

二维耦合定向输运模型研究^{*}

吴魏霞^{1)†} 宋艳丽²⁾ 韩英荣³⁾

1)(北京印刷学院基础部, 北京 102600)

2)(天津大学理学院, 天津 300072)

3)(河北工业大学理学院, 天津 300401)

(2015年1月23日收到; 2015年3月18日收到修改稿)

建立了外部驱动力及噪声作用下的二维耦合定向输运模型, 其中的一个维度上为周期性分段棘齿势, 另一垂直维度上为周期性对称非棘齿势, 外部驱动力及噪声加在周期对称非棘齿势方向上, 而棘齿势方向不加任何驱动, 采用非平衡统计及非线性动力学理论研究了过阻尼情况下耦合系统在两个维度上的输运性质. 结果显示, 棘齿势与非棘齿势方向均可产生定向输运, 其中棘齿势方向的系统平均速度对耦合强度、噪声强度、驱动力强度及粒子数目均有明显的依赖性, 合适的耦合强度、噪声强度、驱动力强度或粒子数目下均可产生最大输运速度. 而非棘齿势方向的系统平均速度受非棘齿势势垒高度影响显著, 但随耦合强度、驱动力强度、驱动力初相位差及粒子数目的变化均出现波动现象, 表现出平均速度对这些参量的依赖性较弱.

关键词: 耦合系统, 二维势场, 定向输运

PACS: 05.40.-a, 05.60.Cd

DOI: 10.7498/aps.64.150501

1 引言

外力及噪声驱动下的定向输运是非平衡统计及非线性动力学领域的一个重要研究方向^[1-5], 而耦合定向输运是目前其中研究的一个热门问题^[6-8]. 在物理、生物学中, 耦合输运普遍存在. 如生物体内的分子马达通常情况下是以耦合的方式进行长距离的物质输运. Vershinin等实验发现多个驱动蛋白通过耦合可大大提高输运距离^[9]; Shtridelman等则实验发现多个蛋白马达可以相互耦合以提高运载力及速度^[10]; Ali等通过实验发现驱动蛋白和肌球蛋白可以相互耦合以增加输运距离^[11]. 通过耦合, 系统的输运速度、距离、效率等则可大大提高. 研究耦合输运, 一方面可对分子马达等工作原理进一步加深理解, 另一方面可在实际输运控制等方面加以指导和应用.

对耦合输运的理论研究目前主要集中在一维问题上. 通过施加外力及噪声, 将耦合系统置入一

维棘齿势或周期非棘齿势中, 研究系统的耦合输运行为及特征^[12-15]. 有关一维问题的研究已经取得了一系列有意义的结果. 近年来, 随着理论研究的深入, 多维问题, 特别是二维问题逐渐受到越来越多的关注. 为了使系统偏离平衡态, 绝大多数模型均是在所要关注的能够产生定向流的方向上或者加噪声^[16], 或者加驱动^[17], 或者让外势随时间周期变化等^[18]. 但是, 对于二维问题, 如果将驱动及噪声加在非棘齿势方向上, 而棘齿势方向不加任何驱动, 系统能否产生沿棘齿势的耦合输运呢? 这是一种新的输运机理. Zheng等研究了这种机理的确定性模型, 其中的一维周期性棘齿势方向不加驱动, 而另一维抛物非棘齿势方向加上周期性驱动力, 结果显示了非棘齿势方向上的驱动能量可以通过粒子之间的耦合转化到棘齿势方向上, 从而使不加驱动的棘齿势方向产生定向输运^[19]; 笔者等研究了这种机理的随机模型, 其中在一维抛物非棘齿势方向加上周期性驱动力及噪声, 而另一维分段棘

^{*} 北京市自然科学基金(批准号: 1144011)和北京市优秀人才培养项目(批准号: 2012D005004000005)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: wuweixia@bigc.edu.cn

齿势方向不加任何驱动, 分析讨论了耦合系统的随机输运行为^[20].

上述二维模型中的非棘齿势为抛物形式, 由于无穷高势垒的限制, 系统不可能产生沿非棘齿势方向的有效输运. 本文, 我们建立另一种二维模型, 其中的非棘齿势为周期性对称势 (如选取正弦函数势), 另一维为周期性分段棘齿势, 将周期性驱动力及噪声加在非棘齿势方向上, 而棘齿势方向不加任何驱动, 研究系统沿两个维度的定向输运情况, 重点讨论耦合强度、噪声强度、驱动力强度、驱动力初相位差及粒子数目等参量对两个维度上输运速度的影响. 结果发现, 棘齿势方向与非棘齿势方向均能产生定向输运, 但两者对系统及外部各参量的依赖程度有明显的不同. 其中棘齿势方向上的系统平均速度受耦合强度、噪声强度、驱动力强度及粒子数目的影响均非常明显, 显示出平均速度对以上参量具有较强的依赖性; 而非棘齿势方向上的平均速度受非棘齿势势垒高度影响显著, 但受耦合强度、驱动力强度、驱动力初相位差及粒子数目等参量的影响较小, 显示出平均速度对这些参量的依赖性较弱.

2 二维模型

考虑耦合系统处于二维势场 $U(x, y) = U_x(x) + U_y(y)$ 中, 其中 $U_x(x)$ 为一维周期性分段棘齿势, 可表示为

$$U_x(x) = \begin{cases} \frac{d_1}{b}(x - nL_1), & nL_1 \leq x < nL_1 + b, \\ -\frac{d_1}{L_1 - b}[x - (n+1)L_1], & nL_1 + b \leq x < (n+1)L_1, \end{cases} \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \quad (1a)$$

这里, L_1 为棘齿势空间周期, d_1 为其势垒高度, b 反映了势的不对称度. $U_y(y)$ 为另一垂直维周期性对称非棘齿势, 取正弦函数形式

$$U_y(y) = d_2 \sin\left(\frac{2\pi y}{L_2}\right), \quad (1b)$$

其中 L_2 为非棘齿势空间周期, d_2 为其势垒高度. $U_x(x)$ 和 $U_y(y)$ 如图 1 所示.

上述二维势场中, 过阻尼情况下 N 个耦合粒子组成的系统其动力学行为可用郎之万方程描述为

$$\gamma \dot{x}_i + \frac{\partial U(x_i, y_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial U_{\text{int}}}{\partial x_i} = 0, \quad (2a)$$

$$\gamma \dot{y}_i + \frac{\partial U(x_i, y_i)}{\partial y_i} + \frac{\partial U_{\text{int}}}{\partial y_i} = F_i(t) + \xi_i(t), \quad (2b)$$

其中, x_i, y_i 为第 i 个粒子 t 时刻处在二维势场中的位置坐标, 其位置可表示为 $\vec{r}_i(t) = (x_i(t), y_i(t))$. γ 为阻尼系数. U_{int} 为粒子之间的相互作用势, 为了简化, 考虑最简单的两个粒子耦合的情况, 并令它们之间的耦合为普通的弹性连接, 则

$$U_{\text{int}} = \frac{1}{2}k[\|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1\| - a]^2, \quad (3)$$

其中 k 为弹性系数, 即粒子的耦合强度, a 为弹簧的自由长度. $F_i(t)$ 为施加于第 i 个粒子上并沿非棘齿势方向的外部驱动力, 取周期性交流函数形式 $F_i(t) = A_i \cos(\omega_i t + \phi_i)$, 其中 A_i 为驱动力振幅, 即驱动力强度, ω_i 为驱动角频率, ϕ_i 为驱动初相位. $\xi_i(t)$ 为非棘齿势方向上的高斯白噪声, 满足 $\langle \xi_i(t) \rangle = 0$, $\langle \xi_i(t) \xi_j(t') \rangle = 2D\delta_{ij}\delta(t - t')$, 其中 D 为噪声强度.

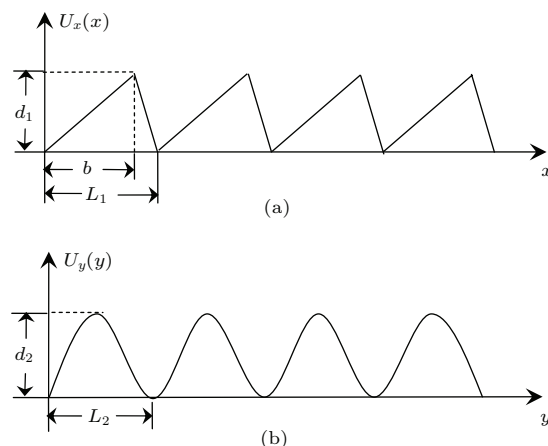


图 1 二维势函数 (a) 周期分段棘齿势函数 $U_x(x)$; (b) 周期对称非棘齿势 $U_y(y)$

Fig. 1. Schematic diagrams of (a) the periodic piecewise ratchet potential $U_x(x)$ and (b) the periodic symmetric non-ratchet potential $U_y(y)$.

定义棘齿势方向 (即 x 方向) 和非棘齿势方向 (即 y 方向) 系统的平均速度分别为

$$v_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{NT} \int_0^T \sum_{i=1}^N \dot{x}_i dt, \quad (4a)$$

$$v_y = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{NT} \int_0^T \sum_{i=1}^N \dot{y}_i dt, \quad (4b)$$

其中 N 为粒子数目, T 为时间.

采用四阶随机 Runge-Kutta 算法求解随机微分方程 (2a) 及 (2b). 计算中取时间步长 $\Delta t = 0.01$, 共演化 5×10^6 步, 为了模拟更精确, 取系统演化 10^4 步时的值作为初值. 此外, 取粒子数 $N = 2$, 阻尼系数标度为 $\gamma = 1.0$. 棘齿势周期 $L_1 = 1.0$, 势垒高

度 $d_1 = 1.0$, $b = 0.8$. 非棘齿势周期 $L_2 = 1.0$, 势垒高度 $d_2 = 1.0$. 弹簧自由长度 $a = 6.0$. 交流驱动力强度 $A_1 = 1.0$, $A_2 = 2.0$, 驱动角频率 $\omega_1 = 0.025$, $\omega_2 = 0.035$, 驱动力初相位差 $\phi = \phi_2 - \phi_1 = \pi$.

3 结果与讨论

3.1 系统位移随时间的演化

图2显示了周期性对称非棘齿势垒高度不同时系统位移随时间的演化情况. 可以看出, 系统沿棘齿势与非棘齿势方向均可产生定向输运. 当非棘齿势势垒高度较小时, 系统沿非棘齿势方向的运动几乎是匀速的, 显示出较强的定向性; 随着势垒高度的增加, 系统沿此方向的位移随时间的演化出

现越来越大的波动, 定向性减弱. 说明系统沿非棘齿势方向的定向输运对非棘齿势势垒高度有明显的依赖性. 这是因为当对称非棘齿势势垒高度较小时, 耦合系统在外部驱动力及噪声作用下很容易越过势垒, 从而产生较强的定向性, 而当势垒高度增加时, 系统不容易越过势垒而会在非棘齿势势阱中振荡, 经过一段时间才能从一个势阱跃迁到另一个势阱, 导致系统的定向性减弱. 这与一维对称周期势中的简谐耦合系统的定向输运所得结论类似^[21]. 从图2还可看出, 系统通过相互耦合可以将非棘齿势方向上的输入能量转化到棘齿势方向, 从而产生有效的沿棘齿势方向的定向输运, 且此输运在非棘齿势势垒高度变化时均表现出较强的定向性, 原因是由于棘齿势的不对称性导致系统沿此方向的运动是连续进行的.

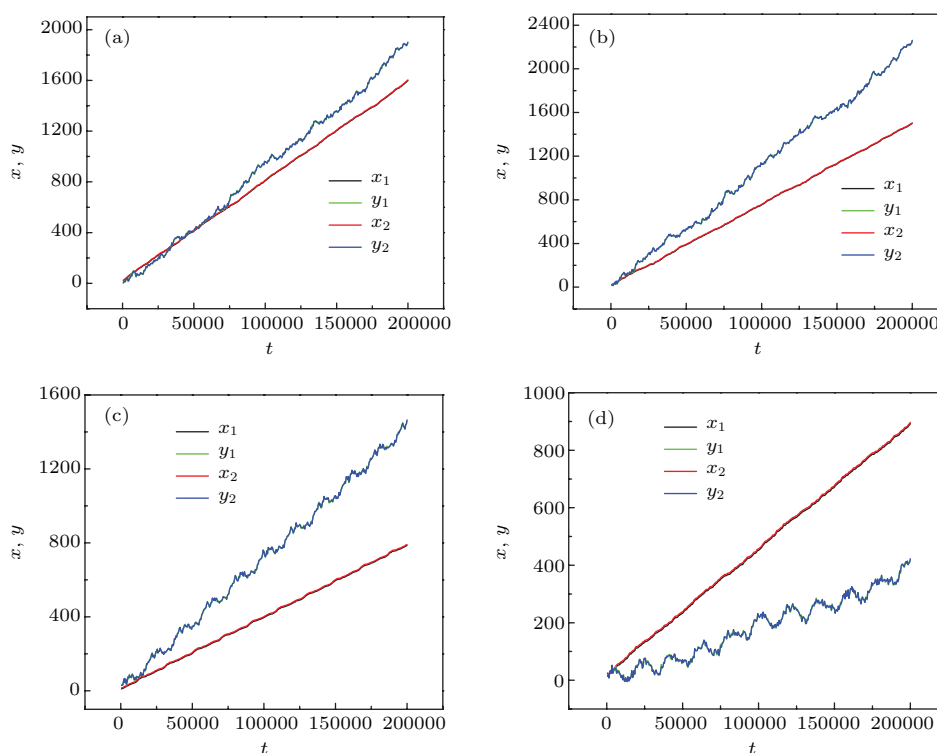


图2 不同非棘齿势势垒高度下, 系统沿棘齿势方向的位移 x 和沿非棘齿势方向的位移 y 随时间 t 的演化 (参数取值: $k = 1.5$, $D = 1.0$) (a) $d_2 = 0.5$; (b) $d_2 = 1.0$; (c) $d_2 = 1.5$; (d) $d_2 = 2.0$

Fig. 2. The x positions in the ratchet potential and the y positions in the non-ratchet potential for the two particles versus time t for different values of barrier height of the non-ratchet potential d , where $k = 1.5$, $D = 1.0$, (a) $d_2 = 0.5$, (b) $d_2 = 1.0$, (c) $d_2 = 1.5$ and (d) $d_2 = 2.0$.

3.2 耦合强度对输运的影响

图3给出了不同噪声强度下, 系统沿棘齿势和非棘齿势方向的平均速度与耦合强度的关系. 当噪声强度固定时, 棘齿势与非棘齿势方向的系统平均

速度与耦合强度的关系表现出明显的不同. 其中棘齿势方向上系统的平均速度随耦合强度的变化呈现先增加后减小的趋势, 合适的耦合强度会极大增强系统的定向输运, 从而使系统沿此方向的平均速度达到最大. 而非棘齿势方向上的系统平均速度

随耦合强度的变化呈现一系列的波动现象. 从图可看出, 耦合强度存在一临界值, 当小于临界值时, 棘齿势方向的平均速度远大于非棘齿势方向; 而当大于临界值时, 棘齿势方向的平均速度迅速减小到零, 而非棘齿势方向的平均速度无明显变化. 这说明耦合强度非常大时, 粒子之间的耦合可看成硬杆连接状态, 棘齿势方向的运输严重受阻, 而非棘齿

势方向的运输无明显影响. 由此看出, 棘齿势方向的平均速度对耦合强度具有明显的依赖性, 而非棘齿势方向的平均速度对耦合强度的依赖性较弱. 从图3还可看出, 随着噪声强度的增加, 棘齿势方向的最大平均速度和沿非棘齿势方向的速度的平均值均都增加, 表现出噪声强度的变化对两个方向上平均速度的影响是一致的.

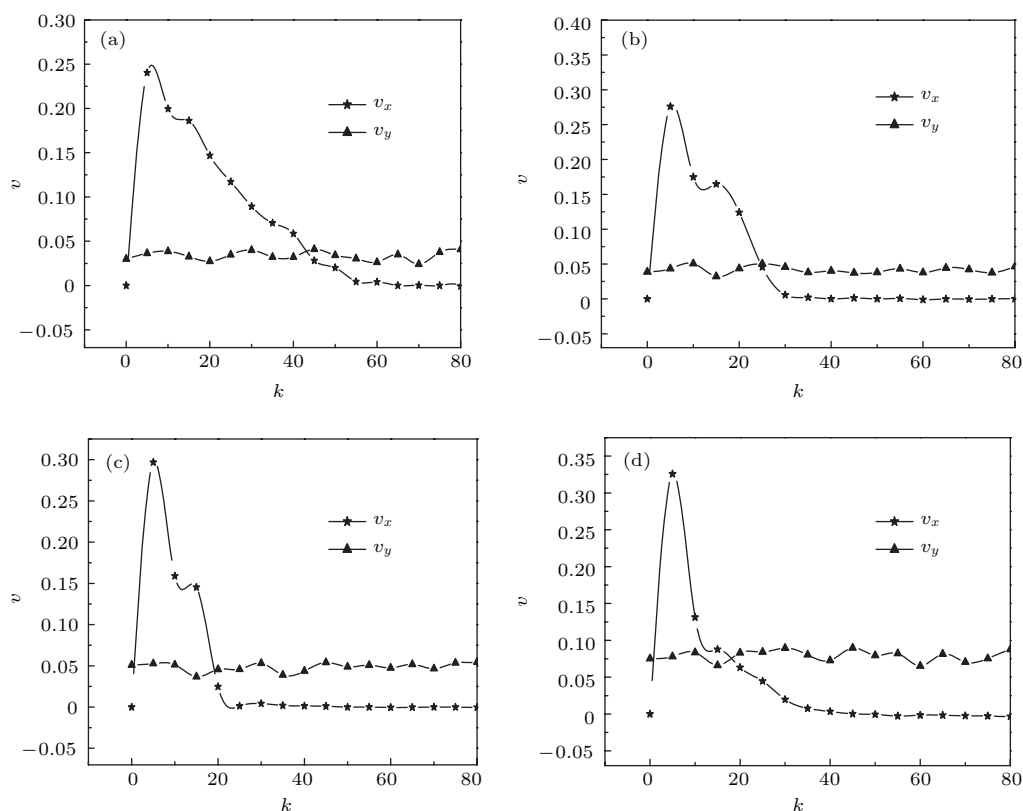


图3 不同噪声强度下, 系统平均速度 v 与耦合强度 k 的关系 (a) $D = 10$; (b) $D = 15$; (c) $D = 20$; (d) $D = 50$

Fig. 3. The average velocity v versus the coupling intensity k for different values of the noise intensity D , (a) $D = 10$, (b) $D = 15$, (c) $D = 20$ and (d) $D = 50$.

3.3 噪声对运输的影响

图4显示了不同耦合强度下, 系统沿棘齿势和非棘齿势方向的平均速度与噪声强度的关系. 从图可看出, 当耦合强度固定时, 棘齿势与非棘齿势方向的系统平均速度与噪声强度的关系同样表现出明显的不同. 其中棘齿势方向的平均速度随噪声强度的变化出现随机共振现象, 而非棘齿势方向的平均速度随噪声强度的变化出现波动, 并且整体来看随噪声强度的增大而增大. 这说明了棘齿势方向的平均速度对噪声强度有明显的依赖性. 此外, 还可看出, 弱耦合时(图4(a)), 非棘齿势方向的平均速

度明显大于棘齿势方向, 随着耦合强度的增大, 棘齿势方向的运输被增强, 而非棘齿势方向的运输无明显变化. 结果与3.2节一致.

3.4 驱动力强度对运输的影响

图5给出了系统沿棘齿势和非棘齿势方向的平均速度与外部周期驱动力强度的关系. 可以看出, 当其他各参量一定时, 棘齿势方向的平均速度明显依赖于外部驱动力强度, 合适的驱动力强度可以产生最大运输速度(图5(a)); 而非棘齿势方向的平均速度围绕某一值上下波动, 从而表现出平均速度对驱动力强度的依赖性较弱(图5(b)).

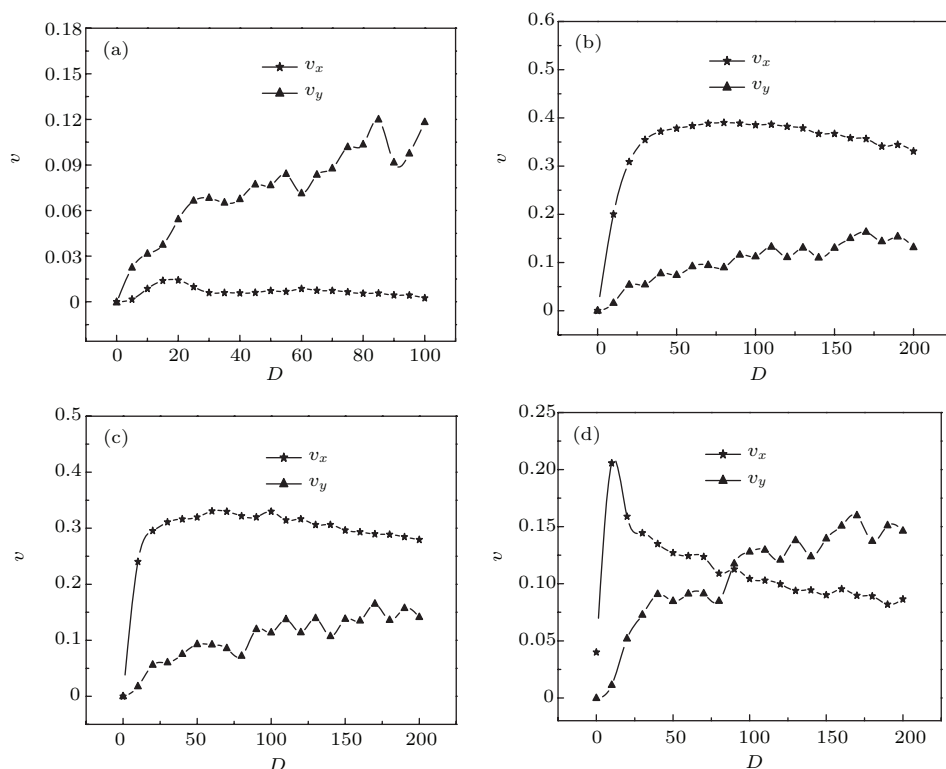


图4 不同耦合强度下, 系统平均速度 v 与噪声强度 D 的关系 (a) $k = 1.0$; (b) $k = 3.0$; (c) $k = 5.0$; (d) $k = 10.0$
 Fig. 4. The average velocity v versus the noise intensity D for different values of the coupling intensity k , (a) $k = 1.0$, (b) $k = 3.0$, (c) $k = 5.0$ and (d) $k = 10.0$.

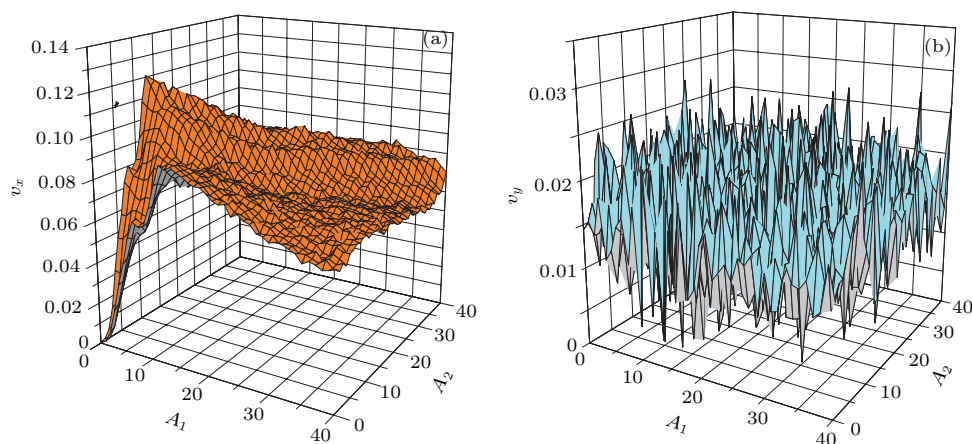


图5 (网刊彩色) 系统平均速度 v 与驱动力强度 A_1 和 A_2 的关系 (参数取值: $k = 1.5$, $D = 1.0$) (a) 棘齿势方向的 v 与 A_1 和 A_2 的关系; (b) 非棘齿势方向的 v 与 A_1 和 A_2 的关系
 Fig. 5. (color online) (a) The average velocity v_x in the ratchet potential and (b) the average velocity v_y in the non-ratchet potential versus the driving strength A_1 and A_2 , where $k = 1.5$ and $D = 1.0$.

3.5 驱动力初相位差对运输的影响

本文, 我们选取施加在第一个粒子上的驱动力的初相位为零, 则驱动力初相位差 $\phi = \phi_2 - \phi_1$ 的大小决定了初始时刻施加在两个粒子上的驱动力的方向关系. 当初相位差处于 $0 - \pi/2$ 时, 两粒子初始时刻所加驱动力方向相同; 当初相位差处于

$\pi/2 - \pi$ 时, 两粒子初始时刻所加驱动力方向相反. 为了考察初相位差对运输的影响, 我们模拟计算了不同初相位差下的系统平均速度随耦合强度及噪声强度的关系 (图 6(a), (b)) 以及系统平均速度随初相位差的变化关系 (图 6(c)). 可以看出, 系统沿棘齿势与非棘齿势方向的平均速度随初相位差的变化均围绕某一值上下波动, 表现出两方向上的平

均速度对初相位差的依赖性均较弱(图6(c)), 但初相位差的变化不会影响两个方向上系统平均速度与耦合强度及噪声强度之间的关系(图6(a), (b)).

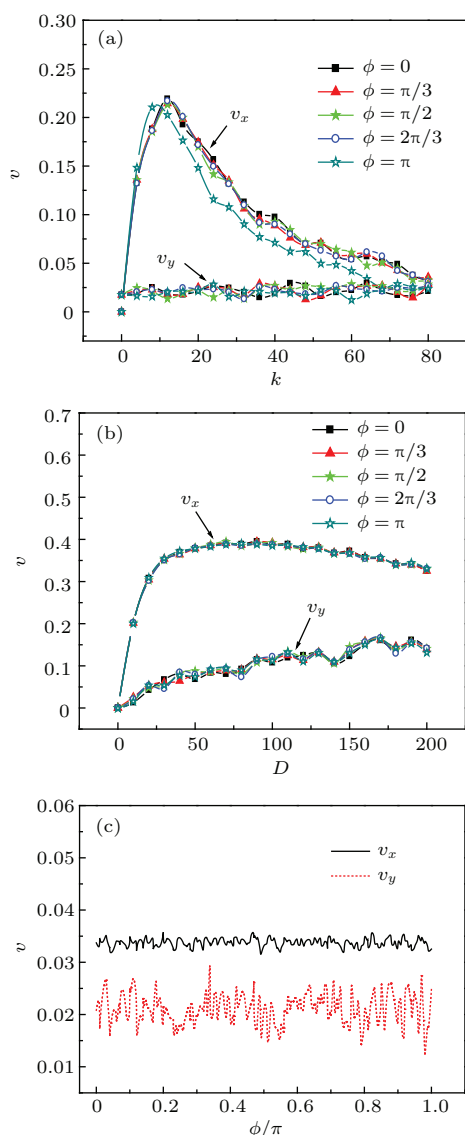


图6 (网刊彩色) (a) 不同初相位差下, 系统平均速度 v 随耦合强度 k 的变化关系 (参数取值: $D = 5.0$); (b) 不同初相位差下, 系统平均速度 v 随噪声强度 D 的变化关系 (参数取值: $k = 3.0$); (c) 系统平均速度 v 随 ϕ/π 的变化关系 (参数取值: $k = 3.0$, $D = 5.0$)

Fig. 6. (color online) The average velocity v versus (a) the coupling intensity k for different values of the driving initial phase difference Φ , where $D = 5.0$, (b) the noise intensity D for different values of the driving initial phase difference Φ , where $k = 3.0$ and (c) the value of ϕ/π , where $k = 3.0$ and $D = 5.0$.

3.6 粒子数目对运输的影响

对于耦合运输, 粒子数目是其中的一个重要影响因素^[22-24]. 图7显示了系统平均速度随粒子数目的变化关系. 可以看出, 随着粒子数目的增加,

系统沿棘齿势方向的平均速度出现一系列峰值, 但总体呈现先增加后减小的趋势, 在合适的粒子数目下系统能够达到最大平均速度, 说明粒子较少时, 适当增加粒子数可以加强输运效果, 但粒子较多时, 系统尺度的增加会导致粒子之间的协调性下降, 从而阻碍输运而导致系统平均速度减小. 这说明棘齿势方向的系统平均速度对粒子数目的依赖性较强. 上述结果与文献^[21]中有关周期外力与噪声共同驱动的一维棘齿势耦合系统的输运结果类似. 此外, 图7还显示出随着粒子数目的增加, 非棘齿势方向系统的平均速度围绕某一值上下波动, 表现出平均速度对粒子数目的依赖性较弱.

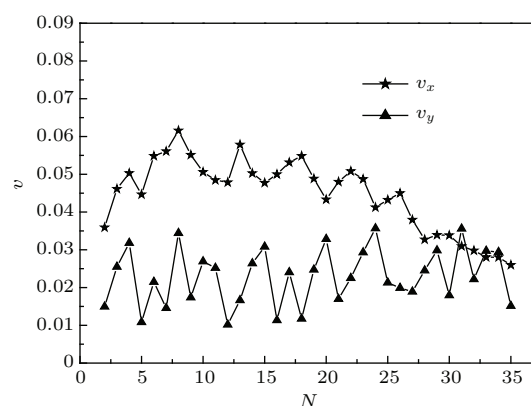


图7 系统平均速度 v 随粒子数目 N 的变化关系 (参数取值: $k = 1.5$, $D = 5.0$)

Fig. 7. The average velocity v versus the particle population N , where $k = 1.5$ and $D = 5.0$.

4 结 论

本文针对目前的耦合定向输运研究主要集中在在一维问题的情形下, 建立了一种二维耦合输运模型, 其中的一个维度上取周期性分段棘齿势, 另一垂直维度上取周期对称非棘齿势, 将外部周期性驱动力及噪声加在非棘齿势方向上, 利用非平衡统计及非线性动力学理论, 数值计算分析了系统沿棘齿势和非棘齿势方向的位移在不同非棘齿势势垒高度下随时间的演化, 以及耦合强度、噪声强度、驱动力强度、驱动力初相位差及粒子数目等参量对两个方向上系统平均速度的影响. 结果发现, 系统沿棘齿势与非棘齿势方向均可产生定向输运; 系统及外部各参量对棘齿势和非棘齿势方向的输运影响程度是明显的不同, 其中棘齿势方向的定向输运对耦合强度、噪声强度、驱动力强度及粒子数目均有明显的依赖性, 但对驱动力初相位差的依赖性较弱, 合适的耦合强度、驱动力强度或粒子数目下均

可产生最大平均速度, 且平均速度随噪声强度的变化出现随机共振现象. 而非棘齿势方向的定向输运对非棘齿势垒高度有明显的依赖性, 而对耦合强度、驱动力强度、驱动力初相位差及粒子数目的依赖性均较弱.

参考文献

- [1] Reimann P, Hänggi P 2002 *Appl. Phys. A* **75** 169
- [2] Linker H, Downton M T, Zuckermann M J 2005 *Chaos* **15** 026111
- [3] Hänggi P, Marchesoni F, Nori F 2005 *Ann. Phys.* **14** 51
- [4] Burada P S, Schmid G, Talkner P, Hänggi P, Reguera D, Rubí J M 2008 *Biosystems* **93** 16
- [5] Xie H Z, Ai B Q, Liu X M, Liu L G, Li Z B 2009 *Physica A* **388** 2093
- [6] Dan D, Jayannavar A M, Menon G 2003 *Physica A* **318** 40
- [7] Wang H Y, Bao J D 2005 *Physica A* **357** 373
- [8] Vincent U E, Senthilkumar D V, Mayer D, Kurths J 2010 *Phys. Rev. E* **82** 046208
- [9] Vershnin M, Carter B C, Razafsky D S, King S J, Gross S P 2007 *PNAS* **104** 87
- [10] Shtridelman Y, Cahyuti T, Townsend B, DeWitt D, Macosko J C 2008 *Cell Biochem. Biophys.* **52** 19
- [11] Ali M Y, Lu H, Bookwalter C S, Warshaw D M, Trybus K M 2008 *PNAS* **105** 4691
- [12] Zhao A K, Zhang H W, Li Y X 2010 *Chin. Phys. B* **19** 110506
- [13] Fendrik A J, Romanelli L 2012 *Phys. Rev. E* **85** 041149
- [14] Wang L F, Gao T F, Huang R Z, Zheng Y X 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 070502 (in Chinese) [王莉芳, 高天附, 黄仁忠, 郑玉祥 2013 物理学报 **62** 070502]
- [15] Tu Z, Lai L, Luo M K 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 120503 (in Chinese) [屠浙, 赖莉, 罗懋康 2014 物理学报 **63** 120503]
- [16] Zhang H W, Wen S T, Chen G R, Li Y X, Cao Z X, Li W 2012 *Chin. Phys. B* **21** 038701
- [17] Avik W G, Sanjay V K 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 5243
- [18] Bao J D, Zhuo Y Z 1998 *Phys. Lett. A* **239** 228
- [19] Zheng Z G, Chen H B 2010 *Europhys. Lett.* **92** 30004
- [20] Wu W X, Zheng Z G 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 190511 (in Chinese) [吴魏霞, 郑志刚 2013 物理学报 **62** 190511]
- [21] Zheng Z G 2004 *Spatiotemporal Dynamics and Collective Behaviors in Coupled Nonlinear Systems* (Beijing: Higher Education Press) p326 (in Chinese) [郑志刚 2004 耦合非线性系统的时空动力学与合作行为 (北京: 高等教育出版社) 第 324 页]
- [22] Orlandi J G, Blanch-Mercader C, Brugués J, Casademunt J 2010 *Phys. Rev. E* **82** 061903
- [23] Ai B Q, He Y F, Zhong W R 2011 *Phys. Rev. E* **83** 051106
- [24] Ai B Q, He Y F, Zhong W R 2014 *Journal of Chemical Physics* **141** 194111

A two-dimensional coupled directed transport model*

Wu Wei-Xia^{1)†} Song Yan-Li²⁾ Han Ying-Rong³⁾

1) (Science Education Department, Beijing Institute of Graphic Communication, Beijing 102600, China)

2) (School of Science, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

3) (School of Science, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China)

(Received 23 January 2015; revised manuscript received 18 March 2015)

Abstract

Under the effect of external driving force and noise, a directed transport model for coupled particles in a two-dimensional potential is established. Here, a one-dimensional potential is taken as the periodic piecewise ratchet potential, and the other one is taken as the periodic symmetric non-ratchet potential to which the external periodic driving force and noise are applied. According to the nonequilibrium statistical theory and the nonlinear dynamics, the transport characters of the coupled system in the overdamped case are researched and discussed. Numerical results show that an obvious directed transport can appear both in the ratchet potential and in the non-ratchet potential case. But, the average velocities of the coupled system in the two potentials have completely different dependence on the system parameters. In the case of ratchet potential, the average velocity is strongly dependent on the coupling intensity, noise intensity, the driving strength, and the particle population; the average velocity can reach the maximum at appropriate coupling intensity, noise intensity, the driving strength or the particle population. Otherwise, in the case of non-ratchet potential, the average velocity is strongly dependent on the barrier height for the non-ratchet potential, but fluctuates as the coupling intensity, the driving strength, the driving initial phase difference or the particle population varies. This shows that the average velocity of the coupled system in the non-ratchet potential has weak dependence on system parameters, including the coupling intensity, the driving strength, the driving initial phase difference and the particle population.

Keywords: coupled system, two-dimensional potential, directed transport

PACS: 05.40.-a, 05.60.Cd

DOI: 10.7498/aps.64.150501

* Project supported by the Beijing Natural Science Foundation, China (Grant No. 1144011), and the Beijing excellent talent training, China (Grant No. 2012D005004000005).

† Corresponding author. E-mail: wuweixia@bigc.edu.cn