

光学体系宏观-微观纠缠及其在量子密钥分配中的应用

安雪碧 银振强 韩正甫

Macro-micro entanglement in optical system and its application in quantum key distribution

An Xue-Bi Yin Zhen-Qiang Han Zheng-Fu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 140303 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.140303

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.140303>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I14>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

杨-巴克斯特自 \square 1/2 链模型的量子关联研究

Properties of quantum correlations in the Yang-Baxter spin-1/2 chain model

物理学报.2015, 64(7): 070302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.070302>

利用非稳定子态容错实现密集旋转操作

Fault-tolerantly implementing dense rotation operations based on non-stabilizer states

物理学报.2014, 63(22): 220304 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.220304>

超导转变边沿单光子探测器原理与研究进展

Review on superconducting transition edge sensor based single photon detector

物理学报.2014, 63(20): 200303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.200303>

单-双模组合压缩热态的纠缠性质及在量子隐形传态中的 $\square\tau$

Entanglement of one- and two-mode combination squeezed thermal states and its application in quantum teleportation

物理学报.2014, 63(14): 140302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.140302>

带有三体相互作用的 XXZ 自旋链模型的隐形传态

Quantum teleportation in an XXZ spin chain system with three-site interaction

物理学报.2014, 63(11): 110305 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.110305>

光学体系宏观-微观纠缠及其在量子密钥分配中的应用

安雪碧 银振强 韩正甫[†]

(中国科学技术大学, 中国科学院量子信息重点实验室, 合肥 230026)

(2015年2月10日收到; 2015年4月13日收到修改稿)

宏观-微观纠缠最早起源于“薛定谔的猫”思想实验, 是指在宏观体系与微观体系之间建立量子纠缠. 实现宏观-微观纠缠可以利用多种物理体系来完成, 本文重点介绍了在光学体系中制备和检验宏观-微观纠缠的发展过程. 从最初的受激辐射单光子量子克隆到光学参量放大, 再到相空间的位移操作, 实验上制备宏观-微观纠缠的方法取得了长足的进步. 利用非线性光学参量放大过程制备的宏观-微观纠缠的光子数可以达到 10^4 量级, 人眼已经可以观察到, 因此使用人眼作为探测器来检验宏观-微观纠缠的实验开始出现. 但随后人们意识到, 粗精度的光子数探测器, 例如人眼, 无法严格判定宏观-微观纠缠的存在. 为了解决这个难题, 提出了一种巧妙的方法, 即在制备宏观-微观纠缠后, 利用局域操作过程将宏观态再变为微观态, 通过判定微观纠缠存在的方法来判定宏观-微观纠缠的存在. 之后相空间的位移操作方法将宏观态的粒子数提高到 10^8 , 并且实现了纠缠的严格检验. 利用光机械实现宏观-微观纠缠的方案也被提出. 由于量子密钥分配中纠缠是必要条件, 而宏观-微观纠缠态光子数较多这一优势可能会对量子密钥分配的传输距离有所提高. 本文介绍了利用相位纠缠的相干态来进行量子密钥分配的方案, 探讨了利用宏观-微观纠缠实现量子密钥分配的可能性.

关键词: 宏观-微观纠缠, 薛定谔的猫, 量子密钥分配, 量子克隆

PACS: 03.67.-a, 03.67.Bg, 03.67.Dd

DOI: 10.7498/aps.64.140303

1 引言

量子力学自提出以来, 在解释黑体辐射、玻色-爱因斯坦凝聚、原子光谱等实验现象时都取得了很大的成功, 量子力学的哥本哈根解释获得了物理学界的普遍认可, 但是哥本哈根学派对于测量塌缩现象以及“薛定谔的猫”佯谬无法提供令人信服的解释. “薛定谔的猫”是一个思想实验, 薛定谔将猫的死活与原子的衰变联系起来, 得出猫处在既死又活状态的这一佯谬. 这里, 薛定谔将一个宏观物体的状态与微观原子的状态纠缠在一起, 这就是最初的宏观-微观纠缠的思想. 哥本哈根学派针对薛定谔的猫佯谬给出的解释是: 宏观态的物体无法处于叠加态上, 但是并没有具体给出宏观态与微观态的界限^[1]. 对于宏观态的物体, 量子力学的叠加态

理论究竟还能不能适用, 处在叠加态的物体在尺度上有没有极限, 这些都需要实验上进一步的验证和探究. 制备宏观-微观纠缠态也可以为退相干模型的研究和检验提供新的可能, 因此宏观-微观纠缠的实验研究对进一步验证和理解量子力学都有着非常重要的意义.

在不同的实验系统中, 研究者们正在努力制备薛定谔的猫态, 这包括原子系综^[2]、超导电路^[3]、电机械^[4]和光机械^[5]系统等. 在量子实验系统中, 光学系统由于退相干作用小而被广泛采用. 本文主要介绍宏观-微观纠缠在光学实验方面的发展. 由于宏观-微观纠缠态光子数较多, 这一优势可能会对量子密钥分配的传输距离有所提高, 因此本文还探讨了利用宏观-微观纠缠来实现量子密钥分配的可能性.

[†] 通信作者. E-mail: zfhan@ustc.edu.cn

2 宏观-微观纠缠实验的发展

2.1 光学参量放大制备宏观-微观纠缠态的实验

光学方法中一个非常重要的概念是以受激辐射为原理的量子克隆^[6,7], 第一个克隆实验实现了单个光子的克隆^[8], 但在此之前, 将一个光子克隆成多个光子的理论设想就已经出现^[9]. 多光子克隆对于实现宏观-微观纠缠的意义在于: 如果制备了纠缠双光子对, 对其中一个光子进行多光子克隆, 就可实现单光子与多光子的纠缠, 即宏观-微观纠缠.

在2008年, Martini等^[10]将纠缠光子对中的一个光子放大, 完成了一个光子与 10^4 量级的光子之间的纠缠实验. 这个实验如图1^[10]所示.

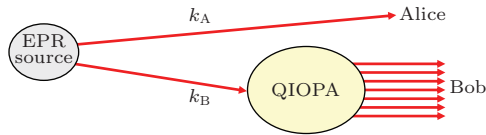


图1 (网刊彩色) 一个光子与 10^4 量级的光子之间的纠缠实验示意图^[10]. 对 Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) 纠缠光子对中的一个光子进行克隆, 这里的克隆操作利用的是量子注入光学参量放大 (quantum-injected optical parametric amplification, QIOPA) 过程

Fig. 1. (color online) Schematic diagram of the experiment^[10]. One of the entangled photons is cloned by quantum-injected optical parametric amplification.

实验中采用非线性光学中的自发参量下转换 (SPDC) 效应产生一对纠缠光子对, 其量子力学描述为 $|\psi^-\rangle_{A,B} = 2^{-\frac{1}{2}}(|H\rangle_A|V\rangle_B - |V\rangle_A|H\rangle_B)$, 其

中 A, B 分别对应两个光子. 然后利用 QIOPA 的方法对其中一个纠缠光子进行“克隆放大”, 从而获得一个光子与多个光子的纠缠, 即宏观-微观纠缠态:

$$|\Sigma\rangle_{A,B} = 2^{-\frac{1}{2}}\left(|\Phi^\varphi\rangle_B|1\varphi^\perp\rangle_A - |\Phi^{\varphi^\perp}\rangle_B|1\varphi\rangle_A\right), \quad (1)$$

其中 $|\Phi^\varphi\rangle_B$ 和 $|\Phi^{\varphi^\perp}\rangle_B$ 是多光子态, 可以写成

$$|\Phi^\varphi\rangle_B = \sum_{i,j=0}^{\infty} \gamma_{ij} \frac{\sqrt{(1+2i)!(2j)!}}{i!j!} \times |(2i+1)\varphi; (2j)\varphi^\perp\rangle_B, \quad (2)$$

$$|\Phi^{\varphi^\perp}\rangle_B = \sum_{i,j=0}^{\infty} \gamma_{ij} \frac{\sqrt{(1+2i)!(2j)!}}{i!j!} \times |(2i)\varphi; (2j+1)\varphi^\perp\rangle_B, \quad (3)$$

其中 $\gamma_{ij} \equiv C^{-2}\left(-\frac{\Gamma}{2}\right)^i \frac{\Gamma^j}{2}$, $C \equiv \cosh(g)$, $\Gamma \equiv \tanh(g)$, $g = \chi t$ 而 $|p\varphi; q\varphi^\perp\rangle$ 是指粒子数为 p, q , 偏振方向为 φ, φ^\perp 的 Fock 态. 若 Alice 对接收到的光子进行偏振测量, 根据其测量结果, Bob 端的态会相应地塌缩到宏观的粒子态上, 这两种宏观粒子态的区别在于偏振为 φ 和 φ^\perp 方向的光子数分布不同, $|\Phi^\varphi\rangle_B$ 态有奇数个光子偏振为 φ 方向, 偶数个光子偏振为 φ^\perp 方向, $|\Phi^{\varphi^\perp}\rangle_B$ 与 $|\Phi^\varphi\rangle_B$ 正好相反, 因此这两个态为正交态. 实验还对纠缠是否存在进行了检验, 主要思路如图2^[11]. 可以在任意方向的测量基上探测单光子 A 的偏振, 光子 B 经过上述 QIOPA 的过程变为强光, 由(2)和(3)式可以看出, 处于叠加的两个宏观态都包含 φ 和 φ^\perp 两个偏振方向的光, 但是光子数分布不同, 经过光子计数器 B_1, B_2 的探测, 就可以辨别 $|\Phi^{\varphi^\perp}\rangle_B$ 与 $|\Phi^\varphi\rangle_B$ 态, 再通过贝尔不等式^[12]的违背与否来判断纠缠的存在.

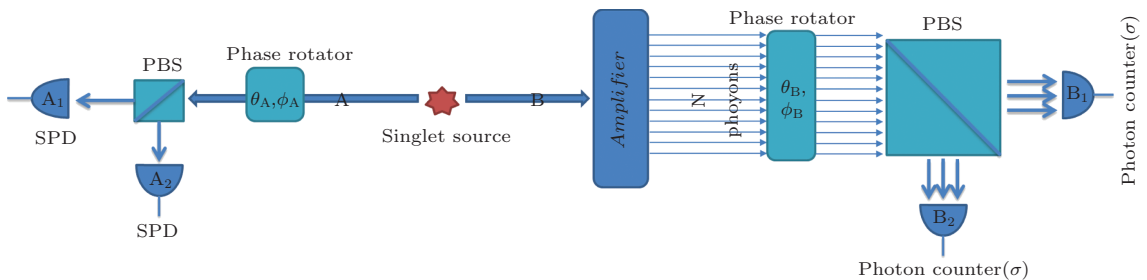


图2 (网刊彩色) 纠缠检验示意图^[11] 纠缠光子对中的一个光子被发送给 A, 经过相位旋转器和偏振分束器 (PBS) 以及两个单光子探测器 (SPD), 可以在任意方向的测量基上探测光子 A 的偏振; 光子 B 经过一个“放大器”后变成强光, 经过类似 A 端的装置进行探测, 只是这里单光子探测器被替换成光子计数器

Fig. 2. (color online) A source produces an entangled photon pair in a polarization singlet state^[11]. Photon A is detected in an arbitrary polarization basis with the help of the phase rotator, polarizing beam splitter, and single-photon detectors. Photon B is amplified to a light beam, then detected by two photon counters.

2.2 人眼探测宏观纠缠实验的提出与争议

由于人眼在黑暗适应条件下感光光子数在 100 个左右^[13], 人的眼睛完全可以看到这个实验中的强光, 而人眼探测意味着制备了宏观可见的“薛定谔的猫”, 这个实验促进了用人眼来探测这种纠缠的研究^[14]. 这个实验中宏观-微观纠缠态的产生方法与文献^[10]中的方法类似, 使用的是 II 型参量先转换的方法对单光子进行克隆, 得到 $|\Phi\rangle, |\Phi_\perp\rangle$ 两个宏观态的叠加态. 假设对两个垂直的单光子态进行克隆, 则有 $a_\varphi^\dagger|0,0\rangle = |1,0\rangle, a_{\varphi_\perp}^\dagger|0,0\rangle = |0,1\rangle$, 其中 a_φ^\dagger 和 $a_{\varphi_\perp}^\dagger$ 是偏振模式为 φ 和 φ^\perp 的产生算符. 克隆过程的时间演化算符为 $e^{-iHt} = UU_\perp$, 其中 $U = e^{(g/2)(a_{\varphi_\perp}^\dagger - a_\varphi^2)}$, $U_\perp = e^{(g/2)(a_{\varphi_\perp}^\dagger - a_{\varphi_\perp}^2)}$, 这里我们定义放大参数 $g = \chi t$, t 是参量下转换过程的作用时间. 在放大过程后, 得到 $|\Phi\rangle = UU_\perp|1,0\rangle = |A_1\rangle|A_0\rangle_\perp, |\Phi_\perp\rangle = UU_\perp|0,1\rangle = |A_0\rangle|A_1\rangle_\perp$, 其中 $|A_1\rangle = U|1\rangle, |A_0\rangle = U|0\rangle$. 在海森堡绘景中有 $U^\dagger a^\dagger U = \cosh(g)a^\dagger + \sinh(g)a$. 利用这个公式可以算出 $|A_0\rangle, |A_1\rangle$ 态的平均光子数. $\langle A_1|a^\dagger a|A_1\rangle = 3\sinh^2(g) + 1, \langle A_0|a^\dagger a|A_0\rangle = \sinh^2(g)$. 这表明 $|A_1\rangle$ 态的平均光子数是 $|A_0\rangle$ 态的约 3 倍. 由于人眼是一个阈值探测器, 可以通过调节参量下转换过程的时间来改变 g 的大小, 从而使得人眼可以看到 $|A_1\rangle$ 态的亮光, 而看不到 $|A_0\rangle$ 态的光. 实验示意图见图 2^[11], 简言之, 人眼探测宏观-微观纠缠实验的主要思路就是将光子计数器 B_1, B_2 替换成人眼, 可以通过 B_1 或 B_2 处人眼的响应情况来判断宏观态处在 $|\Phi\rangle$ 态还是 $|\Phi_\perp\rangle$ 态上.

但是对于文献^[10]中实现的到底是不是纠缠的争论慢慢出现. 实际上, 文献^[10]中的宏观-微观纠缠的检验是不严格的, 不用文献^[14, 15]中量子放大的方法, 用经典的方法也可以得到相同的结果, 过程中不必存在纠缠^[16]. 这里的经典方法被称为测量-制备过程 (measure-and-prepare), 即在图 2 的“放大器”处, 放置单光子测量装置, 对纠缠光子进行测量, 根据测量结果, 制备相应的宏观态. 量子力学的描述如下.

测量-制备克隆过程产生的终态为

$$\rho_{mp} = \frac{1}{\pi} \int d\varphi (p^+(\theta_A, \varphi_A, \varphi)|\Psi_\varphi\rangle\langle\Psi_\varphi| + p^-(\theta_A, \varphi_A, \varphi)|\Psi_{\varphi_\perp}\rangle\langle\Psi_{\varphi_\perp}|), \quad (4)$$

其中 $p^+(\theta_A, \varphi_A, \varphi) = |\langle\theta_A, \varphi_A|\varphi\rangle|^2, p^-(\theta_A, \varphi_A, \varphi) = |\langle\theta_A, \varphi_A|\varphi_\perp\rangle|^2$, 表示的是在偏振为 φ 和 φ_\perp 的测量基下得到 \pm 结果的概率大小. $|\Psi_\varphi\rangle, |\Psi_{\varphi_\perp}\rangle$ 是在单光子测量结果为 $|\varphi\rangle$ 和 $|\varphi_\perp\rangle$ 的情况下制备的多光子态, 由于这种方法已经对纠缠光子对进行了测量, 因此终态不存在纠缠. 文献^[11]给出了测量-制备克隆过程与前述的可以保持纠缠的幺正克隆过程中光子数分布概率的计算结果, 如图 3 所示. 在 Bob 端的光子计数器的分辨率没有达到单光子量级的情况下, 实验无法分辨出测量-制备克隆过程与幺正克隆过程所制备的宏观态, 且测量-制备克隆过程是没有纠缠的, 因此上述实验在纠缠的检测方面都存在漏洞, 其制备的宏观-微观纠缠态存在争议.

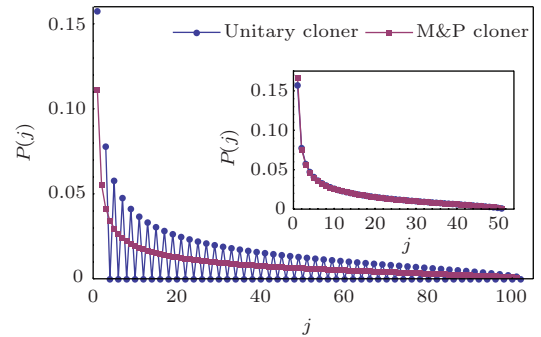


图 3 (网刊彩色) 对应图 2 中的探测器 B_1 测到 j 个光子的概率. 圆点对应制备宏观-微观纠缠的过程为幺正克隆, 方点线为测量-制备过程^[11]

Fig. 3. (color online) Corresponding to the probability of B_1 detects j photons in Fig. 2. The dotted line is unitary cloner, and the squared line is the measure and prepare cloner^[11].

从图 3 中可以看出, 幺正克隆过程的概率有明显的奇偶结构, 而测量-制备过程则没有. 内插图是假设无法分辨相邻光子数, 即对相邻光子数的概率进行平均后计算的结果, 可以看出, 两者几乎重合. 因此, 当探测器的分辨率达不到单光子水平时, 则无法区分测量-制备过程还是幺正克隆过程.

2.3 宏观-微观纠缠检验新方法的提出

由以上分析可知, 如文献^[10]或者其他利用人眼作为探测器的粗精度探测是无法分辨出量子放大和经典放大的, 因此无法用于验证宏观-微观纠缠的实验实现^[11]. 要想证明实现了宏观-微观纠缠, 要对多光子态进行直接光子数测量, 并且实验的精度要到单光子水平, 这一点在技术上是很难实现的^[16].

解决这个问题的方法是将单光子放大后, 再加入“反放大”过程, 把宏观系统再转化回微观量级^[17], 这样纠缠就可以用单光子探测的方法进行检验. 由于经典通信和局域操作 (LOCC) 不会增加纠缠度, 如果最后检测到纠缠的存在, 则“放大”和“反放大”之间一定存在宏观-微观纠缠.

以上所提到的文献都用偏振纠缠光子对作为纠缠的起点, 但我们也可以用单光子的路径纠缠作为起点. 例如, 在路径纠缠的一条光路上放置实现单模压缩操作的装置, 实现光子数维度的宏观-微观纠缠^[18], 然后进行“反压缩操作”. 相空间的压缩是局域操作, 不会增加纠缠, 从而可以用文献^[17]的思想去检验纠缠的存在. 文献^[18]的实验装置如图4所示. 经过分束器 (BS) 后, 单光子态变为路径纠缠态,

$$|\Psi_{in}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle_A|0\rangle_B + |0\rangle_A|1\rangle_B), \quad (5)$$

经过压缩操作后变为

$$|\Psi_s\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle_A|S_0\rangle_B + |0\rangle_A|S_1\rangle_B), \quad (6)$$

其中 $S = \exp(-iHt)$, $H = i\chi(a^2 - a^{\dagger 2})$, 表征相空间压缩操作的大小. 压缩态 $|S_0\rangle$ 和 $|S_1\rangle$ 可以在 Fock 态空间展开

$$|S_0\rangle = S|0\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\cosh r}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{(2n)!}}{2^n n!} (-\tanh r)^n |2n\rangle, \quad (7)$$

其中, $n_0 = \langle S_0|a^\dagger a|S_0\rangle = \sinh^2 r$.

$$\begin{aligned} |S_1\rangle &= S|1\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{(\cosh r)^3}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{(2n+1)!}}{2^n n!} (-\tanh r)^n \\ &\quad \times |2n+1\rangle, \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $n_1 = \langle S_1|a^\dagger a|S_1\rangle = 1 + 3\sinh^2(r)$.

由(7)和(8)式可以看出, 对单光子路径纠缠, 其中一路进行相空间的压缩操作后, 可以得到宏观-微观纠缠, 宏观态为光子数分布不同的强光.

经过反压缩操作后, 理论上宏观态会被转化为单光子, 但是由于在压缩和反压缩过程中宏观态的光子会有丢失, 导致反压缩操作后得到的态有高阶项, 即多光子部分. 但是通过平衡零拍探测, 可以得到终态 Wigner 函数, 由 Wigner 函数可以反推出密度矩阵, 从而算出共生纠缠 Concurrence^[19], 其中 Concurrence 是纠缠的度量, $C > 0$ 是纠缠存在的充分不必要条件, 可以通过共生纠缠的大小来判断纠缠的存在与否. 文献^[18]提出的方法 (见图4) 成功回避了单光子精度的探测器问题.

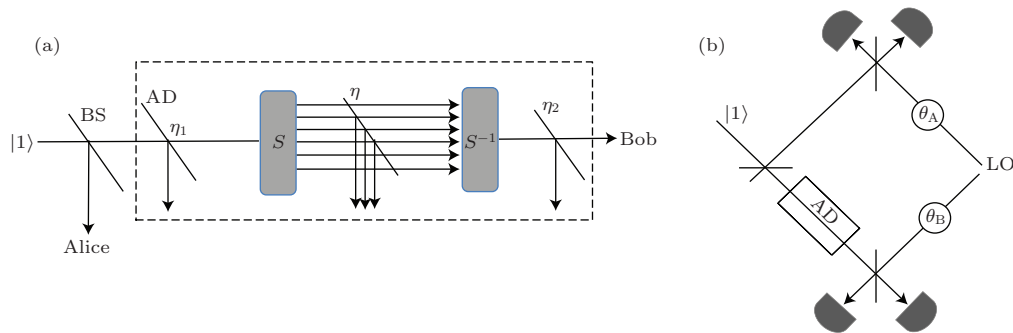


图4 (a) 单光子从左侧进入一个分束器 BS, 形成路径纠缠, 其中一路经过相空间的压缩操作, 被放大为宏观态, 之后再对其进行反压缩操作, 将宏观-微观纠缠转为微观-微观纠缠, 然后对微观态进行纠缠的检验; (b) 检验装置, LO 光是平衡零拍探测的本地震荡光, 而 AD 装置是指图 (a) 中的单光子放大和反放大过程^[18]

Fig. 4. (a) The single photon creates the path entanglement by going through a beam splitter, one of the paths is amplified to macro state by squeezing operation in phase space, the mac-micro entanglement is transferred to mic-micro entanglement by de-squeezing operation, and then the micro state is probed using single photon detectors to reveal the entanglement; (b) LO is the local oscillator beam of the homodyne detection, AD is the amplifying process and de-amplifying process in Fig. (a)^[18].

2.4 相空间的位移操作制备宏微观纠缠态实验

受文献^[18]启发, 另一类型的放大方法也是利用单光子路径纠缠作为起点. 通过单光子与强相干

态在一块高度非对称的分束器中干涉的方法, 实现相空间中的位移操作 $D(\alpha)$ ^[20], 这是一个局域操作, 不会创造和增加纠缠, 而相空间的位移操作也存在反操作 $D(-\alpha) = D^{-1}(-\alpha)$, 从而实现单光子路径与宏观光子数方差的纠缠. 文献^[21,22]就是用上

述方案, 实现了 10^8 量级光子数的宏观-微观纠缠.

瑞士日内瓦大学的 Gisin 小组^[21] 在 2013 年 7 月提出并实施了以下实验方案, 实验装置如图 5 所示.

由标记单光子形成的路径纠缠态与 (5) 式相同, 将其中一路与本地震荡光在一个高度非对称的分束器上干涉, 等效于对一路单光子态进行相空间的位移操作, 即 $D(\alpha)$ 操作.

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(D_a(\alpha)|1\rangle_A|0\rangle_B + |\alpha\rangle_A|1\rangle_B), \quad (9)$$

其中 $|\alpha\rangle$ 是真空态经过相空间位移操作得到, 即相干态. 其粒子数满足泊松分布.

$$D(\alpha)|0\rangle = |\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (10)$$

平均光子数为 $|\alpha|^2$, 方差也为 $|\alpha|^2$; $D_a(\alpha)|1\rangle_A$ 态是对单光子态进行相空间位移操作得到, 满足非高斯分布; 平均光子数为 $|\alpha|^2 + 1$, 方差为 $3|\alpha|^2$.

在实验最后一步, 将放大后的强光态与本地震荡光再进行干涉, 这里本地震荡光的相位与对单光子态操作时的相位相反, 等效于相空间内的反向位移操作, 通过此操作后, 可将强光态再转化为单光子态, 利用 Bell 态测量装置对两路的单光子态进行纠缠测量.

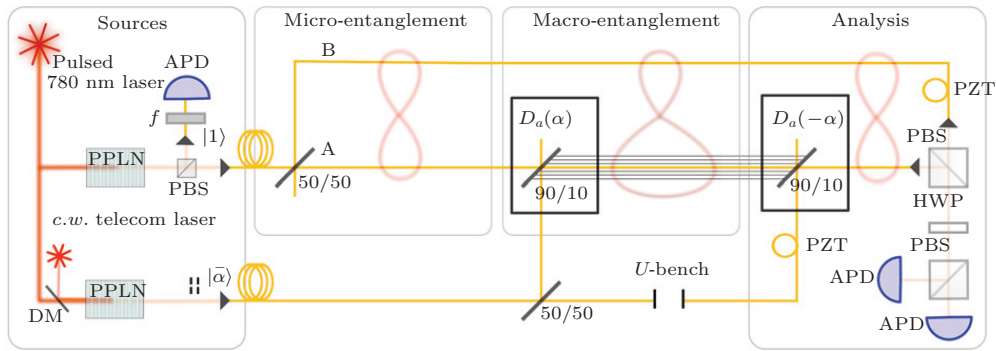


图 5 (网刊彩色) 这里使用 780 nm 的脉冲光抽运周期极化铌酸锂 (PPLN) 晶体, 利用 II 型参量下转换过程产生一对纠缠光子对, 并经过一个偏振分束器 (PBS) 后分开, 一路被雪崩光电二极管 (APD) 探测, 另一路成为标记单光子源. 第二块 PPLN 晶体被一束 1563 nm 的连续光抽运, 与 780 nm 的脉冲光形成差频产生 (DFG) 效应, 产生一束 780 nm 的本地震荡光. 标记单光子经过 BS 后形成如 (5) 式的路径纠缠态, 图中 8 字形的曲线代表有纠缠存在. 其中一路与之前产生的本地震荡光在一个 90/10 的分束器上产生干涉, 这个过程等效于对单光子态在相空间进行位移操作, 产生宏观态的光. 图中的黑线可以看成强光. 为了检验纠缠的存在, 再将强光态与本地震荡光干涉, 进行相空间的反位移操作, 将宏观-微观纠缠转换为单光子路径纠缠, 然后经过 Bell 态测量装置进行纠缠的检验^[21]

Fig. 5. (color online) Here we use a Ti:sapphire pulsed laser to pumped PPLN crystal. Pairs of photons are generated by type II spontaneous parametric down-conversion and separated by a polarizing beam splitter. One path is detected by APD, and the other path becomes a heralded single photon source. The second PPLN crystal is pumped by a continuous wave laser beam, the wave length of which is 1563 nm, generating a local oscillator (by means of pulsed coherent state) through DFG, whose bandwidth is restricted by energy conservation to the bandwidth of the pump laser. The heralded single photon creates a path entanglement by going through a beam splitter, which can be written as Eq. (9). The figure-8 shapes represents the entanglement between the two modes. One of the entangled paths interferes on a highly unbalanced beam splitter (90/10) with the local oscillator, corresponding to a displacement operation on the HSP state. The black line represents the strong light beam, then the strong light beam is de-displaced to single photon level and detected by Bell states measurement device^[21].

为了得到单光子态的密度矩阵, 可以采用基于单光子探测的断层扫描技术 (tomography)^[23]. 但是这种方法比较复杂, 这里可以通过测量标记光子探测概率 P_{mn} , P_{mn} 表示在路径 A 中探测到 m 个光子, 路径 B 中探测到 n 个光子 ($m, n \in [0, 1]$), 以及将路径 A 和路径 B 在一个 50/50 分束器上进行干涉的可见度 V , 得到共生纠缠 Concurrence 的下限:

$$C \geq V(P_{01} + P_{02}) - 2\sqrt{P_{00}P_{11}}.$$

实验结果如图 6 所示. 从图 6 (a) 可以看出, 路径 A 和本地震荡光可以发生干涉; 图 6 (b) 为共生随平均光子数的变化曲线, 可以看出, 随着平均光子数的增加, 纠缠度逐渐减小, 但当光子数为 500 左右时, 共生纠缠 Concurrence 仍然是大于 0 的, 说明存在纠缠.

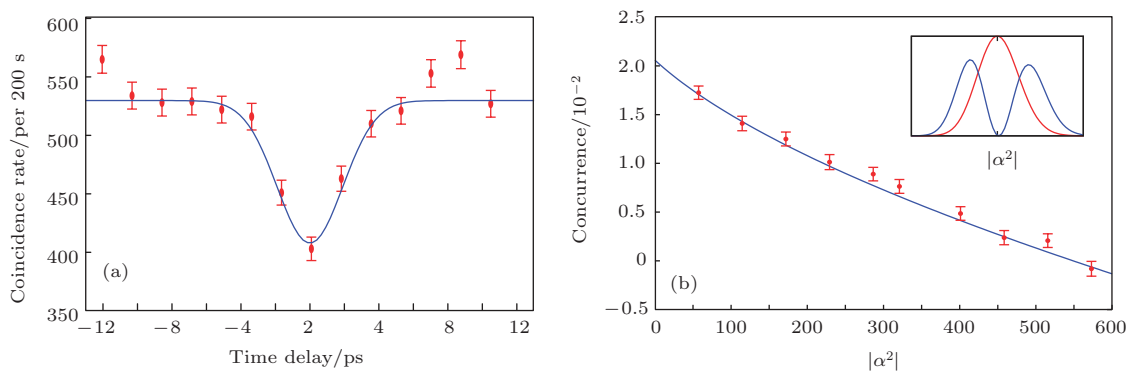


图6 (网刊彩色) (a) 路径 A 的标记单光子和本地震荡光间的 HOM 干涉结果, 测量方法是在图 5 中第一个 90/10 的分束器两边放上探测器, 测量两个探测器的符合计数, 图中的曲线的凹陷的对比度为 23(4)%; (b) 共生随平均光子数的变化曲线. 内插图是 $D(\alpha)|0\rangle$ 和 $D_a(\alpha)|1\rangle$ 的光子数分布

Fig. 6. (color online) (a) HOM type interference between the heralded single photon in mode A and the local oscillator that is used to displace it, two detectors are placed after the first 90/10 beam splitter in Fig. 5 and their coincidence count is recorded, the dip in the figure has a visibility of 23(4)%; (b) the lower bound on the concurrence as a function of the mean photon number $|\alpha|^2$, and the inset shows the photon number probability distribution of $D(\alpha)|0\rangle$ and $D_a(\alpha)|1\rangle$.

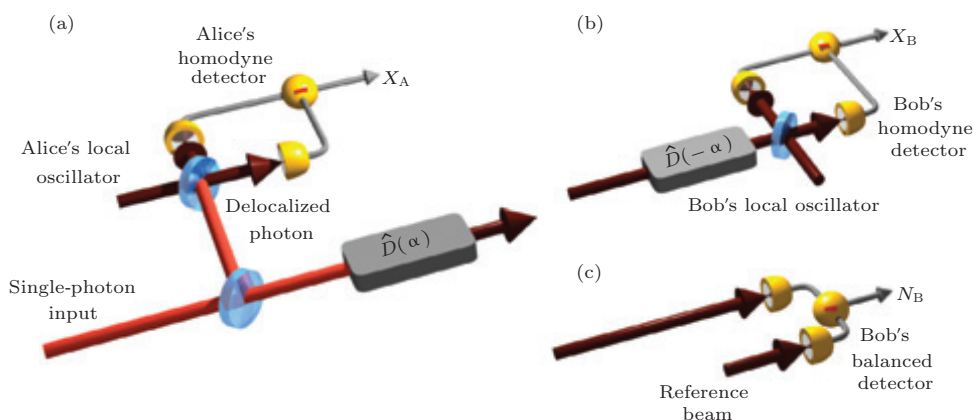


图7 (网刊彩色) (a) 宏观-微观纠缠态的制备和 Alice 对微观态正交分量的测量装置; (b), (c) 是 Bob 端测量的两种方案, (b) 是对宏观态进行相空间反位移操作后进行正交分量的测量, (c) 是直接进行光子数测量; 图中亮红色的线为微观态, 暗红色的线为宏观态

Fig. 7. (color online) (a) The experimental setup for creating the mac-micro entanglement states and detecting the quadrature of the micro state. Figure (b), (c) are two schemes of Bob to verify entanglement; (b) Bob undisturb the macro state and measure the quadrature; (c) photon number counting with a reference beam. The bright red line corresponds to micro state, and the dark red to the macro state.

这篇文章在实验上实现并验证了宏观-微观纠缠的存在, 其对纠缠的检验采用的是文献 [17] 的思想. 同期的 Nature Physics 上, 加拿大卡尔加里大学的 Simon 小组 [22] 采用平衡零拍探测的方法, 制备并检验了 10^8 光子数量级的宏观-微观纠缠.

这个实验的宏观-微观纠缠制备过程思路与文献 [21] 相同, 如图 7(a) 所示, 但其对纠缠的检测不同. 第一种方案如图 7(b) 所示, 将制备的宏观态进行相空间的反向位移操作, 转换为单光子水平后进行平衡零拍探测, 进而得到密度矩阵算出纠缠度

Concurrence 的大小. 图 7(c) 的方法则是将宏观态与一束参考光同时进行光子数探测, 并且将两者相减. 这束参考光与相空间位移操作的本地震荡光的光子抖动相同, 从而消除了本地震荡光的经典噪声.

图 7(c) 的测量结果如图 8 所示. 如果 Alice 和 Bob 选取相同的正交分量进行测量, 宏观-微观纠缠态可以表示为

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_0(X_A)D(\alpha)|1\rangle_B + \Psi_1(X_A)D(\alpha)|0\rangle_B), \quad (11)$$

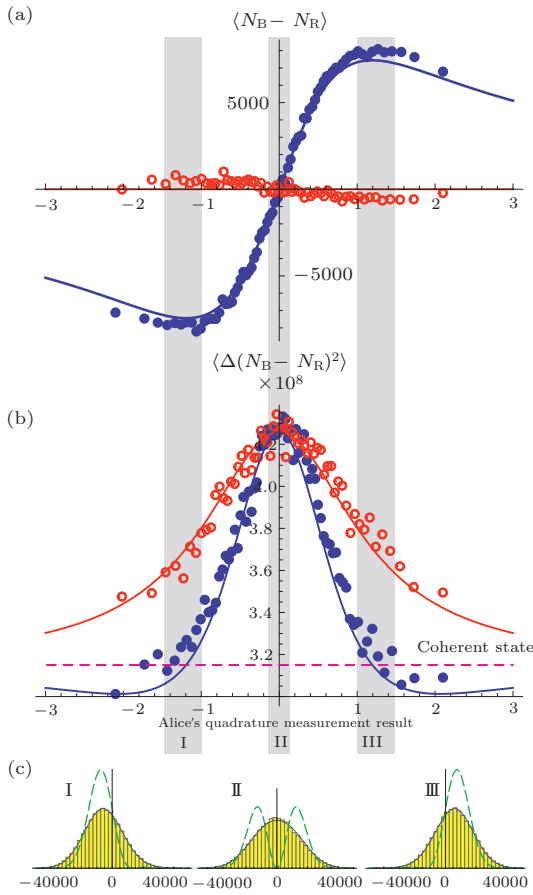


图8 (网刊彩色) Alice对微观态进行测量后Bob端光子数测量的结果. 图中竖坐标是信号光与参考光光子数之差 $N_B - N_R$ 的平均值(a)和方差(b), 横坐标为正交分量的值; 图中蓝线实心点表示Alice和Bob测量同一个正交分量, 而红色空心点则表示两者测量相互垂直的两个正交分量; (c)图是(a), (b)图中的阴影部分I, II, III间隔内光子数的统计直方图, 其中实线和虚线都是理论预测结果, 实线考虑了实验条件的不完备性, 例如单光子源中真空态所占的比例等, 虚线则没有

Fig. 8. (color online) Photon number statistics of the state in Bob's channel that is conditionally prepared by Alice's quadrature measurement: (a) and (b) are the mean and variance of the difference $N_B - N_R$ between the signal beam and the reference beam, filled circles correspond to the displacement in Bob's channel along the same quadrature as Alice's measurement; for open circles the displacement and measurement are in orthogonal quadratures; (c) histograms of $N_B - N_R$ conditioned on Alice's measurement result within intervals I, II, III shown in (a), (b) by shaded areas, both solid and dashed line are theory predictions, the solid line take the imperfections into account, while the dashed has not.

其中 $\Psi_{0,1}(X)$ 是在位置坐标下0光子和1光子态的波函数. 当 X_A 趋近于0时, 有 $|\Psi_1(X_A)| \ll \Psi_0(X_A)$, Bob端的宏观态为 $D(\alpha)|1\rangle$, 其粒子数方差约为 $3|\alpha|^2$. 当 $X_A \gg 1$ 时, Bob端宏观态变为

$D(\alpha)|0\rangle$, 这时的方差变为 $|\alpha|^2$. 由此可以看出, Alice对微观态的测量结果会影响Bob端宏观态粒子数的统计分布. 而当Alice和Bob选取相互垂直的正交分量进行测量时, 则Alice的测量结果对Bob没有影响, 说明Bob端的测量结果因Alice端选取的测量基不同而改变, 反映出这个态的纠缠本质. (11)式的宏观-微观纠缠态还可以变换为

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [(|0\rangle + |1\rangle)_A D(\alpha) (|0\rangle + |1\rangle)_B - D(\alpha) (|0\rangle - |1\rangle)_B], \quad (12)$$

这时的态仍然是薛定谔猫态, 但是这时的宏观态被投影到 $D(\alpha)(|0\rangle \pm |1\rangle)$.

基矢上, 其平均粒子数为 $\alpha^2 + \frac{1}{2} \pm \alpha$, 标准差为 $\sqrt{2}\alpha$. 图8(c)中的直方图I, III所对应的间隔就是(12)式中Alice所测量的正交分量的结果.

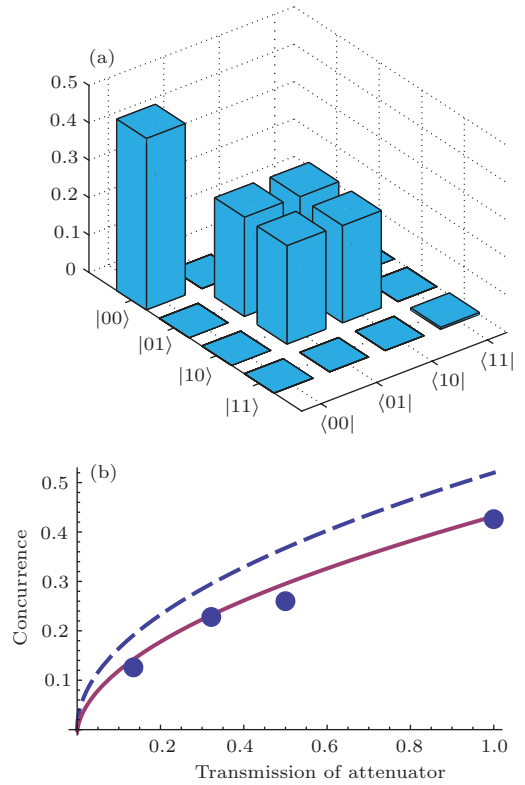


图9 (网刊彩色) (a) 对应图7(b)中利用平衡零拍探测进行断层扫描后得到Bob端的密度矩阵; (b) $C(\rho) = 2(|\rho_{01}| - \sqrt{\rho_{00}\rho_{11}})$
Fig. 9. (color online) (a) Corresponding to the density matrix of Bob in Fig. 7(b); (b) concurrence $C(\rho) = 2(|\rho_{01}| - \sqrt{\rho_{00}\rho_{11}})$.

以上的测量和分析说明, 随着Alice选取不同的正交分量, 以及选取正交分量的值不同, 都会对Bob的测量结果产生影响, 这反映了制备态的纠缠本质. 但是以上的分析并不能严格证明纠缠的

存在, 而需要采用图 7(b) 的方法, 将宏观态经过相空间的反位移操作转换为单光子态, 利用断层扫描技术可以测得其密度矩阵, 如图 9(a) 所示. 图 9(b) 说明随着光路透过率的增大, 即粒子数丢失的增大, 纠缠度逐渐减小.

2.5 光机械系统宏观-微观纠缠

最近, 文献 [24] 提出采用光机械系统来实现宏观-微观纠缠的理论设想. 如图 10 [24], 利用自发参量下转换 (SPDC) 方法产生双模压缩态, 一个模式直接用平衡零拍探测, 另一个模式与强相干态干涉, 之后耦合进入光机械微腔中. 机械微腔的振动模式由 A_{out} 传出, 再将其进行反位移操作, 还原为微观态. 可以采用文献 [21, 22] 的方法进行探测和检验纠缠是否存在.

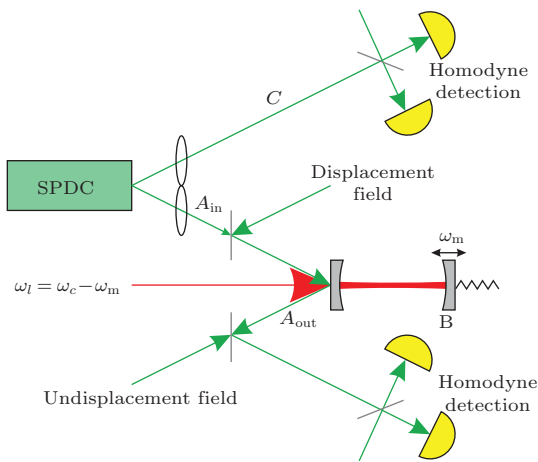


图 10 (网刊彩色) 光机械法宏观-微观纠缠试验装置图
Fig. 10. (color online) The schematic diagram of the optomechanical experiment for creating the macro-micro entanglement.

以上介绍了宏观-微观纠缠的实验发展, 总体而言宏观-微观纠缠的实验实现对理解和验证量子力学有着重要的意义. 而最近的发展方向是寻找不同的实验系统实现宏微观纠缠, 增大宏观物体的尺寸, 从而真正看到“薛定谔的猫”.

3 宏观-微观纠缠与量子密钥分配 (QKD) 结合的探讨

我们知道, QKD 是利用量子力学基本原理进行通信的一种手段, 而纠缠是进行 QKD 的必要条件 [25]. 在经典的 BB84 协议中, 表面上 Alice 和 Bob

之间只有单个光子传递, 但如果假设 Alice 制备纠缠光子对, 将其中一个发送给 Bob, Alice 对本地光子进行测量, Bob 对接收到的光子进行测量, 这与 BB84 的方案完全是等效的. 比起传统量子密码协议利用单光子来进行通信, 宏观-微观纠缠的光子数可以达到 10^8 量级 [22]. 如果在传统的量子密码协议中, 将纠缠光子对替换成相干态强光, 由于相干态强光的光子数更多, 宏观-微观纠缠态纠缠的保持距离可以到 400 km [26], 可能会大幅提高 QKD 的通信距离. 但同时, 强光的光子数更多将给窃听者进行窃听带来方便.

如果直接采用文献 [21, 22] 中的实验方案来实现 QKD, 与已有的连续变量协议 [27-29] 本质上是相同的. 文献 [21, 22] 中的宏观-微观纠缠态可以写为

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle_A |\alpha\rangle_B + |0\rangle_A D(\alpha)|1\rangle_B). \quad (13)$$

而连续变量协议中有一种二进制反向调谐连续变量协议, 这个协议里, Alice 随机发送相位为 0 或 π 的相干态给 Bob, Bob 随机选择正交分量 X 或者 P 进行零拍探测. 这种制备测量方案可以等效为 Alice 制备纠缠态的方案, 对应纠缠态为 [30]

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A |-\alpha\rangle_B + |1\rangle_A |\alpha\rangle_B). \quad (14)$$

比较以上两式不难发现, 两者宏观叠加态的具体形式不同. (13) 式是两个粒子数统计分布不同的宏观态 $D(\alpha)|1\rangle$ 和 $|\alpha\rangle$, 而 (14) 式是两个相位不同的相干态 $|-\alpha\rangle$ 和 $|\alpha\rangle$, 但是两者都是宏观-微观纠缠态, 物理本质是相同的, 纠缠并不会传递更远的距离. 因此如果用文献 [21, 22] 中的态来做 QKD, 不会比连续变量协议的优势更明显. 值得一提的是, 测量粒子数统计分布需要多次测量, 在 QKD 成码上也存在原理性的困难.

以上分析仅限于对用文献 [21, 22] 中的态来做 QKD 的探讨, 虽然文献 [21, 22] 中的态不适合做 QKD, 但是可以用其他的宏观-微观纠缠态来实现 QKD.

宏观-微观纠缠与量子密钥分配结合的文献非常少, 2014 年, 文献 [31] 中所采用的宏观-微观纠缠态理论上纠缠保持的距离可以达到 400 km [26], 从纠缠保持的角度而言比单光子态要更有优势, 但是利用宏观多光子态对于证明量子密钥分配的安全性也带来了很大的困难.

文献[31]利用的物理系统如图11, 一个分束器将一束相干态强光分成完全相同的两束光, 这两束光分别穿过单光子马赫-曾德尔(MZ)干涉仪的两条光路, 两条光路上分别放置了一块非线性Kerr晶体. 相干态强光与Fock态在非线性Kerr晶体里相互作用时, 会发生横向Kerr非线性效应[32,33]. 将Fock态写为 $|n\rangle$, 相干态为 $|\alpha\rangle$, 作用之后, Fock态不变, 相干态发生相位移动变为 $|\alpha e^{in\phi}\rangle$. 若光路中Fock态为真空态, 则相干态不变; 若Fock态为 $|1\rangle$ 态, 则相干态相位移动 ϕ . 其中 $\phi = \chi t$, χ 是非线性系数, t 是非线性作用的时间.

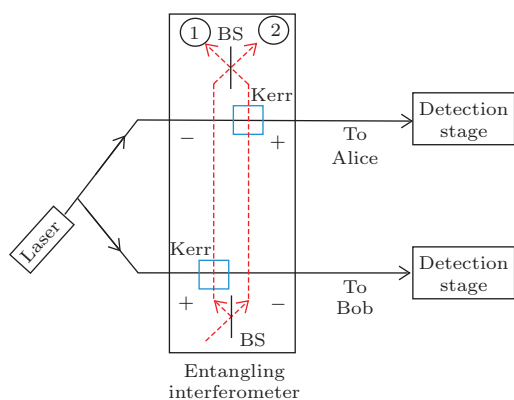


图11 相位纠缠相干态的实验方案

Fig. 11. The experimental scheme of the phase entangled coherent states for quantum key distribution.

在这个实验方案中, 假设MZ干涉仪中单光子从左路通过, 则A束光与单光子发生Kerr非线性作用, 假设相位移动 2ϕ . 给A路和B路光都加上 ϕ 的恒定相位移动, 则A路光最后为 $|\alpha e^{+i\phi}\rangle$, 此时B路为 $|\alpha e^{-i\phi}\rangle$. 因此可将最后的纠缠态写为

$$|\Psi\rangle = \frac{N}{\sqrt{2}} (|\alpha_+\rangle_A |\alpha_-\rangle_B + e^{i\theta} |\alpha_-\rangle_A |\alpha_+\rangle_B), \quad (15)$$

其中 $\alpha_{\pm} \equiv \alpha e^{\pm i\phi}$, θ 是MZ干涉仪两光路的相对相位.

由此可以看出, 单光子的路径与相干态的相位产生纠缠, 即宏观-微观纠缠. 在接收到强光后, Alice和Bob分别对其进行平衡零拍测量, 如果Alice测到相位为 $+\phi$, Bob测到相位为 $-\phi$, 则记为0, 反之记为1. 此即利用纠缠相干态进行量子密钥分配的编码方案.

为了保证通信安全, 文献[31]构造了一个“窃听者目击”, 这个“窃听者目击”可以表征纠缠的大小, 根据量子不可克隆定律, 窃听者对宏观-微观纠缠态的克隆攻击会降低纠缠度, 通过Alice和Bob

零拍探测的结果算得“窃听者目击”后, 就可以通过“窃听者目击”的改变来判断窃听者的存在, 从而保证通信安全. 但这个方案的安全性讨论仅限于高斯克隆攻击方案[34], 因此安全性并没有得到证明.

上述QKD方案的安全性以及实际可操作性并没有得到验证和证明, 但是为宏观-微观纠缠实现QKD提供了一种可能.

4 总结与展望

本文介绍了宏观-微观纠缠实验的发展. 目前光学系统已经可以实现 10^8 量级的宏观-微观纠缠态, 并且利用LOCC操作将宏观态“反放大”为微观态的实验思路, 可以对纠缠的存在进行严格的证明. 本文还探讨了利用宏观-微观纠缠来实现量子密钥分配的可能性以及具体的方案. 宏观-微观纠缠的保持距离更长, 但是宏观相干态是多粒子态, 对于量子密钥分配的安全性也会带来更大的困难. 虽然直接利用文献[21, 22]中的宏观-微观纠缠态来实现QKD存在成码的困难, 但有可能利用更广义的宏观-微观纠缠态来实现QKD.

感谢与上海交通大学的黄靖正博士就本文相关问题的讨论.

参考文献

- [1] Bassi A, Lochan K, Satin S, Singh T P, Ulbricht H 2013 *Rev. Mod. Phys.* **85** 471
- [2] Julsgaard B, Kozhekin A, Polzik E S 2001 *Nature* **413** 400
- [3] Neeley M, Ansmann M, Bialczak R C, Hofheinz M, Katz N, Lucero E, O'Connell A, Wang H, Cleland A, Martinis J M 2008 *Nat. Phys.* **4** 523
- [4] O'Connell A D, Hofheinz M, Ansmann M, Bialczak R C, Lenander M, Lucero E, Neeley M, Sank D, Wang H, Weides M 2010 *Nature* **464** 697
- [5] Verhagen E, Delelise S, Weis S, Schliesser A, Kippenberg T J 2012 *Nature* **482** 63
- [6] Simon C, Weihs G, Zeilinger A 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2993
- [7] de Martini F, Mussi V, Bovino F 2000 *Opt. Comm.* **179** 581
- [8] Lamas-Linares A, Simon C, Howell J C, Bouwmeester D 2002 *Science* **296** 712
- [9] de Martini F 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 2842

- [10] de Martini F, Sciarrino F, Vitelli C 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 253601
- [11] Raeisi S, Sekatski P, Simon C 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 250401
- [12] Brunner N, Cavalcanti D, Pironio S, Scarani V, Wehner S 2014 *Rev. Mod. Phys.* **86** 419
- [13] Rieke F, Baylor D 1998 *Rev. Mod. Phys.* **70** 1027
- [14] Sekatski P, Brunner N, Branciard C, Gisin N, Simon C 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 113601
- [15] Sekatski P, Sanguinetti B, Pomarico E, Gisin N, Simon C 2010 *Phys. Rev. A* **82** 053814
- [16] Simon C 2013 *Quantum Information and Measurement* (New York:Rochester) June 17–20, 2013 Th2B.1
- [17] Raeisi S, Tittel W, Simon C 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 120404
- [18] Ghobadi R, Lvovsky A, Simon C 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 170406
- [19] Wootters W K 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245
- [20] Sekatski P, Sangouard N, Stobinska M, Bussières F, Afzelius M, Gisin N 2012 *Phys. Rev. A* **86** 060301
- [21] Bruno N, Martin A, Sekatski P, Sangouard N, Thew R, Gisin N 2013 *Nat. Phys.* **9** 545
- [22] Lvovsky A, Ghobadi R, Chandra A, Prasad A, Simon C 2013 *Nat. Phys.* **9** 541
- [23] Chou C W, de Riedmatten H, Felinto D, Polyakov S V, van Enk S J, Kimble H J 2005 *Nature* **438** 828
- [24] Ghobadi R, Kumar S, Pepper B, Bouwmeester D, Lvovsky A, Simon C 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 080503
- [25] Curty M, Lewenstein M, Lukenhaus N 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 217903
- [26] Kirby B, Franson J 2014 *Phys. Rev. A* **89** 033861
- [27] Grosshans F, Acin A, Cerf N 2007 *Quantum Information with Continuous Variables of Atoms and Light* (London:Imperial College Press) pp63–83
- [28] Zhang Y S, Guo G C 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 1372
- [29] Chen J J, Han Z F, Zhao Y B, Gui Y Z, Guo G C 2006 *Physics* **35** 785 (in Chinese) [陈进建, 韩正甫, 赵义博, 桂有珍, 郭光灿 2006 物理 **35** 785]
- [30] Zhao Y B 2009 *Ph. D. Dissertation* (Hefei: Univesity of Science and Technology Of China) (in Chinese) [赵义博 2009 博士学位论文 (合肥: 中国科学技术大学)]
- [31] Simon D S, Jaeger G, Sergienko A V 2014 *Phys. Rev. A* **89** 012315
- [32] Nemoto K, Munro W J 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 250502
- [33] Munro W J, Nemoto K, Spiller T P 2005 *New J. Phys.* **7** 137
- [34] Fiurášek J 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 4942

Macro-micro entanglement in optical system and its application in quantum key distribution

An Xue-Bi Yin Zhen-Qiang Han Zheng-Fu[†]

(Key Laboratory of Quantum Information, CAS University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

(Received 10 February 2015; revised manuscript received 13 April 2015)

Abstract

Macro-micro entanglement originates from the “Schrodinger’s Cat” paradox. The paradox has been attracting the interest of the physicists since it was proposed. “Schrodinger’s Cat” paradox is a thought experiment that entangles a cat with some decay atoms, in which the entanglement between the macroscopic object and the microscopic atoms is established. Mac-micro entanglement relates to some important problems in quantum physics. It is more likely to interact with the surroundings for the quantum system as its size increases, which is the reason why we hardly observe the macroscopic superposition state. Can the superposition state theory of quantum physics be used in macro domain? Is there a limitation to the scale for the objects in the superposition states? These questions need studying and verifying in experiment. In addition, the preparation of the macro-micro entanglement state provides a new possibility to study the decoherence model.

Macro-micro entanglement can be realized in many physical systems, such as atomic ensembles, superconducting circuits, electro-mechanical and opto-mechanical systems. Here in this paper we will introduce the development of macro-micro entanglement in optical system. The initial approach to creating the macro-micro entanglement in the context of optical system is quantum cloning by simulating the emission. Then the quantum-injected optical parametric amplification is used to amplify single photon to a macroscopic level. Afterwards, the displacement in phase space is proposed to create the macro-micro entanglement. Since the photon number of the macro-micro entanglement with the optical parametric amplification approach can be about 10^4 , the studies towards the detection of this type of entanglement with human eyes have been extensively conducted. But it is realized that the coarse-grained measurements, such as those with the human eye, generally cannot judge whether macro-micro entanglement exists, and hence cannot be used to prove the considered type of micro-macro entanglement. A way of overcoming this difficulty is to invert the amplification process, bringing the macro system back to the micro level. The entanglement can then be verified by using single-photon detectors. Because local operation and classical communication cannot create entanglement, the de-amplification process will not increase the entanglement and the presence of the entanglement in the end shows that entanglement is present between the amplification and de-amplification process. Inspired by this thought, two groups create and verify mac-micro entanglement between one photon and 10^8 photons. What they used to amplify the micro states is the displacement operation in phase space, which can be realized by combining a single photon state and a coherent state with a highly asymmetric beam splitter. Because the entanglement is a precondition for a secure quantum key distribution, and the macro-micro entanglement has more photons than the traditional micro entanglement, we will discuss the possibility whether the macro-micro entanglement can be used in quantum key distribution and improve the distance of the quantum key distribution. We point out that the mac-micro entanglement and the binary reverse reconciliation continuous variable quantum key distribution protocol are the same in physics essence. We will introduce a quantum key distribution scheme with two phase entangled coherent states. Although the security proof of the scheme is not complete, it still provides us with the possibility to use the macro-micro entanglement in quantum key distribution.

Keywords: macro-micro entanglement, Schrodinger’s Cat, quantum key distribution, quantum cloning

PACS: 03.67.–a, 03.67.Bg, 03.67.Dd

DOI: 10.7498/aps.64.140303

[†] Corresponding author. E-mail: zfhan@ustc.edu.cn