# 物理学报 Acta Physica Sinica



#### 高斯光束在双层云中传输的蒙特卡罗模拟

孙贤明 肖赛 王海华 万隆 申晋

Transportation of Gaussian light beam in two-layer clouds by Monte Carlo simulation

Sun Xian-Ming Xiao Sai Wang Hai-Hua Wan Long Shen Jin

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 64, 184204 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.184204 在线阅读 View online: http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.184204 当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I18

您可能感兴趣的其他文章 Articles you may be interested in

### 金属粒子阵列共振的偏振特性研究

Polarization characteristics of the lattice resonance of metal nanoparticle array 物理学报.2015, 64(16): 164202 http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.164202

#### Bessel 光束经椭圆环形孔径后的衍射光场

Diffraction optical field of the Bessel beam through elliptical annular aperture 物理学报.2015, 64(12): 124201 http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.124201

#### 大散射角散斑场中有关相位奇异新特性的研究

New features of the speckle phase singularity produced in large angle scattering 物理学报.2015, 64(8): 084210 http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.084210

## 利用近前向散射图样识别单粒子形状的理论研究

Shape classification of single aerosol particle using near-forward optical scattering patterns calculation 物理学报.2015, 64(5): 054202 http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.054202

#### 连续相位板面形的随机特性研究

Surface stochastic characteristics of continuous phase plate 物理学报.2014, 63(16): 164203 http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.164203

# 高斯光束在双层云中传输的蒙特卡罗模拟<sup>\*</sup>

孙贤明† 肖赛 王海华 万隆 申晋

(山东理工大学电气与电子工程学院,淄博 255049)

(2015年2月10日收到; 2015年5月7日收到修改稿)

基于辐射传输理论,利用蒙特卡罗方法模拟了无限窄(冲击函数)准直光束入射到典型水云以及冰水双层 云时的后向散射特性,进而将得到的冲击响应与高斯光束卷积,得到高斯光束在云层中传输的多次散射特性. 文中给出了两种波束入射时水云以及冰水双层云的反射函数随径向r和天顶角α的变化关系,并给出了光强 在云层内部的二维分布图.计算结果表明,高斯光束入射时,云层反射函数的特点与无限窄准直光束入射时 有较大区别.因此在利用激光雷达进行云层探测时需要考虑激光的散斑,文中的方法可以为此提供理论依据.

关键词:光散射,云层,蒙特卡罗,高斯光束 **PACS:** 42.25.Fx, 42.25.Bs

#### **DOI:** 10.7498/aps.64.184204

## 1引言

自然界中存在各种形状的气溶胶粒子,研究者 对各种形状的粒子对高斯光束的散射进行了细致 而详尽的研究<sup>[1,2]</sup>,但研究有形光束(如高斯光束) 对离散随机介质的散射较少.蒙特卡罗方法是一种 随机统计方法,被广泛应用于很多领域<sup>[3]</sup>,其中在 随机介质的多次散射应用方面,已有的研究主要针 对平面波入射,且离散随机介质的模型通常是按照 固定位置确立的<sup>[4]</sup>.而在实际应用过程中,激光束 都有一定形状和尺寸,例如利用激光雷达对云层和 气溶胶的微观特性进行探测,通常需要考虑激光束 的散斑.若利用传统的蒙特卡罗模拟方法,有形光 束的模拟相比于平面波和无限窄波束需要更多的 光子,这将很大程度上影响计算的效率.而对于星 载激光雷达的海量数据处理来说,这将极大地影响 处理的效率.

对于激光在云层中传输的多次散射问题,通常 不考虑光的相干性,即按照弹性碰撞来处理,这样 可以将云层看作线性和不变的介质.线性指的是 如果入射的无限窄光束乘上一个因子,则响应函数 (如反射函数、透射函数、内部光强分布函数等)将 被乘以相同的因子;不变指的是当激光束的入射点 发生水平位移后,响应函数也会发生相同的水平位 置偏移.在这种假设下,可以将入射的无限窄冲击 光束产生的响应看作是云层的格林函数,而高斯光 束的响应则可看作是格林函数和高斯光束的卷积. 本文利用此方法研究高斯形激光束在多层云中传 输的反射特性.

## 2 蒙特卡罗模拟云层对无限窄准直光 束的散射

首先研究无限窄准直光束垂直入射到云层后 的散射特性. 假设云层为平面平行层. 当光子入射 到云层后, 需要对其自由行走的轨迹进行跟踪, 这 需要对其每次游走的步长和散射的方向进行抽样. 根据传统的蒙特卡罗方法, 光子每次游走的步长  $s = -\ln(\xi_1)/\sigma_{ext}$ , 其中s为步长,  $\xi_1$ 为0到1之间 的均匀分布随机数,  $\sigma_{ext}$ 为云层的消光系数. 光子 一旦开始游走, 就会与云滴进行碰撞, 需要对每次 碰撞后散射的新方向进行抽样, 即对方位角 $\psi$ 和散

\* 国家自然科学基金(批准号: 61205191)和山东省自然科学基金(批准号: ZR2013FL023, ZR2014FL027)资助的课题.

© 2015 中国物理学会 Chinese Physical Society

#### http://wulixb.iphy.ac.cn

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: xmsunsdut@163.com

射角 $\theta$ 进行抽样.由于云层被假设为平面平行的各向同性层,因此方位角的抽样为 $\psi = 2\pi\xi_2$ ,对散射角 $\theta$ 的抽样,需要对云层的单次散射相函数进行抽样.不同于很多研究者采用的H-G相函数抽样<sup>[5]</sup>,本文利用云层的真实相函数进行抽样,利用Mie理论计算水云的相函数,利用几何光学方法计算冰云的相函数,冰云的粒子形状假设为盘状,图1给出了尺寸参数为的水云滴6µm和40µm的冰云滴的相函数.云滴的尺寸分布为伽马分布<sup>[6]</sup>,即

$$f(r) = \operatorname{const} \times r^{(1-3b)/b} \exp\left(\frac{-r}{ab}\right),$$
 (1)

其中, const 为归一化常数,

$$a = r_{\rm ef} = \frac{\langle r^3 \rangle}{\langle r^2 \rangle},$$
  
 $b = v_{\rm ef} = \frac{\langle (r^2 - rr_{\rm ef})^2 \rangle}{r_{\rm ef}^2 \langle r^2 \rangle}$ 

为有效半径和有效方差. 冰云滴的半径根据与 截面积相同的球形粒子半径确定,入射波长为 0.532 µm,本文所计算结果均采用以上取值.



图 1 (网刊彩色) (a) 水云和冰云的单次散射相函数; (b) 根据三种相函数的随机数抽样

Fig. 1. (color online) (a) Single scattering phase function for water cloud and ice clouds; (b) Random sampling base on three phase function. 我们分别计算了纯水云以及由水和冰组成的 双层云对无限窄准直激光束的后向散射特性.为 了能够清楚地反映云层对激光的反射特性,分别给 出了反射强度随观测角 α 和径向距离 (与无限窄准 直激光束中心线的距离) r 的变化曲线;为了能够 更好地观察云层对激光的吸收特性,给出了云层内 部的二维光强分布.在模拟过程中,我们将云层分 为若干"格",这些"格"分别按照沿z (光束入射方 向)、径向r和观测天顶角α排列.

在研究激光在多层云中传输时,由于每一层的 物理特性和光学特性不同,因此当光子从一层穿越 到另一层时,需要将随机游走的步长进行调整,从 而使  $-\ln(\xi_1) = \sigma_{ext1}s_1 + \sigma_{ext2}s_2$ ,另外当光子进入 新的一层后,需要根据新的云层特性对其散射角抽 样<sup>[7,8]</sup>.



图 2 (网刊彩色) (a) 反射函数随 α 的变化; (b) 反射函数随 r 的变化

Fig. 2. (color online) (a) Reflection function varying with scattering angles  $\alpha$ ; (b) reflection function varying with r.

图 2 分别给出了无限窄准直激光束入射到 水云以及冰云叠加于水云两种情况的反射函数. 图 2 (a) 为反射函数随天顶角α的变化曲线,为了便 于与文献数据比较,此反射函数采用反射光强与朗 伯面反射光强的比值;图2(b)为反射函数随径向r 的变化曲线. 水云层厚度为1000 m, 冰云层厚度为 100 m, 水云层消光系数为0.05 m<sup>-1</sup>, 冰云的消光 系数取为0.01 m<sup>-1</sup>. 从图2(a)可以看出, 双层云的 反射函数整体上大于纯水云的反射函数,这是由于 双层云的厚度更大. 但是在散射角较小时, 双层云 的反射函数比水云的反射略小. 这是因为双层云的 上层为冰云,由于其尺寸较大,从图1(a)的相函数 可知,其单次散射相函数前向性更强,而后向性相 比水云略小,因此对于双层云来说,更多的光子传 入云层内部,而后向(即对应于反射函数中较小的 角度)相对较少. 另外, 双层云的反射函数相比水云 更为平滑.从图2(b)可以看出,在靠近入射点的区 域(即r较小的区域)内,水云的反射函数更大,而 远离入射点的区域,则双层云的反射函数更大.这 是因为上层冰云的粒子有效半径大,其单次散射相 函数前向性更强,因此光子更多地被散射到了云层 内部,水云的总反射率为0.81,冰水云的总反射率 为0.92.



图 3 (a) 水云覆盖冰云的内部光强随 r 的变化; (b) 冰云 覆盖水云的内部光强随 r 的变化

Fig. 3. (a) Inner light intensity distribution of water clouds over ice clouds varying with the radial length r;(b) inner light intensity distribution of ice clouds over water clouds varying with the radial length r.

图 3 和图 4 分别给出了水云 (过冷水)覆盖冰 云以及冰云覆盖水云时,云层内部场强的分布图, 图 3 为光强随径向 r 的分布曲线,图 4 光强为随 r 和 z 的二维分布,上层云层的厚度统一取为100 m,下 层为1000 m. 从图中可以看出,水云的消光更强.



图 4 (网刊彩色) (a) 水云覆盖冰云的内部光强二维分布; (b) 冰云覆盖水云的内部光强二维分布

Fig. 4. (color online) (a) Interior light intensity 2D distribution of water clouds over ice clouds; (b) interior light intensity 2 D distribution of ice clouds over water clouds.

# 3 蒙特卡罗模拟高斯光束入射到云层的散射

在计算高斯光束入射的情况时,我们不采用传 统的蒙特卡罗方法模拟,而是采用将云层的冲击响 应和高斯光束进行卷积的方法<sup>[9]</sup>.高斯光束为轴对 称光束,我们假设高斯光束的中心轴和全局坐标系 的*z*轴重合.如果将云层看作一个线性不变系统, 激光束作为输入,则反射函数、内部场强分布等可 以看作是系统的响应*R*(*x*, *y*, *z*).当以高斯光束入 射时,系统的响应为

$$R(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(x - x', y - y', z)$$
$$\times S(x', y') dx' dy', \qquad (2)$$

其中, G(x - x', y - y', z)为无限窄准直的光束的 响应函数, 即系统的格林函数. 由于云层为各向 同性的平面平行层, 因此格林函数具有轴对称性, 且为观测点与源点之间距离的函数, 可将其变形 为 $G\left(\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}, z\right)$ , S(x', y')为高斯 光束的廓线函数, 因其具有轴对称性, 也可表示为  $S\left(\sqrt{(x'^2 + y'^2)}\right)$ , 即仅为源点与轴中心的距离的 函数. 进而 (2) 式可以表示为

$$R(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G\left(\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}, z\right) \times S\left(\sqrt{x'^2 + y'^2}\right) dx' dy'.$$
(3)

通过变量变形, x'' = x - x', y'' = y - y', 得

$$R(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(x'', y'', z) \times S(x - x'', y - y'') dx'' dy''.$$
(4)

由于系统和光束的对称性,因此响应函数也具有对称性,可以表示为

$$\begin{aligned} R(r,z) &= \int_0^\infty S\left(r'\right) r' \\ &\times \left[ \int_0^{2\pi} G\left(\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr'\cos\theta'}, z\right) \mathrm{d}\theta' \right] \mathrm{d}r', \end{aligned} \tag{5}$$

$$R(r,z) = \int_0^\infty G(r'',z) r'' \\ \times \left[ \int_0^{2\pi} S\left( \sqrt{r^2 + r''^2 - 2rr''\cos\theta''} \right) d\theta'' \right] dr''.$$
(6)

高斯光束的波形函数可以表示为

$$S(r') = S_0 \exp\left[-2\left(\frac{r'}{R}\right)^2\right],\tag{7}$$

其中 $S_0$ 为激光束中心点的光强,其与激光总功率 P的关系为 $S_0 = \frac{2P}{\pi R^2}$ , R为激光的 $1/e^2$ 能量半径. 将(7)式代入(6)式

$$R(r, z) = S(r) \int_0^\infty G(r'', z) \exp\left[\left(-2\frac{r''}{R}\right)^2\right] \times \left[\int_0^{2\pi} \exp\left(\frac{4rr''\cos\theta''}{R^2}\right) d\theta''\right] r'' dr''.$$
(8)

整理得

R(r,z)

$$= S(r) \int_0^\infty G(r'', z) \exp\left[\left(-2\frac{r''}{R}\right)^2\right] \\ \times I_0\left(\frac{4rr''}{R^2}\right) 2\pi r'' dr'', \tag{9}$$

其中I<sub>0</sub>为零介修正的贝塞尔函数.

由于对方程(9)的积分核有修正的贝塞尔函数,其大小会随着宗量的增大而快速发散,从而容易导致溢出,因此需要对(9)式进行变形.由于修正的贝塞尔函数对于大宗量有如下近似:

$$I_0(x) \approx \frac{\exp(x)}{\sqrt{2\pi x}}.$$
 (10)

为此我们定义一个新函数

$$I_{e0}(x) \approx I_0(x) \exp\left(-x\right),\tag{11}$$

或者

$$I_0(x) \approx I_{e0}(x) \exp(x), \qquad (12)$$

显然 I<sub>e0</sub>(x) 是一个收敛的函数. 将 (12) 式代入 (9) 式得

$$R(r, z) = S(r) \int_0^\infty G(r'', z) \exp\left[-2\left(\frac{r'' - r}{R}\right)^2\right] \times I_{0e}\left(\frac{4\pi r r''}{R^2}\right) 2\pi r'' dr''.$$
(13)

(13) 式的积分上限为无穷大,在实际编程过程中需要对其进行截断. 我们注意到积分项中有 exp  $\left[-2\left(\frac{r''-r}{R}\right)^2\right]$ ,为负指数函数,其收敛速度很快,当|r''-r| = 4R时,负指数项 exp  $\left[-2\left(\frac{r''-r}{R}\right)^2\right]$ 的值约为10<sup>-14</sup>,因此本文采用的积分限取值范围为 $r - 4R \leq r'' \leq r + 4R$ .

图5给出了高斯光束入射到纯水云和双层云 的反射光强随径向r的分布函数,入射的高斯光 束能量为1J,激光能量的1/e<sup>2</sup>半径分别为4,8和 16 m. 从图5中可以看出,反射的光强随径向的分 布与无限窄准直光束入射时形状不同(如图2(b)), 且反射光斑大小与入射光斑大小成正比,反射光 强大小与入射光斑大小成反比. 比较图5(a)和 图5(b)可以看出,在靠近r = 0的位置,水云的 反射强度大于冰水云的反射强度,原因类似于 图2(b).



图 5 (网刊彩色) (a) 水云对高斯光束的反射函数; (b) 冰 云覆盖水云对高斯光束的反射函数

Fig. 5. (color online) (a) Reflection of water clouds by Gaussian beam; (b) reflection of ice clouds over water clouds by Gaussian beam.

## 4 结 论

根据 Mie 和几何光学方法分别计算得到球形 云滴和盘状冰晶的单次散射相函数,并将其用于蒙 特卡罗模拟过程中的散射方向抽样,利用蒙特卡罗 方法模拟了双层云对无限长准直光束的后向多次 散射特性,将计算结果作为云层的脉冲响应,与入 射的高斯光束进行卷积得到后向反射强度.计算结 果表明:当冰云覆盖在水云上时,由于冰云粒子半 径较大,前向散射强,相比纯水云更多的光子被散 射进了云层内部,在靠近入射点位置,后向散射小 于纯水云,但由于冰水云厚度更大,因此总体反射 率更高;高斯光入射时反射函数与无限窄准直光束 入射时存在较大区别,随径向的反射强度分布仍为 高斯形状,且反射强度大小与高斯光束半径大小成 反比.从文中计算结果可以看出,在利用激光雷达 进行云层遥感时,需要考虑激光散斑的影响.

#### 参考文献

- Ou J, Jiang Y S, Shao Y W, Qu X S, Hua H Q, Wen D H 2013 Acta Phys. Sin. 62 114201 (in Chinese) [欧军, 江月松, 邵宇伟, 屈晓声, 华厚强, 闻东海 2013 物理学报 62 114201]
- [2] Zhao J Z, Jiang Y S, Ou J, Ye J H 2012 Acta Phys. Sin.
  61 064202 (in Chinese) [赵继芝, 江月松, 欧军, 叶继海 2012 物理学报 61 064202]
- [3]~ Wu Y L, Wu Z S 2014 Chin. Phys. B  ${\bf 23}~037801$
- $[4]\ {\rm Li} \; {\rm X} \; {\rm Y}, \, {\rm Sun} \; {\rm B}, \, {\rm Yu} \; {\rm Y} \; {\rm Y} \; 2014 \ Chin. \ Phys. \ B \; {\bf 23} \; 064219$
- [5] Jin S, Tan W J, Liu X, Wu B, Si J H 2014 Chinese J. Lasers. 41 0702004 (in Chinese) [靳赛, 谭文疆, 刘鑫, 吴 彬, 司金海 2014 中国激光 41 0702004]
- [6] Hansen J E, Travis L D 1974 Space Sci. Rev. 16 527
- [7] Wang L H, S L Jacques, Zheng L Q 1995 Comput. Meth Programs Biomed. 47 131
- [8] Wang J G, Wang G Y, Xu Z Z 2000 Acta Opt. Sin. 20 346 (in Chinese) [王建刚, 王桂英, 徐至展 2000 光学学报 20 346]
- [9] Wang L H, Jacques S L, Zheng L Q 1997 Comput. Meth Programs Biomed. 54 141

# Transportation of Gaussian light beam in two-layer clouds by Monte Carlo simulation

Sun Xian-Ming<sup>†</sup> Xiao Sai Wang Hai-Hua Wan Long Shen Jin

(School of electrical and electronic engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255049, China) (Received 10 February 2015; revised manuscript received 7 May 2015)

#### Abstract

Based on the radiative transfer theory, the backscattering characteristics of water clouds and ice-water two layers clouds irradiated by infinite narrow collimated light beam are studied by using the Monte Carlo method. The incident wavelength is 0.532  $\mu$ m, and the cloud particle shape is assumed to be of sphere or plate. The single scattering characteristics of the clouds are computed based on the Mie theory, and the scattering angle sampling is based on the Mie phase function. The photon step adjustment is considered when the step is large enough to cross the cloud layer. The variations of reflection functions of the water clouds and ice-water two layers clouds with the radial length r and zenith angle are given, and the interior light intensity distribution of clouds are greatly different from those of the pure water clouds. The reflection intensity of ice clouds covered with water clouds is bigger than that of ice clouds covered with water clouds. This reason is that the sizes of ice clouds are larger than those of the water clouds, so more photons will be scattered into the interior of the clouds.

The cloud layer is assumed to be linear and invariant, so the response to an infinitely narrow photon beam will be described by a Green's function of the clouds, and the response to the Gaussian beam can be computed from the convolution of the Green's function according to the profile of the Gaussian photon beam. The multiple scattering characteristics of the Gaussian photon beam are computed from the convolution of the impulse response, i.e., the response to an infinitely narrow photon beam, according to the profile of the Gaussian light photon beam. From the computed results, we find that the reflection function of clouds for Gaussian incidence has a great difference from that for the infinite narrow beam incidence. The reflected light intensity is inversely proportional to the size of the Gaussian beam at the location near r = 0. So the laser spot must be considered when detecting the clouds by using of the lidar, and the method presented in this paper can give theoretical support.

Keywords: light scattering, clouds, Monte Carlo, Gaussian beam PACS: 42.25.Fx, 42.25.Bs DOI: 1

**DOI:** 10.7498/aps.64.184204

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61205191) and the Natural Science Foundation of Shandong Province, China (Grant Nos. ZR2013FL023, ZR2014FL027).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: xmsunsdut@163.com