆时,估计对方的穿越时间将显得比小型车辆短一些.因此,我们认为车型的影响主要体现在人估计车的穿越时间 y 上,假设

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}o_1} e^{-\frac{(y-u_1)^2}{2o_1^2}}, \quad (12)$$

式中, $u_1 = u/\lambda$, $o_1 = 0.15u_1$.

将第4节中的 $f(y)$ 替换为(12)式,其余项保持不变,做同样的理论推导与分析,得到中型车和大型车情形下发生人车冲突的概率,如图4所示.图4(a)和图4(b)分别显示了中型车和大型车与小型车发生人车冲突概率的比较值,即 $\Delta f = f_{M/L-veh} - f_{S-veh}$,从中可看出,车型越大,发生冲突的参数空间就越广,冲突的可能性也越大(冲突概率的比较值为正),而这都是行人基于心理因素带来的估算偏差所致,这也很好地解释了在同等交通参数条件下,行人面对小型车时可能会选择穿越,而面对大型车时却选择避让的缘由.

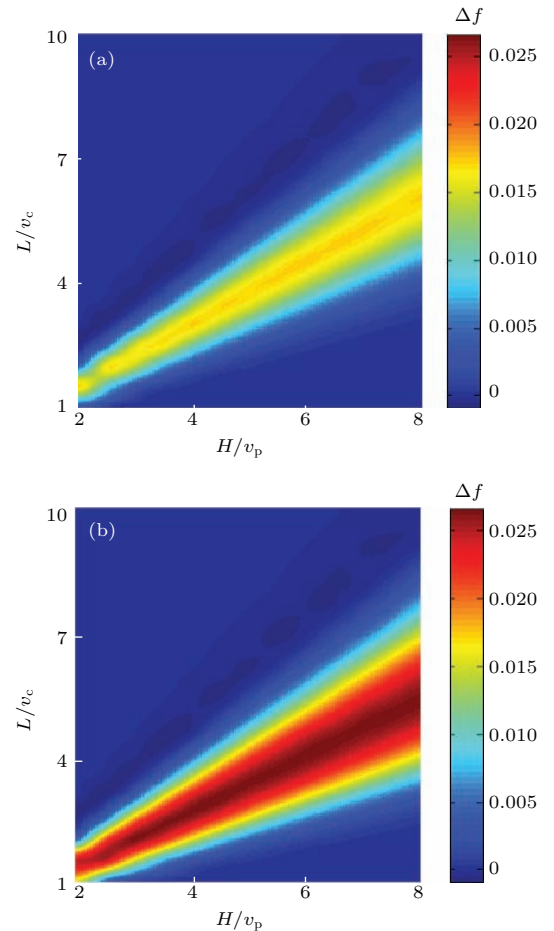


图4 不同车型情形下人车冲突概率的比较值 (a) $\Delta f = f_{M-veh} - f_{S-veh}$; (b) $\Delta f = f_{L-veh} - f_{S-veh}$
Fig. 4. The difference in collision probability considering the vehicle types: (a) $\Delta f = f_{M-veh} - f_{S-veh}$; (b) $\Delta f = f_{L-veh} - f_{S-veh}$.

5.2 行人等待时间对人车穿越的影响

行人可忍受等待时间是体现行人过街心理的重要指标,当等待时间过长,行人的心理就会出现焦躁,可能会对自身的穿越时间 T_p^c 和车的穿越时间 T_p^c 产生错误估计,从而高估了自身的穿越概率

P_p , 产生了冒险穿越路口的行为. Roupail 等 [25] 通过对有、无信号控制两种交叉路口的行人延误和强行穿越行为进行研究, 得出英国人可忍受穿越时间为 45—60 s; 卢守峰等 [26] 根据生存分析模型, 得出行人过街最大等待时间大约在 40—50 s. 结合国内外的相关研究, 为了在模型中考虑行人等待时间对穿越行为的影响, 我们构造了等待时间影响系数 $\xi(t)$, 该系数反映等待时间对穿越概率的放大效应, 即行人选择“车让人”作为优势策略的概率为 $\xi(t)P_p$. 在本文中, $\xi(t)$ 被定义为 (13) 式, 函数图像如图 5 所示. 在该函数关系下, 行人前 20 s 尚能保持耐心, 理性估计穿越概率; 20 s 过后, 行人开始变得焦躁, 穿越概率随着时间增长迅速高估和放大; 当等待时间达到 50 s 时, 穿越概率被放大至两倍.

$$\xi(t) = \frac{1}{1 + e^{-0.2(t-35)}} + 1. \quad (13)$$

将第 4 节中的 P_p 替换为 $\xi(t)P_p$, 其余项保持不变, 做同样的理论推导与分析, 结果如图 6 所示. 图 6 (a)—(d) 分别显示了行人等待时间 20, 30, 40 和 50 s 时与不考虑等待时间情形的人车冲突概率的比较值, 结果表明, 在带状的冲突危险区域, 以中心线 $\mu = H/v_p = u = L/v_c$ 为界, 在 $H/v_p < L/v_c$ 的区域, 行人等待时间越长, 其发生冲突的危险性变低; 在 $H/v_p > L/v_c$ 的区域, 行人等待时间越长, 其发生冲突的危险性变大. 原因是: 1) 当行人穿

越的理论时间 $\mu = H/v_p$ 小于车的理论穿越时间 $u = L/v_c$ 时, 随着等待时间增长而高估和放大的穿越概率强化了行人在零步模式或一步模式下与车方达成“车让人”共同知识的可能性, 导致进入失败模式下人车冲突的机会变少; 2) 当行人穿越的理论时间 $\mu = H/v_p$ 大于车的理论穿越时间 $u = L/v_c$ 时, 从行人角度看, 随着等待时间的增长, 行人高估和放大了选择“车让人”作为优势策略的概率, 而从车的角度看, 由于车的理论穿越时间 $u = L/v_c$ 小于行人穿越的理论时间 $\mu = H/v_p$, 因此车方选择“人让车”作为优势策略的概率也很大, 因此双方在零步模式或一步模式下达成共同知识的可能性变低, 导致进入失败模式下人车冲突的机会变大.

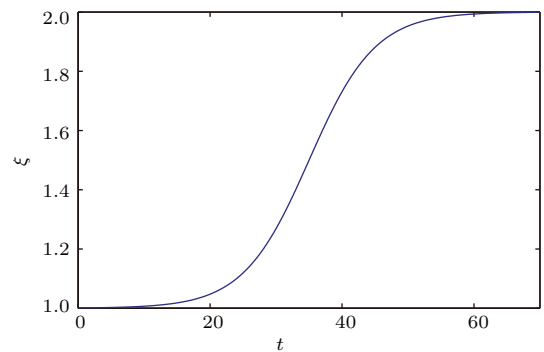


图 5 等待时间影响系数 $\xi(t)$ 的函数图像
Fig. 5. Function image of the influence coefficient of waiting time $\xi(t)$.

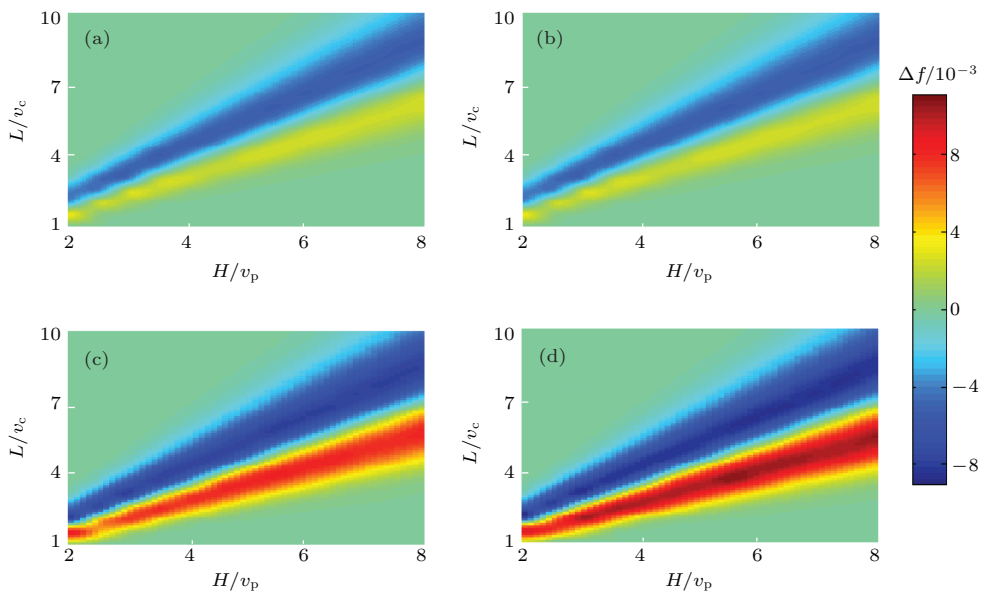


图 6 考虑行人等待时间的人车冲突概率的比较值 (a) $t = 20$ s; (b) $t = 30$ s; (c) $t = 40$ s; (d) $t = 50$ s
Fig. 6. The difference in collision probability considering the waiting time: (a) $t = 20$ s; (b) $t = 30$ s; (c) $t = 40$ s; (d) $t = 50$ s.

5.3 行人认知差异对人车穿越的影响

受遗传、知识经验和社会文化等因素的影响,个体对事物的认知能力存在差异. 个体认知能力的异质性同样会对人车穿越产生影响. 我们认为本文中个体(行人/司机)对穿越时间的预估服从以理论时间为平均值的正态分布, 标准差 $\sigma(o)$ 则反映个体对穿越时间预估的准确程度. σ 越小, 个体对时间的估测越接近理论值, 总体上预估偏差越小; σ 越大, 个体对穿越时间的估测值与理论值出现较大偏差的可能性越大. 为了分析个体认知异质性对人车穿越的影响, 我们分别探讨了个体被赋

予了不同标准差的情况下的人车穿越情况, 结果如图7所示. 图7(a)—(d)分别显示了 $\sigma = 0.01\mu$, 0.05μ , 0.1μ , 0.2μ 时人车发生冲突的概率(μ 为对应的理论时间). 从图7可看出, σ 越大, 发生冲突的参数空间就越广. 在 σ 较小时, 由于人车双方对自身的穿越时间都有精准的预测, 发生冲突的参数空间几乎只存在于 $H/v_p = L/v_c$ 的区域附近, 同时正是由于预估的精确性, 双方同时选择穿越的可能性都比较大, 从而冲突的可能性更大. 随着 σ 的增大, 在双方理论时间接近的 $H/v_p = L/v_c$ 区域, 由于双方的预估偏差, 导致同时做出穿越决策的概率减小, 从而冲突的可能性反而降低.

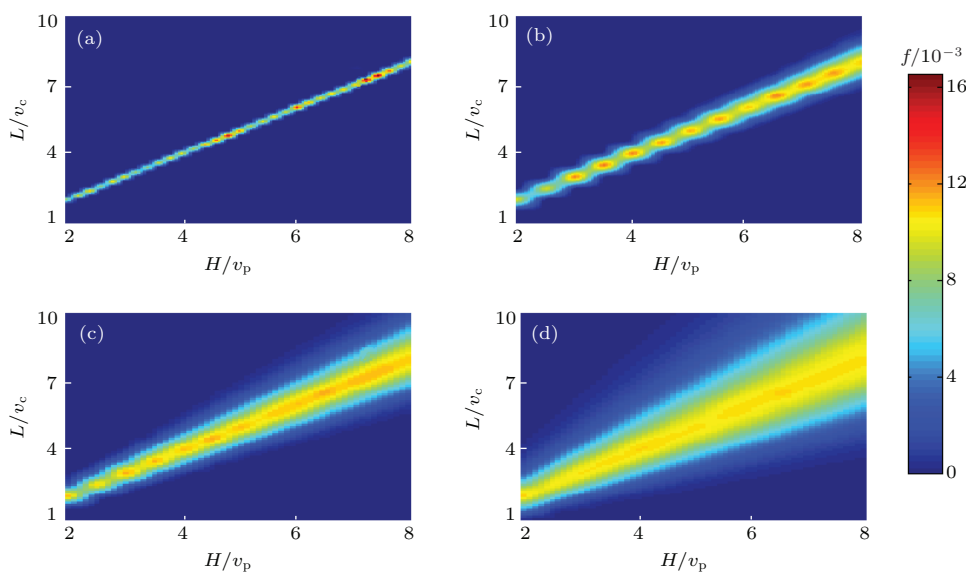


图7 考虑个体认知能力异质性的人车冲突概率 (a) $\sigma = 0.01\mu$; (b) $\sigma = 0.05\mu$; (c) $\sigma = 0.1\mu$; (d) $\sigma = 0.2\mu$
 Fig. 7. The collision probability considering the heterogeneity of pedestrians: (a) $\sigma = 0.01\mu$; (b) $\sigma = 0.05\mu$; (c) $\sigma = 0.1\mu$; (d) $\sigma = 0.2\mu$.

6 结 论

本文通过对无信号路口处人车“理性人”的行为特征以及交互行为背后微观机理的剖析, 建立人车穿越路口问题的脏脸博弈模型, 分析了人车共同知识的形成过程、人车双方优势策略的产生机理和人车脏脸博弈的动力学过程. 根据优势策略概率、时间概率分布等假设, 理论推导了人、车收益的数学期望和发生人车冲突的概率. 同时我们还进一步分析了不同车型、不同行人等待时间和个体认知能力异质性对人车冲突概率的影响. 具体结论如下.

1) 理论分析结果显示了人车可能发生冲突的交通参数区域, 表明了行人穿越的理论时间和机动车穿越的理论时间越接近, 人车越容易发生冲突.

2) 引入车辆当量系数的概念, 分析了不同车型对人车冲突概率的影响. 结果显示, 由于行人基于心理因素带来的估算偏差, 导致车型越大, 发生冲突的交通参数空间和冲突概率也越大.

3) 构造了等待时间影响系数, 研究了行人等待时间对人车冲突概率的影响. 结果表明, 在带状的冲突危险区域, 以中心线 $\mu = H/v_p = u = L/v_c$ 为界, 在 $H/v_p < L/v_c$ 的区域, 行人等待时间越长, 其发生冲突的危险性变低; 在 $H/v_p > L/v_c$ 的区域, 行人等待时间越长, 其发生冲突的危险性变大.

4) 考虑了个体认知能力异质性的影响, 分析了具有不同认知能力的个体发生人车冲突的概率. 结果表明, σ 越小, 在 $H/v_p = L/v_c$ 的区域人车冲突的可能性越大; σ 越大, 发生冲突的参数空间就越广.

参考文献

- [1] Lighthill M J, Whitham G B 1955 *Proc. Roy. Soc. A* **229** 317
- [2] Richards P I 1956 *Oper. Res.* **4** 42
- [3] Payne H J 1971 *Math. Mod. Pub. Sys.* **1** 51
- [4] Paveri-Fontana S L 1975 *Trans. Res.* **9** 225
- [5] Helbing D 1996 *Physica A* **233** 253
- [6] Pipes L A 1953 *J. Appl. Phys.* **24** 274
- [7] Cremer M, Ludwig J 1986 *Math. Comp. Simul.* **28** 297
- [8] Sun Z, Jia B, Li X G 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 100508 (in Chinese) [孙泽, 贾斌, 李新刚 2012 物理学报 **61** 100508]
- [9] Wu Z X, Rong Z H, Wang W X 2008 *Adv. Mech.* **38** 794 (in Chinese) [吴枝喜, 荣智海, 王文旭 2008 力学进展 **38** 794]
- [10] Bell M G H 2000 *Transp. Res. Part B* **34** 53
- [11] Perc M 2007 *New J. Phys.* **9** 1
- [12] Alvarez I, Poznyak A 2010 *International Conference on Control, Automation and System* Gyeonggi-do, Korea, October 27–30, 2010 p2164
- [13] Nakata M, Yamauchi A, Tanimoto J, Hagishima A 2010 *Physica A* **389** 5353
- [14] Xie J J, Xue Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 194502 (in Chinese) [谢积鉴, 薛郁 2012 物理学报 **61** 194502]
- [15] Sun X Y, Wang B H 2012 *J. Shanghai Univ. Sci. Technol.* **34** 14 (in Chinese) [孙晓燕, 汪秉宏 2012 上海理工大学学报 **34** 14]
- [16] Sun X Y, Jiang R, Hao Q Y, Wang B H 2010 *Eur. Phys. Lett.* **92** 18003
- [17] Tang J J 2010 *M. S. Dissertation* (Beijing: Beijing Jiaotong University) (in Chinese) [唐勃勃 2010 硕士学位论文 (北京: 北京交通大学)]
- [18] Li P 2011 *M. S. Dissertation* (Harbin: Harbin Institute of Technology) (in Chinese) [李平 2011 硕士学位论文 (哈尔滨: 哈尔滨工业大学)]
- [19] Pan W, Xue Y, Zhao R, Lu W Z 2014 *Chin. Phys. B* **23** 058902
- [20] Schelling T C (translated by Xie J, Deng Z L, Li T Y) 2005 *Micromotives and Macrobehavior* (Beijing: China Renmin University Press) p1 (in Chinese) [谢林 T C 著 (谢静, 邓子梁, 李天有 译) 2005 微观动机与宏观行为 (北京: 中国人民大学出版社) 第 1 页]
- [21] Littlewood J E 1953 *A Mathematician's Miscellany* (London: Methuen Publishing) p4
- [22] Alberucci L, Jäger G 2005 *Ann. Pure Appl. Log.* **133** 73
- [23] Xiao R J, Kong L J, Liu M R 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 740 (in Chinese) [肖瑞杰, 孔令江, 刘慕仁 2007 物理学报 **56** 740]
- [24] Wang J, Tang Z H, Lu H P 2004 *China Civil Eng. J.* **37** 97 (in Chinese) [王进, 唐忠华, 陆化普 2004 土木工程学报 **37** 97]
- [25] Roupail N, Hummer J, Milazzo II J, Allen P 1998 *Capacity Analysis of Pedestrian and Bicycle Facilities: Recommended Procedures for the "Signalized Intersections" Chapter of the Highway Capacity Manual* (Washington: Federal Highway Administration) p30
- [26] Lu S F, Wang H R, Liu X M 2009 *J. Transp. Inform. Safety* **5** 69 (in Chinese) [卢守峰, 王红茹, 刘喜敏 2009 交通信息与安全 **5** 69]

Crossing behavior of pedestrians and vehicles at unsignalized intersection based on dirty faces game*

Wang Lu[†] Ye Shun-Qiang Xie Neng-Gang

(School of Mechanical Engineering, Anhui University of Technology, Maanshan 243002, China)

(Received 15 December 2014; revised manuscript received 22 January 2015)

Abstract

The conflicts between pedestrians and vehicles at unsignalized intersections are rather dangerous. Besides the motion features, pedestrians and vehicle drivers also have behavioral features, so modelling the crossing behaviors of pedestrians and vehicles from the sociological aspect is necessary. Through an in-depth analysis of the interference mechanism between pedestrians and vehicles at unsignalized intersections, in this paper, a dirty faces game to analyze the crossing behaviors of pedestrians and vehicles as “rational man” is proposed. The formation process of common knowledge, the producing mechanism of dominant strategy and the kinetic process of dirty faces game are analyzed. Under the assumption of probability of the dominant strategy and distribution of crossing times, theoretical derivations of the benefits gained by pedestrians and vehicles as well as the conflict probability are given. Results show that a collision is more likely to occur when the theoretical time of pedestrian passing through is closer to that of the vehicle driver, and this is consistent with the actual situation. Furthermore, the influences of vehicle type, waiting time and heterogeneity of pedestrians on the conflict probability are also considered.

Keywords: pedestrian crossing, unsignalized intersection, dirty faces game, common knowledge

PACS: 02.50.Le, 89.40.Bb

DOI: [10.7498/aps.64.120201](https://doi.org/10.7498/aps.64.120201)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61375068) and the MOE (Ministry of Education in China) Project of Humanities and Social Sciences (Grant Nos. 11YJC630208, 13YJAZH106).

[†] Corresponding author. E-mail: wanglu@ahut.edu.cn