

Bessel 光束经椭圆环形孔径后的衍射光场

谢晓霞 王硕琛 吴逢铁

Diffraction optical field of the Bessel beam through elliptical annular aperture

Xie Xiao-Xia Wang Shuo-Chen Wu Feng-Tie

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 124201 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.124201

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.124201>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I12>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

大散射角散斑场中有关相位奇异新特性的研究

[New features of the speckle phase singularity produced in large angle scattering](#)

物理学报.2015, 64(8): 084210 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.084210>

利用近前向散射图样识别单粒子形状的理论研究

[Shape classification of single aerosol particle using near-forward optical scattering patterns calculation](#)

物理学报.2015, 64(5): 054202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.054202>

连续相位板面形的随机特性研究

[Surface stochastic characteristics of continuous phase plate](#)

物理学报.2014, 63(16): 164203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.164203>

应用改进的物理光学法和图形计算电磁学近似算法快速计算导体目标电磁散射特性

[Fast computation of electromagnetic scattering characteristics from conducting targets using modified-physical optics and graphical electromagnetic computing](#)

物理学报.2014, 63(16): 164202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.164202>

表面颗粒污染物诱导薄光学元件初始损伤的机理

[Mechanism of original damage of thin optical components induced by surface particle contamination](#)

物理学报.2014, 63(13): 134201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.134201>

Bessel光束经椭圆环形孔径后的衍射光场*

谢晓霞 王硕琛 吴逢铁†

(华侨大学信息科学与工程学院, 福建省光传输与变换重点实验室, 厦门 361021)

(2014年11月18日收到; 2014年12月22日收到修改稿)

基于菲涅耳衍射积分理论及硬边孔径的复高斯函数展开法导出了 Bessel 光束经椭圆环形孔径后的光场表达式, 数值模拟了其光场的强度分布. 研究了 Bessel 光束经椭圆环形孔径后的光场变化及其传播过程; 在实验上利用轴棱锥输出的近似无衍射 Bessel 光, 通过椭圆环形孔径, 使用电荷耦合器件拍摄得到不同传播距离处的光强分布. 理论结果和实验结果均表明无衍射光束经椭圆环形孔径后会产生空心光束.

关键词: Bessel 光束, 椭圆环形孔径, 空心光束, 衍射理论

PACS: 42.25.Fx, 42.25.-p, 24.10.Ht

DOI: 10.7498/aps.64.124201

1 引言

无衍射 Bessel 光是由 Durning^[1] 首次提出, 它是自由空间标量波动方程的一组特殊解, 其场分布具有第一类零阶 Bessel 函数的形式. 这类光束具有在自由空间传播过程中横向光场分布不随传播距离发生变化且光场能量集中等特点. 因其在传播过程中强度及光斑尺寸保持不变的特性, 被广泛用于光学俘获和操作^[2]、光学相干断层扫描、干涉测量、空间光通信^[3]. 我们研究组也曾对 Bessel 光的传输特性做过相关研究^[4-7].

在实际光学系统中的光传输问题不可避免地遇到光学元件的边缘、框架或带孔屏等这些光阑的使用, 如空间滤波、空间整形^[8]和限制激光振荡模式. 在激光核聚变驱动器这种大型的复杂光学系统中, 也常有多个硬边光阑. 近轴近似情况下, 对光束通过含有硬边光阑光学系统的传输特性的研究已成为硬边光阑光学中的一个重要问题^[9-12]. 近几年, 国内外学者研究了大量不同形状的光阑对光束传输的影响, 但大多局限在圆形孔径或圆环形孔径^[13-16], Du 和 Zhao^[17]从张量矩阵及 Collins 公式出发, 研究椭圆环形孔径对椭圆高斯光束的影

响, 但仅限于理论模拟仿真. 本文从理论上研究了 Bessel 光束经椭圆环形孔径的光传输特性, 并进行了实验验证; 利用菲涅耳衍射积分理论及硬边孔径的复高斯函数展开法导出了 Bessel 光束经椭圆环形孔径后的光场表达式, 数值模拟了其光场的强度分布; 研究了由轴棱锥产生的 Bessel 光束经椭圆环形孔径后的光场的变化及其传播过程, 设计相关实验光路对无衍射 Bessel 光束经过椭圆环形孔径衍射特性进行验证. 理论结果和实验结果相符合, 表明 Bessel 光束经椭圆环形孔径后可以产生空心光束.

2 理论分析与模拟

理想的无衍射光束是自由空间标量波动方程的一组特解, 可以表示为波矢在一个锥面上的平面波叠加, 在 z_0 处的无衍射光场可以表示为^[18]

$$E_{\text{in}}(x_0, y_0, z_0) = \exp(ik_z z_0) \int_0^{2\pi} A(\varphi) \exp[ik_t(x_0 \cos \varphi + y_0 \sin \varphi)] d\varphi, \quad (1)$$

* 国家自然科学基金(批准号: 61178015)、福建省科技创新平台计划(批准号: 2012H2002)和泉州市科技重点项目(批准号: 2014Z127)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: fengtie@hqu.edu.cn

式中, k_t, k_z 分别是平面波的径向和纵向波矢分量, 本文使用轴棱锥输出无衍射光, 因此 $k_t = k\alpha = k(n-1)\gamma$, 其中, n 为轴棱锥折射率, γ 为轴棱锥底角; $A(\varphi)$ 是理想无衍射光的角谱.

利用复高斯函数展开法将椭圆孔径光阑展开为^[19]

$$E_{\text{aperture}}(x_0, y_0) = \sum_{h=0}^N \left[A_h \exp\left(\frac{-B_h x_0^2}{a^2} - \frac{B_h y_0^2}{b^2}\right) \right], \quad (2)$$

式中, a, b 为椭圆孔径长短轴直径; A_h 和 B_h 是展开系数, 可以通过计算机优化的方法得到; N 为展开项数, 取 $N = 10$ 即可精确计算.

取 $z_0 = 0$, Bessel 光束经椭圆孔径后输出光的光场表达式为

$$E_{\text{out}}(x, y, z) = -\frac{ik}{2\pi z} \exp(ikz) \exp\left[\frac{ik(x^2 + y^2)}{2z}\right] \times \int_0^\infty \int_0^\infty E_{\text{in}}(x_0, y_0) E_{\text{aperture}}(x_0, y_0) \times \exp\left[\frac{ik}{2z}(x_0^2 + y_0^2 - 2x_0x - 2y_0y)\right] dx_0 dy_0. \quad (3)$$

将 (1) 和 (2) 式代入 (3) 式, 整理得到

$$E_{\text{out}}(x, y, z) = -i \frac{k}{2\pi z} \exp(ikz) \exp\left(ik \frac{x^2 + y^2}{2z}\right) \times \sum_{h=0}^N \left\{ A_h \int_0^{2\pi} A(\varphi) \int_0^\infty \int_0^\infty \exp\left[ik\left(\alpha \cos \varphi - \frac{x}{z}\right)x_0 + ik\left(\alpha \sin \varphi - \frac{y}{z}\right)y_0\right] \times \exp\left[ik\left(\frac{1}{2z} - \frac{B_h}{ika^2}\right)x_0^2 + ik\left(\frac{1}{2z} - \frac{B_h}{ikb^2}\right)y_0^2\right] dx_0 dy_0 d\varphi \right\}. \quad (4)$$

令 $\chi_1(\varphi, x) = \alpha \cos \varphi - x/z$, $\chi_2(\varphi, y) = \alpha \sin \varphi - y/z$, $X_1 = \frac{1}{2z} - \frac{B_h}{ika^2}$, $X_2 = \frac{1}{2z} - \frac{B_h}{ikb^2}$. 对 (4) 式做变量替换后, 利用菲涅耳积分^[20]

$$\int_{-\infty}^\infty \exp(-p^2 x^2 \pm qx) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{p} \exp\left(\frac{q^2}{4p^2}\right), \quad \text{Re } p^2 > 0, \quad (5)$$

整理得到

$$E_{\text{out}}(x, y, z) = \frac{1}{2z} \exp(ikz) \exp\left[\frac{ik(x^2 + y^2)}{2z}\right]$$

$$\times \sum_{h=0}^N \left\{ A_h \int_0^{2\pi} A(\varphi) \exp\left[-ik\left(\frac{\chi_1^2(\varphi, x)}{4X_1} + \frac{\chi_2^2(\varphi, y)}{4X_2}\right)\right] \frac{1}{\sqrt{X_1 X_2}} d\varphi \right\}. \quad (6)$$

Bessel 光经过椭圆孔径 1 (孔径的长轴和短轴分别是 a_1 和 b_1) 的衍射后光场为

$$E_{1\text{out}}(x, y, z) = \frac{1}{2z} \exp(ikz) \exp\left[\frac{ik(x^2 + y^2)}{2z}\right] \times \sum_{h=0}^N \left\{ A_h \int_0^{2\pi} A(\varphi) \exp\left[-ik\left(\frac{\chi_1^2(\varphi, x)}{4X_{11h}} + \frac{\chi_2^2(\varphi, y)}{4X_{12h}}\right)\right] \frac{1}{\sqrt{X_{11h} X_{12h}}} d\varphi \right\}. \quad (7)$$

Bessel 光经过椭圆孔径 2 (孔径的长轴和短轴分别是 a_2 和 b_2) 的衍射后光场为

$$E_{2\text{out}}(x, y, z) = \frac{1}{2z} \exp(ikz) \exp\left[\frac{ik(x^2 + y^2)}{2z}\right] \times \sum_{h=0}^N \left\{ A_h \int_0^{2\pi} A(\varphi) \exp\left[-ik\left(\frac{\chi_1^2(\varphi, x)}{4X_{21h}} + \frac{\chi_2^2(\varphi, y)}{4X_{22h}}\right)\right] \frac{1}{\sqrt{X_{21h} X_{22h}}} d\varphi \right\}. \quad (8)$$

Bessel 光通过椭圆环形孔径的衍射相当于通过两个椭圆孔径衍射场函数的叠加, 即 Bessel 光通过椭圆环形孔径后的光强分布函数

$$I_{\text{out}}(x, y, z) = |E_{1\text{out}}(x, y, z) - E_{2\text{out}}(x, y, z)|^2. \quad (9)$$

根据 (9) 式, 利用计算机对 Bessel 光束经椭圆环形孔径后在不同传播距离处的截面光强分布进行模拟. 光源采用 He-Ne 激光器, 波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, 轴棱锥折射率 $n = 1.458$, 底角 $\gamma = 2^\circ$, 椭圆环形孔径的外椭圆长短轴分别为 $a_1 = 2 \text{ mm}$, $b_1 = 1 \text{ mm}$, 内椭圆长短轴分别为 $a_2 = 1 \text{ mm}$, $b_2 = 0.5 \text{ mm}$, 得到的截面光强分布如图 1 所示.

从图 1 可以直观地看到: Bessel 光通过椭圆环形孔径, 在不同位置形成了不同的光场分布, 中间光场随传播距离 z 的增大而扩大; 在 $z = 100 \text{ mm}$ 处的双空心形似 ∞ 的对称光场分布, 随 z 的增大, 形似 ∞ 的光场向两边扩大, 在 $z = 180 \text{ mm}$ 处形成中心光强为零的光场分布. 这是由于椭圆环形孔径导致的像散使得光束波前发生畸变, 它使光线在子午面内的会聚点不同于光线在弧矢面内的会聚点,

即使得 Bessel 光束通过椭圆环形孔径后的光场在 x 方向与 y 方向的不完全重合, 从而随着传播距离 z 变化, 形成如图 1 所示的光场分布.

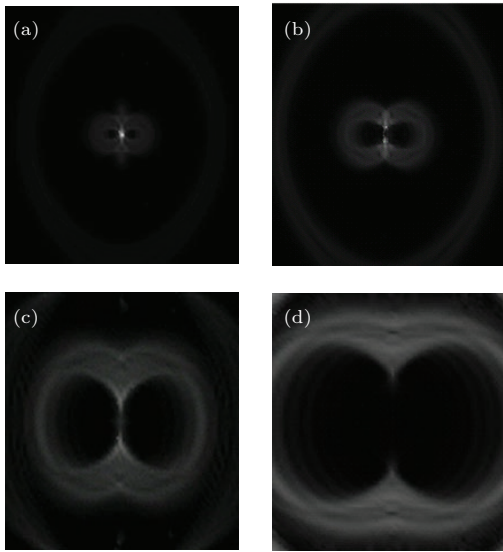


图 1 数值模拟得到的不同传播距离处的截面光强分布 (a) $z = 70$ mm; (b) $z = 100$ mm; (c) $z = 130$ mm; (d) $z = 180$ mm

Fig. 1. Numerical simulation pictures of transverse intensity distribution in different positions: (a) $z = 70$ mm; (b) $z = 100$ mm; (c) $z = 130$ mm; (d) $z = 180$ mm.

3 实验验证

为验证理论分析, 实验上选择与理论符合的相关参数. 取外椭圆长短轴分别为 $a_1 = 2$ mm, $b_1 = 1$ mm, 内椭圆长短轴分别为 $a_2 = 1$ mm, $b_2 = 0.5$ mm 的椭圆孔径, 形状见图 2, 并设计如图 3 所示的实验光路图, 波长为 632.8 nm 的 He-Ne 激光光束通过由 f_1 和 f_2 组成的准直扩束系统, 入射到轴棱锥后产生 Bessel 光束, 在最大无衍射距离内放置椭圆环形孔径. 其中 $f_1 = 15$ mm, $f_2 = 190$ mm, 轴棱锥的折射率 $n = 1.458$, 底角 $\gamma = 2^\circ$.

用体式显微镜观察轴棱锥后的光强分布, 并用电荷耦合器件 (CCD) 相机拍摄到了轴棱锥后无衍射光束在不同传播距离处光场的截面光强分布, 如图 4 所示.

图 4 为实验拍摄到不同位置处的截面光强分布图. 从图 4 可以看出: 由轴棱锥产生的 Bessel 光通过椭圆环形孔径后, 在 $z = 70$ mm 处衍射形成外圈椭圆、中心光强较强、形状似 ∞ 的对称光场分布; 随着传播距离 z 的增加, 在 $z = 100$ mm

处外部光圈渐渐变大, 中间的 ∞ 形光圈向两边扩大; $z = 130$ mm 处光圈继续向两边扩大; 在 $z = 180$ mm 处形成中间光强为零的空心的光场分布. 比较图 4 和图 1 可以看出, 实验拍摄得到的无衍射光束在不同位置的光斑图与其对应位置的理论模拟基本相符.

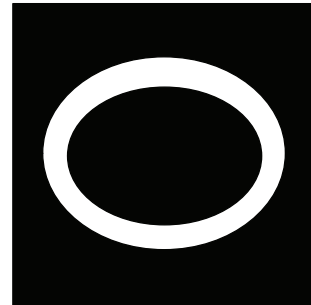


图 2 椭圆环形孔径示意图

Fig. 2. Schematic of elliptical annular aperture.

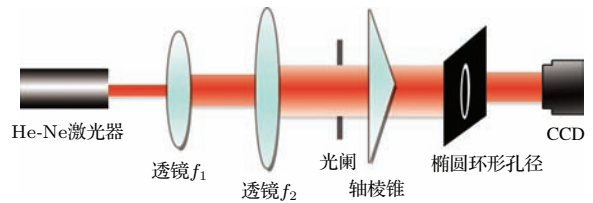


图 3 实验光路图

Fig. 3. Experimental diagram of optical path.

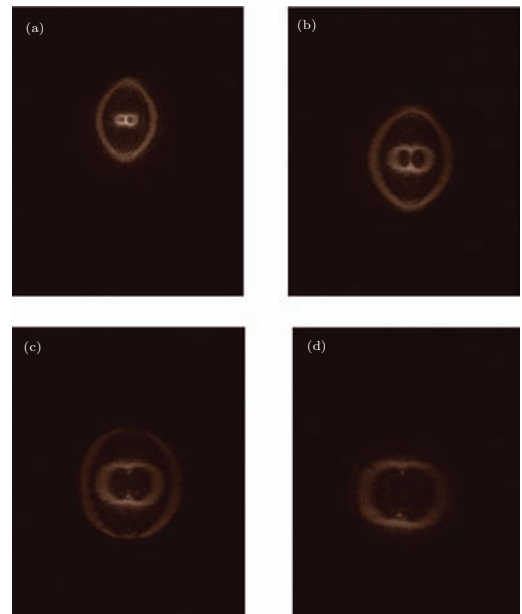


图 4 实验测得的在不同传播距离处的截面光强分布 (a) $z = 70$ mm; (b) $z = 100$ mm; (c) $z = 130$ mm; (d) $z = 180$ mm

Fig. 4. Experimental pictures of transverse intensity distribution in different positions: (a) $z = 70$ mm; (b) $z = 100$ mm; (c) $z = 130$ mm; (d) $z = 180$ mm.

4 结 论

本文研究了椭圆环形孔径对轴棱锥产生的无衍射 Bessel 光束的影响, 通过菲涅耳衍射积分理论及硬边孔径的复高斯函数展开法导出了 Bessel 光束经椭圆环形孔径后的光场表达式, 并利用计算机对其光强进行数值模拟; 研究了 Bessel 光束经椭圆环形孔径后的光场的变化及其传播过程. 实验验证表明, 无衍射光束经椭圆环形孔径后会产生中心光强为零的空心光束. 研究结果对 Bessel 的应用或光学系统的设计具有一定的参考价值.

参考文献

- [1] Durnin J 1987 *J. Opt. Soc. Am. A* **4** 651
- [2] Sokolovskii G S 2014 *Tech. Phys. Lett.* **40** 475
- [3] Wang Z Y, Li M 2009 *Acta Opt. Sin.* **29** 2984 (in Chinese) [王中宇, 李萌 2009 光学学报 **29** 2984]
- [4] Fan D D, Zhang Q A, Cheng Z M, Zheng W T, Wu F T 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 164103 (in Chinese) [范丹丹, 张前安, 程治明, 郑维涛, 吴逢铁 2012 物理学报 **61** 164103]
- [5] He X, Wu F T, Li P, Chen Z Y 2014 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **44** 705 (in Chinese) [何西, 吴逢铁, 李攀, 陈姿言 2014 中国科学: 物理学 力学 天文学 **44** 705]
- [6] Xie X X, Wu F T, Li D 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 180201 (in Chinese) [谢晓霞, 吴逢铁, 李冬 2014 物理学报 **63** 180201]
- [7] Du T J, Wang T, Wu F T 2014 *Opt. Commun.* **317** 24
- [8] Wang X F, Kang Z J, Pan Z W, Lian F Q, Huang K, Yu J 2011 *Chin. J. Lasers* **38** 0402006 (in Chinese) [王小发, 康治军, 樊仲维, 连富强, 黄科, 余锦 2011 中国激光 **38** 0402006]
- [9] Zhou G Q 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1853
- [10] Chen B S, Pu J X 2010 *Chin. Phys. B* **19** 074202
- [11] Ji X L, Lü B D 2004 *Chin. J. Lasers* **31** 681 (in Chinese) [季小玲, 吕百达 2004 中国激光 **31** 681]
- [12] Zhou G Q 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6185 (in Chinese) [周国泉 2009 物理学报 **58** 6185]
- [13] Li R X, Li R H, Zhao C L, Lu X H 2007 *Laser Infrared* **37** 534 (in Chinese) [李汝烯, 李汝恒, 赵承良, 陆璇辉 2007 激光与红外 **37** 534]
- [14] Lockyear M J, Hibbins A P, Sambles J R, Lawrence C R 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 193902
- [15] Liu C, Park S H 2004 *Opt. Lett.* **29** 1742
- [16] Baida F I, Labeke D V 2003 *Phys. Rev. B* **67** 155314
- [17] Du X Y, Zhao D M 2007 *J. Opt. Soc. Am. A* **24** 444
- [18] Lü B D 2003 *Laser Optics* (Beijing: Higher Education Press) pp16–18 (in Chinese) [吕百达 2003 激光光学 (北京: 高等教育出版社) 第 16—18 页]
- [19] Wen J J, Breazeale M A 1988 *J. Acoust. Soc. Am.* **83** 1752
- [20] Wen W, Lu X Y, Zhao C L, Cai Y J 2014 *Opt. Commun.* **313** 350

Diffraction optical field of the Bessel beam through elliptical annular aperture^{*}

Xie Xiao-Xia Wang Shuo-Chen Wu Feng-Tie[†]

(Fujian Key Laboratory of Optical Beam Transmission and Transformation, College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

(Received 18 November 2014; revised manuscript received 22 December 2014)

Abstract

Based on Fresnel diffraction theory and complex Gaussian function expansion of hard-edged aperture, the optical field formula of Bessel beam propagating through an elliptical annular aperture is derived, and the transverse intensity distribution of the beam is numerically simulated. The changes of the optical field and the propagation process of the diffracted beam behind the elliptical annular aperture are studied. In the experiment for the first time, a quasi non-diffracting beam is generated by an axicon and the patterns that are due to the beam diffraction by an elliptical annular aperture at different propagation distances are observed with a charge-coupled device camera. The theoretical analysis and experimental results both show that Bessel beam passing through an elliptical annular aperture can generate a hollow beam.

Keywords: Bessel beam, elliptical annular aperture, hollow beam, diffraction theory

PACS: 42.25.Fx, 42.25.-p, 24.10.Ht

DOI: [10.7498/aps.64.124201](https://doi.org/10.7498/aps.64.124201)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61178015), the Science and Technology Innovation Platform Projects of Fujian Province, China (Grant No. 2012H2002), and the Key Project of the Science and Technology of Quanzhou City, China (Grant No. 2014Z127).

† Corresponding author. E-mail: fengtie@hqu.edu.cn