

一种简单精准的渐变折射率分布光波导分析方法

张梦若 陈开鑫

A simple and exact method to analyze optical waveguide with graded index profile

Zhang Meng-Ruo Chen Kai-Xin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 144205 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.144205

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.144205>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I14>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

三层密度分层流体毛细重力波二阶 Stokes 波解

Second-order Stokes wave solutions for gravity capillary water waves in three-layer density-stratified fluid

物理学报.2014, 63(14): 140301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.140301>

光晶格动量依赖偶极势中原子运动

Atom movement in momentum dependent light dipole lattices

物理学报.2013, 62(14): 144202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.144202>

Klein-Gordon 方程 Q 球解中能量稳定性和扰动研究

Study of energy stability and perturbation in the Q-ball solutions of Klein-Gordon equation

物理学报.2013, 62(23): 230301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.230301>

双环形 Hulth 閼势束缚态的近似解析解

Approximate analytical solutions of bound states for the double ring-shaped Hulth 閼 potential

物理学报.2013, 62(20): 200301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.200301>

基于一维间距调制型光子晶格的光传输现象

The beam propagation based on one-dimensional separation modulated photonic lattices

物理学报.2013, 62(6): 064217 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.064217>

一种简单精准的渐变折射率分布光波导分析方法*

张梦若 陈开鑫[†]

(电子科技大学通信与信息工程学院, 光纤通信与传感教育部重点实验室, 成都 611731)

(2015年1月27日收到; 2015年2月25日收到修改稿)

渐变折射率分布的光波导分析对光波导器件的设计和研究至关重要, 近年来已提出了多种分析方法, 然而在简便性或准确性上都存在着不足. 为此, 提出了一种分析渐变折射率分布光波导的方法, 能够结合现有的 Wentzel-Kramers-Brillouin 近似法和离散化的波动方程, 构建模场分布, 再结合变分运算方程和修正的模式本征方程, 计算出较为精确的有效折射率. 与其他分析方法相比, 该方法较为简单, 而且有一定的精度.

关键词: 渐变折射率分布, 光波导, Wentzel-Kramers-Brillouin 近似法, 变分法

PACS: 42.82.Et, 03.65.Ge, 03.65.Sq

DOI: 10.7498/aps.64.144205

1 引言

以扩散技术和退火质子交换技术等制作的光波导器件有着广泛的应用, 例如基于铌酸锂光波导的电光调制器^[1]、光开关^[2]、通信码型转换^[3]、量子保密通信^[4]以及基于玻璃波导Y分支光功率分配器^[5]等. 这些器件的共同特点是其折射率分布为渐变分布, 研究光在渐变折射率分布光波导中的传输, 对光波导器件的设计和分析至关重要. 常用的渐变折射率分布光波导分析方法包括数值方法和解析方法. 数值方法包括有限元法、有限差分法等^[6-8], 这些方法可以将波导中光波的传输和模场分布直观地展示出来, 但是需要复杂的数学建模过程, 且不能反映其物理过程; 解析方法包括光线近似法、艾里函数分析法^[9,10]、变分法^[11,12], Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) 近似法^[13,14]以及改进的WKB近似法^[15,16], WKB近似法结合艾里函数分析法^[17]、转移传输矩阵法^[18-21]、差分传输矩阵法^[22,23]以及级数展开法或谱分析法等^[24-27]. 光线近似法可以给出模式本征方程, 但无法给出模场分布; 艾里函数法、变分法以及WKB近似法结合艾里函数分析法的模场分布和模式本征方程使

用了复杂的艾里函数来表示, 不方便分析计算, 且其计算的有效折射率精度有限; WKB近似法的模场表达式仅在距离转折点较远的折射率变化缓慢部分是准确的, 在转折点处是发散的^[20], 其导出的模式本征方程忽略了散射子波的相位贡献且用转折点处的折射率代替转折点外的折射率^[21], 因此WKB近似法仅适用于折射率分布变化缓慢的情况; 改进的WKB近似法能够提高一定精度但仍然有限; 转移传输矩阵法和差分传输矩阵法将渐变折射率分布的光波导等效成足够多的平板波导, 利用转移矩阵理论导出模场分布和准确度高的模式本征方程, 但是其算法涉及大量矩阵相乘, 仍然较为复杂; 级数展开法或谱分析法将模场分布函数展开成傅里叶级数等, 在频域求解传播常数和模场分布, 但是其系数展开过程较为复杂. 因此, 一种简单精准的渐变折射率分布的光波导分析方法的提出有着明显的意义.

本文在WKB近似法的基础上, 结合离散化的波动方程、变分法和修正的模式本征方程, 提出一种非常简单实用的渐变折射率分布平板波导的分析方法. 该方法能够利用WKB近似法衰减区的模场表达式, 构建整个区域的模场分布, 并利用模场分布获得较为精准的有效折射率计算结果.

* 国家自然科学基金(批准号: 61177054)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: chenlx@uestc.edu.cn

2 理论推导

平板波导的标量波动方程为

$$\frac{dE(x)}{dx^2} + k_0^2 (n^2(x) - N_{\text{eff}}^2) E(x) = 0, \quad (1)$$

其中, N_{eff} 为模式的有效折射率, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ 为真空中的波矢, λ_0 为真空中的光波长, $n(x)$ 为折射率的分布函数, $E(x)$ 为电场强度的分布函数. 以强非对称的渐变折射率分布波导为例, 折射率分布如图 1 所示.

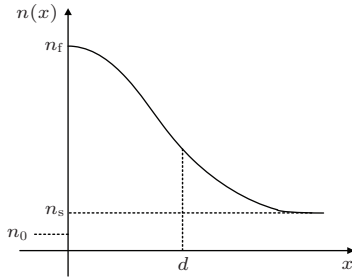


图 1 强非对称的渐变折射率分布

Fig. 1. Step-asymmetrical graded refractive index profile.

图 1 中 n_f , n_s 和 n_0 分别为折射率的最大值、基底折射率和外部折射率, d 为有效扩散深度, 即折射率增量下降为最大值的 $1/e$ 时的深度.

WKB 近似法求解平板波导的波动方程, 衰减区的模场表达式^[28]为

$$E_w(x) = \frac{A_1}{\sqrt{p(x)}} \exp \left[- \int_{x_t}^x p(x) dx \right] \quad x > x_t, \quad (2)$$

而 $x < 0$ 区域的模场分布的表达式为

$$E_0(x) = A_2 \exp \left[- \sqrt{\beta^2 - (k_0 n_0)^2} x \right] \quad x < 0, \quad (3)$$

其中 A_1 和 A_2 为常数; $p^2(x) = k_0^2 (N_{\text{eff}}^2 - n^2(x))$; β 为传播常数; x_t 为转折点的坐标, 由方程 $k_0 n(x) - \beta = 0$ 决定. 从 (2) 式可以看出, 由于模场表达式包络部分的分子为 $\sqrt{p(x)}$, 在转折点 x_t 处满足 $p(x) = 0$, 所以模场表达式在转折点处为极值点, 其模场分布在转折点处是发散的, 但是距转折点较远的折射率缓变的位置, 其模场分布是准确的^[20].

将平板波导的标量波导方程 (1) 进行离散化, 离散化的波动方程为

$$\frac{1}{\Delta x} \left[\frac{E(x_i + \Delta x) - E(x_i)}{\Delta x} \right]$$

$$= k_0^2 (N_{\text{eff}}^2 - n^2(x_i)) E(x_i), \quad (4)$$

其中 $x_i, i = 0, 1, 2, \dots$ 为离散化以后的各个模场值的坐标, Δx 为离散间距. 整理后得

$$E(x_i + \Delta x) = (\Delta x)^2 k_0^2 (N_{\text{eff}}^2 - n^2(x_i)) E(x_i) + 2E(x_i) - E(x_i - \Delta x), \quad (5)$$

$$E(x_i - \Delta x) = (\Delta x)^2 k_0^2 (N_{\text{eff}}^2 - n^2(x_i)) E(x_i) + 2E(x_i) - E(x_i + \Delta x). \quad (6)$$

(5) 式说明, 如果有效折射率 N_{eff} 和折射率分布 $n(x)$ 已知, $x = x_i + \Delta x$ 处的模场值可以通过 $x = x_i - \Delta x$ 和 $x = x_i$ 处的模场值推导得出; (6) 式说明 $x = x_i - \Delta x$ 的模场值可以通过 $x = x_i + \Delta x$ 和 $x = x_i$ 处的模场值推导得出. 设 x_d 和 $x_d - \Delta x$ 为距转折点较远的折射率变化缓慢位置处的相邻的两点, 即满足 $x_d \gg x_t$, WKB 近似法计算出的有效折射率为 N_{WKB} , 如果令 $N_{\text{WKB}} = N_{\text{eff}}$, 利用 WKB 近似法导出的衰减区模场表达式 (2) 求解模场值 $E_w(x_d)$ 和 $E_w(x_d - \Delta x)$, 然后反复利用 (6) 式, 就可以导出整个区域的模场分布 $E_{\text{WKB}}(x_i), i = 0, 1, 2, \dots$, 其中下标 WKB 表示利用 N_{WKB} 作为有效折射率代入公式后导出的相应的模场分布. 在 $x = 0$ 处, 根据电磁场连续的边界条件, 可以令 $x < 0$ 区域的模场表达式 (3) 的常系数为 $A_2 = E_{\text{WKB}}(x_0)$.

仿真表明, 该方法建立的模场分布其准确性严重依赖于代入的有效折射率 N_{eff} 的准确程度, 有效折射率越接近精确值, 导出的模场分布越准确. 而 WKB 近似法计算出的有效折射率 N_{WKB} 和精确值相比存在一定误差, 因此导出的模场分布 $E_{\text{WKB}}(x_i), i = 0, 1, 2, \dots$, 仅是一个近似准确的模场分布. 但是可以利用近似分布, 结合变分法、修正的模式本征方程等方法解出较为精准的有效折射率.

3 建模分析

3.1 有效折射率的精确计算

变分法^[11]是一种实用的提高有效折射率的计算精度的方法, 其原理为当标准型 Sturm-Liouville 方程满足如下条件时

$$\frac{d}{dx} \left[P \frac{d\Psi}{dx} \right] + [Q + \lambda R] \Psi = 0, \quad \Psi|_{x=x_1} = 0, \Psi|_{x=x_2} = 0 \quad x_2 > x_1, \quad (7)$$

其本征值 λ 可以用下式计算:

$$\lambda = \frac{\int_{x_1}^{x_2} \left(P \frac{d\Psi}{dx} - Q\Psi \right) dx}{\int_{x_1}^{x_2} R\Psi^2 dx}. \quad (8)$$

如果令 $P = 1, R = -1, Q = k_0^2 n^2(x), \lambda = \beta^2, \Psi = E(x)$ 就得到标量波动方程(1), 当 x_1 和 x_2 绝对值足够大时, 模场值接近于零, 因此进行变分运算时, 不需要在无穷的范围内积分, 导函数可以利用 $\frac{d\Psi}{dx} = \frac{[E(x_i) - E(x_i - \Delta x)]}{\Delta x}$ 求得.

Popescu 等利用该方法时, 采用了艾里函数法^[9] 计算出的模场分布和归一化传播常数, 计算过程中, 其模场分布和本征方程都采用了艾里函数的形式, 求解过程复杂, 而且精度有限. 分析指出^[12], 变分法计算的精度严重依赖于代入的 Ψ 函数的准确程度. 而本文提出的模场构建方法, 结合传统的变分法形成一种改进的变分法, 能够根据不同的折射率, 导出相应的模场分布, 循环利用变分运算和模场推导, 不断提高精度. 因此可以从 WKB 近似法计算的折射率 N_{WKB} 和导出的模场分布 $E_{\text{WKB}}(x)$ 出发, 利用变分运算得到新的有效折射率 N_1 , 进而导出模场分布 $E_1(x)$, 然后再次重复上述步骤, 得到新的有效折射率 N_2 和模场分布 $E_2(x)$, 依次类推, 导出 N_i 和 $E_i(x)$, 不断计算出精度更高的有效折射率, 其中下表 $i = 1, 2, \dots$ 表示利用 N_{WKB} 和 $E_{\text{WKB}}(x)$ 作为初始值和初始模场分布进行第 i 次变分运算和模场推导后得到的结果. 由于每次计算都使用了相同的公式和算法, 多次运算并不影响该方法的简便性, 选择 N_{WKB} 作为初始值是由于 WKB 近似法导出的模式本征方程形式简单、容易计算.

为了证明该方法的准确性, 我们采用和传统变分法相同的参数^[11], 折射率分布为指数函数, 表达式为

$$\begin{cases} n^2(x) = n_s^2 + (n_f^2 - n_s^2) \exp(-x/d) & x > 0, \\ n^2(x) = n_0^2 & x < 0, \end{cases} \quad (9)$$

其中 $n_s = 2.1770, n_f^2 - n_s^2 = 0.1870, \lambda_0 = 0.6328 \mu\text{m}, n_0 = 1.0000$, 归一化频率 V 和归一化传播常数定义为 $b = (N_{\text{eff}}^2 - n_s^2)/(n_f^2 - n_s^2), V = k_0^2 d^2 (n_f^2 - n_s^2)$, 离散间距 $\Delta x = 2 \times 10^{-6}$. 仅考虑 TE 模式, 利用 WKB 近似法计算出归一化传播常数 b_{WKB} , 利用(6)式导出近似分布 $E_{\text{WKB}}(x)$, 利用变分运算得到新的传播常数 b_1 , 再用 b_1 导出相应场分布 $E_1(x)$, 再计算出 b_2 和 $E_2(x)$, 依次类推, 求出 b_i 和 $E_i(x)$.

折射率分布为指数函数形式的精确求解方法由 Conwell^[29] 分析给出, 其模场分布的表达式为

$$E_{\text{ex}}(X) = \begin{cases} \frac{A_3 J_v[2V \exp(-X/2)]}{J_v[2V]} & X > 0, \\ A_4 \exp[V(b+B)^{\frac{1}{2}} X] & X < 0, \end{cases} \quad (10)$$

其中 $v = 2V\sqrt{b}, X = x/d$, 根据 $E'_{\text{ex}}(X)$ 在 $X = 0$ 处的连续性, 可以到本征方程式

$$\frac{J'_v(2V)}{J_v(2V)} = - \left(\frac{N_{\text{ex}}^2 - n_0^2}{n_f^2 - n_s^2} \right). \quad (11)$$

根据(11)式可以求解 N_{ex} , 进而得到归一化传播常数的精确值 b_{ex} . WKB 近似法和传统的变分法计算出的传播常数依次为 b_{WKB} 和 b_v , 相应计算结果如表 1 所列. 从表 1 中可以看出, 传统的变分法在计算高阶模和归一化频率较小的情况时仍然存在着误差. 例如当 $V = 1.2$ 时的基模, 传统变分法的计算结果 b_v 为 0.003852, 改进的变分法的计算结果 b_3 和精确值 b_{ex} 都为 0.003823, 对 $V = 8$ 的三阶模, 传统变分法的计算结果 b_v 为 0.035122, 改进的变分法的计算结果 b_1 和精确值 b_{ex} 都为 0.035123. 同时可以看出, 阶数越高, 需要变分运算的次数越少, 例如对于 $V = 8$ 的基模, 3 次变分运算得到的结果 b_3 和精确值 b_{ex} 一致, 而对三阶模和四阶模, 一次变分运算的结果 b_1 和精确值 b_{ex} 一致. 这是由于阶数越高, b_{WKB} 越接近精确值, 导出的近似场分布 $E_{\text{WKB}}(x)$ 也越接近准确分布.

改进的变分法同样适用于其他折射率分布, 例如高斯函数和余差互补函数的分布, 高斯函数的折射率分布表达式为

$$\begin{cases} n^2(x) = n_s^2 + (n_1^2 - n_s^2) \exp(-x^2/d^2) & x > 0, \\ n^2(x) = n_0^2 & x < 0, \end{cases} \quad (12)$$

表1 折射率分布为指数函数的归一化传播常数的精确值 b_{ex} , WKB 近似法的计算结果 b_{WKB} 、传统变分法的计算结果 b_v 和改进的变分法的计算结果 b_i 的比较

Table 1. Comparison of exact normalized propagation constant b_{ex} , b_{WKB} from WKB method, b_v from traditional variational method and b_i from improved variational method for exponential index profiles.

V	m	b_{ex}	b_v	b_{WKB}	b_1	b_2	b_3
8	0	0.522766	0.522766	0.525793	0.522261	0.522756	0.522766
8	1	0.259566	0.259566	0.260299	0.259520	0.259566	0.259566
8	2	0.113811	0.113811	0.114092	0.113799	0.113811	0.113811
8	3	0.035123	0.035122	0.035237	0.035119	0.035123	0.035123
8	4	0.002728	0.002727	0.002755	0.002727	0.002727	0.002727
4	0	0.321164	0.321164	0.324912	0.320633	0.321153	0.321164
4	1	0.053966	0.053966	0.054561	0.053928	0.053966	0.053966
1.2	0	0.003823	0.003852	0.005105	0.003534	0.003827	0.003823

余差互补函数的折射率分布表达式为

$$\begin{cases} n^2(x) = n_s^2 + (n_1^2 - n_s^2) \operatorname{erfc}(x/d) & x > 0, \\ n^2(x) = n_0^2 & x < 0. \end{cases} \quad (13)$$

选取的参数不变, 计算结果如表2和表3所列. 通过表2和表3的结果可得, 当 V 越小, 折射率分布变化越快, WKB 近似法的计算结果的误差越大, 就需要利用较多次数的变分运算来提高精度. 例如对 $V = 2.0$ 且折射率分布为高斯函数的基模, 6 次变分运算的结果 b_6 才与精确值 b_{ex} 一致; 相反, 当 V 越大, 折射率分布变化越缓慢, WKB 近似法的结果越接近精确值, 只需要较少次数的变分运算, 例如对 $V = 4.0$ 且折射率分布为高斯函数的基模, 一次变分运算的结果 b_1 与精确值 b_{ex} 一致. 这个结果也验证了 WKB 近似法仅适用于折射率分布缓慢变化的情况的结论.

表2 折射率分布为高斯函数的归一化传播常数的精确值 b_{ex} , WKB 近似法的计算结果 b_{WKB} 和改进的变分法的计算结果 b_i 的比较

Table 2. Comparison of exact normalized propagation constant b_{ex} , b_{WKB} from WKB method and b_i from improved variational method for Gaussian index profiles.

V	b_{ex}	b_{WKB}	b_i
2.0	0.0817	0.0451	$b_6 = 0.0817$
3.0	0.2750	0.2741	$b_1 = 0.2750$
4.0	0.4133	0.4124	$b_1 = 0.4133$

表3 折射率分布为余差互补函数的归一化传播常数的精确值 b_{ex} , WKB 近似法的计算结果 b_{WKB} 和改进的变分法的计算结果 b_i 的比较

Table 3. Comparison of exact normalized propagation constant b_{ex} , b_{WKB} from WKB method and b_i from improved variational method for Complementary Error index profiles.

V	b_{ex}	b_{WKB}	b_i
3.0	0.0675	0.0574	$b_3 = 0.0675$
4.0	0.1694	0.1650	$b_2 = 0.1694$

除了变分法外, 还可以利用修正的模式本征方程来计算出精准的有效折射率. 修正的模式本征方程可以通过转移传输矩阵法导出^[18], 强非对称渐变折射率分布的平板波导的本征方程为

$$\int_0^{x_t} \kappa(x) dx + \int_0^{x_t} \frac{q(x)}{\kappa^2(x) + q^2(x)} dx = \left(m + \frac{1}{2}\right) \pi - \arctan \sqrt{\frac{(N_{\text{eff}}^2 - n_0^2)}{(n_1^2 - N_{\text{eff}}^2)}}, \quad (14)$$

对称折射率分布的平板波导, 本征方程为^[18]

$$\int_{x_{t1}}^{x_{t2}} \kappa(x) dx + \int_{x_{t1}}^{x_{t2}} \frac{q(x)}{\kappa^2(x) + q^2(x)} dx = (m + 1) \pi, \quad (15)$$

其中, $\kappa(x) = [k_0^2 n^2(x) - \beta^2]^{\frac{1}{2}}$, $q(x)$ 满足方程

$$\frac{dq(x)}{dx} = \kappa^2(x) + q^2(x). \quad (16)$$

该方程的解为 $q(x) = -E'(x)/E(x)$. 转移传输矩阵法的本质是将渐变折射率波导等效成足够多的多层平板波导, 求出每层平板波导的传输矩阵, 导

出 n_s 到 n_f 范围内每个折射率值对应的模场分布函数及其导数, 解出满足模式本征方程的折射率值, 虽然具有清晰的物理意义, 但是其导出模场分布函数及其导数的算法涉及大量的矩阵相乘, 而且模场震荡区和衰减区的转移矩阵是不同的, 因此其运算较为复杂.

对强非对称的折射率分布而言, 利用改进的变分法计算更加简便. 但是改进的变分法不适用于分析对称折射率分布的波导, 因为对称折射率分布的波导, 奇数阶的传播常数的平方 β^2 不是标准型 Sturm-Liouville 方程的本征值, 因此变分法仅能够计算偶数阶的有效折射率, 利用修正的模式本征方程来计算对称折射率分布的波导更加方便.

3.2 模场分布

为了形象地展示改进的变分法提高有效折射率精度的过程, 我们考虑 $V = 2$ 且折射率分布为高斯函数的基模, 令 (2) 式中的常系数 $A_1 = 5$, 导出变分运算过程中得出的 b_i 以及相应模场分布 $E_i(x)$, 结果如图 2 所示.

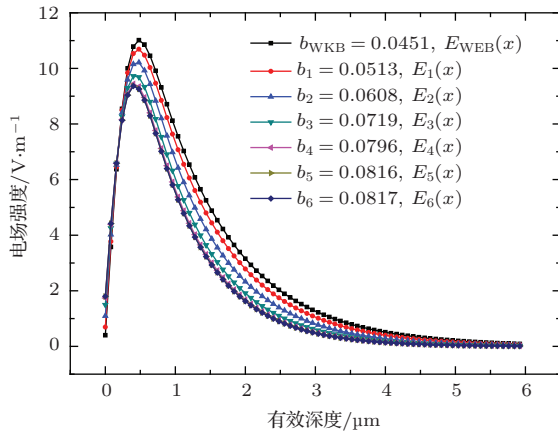


图 2 (网刊彩色) 当 $V = 2$ 且折射率分布为高斯函数时利用改进的变分法计算出的归一化传播常数 b_i 以及导出的 $E_i(x)$ 分布曲线

Fig. 2. (color online) Distributions of the electric field intensity $E_i(x)$ decided by b_i from improved variational method for Gaussian profile at $V = 2$.

图 2 表明, 改进的变分法的本质是不断通过导出越来越精准的近似模场分布来修正传播常数, 最终得出足够精准的结果. 为了证明该方法能够导出准确的模场分布, 考虑 $V = 4$ 且折射率分布为指数函数的基模, 进行 3 次变分运算的计算结果 b_3 和精确值 b_{ex} 一致, 绘出 $E_3(x)$ 和 (10) 式确定的精确分布 $E_{ex}(x)$, 表达式中的常系数 A_1 和 A_3 通过将模场

分布进行归一化处理得到, 即令 $E_3(x)$ 和 $E_{ex}(x)$ 满足

$$\int_{-\infty}^{\infty} |E(x)|^2 dx = 1. \quad (17)$$

归一化后的模场分布如图 3 所示.

图 3 表明, 当有效折射率非常精准时, 本文提出的模场构建方法能够导出精准的模场分布, 相比其他构建方法更加简单.

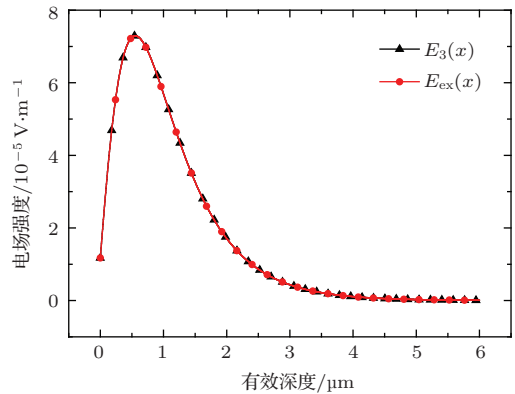


图 3 $V = 4$ 且折射率分布为指数函数时的归一化电场强度的精确分布 $E_{ex}(x)$ 和本文方法构建的模场分布 $E_3(x)$

Fig. 3. Exact distributions of the normalized electric field intensity $E_{ex}(x)$ and $E_3(x)$ calculated by our method for exponential index profile at $V = 4$.

4 讨论

对改进的变分法而言, 其准确性主要取决于离散间距 Δx 的大小、积分区间和模式的阶数等. 当积分区间足够大时, 计算的精度主要取决于离散间距 Δx 的值, 离散间距越小, 可求解的精度越高. 例如, 仿真表明, 对 $V = 8$ 且折射率分布为指数函数的基模, 当离散间距 $\Delta x = 1 \times 10^{-5}$ 时, 计算出的最高精度的传播常数为 0.522768, 而当离散间距 $\Delta x = 2 \times 10^{-6}$ 时, 最高精度的结果为 0.522766, 而精确值为 0.522766, 离散间距小的结果更加准确; 对支持多个模式的渐变折射率分布的波导而言, 积分区间的大小主要取决于模场分布的范围, 模式的阶数越高、模场分布的范围越广、相应的积分区间越大; 同时模式的阶数越高, b_{WKB} 越接近精确值, 离散间距 Δx 对计算精度的影响也越小. 例如, 当离散间距 $\Delta x = 1 \times 10^{-5}$ 时, 基模计算出的最高精度的传播常数为 0.522768, 和精确值 0.522766 相比, 有较小的差别, 但是对一阶以上的模式, 最高精度的计算结果和精确值一致, 说明对相同的离散间距, 高阶模式有更精确的计算结果.

如果利用修正的模式本征方程求解有效折射率, 积分区间为转折点坐标范围内, 模式的阶数越高, 积分区间越大, 计算精度主要取决于离散间距 Δx .

5 结 论

提出了一种渐变折射率分布光波导的分析方法, 能够利用 WKB 近似法导出衰减区的模场表达式; 结合离散化的波动方程, 构建模场分布; 利用构建的模场分布, 结合变分法、修正的模式本征方程, 计算得出足够精准的有效折射率. 与其他分析方法相比, 本文提出的方法不仅简单, 而且有一定的计算精度.

参考文献

- [1] Howerton M M, Moeller R P, Greenblatt A S, Krahenbuhl R 2000 *IEEE Photon. Technol. Lett.* **12** 792
- [2] Xue T, Yu J, Yang T X, Ni W J, Li S C 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1521 (in Chinese) [薛挺, 于建, 杨天新, 倪文俊, 李世忱 2002 物理学报 **51** 1521]
- [3] Wang D L, Sun J Q, Wang J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 252 (in Chinese) [汪大林, 孙军强, 王健 2008 物理学报 **57** 252]
- [4] Wei Z J, Wan W, Wang J D, Liao C J, Liu S H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 094216 (in Chinese) [魏正军, 万伟, 王金东, 廖常俊, 刘颂豪 2011 物理学报 **60** 094216]
- [5] Camy P, Román J E, Willems F W, Hempstead M, van der Plaats J C, Prel C, Béguin A, Koonen A M J, Wilkinson J S, Lermينياux C 1996 *IEEE Electron. Lett.* **32** 321
- [6] Koshiba M, Suzuki M 1982 *IEEE Electron. Lett.* **18** 579
- [7] Lagu R, Ramaswamy R 1986 *IEEE J. Quantum Electron.* **22** 968
- [8] Shao G W, Jin G L 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1096
- [9] Goyal I C, Gallawa R L, Ghatak A K 1991 *Opt. Lett.* **16** 30
- [10] Goyal I C, Jindal R, Ghatak A K 1997 *IEEE J. Lightwave Technol.* **15** 2179
- [11] Popescu V A 2004 *Opt. Commun.* **234** 177
- [12] Popescu V A 2006 *Phys. Lett. A* **349** 220
- [13] Gedeon A 1974 *Opt. Commun.* **12** 329
- [14] Janta J, Čtyroký J 1978 *Opt. Commun.* **25** 49
- [15] Feng X, Gar L Y 1994 *IEEE J. Lightwave Technol.* **12** 443
- [16] Srivastava R, Kao C, Ramaswamy R V 1987 *IEEE J. Lightwave Technol.* **5** 1605
- [17] Chung M S, Kim C M 2000 *IEEE J. Lightwave Technol.* **18** 878
- [18] Cao Z Q, Jiang Y, Shen Q S, Dou X M, Chen Y L 1999 *J. Opt. Soc. Am. A* **16** 2209
- [19] Zhan L, Cao Z Q 1998 *J. Opt. Soc. Am. A* **15** 713
- [20] Zhu H D, Ding Y, Cao Z Q, Shen Q S 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 1580
- [21] Cao X Q, Liu Q, Jiang Y, Shen Q S, Dou X M 2001 *J. Opt. Soc. Am. A* **18** 2161
- [22] Eghlidi M H, Mehrany K, Rashidian B 2005 *J. Opt. Soc. Am. B* **22** 1521
- [23] Zariean N, Sarrafi P, Mehrany K, Rashidian B 2008 *IEEE J. Quantum Electron.* **44** 324
- [24] Henry C H, Verbeek B H 1989 *IEEE J. Lightwave Technol.* **7** 308
- [25] Wang L, Huang N 1999 *IEEE J. Quantum Electron.* **35** 1351
- [26] Ghasemifard F, Shahabadi M 2011 *J. Opt.* **13** 125703
- [27] Gric T, Cada M 2015 *J. Electromagn. Wave Appl.* **29** 124
- [28] Cao Z Q 2007 *Wave Guiding Optics* (Beijing: Science Press) p61 (in Chinese) [曹庄琪 2007 导波光学 (北京: 科学出版社) 第 61 页]
- [29] Conwell E 1973 *Appl. Phys. Lett.* **23** 328

A simple and exact method to analyze optical waveguide with graded index profile*

Zhang Meng-Ruo Chen Kai-Xin[†]

(Key Laboratory of Optical Fiber Sensing And Communication Ministry of Education, School of Communication and Information Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

(Received 27 January 2015; revised manuscript received 25 February 2015)

Abstract

A simple analytical method is proposed to obtain the exact propagation constants and distributions of electric field intensity of optical waveguides with graded refractive index profile. The method is based on the Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) solution, variational method, modified eigen-equations and discretized scalar wave equation for planar optical waveguide. The expressions of the distribution of electric field intensity based on the conventional WKB method, which diverge around the turning point, have been demonstrated to be very exact in the region beyond the turning point where the refractive index profile varies slowly. The proposed method uses the conventional WKB method to calculate the values of electric field intensity at two adjacent positions beyond the turning point and then the electric field intensity profile for the whole region is obtained by making use of the two calculated values. Two simple and explicit formulas are deduced from the discretized scalar wave equation, which provide a relationship among the values of electric field intensity at three adjacent positions. If the effective refractive index of optical waveguide and the refractive index profile for the whole region are known, we can obtain the value of electric field intensity at any position according to the corresponding values at the adjacent positions by using the two formulas aforementioned. By using the two values calculated by WKB method, the electric field intensity profile for the whole region can be determined through the iterative use of the two formulas. The accuracy of the electric field intensity profile determined by the proposed method is greatly dependent on the accuracy of the applied value of the effective refractive index. To achieve exact propagation constants and distributions of electric field intensity, the variational method and modified eigen-equations are employed in the proposed method. Variational method is a very useful method to improve the accuracy of the propagation constants in the analysis of optical waveguides with step-asymmetrical graded refractive index profile. By combining the traditional variational method and calculation of electric field intensity profile by the proposed method, the improved variational method is presented to obtain the exact propagation constants of optical waveguides. The value of propagation constant calculated by WKB method and the corresponding electric intensity field profile determined by the proposed method are chosen as the initial trial value and trial function in the variational method. Propagation constant and the corresponding electric field intensity profile with better accuracy can be achieved by the variational calculation and then are regarded as the new trial value and trial function. By the iterative use of the variational method and calculation of electric field intensity profile by the proposed method at finite times, quite accurate results are obtained. The modified eigen-equations in combination with the proposed method is another approach to calculating accurate propagation constants of optical waveguides with both the step-asymmetrical and symmetrical graded index profile. In comparison with other published methods, the proposed method has the advantages of the simplicity and considerable accuracy.

Keywords: graded refractive index profile, optical waveguides, Wentzel-Kramers-Brillouin method, variational method

PACS: 42.82.Et, 03.65.Ge, 03.65.Sq

DOI: 10.7498/aps.64.144205

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61177054)

† Corresponding author. E-mail: chenkx@uestc.edu.cn