

冠状动脉系统高阶滑模自适应混沌同步设计

赵占山 张静 丁刚 张大坤

Chaos synchronization of coronary artery system based on higher order sliding mode adaptive control

Zhao Zhan-Shan Zhang Jing Ding Gang Zhang Da-Kun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 210508 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.210508

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.210508>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I21>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

二维耦合定向输运模型研究

A two-dimensional coupled directed transport model

物理学报.2015, 64(15): 150501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.150501>

科赫分形基底上受限固-固模型动力学 ρ 锯齿形 ρ 氮 ρ 笛芯

Numerical investigations of dynamic behaviors of the restricted solid-on-solid model for Koch fractal substrates

物理学报.2015, 64(13): 130501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.130501>

非各态历经噪声的产生及其应用

Generation and application of non-ergodic noise

物理学报.2014, 63(24): 240503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.240503>

带有分数阶阻尼的压电能量采集系统相干共振

Coherence resonance of piezoelectric energy harvester with fractional damping

物理学报.2014, 63(22): 220504 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.220504>

色关联的乘性和加性色噪声激励下分段非线性模型的随机共振

Stochastic resonance in a piecewise nonlinear system driven by colored correlated additive and multiplicative colored noises

物理学报.2014, 63(21): 210501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.210501>

冠状动脉系统高阶滑模自适应混沌同步设计*

赵占山¹⁾ 张静^{2)3)†} 丁刚²⁾⁴⁾ 张大坤¹⁾

1)(天津工业大学计算机科学与软件学院, 天津 300387)

2)(天津工业大学纺织学部, 天津 300387)

3)(天津职业大学设备处, 天津 300410)

4)(天津广播电视大学教学资源管理与建设处, 天津 300191)

(2015年5月4日收到; 2015年6月24日收到修改稿)

针对冠状动脉系统混沌同步问题, 系统模型受到有界但未知的不确定干扰条件下, 利用几何齐次性理论和积分滑模面设计高阶滑模自适应控制器, 使响应系统在有限时间内跟踪驱动系统, 该方法无需提前预知扰动边界. 采用 Lyapunov 理论对闭环系统进行分析并证明该控制器保证该系统能够在有限时间内镇定, 从仿真实验结果可以看出所设计的控制器在不确定干扰的情况下系统具有良好鲁棒性和未知参数的自适应性, 为能够有效治疗心肌梗死等冠状动脉疾病提供了一定的理论依据.

关键词: 冠状动脉系统, 混沌同步, 高阶滑模控制, 几何齐次性

PACS: 05.45.Gg, 87.19.lr, 07.05.Dz

DOI: 10.7498/aps.64.210508

1 引言

混沌运动是复杂动力学现象的代表, 随着信息时代发展, 混沌同步控制取得了很多重要理论成果^[1]. 将混沌理论应用于生物学、医学领域是二十世纪八九十年代开始蓬勃发展起来的边缘科学, 极大地推动了生物和医学领域的相关研究, 包括相关的心脑血管疾病、神经系统、病理学现象、大分子理论等相关生物医药领域. 心脑血管系统行为的混沌性也越来越受到人们的重视, 一些心脑血管疾病^[2,3]的机理探索、诊治等均取得了不小的进步. 文献^[3]利用代数估计法的闭环反馈控制对脑电波癫痫疾病问题进行研究. 古元凤等^[4]对 Willis 环脑动脉瘤模型进行混沌特性分析, 分析脑动脉血流动力学参数研究脑动脉瘤病理发展趋势, 并利用随机相位对其进行混沌控制.

很多医学专家认为, 血管痉挛是构成心肌缺血等疾病的诱因, 比如常见的心绞痛、猝死、心肌梗死

等相关疾病. 血管一旦进入混沌状态就会导致血管痉挛等心脑血管疾病. 为此, 了解冠状动脉血管痉挛的非线性特性和抑制混沌现象的发生, 研究冠状动脉系统混沌同步是生物医学工程研究的关键问题. 文献^[5]设计了自适应鲁棒控制解决冠状动脉系统在参数不确定和动态确定条件下混沌同步的问题, 文献^[6]针对冠状动脉系统设计滑模控制器, 保证能够在一定时间内使混沌同步误差系统镇定.

考虑到冠状动脉系统会受到诸如药物吸收好坏、药物持续时间长短等外部条件干扰, 需要设计非线性鲁棒控制器. 常用的鲁棒控制方法有很多, 如模型预测控制^[7]、模糊控制^[8-10]、神经网络控制^[11]、 H_∞ 控制等^[12,13]. 滑模控制是一种非常好的鲁棒控制方法, 应用极其广泛如主动悬挂系统等^[14]. 虽然滑模控制系统设计具有很强的鲁棒性, 但阻碍滑模变结构控制理论在实际工程中应用的是滑模控制器带来的抖振问题, 由于许多实际控制器、执行机构无法实现高频切换, 在很大程度上限制了滑模控制的工程实践.

* 国家自然科学基金(批准号: 61503280, 61173032, 61272006)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: chufei726@163.com

近年来,为了减小抖振,一些学者提出了高阶滑模控制^[15-17]方法,成为滑模控制研究热点,高阶滑模扩展了传统滑模的思想,它将不连续控制量作用在高阶导数上,这样不仅保留了传统滑模算法简单、鲁棒性强且容易实现等优点,而且可以明显地削弱抖振现象、实现有限时间收敛。

如何提高冠状动脉系统建模与控制设计的稳定性,探索冠状动脉血管系统混沌特性机理,从理论上研究血管痉挛状态与正常血管的混沌同步行为,为有效治疗心脑血管疾病提供理论依据。由于冠状动脉系统动力学模型会受到外部不确定扰动的影响,目前在处理外部干扰问题时,一般都假设外部干扰有界且界限确定。文献^[18]对冠状动脉系统设计了高阶滑模控制器,但必须提前给定扰动边界,在现实中外部干扰边界一般很难获得,为此,针对该问题提出一种基于几何齐次性和积分滑模面的高阶滑模自适应控制混沌同步算法,使误差系统实现混沌同步并具有鲁棒性、自适应性和有限时间收敛等优点。

2 冠状动脉模型描述

冠状动脉是指供应心脏肌肉氧气及营养的血管,其血管动力学模型如下^[19]:

$$\frac{d\delta_R}{dt} = h - \left(\frac{1}{2\pi LR_0^2} + \frac{R^3}{16\mu L^2} \right) \delta_p - \frac{R_0^2 P_0}{4\pi L^2} \delta_R; \quad (1)$$

$$h = \frac{P_a - P_b}{2} - \frac{\pi P_0 R_0^4}{8\mu L},$$

$$\delta_R = R - R_0,$$

$$\delta_P = P - P_0; \quad (2)$$

$$\frac{d\delta_P}{dt} = \varphi(\delta_R - \delta_P) + K \frac{d\delta_R}{dt}, \quad (3)$$

其中 $|\delta_R| \ll R_0, |\delta_P| \ll P_0$;

$$\varphi(\delta_R, \delta_P) = \beta [\psi(\delta_R) - \delta_P],$$

$$\psi(\delta_R) = -\frac{1}{\alpha} \delta_R \left(1 - \frac{\delta_R}{\delta_{R1}} \right) \left(1 + \frac{\delta_R}{\delta_{R2}} \right), \quad (4)$$

式中 $\delta_{R1}, \delta_{R2}, \alpha, \beta, K$ 为相应的正常量。

通过模型转化和化简得到基于周期性刺激干扰的肌型血管生物数学模型^[19]:

$$\frac{dx}{d\tau} = -bx - cy,$$

$$\frac{dy}{d\tau} = -(\lambda + b\lambda)x - (\lambda + c\lambda)y$$

$$+ \lambda x^3 + E \cos \omega \tau, \quad (5)$$

其中, x 为冠状动脉血管内径变化差, y 为冠状动脉压力差, 参数 τ 是与时间有关的变量, $E \cos \omega \tau$ 在医学角度讲是冠状动脉受到了周期性刺激。

心肌梗死的病因是心脏的冠状动脉血管的粥样硬化和痉挛。冠状动脉的痉挛是指心外膜下传导动脉发生一过性收缩,引起血管部分或完全闭塞,从而导致心肌缺血。研究发现在一定条件下随着表征血管静态液变特征参数变化血管的病态变化使血管进入混沌状态。对于系统(5)当参数 $b = 0.15, c = -1.7, \lambda = -0.65, E = 0.3, \omega = 1$ 初始状态选取 $x(0) = 0.2, y(0) = 0.2$ 。此时冠状动脉系统(5)处于混沌状态,系统(5)混沌特性如图1,图2所示,从图1可以看出系统进入混沌状态,图2表明系统状态响应无法收敛到平衡状态。

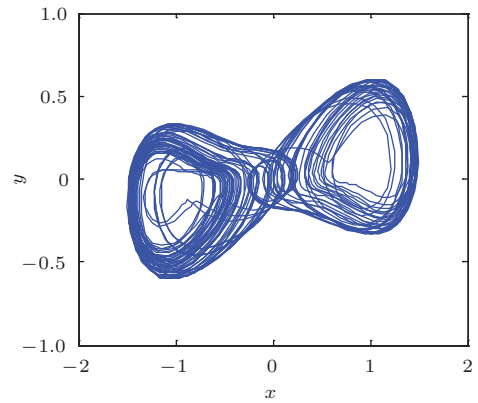


图1 (网刊彩色) 系统(5)的相空间图

Fig. 1. (color online) Phase plane trajectory of system (5).

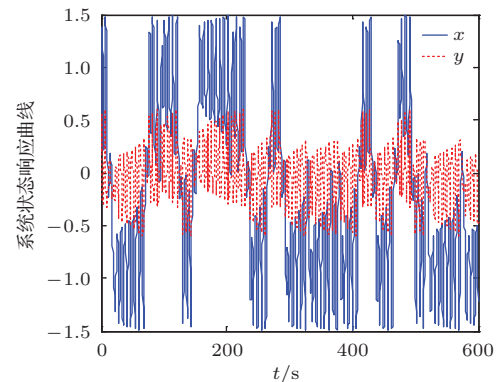


图2 (网刊彩色) 系统(5)状态响应

Fig. 2. (color online) The states response of coronary artery system (5).

血管痉挛从数学角度讲就是血管的混沌状态,冠状动脉系统一旦进入混沌状态,就会危及人类健康甚至生命,所以研究肌型血管生物数学模型混沌同步控制是非常重要的。

3 高阶滑模自适应混沌同步控制设计

冠状动脉系统模型的驱动系统根据 (5) 式可以表述为如下:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -bx_1 - cy_1, \\ \dot{y}_1 &= -(\lambda + b\lambda)x_1 - (\lambda + c\lambda)y_1 \\ &\quad + \lambda x_1^3 + E \cos \omega\tau. \end{aligned} \quad (6)$$

其相应的响应系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= -bx_2 - cy_2, \\ \dot{y}_2 &= -(\lambda + b\lambda)x_2 - (\lambda + c\lambda)y_2 \\ &\quad + \lambda x_2^3 + E \cos \omega\tau. \end{aligned} \quad (7)$$

为了使得系统 (7) 与驱动系统 (6) 同步, 在响应系统的第二个方程加入控制项 u , 同时考虑受到外部干扰的影响, 响应系统 (7) 可改写为

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= -bx_2 - cy_2, \\ \dot{y}_2 &= -(\lambda + b\lambda)x_2 - (\lambda + c\lambda)y_2 \\ &\quad + \lambda x_2^3 + E \cos \omega\tau + u + \rho, \end{aligned} \quad (8)$$

其中 ρ 是外部干扰项, 主要来源于测量噪声, 一般来讲, 测量噪声为具有有限带宽的高斯白噪声, 即窄带高斯白噪声, 本文所涉及的窄带白噪声的幅度是服从均值为零, 方差为 σ 的高斯分布, 可以通过三角函数叠加生成. 即假设 ρ 是有界函数满足

$$|\rho| \leq \rho_d. \quad (9)$$

一般来讲, 外部干扰 ρ_d 存在但现实生活中很难获得其边界.

设响应系统 (8) 与驱动系统 (6) 的状态误差为

$$\begin{aligned} e_1 &= x_2 - x_1, \\ e_2 &= y_2 - y_1. \end{aligned} \quad (10)$$

利用 (6), (8), (10) 式得到如下误差系统:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -be_1 - ce_2, \\ \dot{e}_2 &= -(\lambda + b\lambda)e_1 - (\lambda + c\lambda)e_2 \\ &\quad + \lambda e_1^3 + 3x_1x_2e_1 + u + \rho. \end{aligned} \quad (11)$$

高阶滑模混沌同步控制的设计目的是在不确定条件下设计合适的控制器使得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |e_1| = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} |e_2| = 0.$$

令

$$z_1 = e_1, \quad z_2 = \dot{e}_1, \quad (12)$$

则利用 (11) 式可得

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= -b\dot{e}_1 - c\dot{e}_2 \\ &= b(be_1 + ce_2) + c[(\lambda + b\lambda)e_1 + (\lambda + c\lambda)e_2 \\ &\quad - \lambda e_1^3 - 3x_1x_2e_1 - u - \rho] \\ &= b^2e_1 + bce_2 + \lambda(1 + b)ce_1 + \lambda(1 + c)ce_2 \\ &\quad - \lambda ce_1^3 - 3cx_1x_2e_1 - cu - c\rho. \end{aligned} \quad (13)$$

由 (12) 式可得 $z_1 = e_1$, (11) 式可得

$$ce_2 = -be_1 - \dot{e}_1 = -bz_1 - z_2. \quad (14)$$

将 (14) 式代入 (13) 式, 则误差系统 (11) 转化为如下系统:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2, \\ \dot{z}_2 &= \lambda(c - b)z_1 - (b + \lambda + c\lambda)z_2 - \lambda cz_1^3 \\ &\quad - 3cx_1x_2z_1 - cu - c\rho. \end{aligned} \quad (15)$$

这样把驱动系统 (6) 与响应系统 (8) 的混沌同步问题, 转化为系统 (15) 的镇定问题.

在设计高阶滑模自适应控制器之前, 先介绍一下高阶滑模的定义.

定义 1 [20] 考虑如下非线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, t) + g(x, t)u, \\ y &= \sigma(x, t), \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $\sigma(x, t)$ 为滑模变量, 假定关于滑模变量 $\sigma(x, t)$ 的时间导数 $\sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)}$ 都是连续函数, 定义 r 阶滑动集如下:

$$\Sigma^r = \{x | \sigma = \dot{\sigma} = \ddot{\sigma} = \dots = \sigma^{(r-1)} = 0\},$$

如果该集合非空, 且在 Filippov 意义下是局部积分集 (即它是由不连续动态系统的 Filippov 轨迹组成). 则在集合 Σ^r 的相关运动称之为关于滑模变量 $\sigma(x, t)$ 的 r 阶滑模. 根据定义, 系统 (15) 的滑模变量为 $[\sigma, \dot{\sigma}] = [z_1, z_2]$, 滑模变量的相对阶为 $r = 2$.

在系统外部干扰边界有界但未知的情况下对系统 (15) 设计滑模控制器确保系统鲁棒性的同时能够有限时间收敛到系统平衡状态. 在实际的滑模控制设计时, 想要达到有限时间内收敛到平衡状态是非常复杂的问题, 通常通过对齐次系统向量场的负齐次度问题来研究, 将这种系统的有限时间稳定问题研究转换为系统渐进稳定问题, 文献 [21] 对于积分链系统构造了一种有限时间收敛的反馈控制的方法, 并在此基础上 [17] 考虑到未建模不确定对系统的影响, 在系统不确定边界存在且已知的情况下设计了高阶滑模控制器. 若不确定边界有界但

未知情况下, 设计高阶滑模自适应同步控制器. 首先, 简要介绍文献 [21] 中基于积分链系统有限时间收敛的控制设计.

引理 1 [21] 假设存在 $k_1, k_2, \dots, k_n > 0$ 使得多项式 $s^n + k_n s^{n-1} + \dots + k_2 s + k_1$ 是 Hurwitz 的, 考虑如下系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n, \\ \dot{x}_n &= u, \end{aligned} \quad (17)$$

存在 $\varepsilon \in (0, 1)$, 使得对于每一个 $\alpha \in (1 - \varepsilon, 1)$, 对于系统 (17), 能够使积分链系统在平衡点有限时间收敛的控制设计如下:

$$\begin{aligned} u &= -k_1 \text{sign} x_1 |x_1|^{\alpha_1} - \dots \\ &\quad - k_n \text{sign} x_n |x_n|^{\alpha_n}, \end{aligned} \quad (18)$$

其中, $\text{sign}(\cdot)$ 表示符号函数, $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ 满足 $\alpha_{i-1} = \frac{\alpha_i \alpha_{i+1}}{2\alpha_{i+1} - \alpha_i}, i = 2, \dots, n, \alpha_{n+1} = 1$ 和 $\alpha_n = \alpha$. 考虑被控对象为如下三角积分系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= x_3, \\ \dot{x}_3 &= u. \end{aligned} \quad (19)$$

那么可利用 (18) 式设计如下控制器:

$$\begin{aligned} u &= -\text{sgn}(x_1) |x_1|^{1/2} - 1.5 \text{sgn}(x_2) |x_2|^{3/5} \\ &\quad - 1.5 \text{sgn}(x_3) |x_3|^{3/4}, \end{aligned} \quad (20)$$

其中, 初始值 $x(0) = (1.5, 0, -2)$, $n = 3, k_1 = 1.2, k_2 = 1.5, k_3 = 2.5$, 并且 $\alpha = 3/4$.

利用引理 1, 对三角系统 (19) 采用控制器 (20) 所设计的控制器, 利用 matlab 进行仿真, 此时没有考虑到任何外部干扰和系统不确定的影响. 图 3 描述了在控制器 (20) 的作用下系统状态轨迹, 从系统状态轨迹图可以看出系统能够在有限时间内快速收敛到系统的平衡状态, 达到了预期的效果. 但是一个系统想要获得精确的模型是非常困难的模型, 即使获得了精确模型, 在不同的实验环境下也会受到不同的外部干扰. 因此, 在实际应用中必须考虑到系统外部干扰的影响.

考虑如下含有不确定的积分链系统 [20]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= x_3, \end{aligned}$$

$$\dot{x}_3 = u + p(x), \quad (21)$$

其中, 扰动为 $p(x) = 5 \cos(10x_1)$. 那么利用上述给定的控制器 (20) 则无法保证系统状态能够有限时间收敛甚至不收敛, 如图 4 所描述的是系统状态在上述控制器作用下失效的情形.

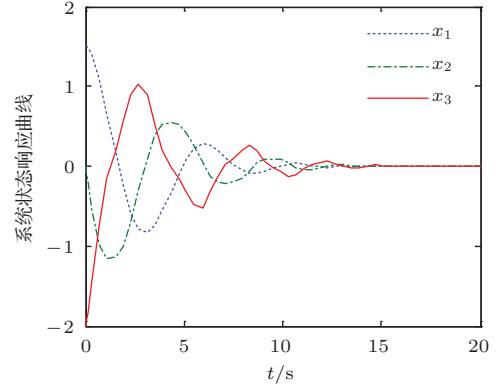


图 3 (网刊彩色) 无扰动闭环系统 (19) 状态

Fig. 3. (color online) The states of closed-loop system (19) without disturbance.

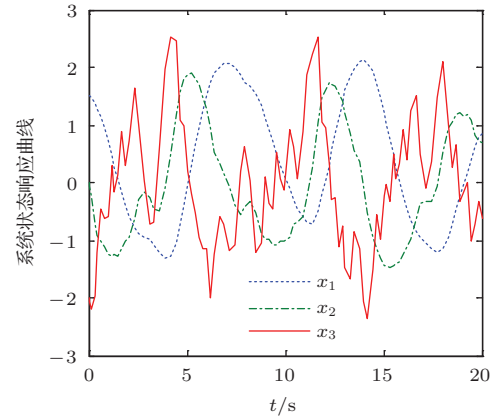


图 4 (网刊彩色) 闭环系统 (21) 系统状态

Fig. 4. (color online) The states of closed-loop control system (21).

为了设计高阶滑模控制器, 还需要以下引理.

引理 2 [22] 考虑如下系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x), \quad x(0) = x_0, \quad x \in R^n, \\ f(0) &= 0, \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $f(x) : D \rightarrow R^n$ 为在开邻域 $D \subset R^n$ 上的连续函数. 假定存在连续正定函数 $V(x) : D \rightarrow R$, 存在常数 $\eta > 0, 0 < \gamma < 1$, 使得下式成立:

$$\dot{V}(x) + \eta V^\gamma(x) \leq 0. \quad (23)$$

则系统 (22) 是局部有限时间收敛的, 收敛时间 T 依赖于初始条件 $x(0) = x_0$, 并满足如下不等式:

$$T \leq \frac{V^{1-\gamma}(x_0)}{\eta(1-\gamma)}. \quad (24)$$

针对上述含有不确定的积分链系统不具有鲁棒性的问题, 在文献 [16] 的基础上设计鲁棒自适应滑模控制器保证系统 (15) 在有限时间内收敛.

下面设计滑模控制器来补偿系统 (15) 的不确定的影响. 首先定义如下积分滑模面:

$$s(z(t)) = z_2(t) - z_2(t_0) - \int_{t_0}^t \omega_{\text{nom}}(z(v)) dv, \quad (25)$$

其中, 根据引理 1 可知, 控制律 ω_{nom} 为 (18) 式所示. 时刻 t_0 为初始时间. 注意到在 $t = t_0$ 时刻, $s(z(t_0)) = 0$, 由此说明系统从初始时刻 $t = t_0$ 时起处在滑模面上. 设计高阶滑模自适应控制器:

$$u = \frac{1}{c} \{ [\lambda(c-b)z_1 - (b+\lambda+c\lambda)z_2 - \lambda cz_1^3 - 3cx_1x_2z_1 - \omega_{\text{nom}}] + |c|\hat{\rho}\text{sign}(s) \}, \quad (26)$$

其中自适应律:

$$\dot{\hat{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma}{2}} \|s\|, \quad (27)$$

其中, 参数 γ 满足 $0 < \gamma < \frac{c^2}{2}$ 用来调节自适应变化速率.

定理 1 针对系统 (15), 对于给定滑模面 (25), 设计高阶滑模自适应控制 (26), 自适应律 (27) 能够使系统 (15) 在不确定扰动条件下有限时间内收敛到滑模面.

证明 选择如下 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2\gamma}(\hat{\rho} - \rho^*)^2, \quad (28)$$

$\hat{\rho}$ 是函数 ρ 的估计函数, 为有界函数, 根据式 (27) 可知, $\hat{\rho}(t) = \hat{\rho}(0) + \sqrt{\gamma/2} \|s\| \cdot t$, $0 \leq t \leq t_f$. 其中, t_f 表示到达平衡状态时间, 其为有限时间, 故估计值 $\hat{\rho}$ 也是有界的, 不妨假设 $\hat{\rho} \leq \rho^*$, 且总会存在 ρ^* 使得 $\rho^* \geq \rho_d$. 对于 Lyapunov 函数关于时间 t 直接求导得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\dot{s} + \frac{1}{\gamma}(\hat{\rho} - \rho^*)\dot{\hat{\rho}} \\ &= s[\lambda(c-b)z_1 - (b+\lambda+c\lambda)z_2 - \lambda cz_1^3 \\ &\quad - 3cx_1x_2z_1 - cu - c\rho - \omega_{\text{nom}}] + \frac{1}{\gamma}(\hat{\rho} - \rho^*)\dot{\hat{\rho}}. \end{aligned}$$

由 (26) 式可知, 上式转化如下:

$$\begin{aligned} &= s[-\hat{\rho}|c| \cdot \text{sign}(s) - c\rho] + \frac{1}{\gamma}(\hat{\rho} - \rho^*)\dot{\hat{\rho}} \\ &\leq -\hat{\rho}|c| \|s\| + |c\rho| \cdot \|s\| + \frac{1}{\gamma}(\hat{\rho} - \rho^*)\dot{\hat{\rho}} \\ &\leq -\hat{\rho}|c| \|s\| + \rho_d \cdot |c| \|s\| + \frac{1}{\sqrt{2\gamma}}(\hat{\rho} - \rho^*) \|s\| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\leq -\hat{\rho}|c| \|s\| + \rho_d \cdot |c| \|s\| + \frac{1}{\sqrt{2\gamma}}(\hat{\rho} - \rho^*) \|s\| \\ &\leq \rho_d \cdot |c| \|s\| - \rho^* |c| \|s\| - \hat{\rho}|c| \|s\| + \rho^* |c| \|s\| \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{2\gamma}}(\hat{\rho} - \rho^*) \|s\| \\ &\leq -(\rho^* - \rho_d) \cdot |c| \|s\| \\ &\quad - (\rho^* - \hat{\rho}) \left[-|c| \|s\| + \frac{1}{\sqrt{2\gamma}} \|s\| \right] \\ &\leq -\sqrt{2}(\rho^* - \rho_d) |c| \cdot \frac{\|s\|}{\sqrt{2}} \\ &\quad - (|c| - \sqrt{2\gamma}) \|s\| \frac{(\rho^* - \hat{\rho})}{\sqrt{2\gamma}}, \quad (29) \end{aligned}$$

因为 $\rho^* - \rho_d > 0$ 且 $\rho^* - \hat{\rho} > 0$, 由 $0 < \gamma < \frac{c^2}{2}$ 可知, $(|c| - \sqrt{2\gamma}) \|s\| > 0$.

故由 (29) 式可得下式成立:

$$\begin{aligned} &\leq -\min\{\sqrt{2}(\rho^* - \rho_d) |c|, (|c| - \sqrt{2\gamma}) \|s\|\} \\ &\quad \times \left[\frac{\|s\|}{\sqrt{2}} + \frac{|\rho^* - \hat{\rho}|}{\sqrt{2\gamma}} \right], \end{aligned}$$

利用不等式

$$(x^2 + y^2)^{1/2} \leq |x| + |y|$$

故可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\min\{\sqrt{2}(\rho^* - \rho_d) |c|, (|c| - \sqrt{2\gamma}) \|s\|\} \\ &\quad \times \left[\frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2\gamma}(\hat{\rho} - \rho^*)^2 \right]^{1/2} \\ &= -\min\{\sqrt{2}(\rho^* - \rho_d) |c|, (|c| - \sqrt{2\gamma}) \|s\|\} \\ &\quad \times V^{1/2}. \quad (30) \end{aligned}$$

令

$$\eta \geq \min\{\sqrt{2}(\rho^* - \rho_d) |c|, (|c| - \sqrt{2\gamma}) \|s\|\} > 0,$$

则上式变为满足 $\dot{V} \leq -\eta V^{1/2}$.

由引理 2 可知, 高阶滑模自适应控制 (26), (27) 针对系统 (15) 能够有限时间收敛到平衡状态.

注 1 到达平衡状态时间 t_f 上界根据引理 2 容易计算得到

$$t_f \leq \frac{2[V(0)]^{1/2}}{\min\{\sqrt{2}(\rho^* - \rho_d) |c|, (|c| - \sqrt{2\gamma}) \|s\|\}}.$$

注 2 因为控制律 (26) 设计含有 $\text{sign}(s)$, 所以会导致控制抖振的发生, 为能进一步削弱抖振的影响, 用函数 $\tanh(s/\varepsilon)$ 去代替 $\text{sign}(s)$, 即控制律 (26) 可改为

$$u = \frac{1}{c} \{ [\lambda(c-b)z_1 - (b+\lambda+c\lambda)z_2 - \lambda cz_1^3 - 3cx_1x_2z_1 - \omega_{\text{nom}}] + |c|\hat{\rho}\tanh(s/\varepsilon) \}. \quad (31)$$

4 实验仿真结果

根据相关的参数设计, 以及采用定理1所设计的高阶滑模自适应控制设计方法, 对于系统(15)选取扰动误差 $\rho = 2 \sin(t)$, 对于滑模面(25)和高阶滑模控制器(26), 自适应律(27)中的参数选取如下: $k_1 = 1.5, k_2 = 1, \gamma = 1/8, \alpha_1 = 1/2, \alpha_2 = 1$. 其中, $0 < \gamma = 1/8 < c^2/2 = 1.7^2/2$, 符合参数需要满足的条件. 仿真效果如图5至图9所示, 控制器(26)因符号函数的引入导致控制输入产生一定的抖振, 故设计了改进的高阶滑模控制器(31), 其中, 参数 $\epsilon = 0.05$, 状态响应与控制输入曲线如图10和图11所示.

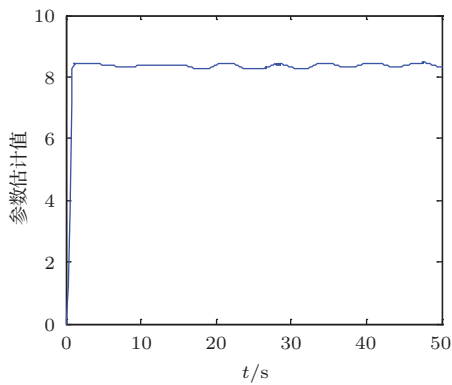


图5 (网刊彩色) 未知参数 ρ 的估计值

Fig. 5. (color online) The value of unknown parameter ρ .

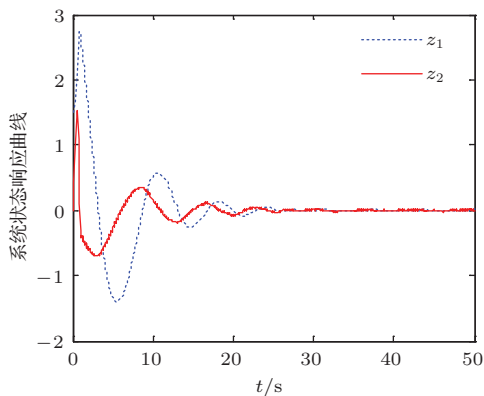


图6 (网刊彩色) 受扰动的闭环系统(15)状态曲线

Fig. 6. (color online) The states response of closed-loop system (15) with disturbance.

从图5可以看出, 通过自适应律的估计, 与系统(15)的外部干扰不确定边界有关的未知参数有限时间后趋近于常值. 图6和图7为系统在不确定干扰条件下, 在高阶滑模自适应控制器(26), (27)作用下, 系统(15)能够在有限时间内镇定, 系统状

态趋近于零. 由图8和图9可以看出, 滑模控制的抖振现象有一定的抖振现象, 如图10所示, 改进的控制器对于误差系统状态收敛速度以及收敛效果影响不大. 图11所示, 改进的滑模控制器(31)使得控制器抖振信号得到有效缓解, 没有出现高频抖振

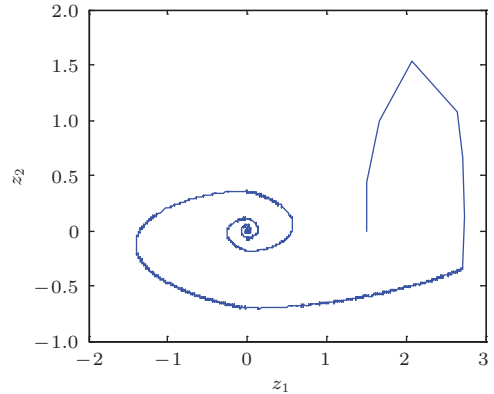


图7 (网刊彩色) 控制作用下的系统(15)相空间图

Fig. 7. (color online) Phase plane trajectory of system (15) under control input.

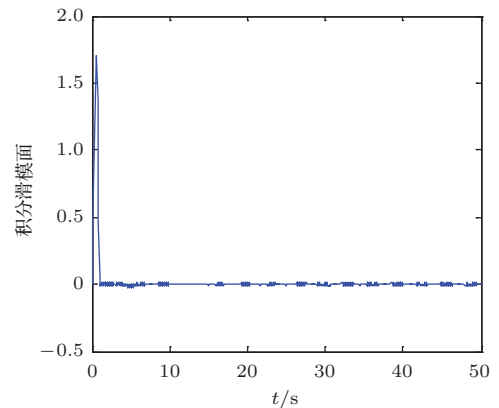


图8 (网刊彩色) 积分滑模面s曲线

Fig. 8. (color online) The integral sliding mode surface s .

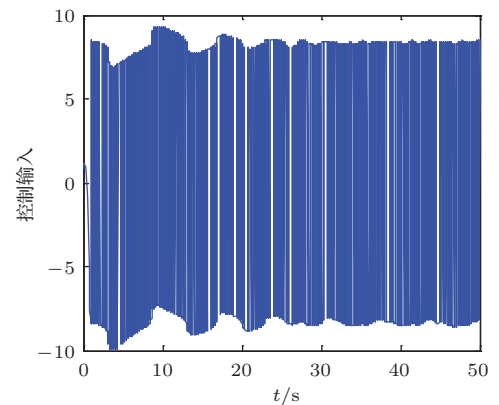


图9 (网刊彩色) 控制输入(26)响应曲线

Fig. 9. (color online) The response of control input (26).

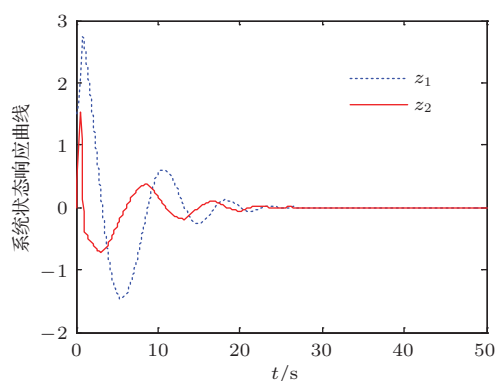


图10 (网刊彩色) 改进控制器(31)下的系统状态响应
Fig. 10. (color online) The states response of system based on improved controller (31).

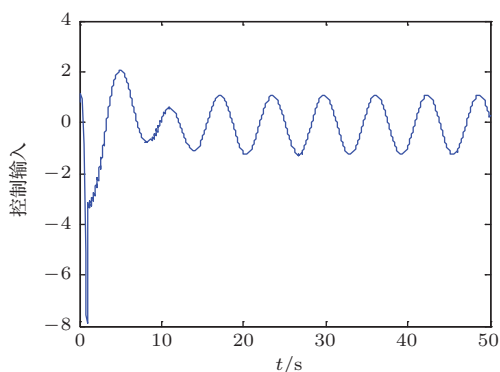


图11 (网刊彩色) 改进的控制输入响应
Fig. 11. (color online) The response of improved control input.

现象, 由以上仿真结果分析可知该方法具有很好的鲁棒性, 可以有效的控制血管的混沌运动状态, 使得冠状动脉系统处于血管痉挛的情况下能够逐渐达到正常健康血管运动状态, 即冠状动脉混沌系统达到同步, 有效抑制混沌行为的发生.

5 结 论

通过高阶滑模自适应控制方法, 能够有效处理冠状动脉误差系统的混沌同步问题, 该方法无需提前获得不确定边界, 并对高阶滑模控制的抖振问题得到有效缓解. 对治理由冠状动脉血管痉挛引起相关的心脑血管疾病的治疗提供了相关的理论基础. 由于冠状动脉系统模型是极其复杂的动力学模型, 随着医疗器械与计算机、控制相关领域的发展, 可以获取大量的相关数据, 同时它具有非常强的非线性、强耦合等特点, 使得系统很难获得较精确的系统模型. 基于数据驱动的系统建模与控制问题研究在工业上应用非常广泛^[23-25], 同样也非常适用于

复杂的冠状动脉系统. 未来研究重点考虑基于数据驱动的冠状动脉系统混沌同步问题研究.

参考文献

- [1] Guan J B 2010 *Chin. Phys. Lett.* **27** 20502
- [2] Magrans R, Gomis P, Caminal P 2013 *Med. Eng. Phys.* **35** 1070
- [3] Liu X, Ma B W, Liu H J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 020202 (in Chinese) [刘仙, 马百旺, 刘会军. 2013 物理学报 **62** 020202]
- [4] Gu Y F, Xiao J 2014 *Acta Phys. Sin.* **62** 160506 [古元凤, 肖剑 2014 物理学报 **62** 160506]
- [5] Li W 2012 *Int J. Syst. Sci.* **43** 21
- [6] Lin C J, Yang S K, Yau H T 2012 *Comput. Math. Appl.* **64** 988
- [7] Wang T, Gao H J, Qiu J 2015 *IEEE Trans. Neur. Net. Lear.* **24** 11671
- [8] Li H Y, Wu C W, Shi P, Gao Y B 2015 *IEEE Trans. Cybern.* (In press) DOI: 10.1109/TCYB.2014.2371814
- [9] Li H Y, Wu C W, Wu L G, Lam H K 2015 *IEEE Trans. Cybern.* (In press) DOI 10.1109/TCYB.2015.2413134
- [10] Li H Y, Sun X J, Shi P, Lam H K 2015 *Inform. Sciences* **302** 1
- [11] Xiu C B, Liu C, Guo F H, Cheng Y, Luo J 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 060504 (in Chinese) [修春波, 刘畅, 郭富慧, 成怡, 罗菁 2015 物理学报 **64** 060504]
- [12] Gao H J, Chen T W, Lam J 2008 *Automatica* **44** 39
- [13] Li H Y, Jing X J, Karimi H R 2014 *IEEE Trans. Ind. Electron.* **61** 436
- [14] Li H Y, Yu J, Hilton C, Liu H 2013 *IEEE Trans. Ind. Electron.* **60** 3328
- [15] Fridman L, Davila J, Levant A 2011 *Nonlinear Anal.* **5** 189
- [16] Laghrouche S, Plestan F, Glumineau A 2007 *Automatica* **43** 531
- [17] Defoort M, Floquet T, Kokosy A 2009 *Syst. Control Lett.* **58** 102
- [18] Gabriela A, Hernández G, Fridman L 2013 *Control Eng. Pract.* **21** 747
- [19] Gong C Y, Li Y M, Sun X H 2007 *J. Biomath.* **22** 503 (in Chinese) [贡崇颖, 李医民, 孙曦浩 2007 生物数学学报 **22** 503]
- [20] Levant A 2001 *IEEE T. Automat. Contr.* **49** 1447
- [21] Bhat S, Bernstein D 2005 *Math Control Signal* **17** 101
- [22] Bhat S, Bernstein D 2000 *SIAM J. Control Optim.* **38** 751
- [23] Yin S, Ding S X, Xie X C, Luo H 2014 *IEEE Trans. Ind. Electron.* **61** 6418
- [24] Yin S, Li X W, Gao H J, Kaynak O 2015 *IEEE Trans. Ind. Electron.* **62** 657
- [25] Yin S, Zhu X P, Kaynak O 2015 *IEEE Trans. Ind. Electron.* **62** 1651

Chaos synchronization of coronary artery system based on higher order sliding mode adaptive control*

Zhao Zhan-Shan¹⁾ Zhang Jing^{2)3)†} Ding Gang²⁾⁴⁾ Zhang Da-Kun¹⁾

1) (School of Computer Science and Software Engineering, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387, China)

2) (School of Textiles, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387, China)

3) (Equipment management department, Tianjin Vocational Institute, Tianjin 300410, China)

4) (Department of the Management and Construction of Teaching Resources, Tianjin Radio & TV University, Tianjin 300191, China)

(Received 4 May 2015; revised manuscript received 24 June 2015)

Abstract

Many biomedical engineering fields are studied by combining with nonlinear science which has major advances in theoretical curing related diseases. The coronary artery system is chosen as a muscular blood vessel model. With the change of vessel diameter, some chaotic behaviors will occur which may cause complex diseases such as myocardial infarction.

In order to avoid the undesired chaotic motion, this paper investigates the finite-time chaos synchronization problem for a coronary artery system by utilizing high-order sliding mode adaptive control method. First, the error chaos synchronization system is obtained using the master and slave systems. Second, the error chaos synchronization system can be transformed into an integrator chain system by coordinate transformation, which is equivalent to an error chaos synchronization system. Considering that the sliding mode control has main obstacle (the control high activity and chattering phenomenon), a high-order sliding mode adaptive controller is designed for a coronary artery system with unknown disturbances at geometric homogeneity and integral sliding mode surface. The proposed method shows that the drive and response systems are synchronized and the states of the response system track the states of the drive system in finite-time. This approach does not require any information about the bound of disturbances in advance. Theoretic analysis based on Lyapunov theory proves that the systems with the proposed controller could be stabilized in finite-time. The convergence time of the system states is estimated. In order to alleviate the chattering effect, we use $\tanh(\cdot)$ function in place of $\text{sign}(\cdot)$ function to design an improved high-order sliding mode adaptive controller. Simulation results show that the proposed adaptive sliding mode controller can achieve better robustness and adaptation against disturbances, which offer the theoretic basis for curing myocardial infarction.

Keywords: coronary artery system, chaos synchronization, high-order sliding mode control, geometric homogeneity

PACS: 05.45.Gg, 87.19.lr, 07.05.Dz

DOI: [10.7498/aps.64.210508](https://doi.org/10.7498/aps.64.210508)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61503280, 61173032, 61272006).

† Corresponding author. E-mail: chufei726@163.com