

一种新的X射线脉冲星信号模拟方法

薛梦凡 李小平 孙海峰 刘兵 方海燕 沈利荣

A new simulation method of X-ray pulsar signals

Xue Meng-Fan Li Xiao-Ping Sun Hai-Feng Liu Bing Fang Hai-Yan Shen Li-Rong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 219701 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.219701

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.219701>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I21>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

标定脉冲星导航探测器的荧光X射线光源

[Fluorescence X-ray source used for calibrating the detector of X-ray navigation](#)

物理学报.2015, 64(14): 149701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.149701>

一种脉冲星信号模拟新方法

[A new method for the pulsar signals simulation](#)

物理学报.2014, 63(21): 219701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.219701>

X射线脉冲轮廓稳定性对导航精度的影响

[Effect of stability of X-ray pulsar profiles on range measurement accuracy in X-ray pulsar navigation](#)

物理学报.2014, 63(6): 069701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.069701>

噪声模态单元预判的经验模态分解脉冲星信号消噪

[Empirical mode decomposition pulsar signal denoising method based on predicting of noise mode cell](#)

物理学报.2013, 62(20): 209701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.209701>

基于S变换的脉冲星辐射脉冲信号检测

[Pulsar signal detection based on S-transform](#)

物理学报.2013, 62(13): 139702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.139702>

# 一种新的X射线脉冲星信号模拟方法

薛梦凡<sup>†</sup> 李小平 孙海峰 刘兵 方海燕 沈利荣

(西安电子科技大学空间科学与技术学院, 西安 710126)

(2015年4月24日收到; 2015年6月27日收到修改稿)

由于无法在地面直接观测到X射线脉冲星信号,且空间飞行探测耗时长,成本高,模拟具有真实物理特征的X射线脉冲星信号对X射线脉冲星信号处理方法及导航方案的验证具有重要意义.本文提出了一种利用太阳系质心处脉冲星信号模型和航天器轨道信息,建立航天器处实时光子到达速率函数,再利用尺度变换法产生光子到达时间序列的脉冲星信号模拟新方法.该方法真实还原了脉冲星信号的频率缓变特性,考虑了动态探测环境下的相对论效应,且避免了现有模拟航天器处光子序列方法中的迭代过程,产生非齐次泊松光子到达时间序列的运算量也低于常用的齐次泊松过程筛选法和反函数递推法.数值仿真从频率特性、流量特性、轮廓相似度及与实测数据的接近程度四个方面验证了该模拟方法的正确性.

**关键词:** X射线脉冲星导航, 脉冲星信号模拟, 动态探测, 相对论效应

**PACS:** 97.60.Gb, 98.70.Qy, 07.05.Fb

**DOI:** 10.7498/aps.64.219701

## 1 引言

X射线脉冲星导航(X-ray pulsar-based navigation, XNAV)作为一种全新的自主导航方式,能够为近地、深空乃至行星际飞行的航天器提供位置、速度、时间和姿态等导航信息,具有重要的工程应用价值和战略研究意义,已成为国际航天机构的研究热点<sup>[1-4]</sup>.2004年美国国防部预先研究计划局(DARPA)启动了“基于X射线源的自主导航定位”研究计划,目前已完成可行性论证、关键算法研究和地面试验验证,即将在高轨卫星和国际空间站上开展空间试验<sup>[2-5]</sup>.2006年,NASA启动基于X射线脉冲星的深空探测器自主导航技术研究计划,并联合戈达德空间飞行中心(GSFC)等单位开展仿真研究及空间飞行试验.此外,欧空局(ESA)、俄罗斯、印度、英国等国家也开展了X射线脉冲星导航的关键技术研究<sup>[6-10]</sup>.2005年我国开始关注脉冲星导航技术,目前对脉冲星源特性、脉冲到达时间解算方法、脉冲星自主导航算法和基于脉冲星的组合导航方法等<sup>[11-17]</sup>都进行了研究.由于X射线

无法穿透大气层,在地面无法观测到脉冲星辐射的X射线信号,而巡天观测和空间飞行试验涉及的技术难度大、耗时长、成本高,且算法的评估和验证难以完全通过飞行试验完成,现阶段对X射线脉冲星导航的相关研究需要借助模拟产生的X射线脉冲星信号.

目前模拟航天器处实时接收的X射线脉冲星光子序列的方法是:先根据脉冲星标准轮廓和太阳系质心(Solar System Barycenter, SSB)处的光子到达平均速率及相位模型,产生太阳系质心处的光子到达时间序列,再结合航天器的轨道参数,用迭代搜索的方法求解出每个光子到达航天器处的时间<sup>[18,19]</sup>.该方法将时间基准建立在SSB处,因此无法准确的设定模拟轨道段和航天器固有时下的模拟时间段;且空间大尺度时间转换公式复杂,其逆向迭代过程无法得到准确解,会给模拟过程引入误差并降低模拟真实度.其中产生太阳系质心处光子达到时间序列的方法可分为半物理模拟法<sup>[14,20]</sup>和数值模拟法<sup>[18,21,22]</sup>两大类.半物理模拟法用脉冲星标准轮廓对光子信号的强度进行调制来模拟真实的脉冲星辐射过程,并用光电探测器接收光子

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: xuemfxd@126.com

信号、记录光子到达时间. 数值模拟法用计算机产生符合脉冲星光子到达强度函数的非齐次泊松过程随机数, 相比于半物理模拟方法具有简单、高效、灵活的优点. 常用的数值模拟方法有齐次泊松过程筛选法和反函数递推法 [23-25]: 前一种方法需要产生远多于脉冲星光子数的随机数, 运算量较大; 后一种方法需要由前一个光子的到达时间递推后一个光子到达时间, 涉及到循环操作, 仿真速度也较慢. 除此之外, 文献 [14, 20] 中所采用的半物理模拟法和文献 [18, 21, 22] 中所采用的数值模拟法都是以一个固定的轮廓周期为单元来产生光子时间序列, 然而脉冲星的自转频率存在缓慢的变化, 并非理想的周期信号 [26-30]. 精确模拟脉冲星信号的频率缓变特性, 对于周期折叠、周期搜索、脉冲到达时间 (time of arrival, TOA) 估算和长时间导航等算法的验证具有重要意义.

针对以上问题, 本文提出了一种新的脉冲星信号模拟方法: 首先根据 SSB 处的脉冲星信号到达模型和航天器的实时位置及速度信息, 建立航天器处的光子到达强度函数, 再利用尺度变换法 [31] 直接产生航天器固有时下的光子到达时间序列. 该方法准确建模了脉冲星信号的频率缓变, 在考虑动态探测环境下大尺度时空效应的同时, 避免了现有模拟方法中复杂的迭代过程, 且产生非齐次泊松光子序列的运算量也低于齐次泊松过程筛选法和反函数递推法. 最后, 本文从模拟光子序列的频率变化特性、与标准轮廓的相似度、流量特性、与罗西 X 射线计时探测器 (Rossi X-ray Timing Explorer, RXTE) 实测数据的相似度及运算量几个方面对该方法进行了算例分析.

## 2 模拟原理

本文模拟航天器处光子到达时间序列的基本思想是根据航天器的轨道信息及 SSB 处的脉冲星信号模型, 计算得到航天器处实时光子到达速率函数, 再以此速率函数为非齐次泊松过程的强度函数利用尺度变换法产生航天器处的光子到达时间序列, 图 1 为模拟方法的整体流程图, 主要包括以下几个步骤:

1) 设置采样间隔, 将航天器处模拟时段内的每个采样时刻点  $t^i$  (为航天器星载原子钟记录的固有时, 一般为地球时) 转换到 SSB 处, 需要用到航天器

在每个采样时刻的位置和速度信息、脉冲星星历和太阳系星历.

2) 根据 SSB 处的脉冲星相位预测模型 (考虑自转频率, 频率一阶项和频率二阶项), 计算转换到 SSB 处的每个时刻点  $t_{SSB}^i$  的相位, 即航天器处在  $t^i$  时刻的相位值  $\phi_{sc}(t^i)$ .

3) 根据 SSB 处的光子到达平均速率以及航天器在  $t^i$  时刻的速度计算航天器在  $t^i$  时刻的光子到达平均速率, 最后结合  $\phi_{sc}(t^i)$  以及模拟脉冲星在所选能段的标准脉冲轮廓, 得到航天器处的离散光子到达速率函数  $\lambda_{sc}(t^i)$ .

4) 产生强度函数为  $\lambda_{sc}(t^i)$  的非齐次泊松过程到达时间序列, 即为航天器在模拟时间段内的光子到达时间序列.

该模拟方法物理过程清晰, 结合了航天器的轨道信息、脉冲星星历、太阳系星历以及 SSB 处的脉冲星相位预测模型, 模拟的航天器处光子到达时间序列即可包含脉冲星的自转频率缓变特性, 又可包含动态探测过程中引入的各种大尺度时空效应, 且避免了现有模拟方法中的迭代求解过程, 精度相对较高.

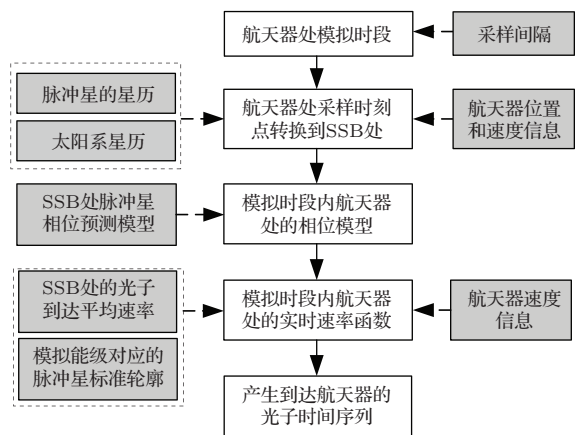


图 1 X 射线脉冲星光子信号模拟流程图

Fig. 1. Flowchart of the proposed simulation method of X-ray pulsar signals.

## 3 算法与实现

### 3.1 SSB 处的 X 射线脉冲星信号模型

脉冲星是高速旋转并具有超强磁场的中子星, 位于遥远的太阳系以外, 距离地球约 0.1—30 kpc [26,30]. 脉冲星辐射的 X 射线光子信号在漫长的传播过程中不断衰减, 到达探测器时已成

为微弱的单光子流, 可以建模为非齐次泊松过程 [2,4,19-21,24]. 用  $\lambda(t) \geq 0$  表示光子到达的速率函数, 则在观测时间段 (s, e) 内接收到的光子数  $N_{s,e}$  服从参数为  $\int_s^e \lambda(t) dt$  的泊松分布, 即

$$P(N_{s,e} = k) = \frac{\left(\int_s^e \lambda(t) dt\right)^k \exp\left(-\int_s^e \lambda(t) dt\right)}{k!}. \quad (1)$$

速率函数  $\lambda(t)$  包含两部分, 可以写成

$$\lambda(t) = \beta + \alpha h(\phi(t)) \quad (\text{ph/s}), \quad (2)$$

其中,  $\alpha \geq 0$ ,  $\beta \geq 0$  分别为 X 射线信号光子和背景光子到达探测器的平均速率;  $h(\phi)$  为  $\phi \in [0, 1)$  上的脉冲星标准轮廓, 满足  $\min_{\phi} h(\phi) = 0$ ,  $\int_0^1 h(\phi) d\phi = 1$ ,  $h(\phi)$  可以扩展为  $(-\infty, +\infty)$  上的周期函数, 即  $h(\phi + n) = h(\phi)$ ,  $n$  为整数;  $\phi(t)$  为 SSB 处的脉冲星相位预测模型, 代表  $t$  时刻 SSB 处的脉冲相位, 可以用泰勒级数表示为 [2,4]

$$\begin{aligned} \phi(t) = & \phi_0 + f(t - t_0) + \frac{\dot{f}}{2}(t - t_0)^2 \\ & + \frac{\ddot{f}}{6}(t - t_0)^3, \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $t_0$  为相位模型的参考起始时刻,  $\phi_0$  为在 SSB 处在  $t_0$  时刻的脉冲相位,  $f$ ,  $\dot{f}$  和  $\ddot{f}$  分别为脉冲星的自转频率, 自转频率一阶项和二阶项.

### 3.2 航天器处的光子到达速率函数

已知脉冲星在 SSB 处的相位模型, 则航天器在固有时  $t$  时刻接收到的 X 射线光子信号的相位为

$$\phi_{sc}(t) = \phi(t + \tau(t)), \quad (4)$$

其中  $\tau(t)$  为时间转换项, 包括光子从航天器传播到 SSB 处的光行时和航天器固有时, 即地球时 (Terrestrial Time, TT), 到太阳系质心力学时 (Barycentric Dynamic Time, TDB) 的转化. 完整的时间转换公式相当复杂, 需要计算积分项, 本文采用 RXTE 平台里的实用简化公式:

$$\begin{aligned} \tau(t) = & \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_{sc/SSB}(t)}{c} - \frac{2\mu_s}{c^3} \\ & \times \log\left(1 + \frac{(\mathbf{r}_{sc/SSB}(t) - \mathbf{r}_{Sun/SSB}(t)) \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{r}_{sc/SSB}(t) - \mathbf{r}_{Sun/SSB}(t)|}\right) \\ & + \frac{1}{c^2}(\mathbf{v}_{sc/SSB}(t) - \mathbf{v}_{E/SSB}(t)) \cdot \mathbf{v}_{E/SSB}(t) \end{aligned}$$

$$+ P, \quad (5)$$

该转换公式忽略了视差、脉冲星自行及除太阳以外其他天体的 Shapiro 延迟, 转换精度为 5—8  $\mu\text{s}$ , 式中  $c$  为光速,  $\mathbf{n}$  为脉冲星在太阳系质心坐标系下的单位方向矢量,  $\mathbf{r}_{sc/SSB}$  和  $\mathbf{v}_{sc/SSB}$  分别为航天器相对于 SSB 的位置和速度矢量,  $\mathbf{r}_{Sun/SSB}$  为太阳相对于 SSB 的位置矢量,  $\mathbf{v}_{E/SSB}$  为地心相对于 SSB 的速度矢量,  $\mu_s$  为太阳引力常数,  $P$  包括所有的周期改正项. (5) 式右边第一项为光子从航天器传播到 SSB 处的一阶多普勒延迟, 即几何延迟, 第二项为太阳 Shapiro 延迟, 第一项和第二项的和为光子从航天器传播到 SSB 处所需的光行时; 第三项为爱因斯坦延迟校正, 第三项和所有的周期改正项完成时间尺度的转换, 即从地球时到 TDB 时的转换.

(4) 式即为航天器处的相位模型, 由于航天器处于运动状态, 因此其接收光子信号的相位模型与航天器的实时位置  $\mathbf{r}_{sc/SSB}$  和速度  $\mathbf{v}_{sc/SSB}$  有关. 从 (5) 式的时间转换公式可以看到, 获得航天器处的相位模型还需要用到脉冲星星历和太阳系星历.

在动态探测环境下, 信号光子和背景光子到达探测器的平均速率, 分别表示为  $\alpha_{sc}(t)$  和  $\beta_{sc}(t)$ , 也会随着航天器的速度发生变化. 在满足一个相位周期内探测到的光子平均个数相等的前提下, 相比于 SSB 处的信号和背景光子平均到达速率,  $\alpha_{sc}(t)$  和  $\beta_{sc}(t)$  可以分别表示为

$$\alpha_{sc}(t) = \alpha(1 + (\mathbf{v}_{sc/SSB}(t) \cdot \mathbf{n})/c); \quad (6)$$

$$\beta_{sc}(t) = \beta(1 + (\mathbf{v}_{sc/SSB}(t) \cdot \mathbf{n})/c). \quad (7)$$

因此, 航天器处的实时光子到达速率函数  $\lambda_{sc}(t)$  为

$$\begin{aligned} \lambda_{sc}(t) = & \beta_{sc}(t) + \alpha_{sc}(t)h(\phi_{sc}(t)) \\ = & (1 + (\mathbf{v}_{sc/SSB}(t) \cdot \mathbf{n})/c) \\ & \times [\beta + \alpha h(\phi(t + \tau(t)))] \end{aligned} \quad (8)$$

其中的  $\phi(t)$  为 (3) 式给出的 SSB 处的脉冲星相位模型,  $\tau(t)$  为 (5) 式给出的考虑大尺度时空下相对论效应的到达时间转换公式.

### 3.3 非齐次泊松光子序列模拟

尺度变换法是一种高效的非齐次泊松过程模拟方法 [31], 这里将其应用于模拟产生航天器处的实时光子到达时间序列. 根据尺度变换法的原理,



已知第  $n$  个光子的到达时间  $t_n$ , 则第  $n + 1$  个光子的到达时间可以表示为

$$t_{n+1} = \Lambda^{-1}(\Lambda(t_n) + E), \quad (9)$$

其中,  $E$  为参数为 1 的指数分布;  $\Lambda(t)$  为航天器处光子到达的积分速率函数, 可以表示为

$$\Lambda(t) = \int_{t_s}^t \lambda_{sc}(\tau) d\tau, \quad (10)$$

其中  $t_s$  为观测起始时刻. (9) 式的详细推导见附录 A.

令  $\tau_i = \Lambda(t_i) + E$ , 实际上当满足 (9) 式时,  $\tau_i (i = 1, 2, \dots)$  为参数为 1 的齐次泊松过程的到达时间序列, 证明如下:

$$\begin{aligned} \tau_{i+1} - \tau_i &= (\Lambda(t_{i+1}) + E) - (\Lambda(t_i) + E) \\ &= \Lambda(t_{i+1}) - \Lambda(t_i) \\ &= \Lambda(\Lambda^{-1}(\Lambda(t_i) + E)) - \Lambda(t_i) \\ &= \Lambda(t_i) + E - \Lambda(t_i) \\ &= E. \end{aligned} \quad (11)$$

上式表明  $\tau_{i+1} - \tau_i$  服从参数为 1 的指数分布, 证明了  $\tau_i$  为参数为 1 的齐次泊松过程的到达时间序列. 因此 (9) 式可以写为

$$t_i = \Lambda^{-1}(\tau_i), \quad (12)$$

其中  $t_i$  为积分速率函数为  $\Lambda$  的非齐次泊松过程的到达时间.

因此要模拟积分速率函数为  $\Lambda$  的非齐次泊松过程到达时间序列  $t_i (i = 1, 2, \dots)$ , 可以先产生一系列强度为 1 的齐次泊松过程达到时间序列  $\tau_i (i = 1, 2, \dots)$ , 再根据 (12) 式将其尺度变换为非齐次泊松过程的到达时间. 由于齐次泊松过程到达时间可以由一系列  $(0, 1)$  上均匀分布的随机变量  $U(0, 1)$  获得, 因此模拟非齐次泊松过程到达时间序列最终转化为产生一系列  $U(0, 1)$  的随机变量. 根据 (8) 式算得模拟时段  $[t_s, t_e]$  内航天器处的实时离散光子到达速率函数  $\lambda_{sc}(t^i) (i = 1, 2, \dots)$  后, 由 (12) 式给出的尺度变换公式模拟非齐次泊松过程到达时间序列的步骤如下:

1) 计算航天器处的离散积分速率函数:

$$\Lambda(t^k) = \sum_{i=1}^{i=k} \lambda_{sc}(t^i) t_{\text{sample}} (k = 1, 2, \dots, K),$$

满足  $t_s < t^i < t^{i+1} \leq t_e$ ,  $t^{i+1} - t^i = t_{\text{sample}}$  且  $K t_{\text{sample}} = t_e - t_s$ , 其中  $t_{\text{sample}}$  为采样间隔, 并

令  $t^0 = t_s$ , 且  $\Lambda(t^0) = 0$ . 一般取  $t_{\text{sample}}$  小于或等于脉冲星标准脉冲轮廓的一个并块时长.  $\Lambda(t^K)$  即为观测时段  $[t_s, t_e]$  内到达航天器的平均光子个数.

2) 产生一个服从参数为  $\Lambda(t^K)$  的泊松随机数  $I$  作为观测时段  $[t_s, t_e]$  内的实际光子到达个数.

3) 产生齐次泊松过程光子到达时间序列  $\tau_i (i = 1, 2, \dots, I)$ : 用随机数发生器产生  $I$  个  $U(0, 1)$  的随机变量  $e_i (i = 1, 2, \dots, I)$ , 则  $\tau_i = \Lambda(t^K) e_i (i = 1, 2, \dots, I)$ .

4) 将  $\tau_i (i = 1, 2, \dots, I)$  通过 (12) 式进行尺度变换求对应的非齐次泊松过程到达时间  $t_i (i = 1, 2, \dots, I)$ : 尺度变换可以通过对  $K + 1$  个积分速率值  $\Lambda(t^k) (k = 0, 2, \dots, K)$  线性插值实现, 即当  $\tau_i$  落在  $(\Lambda(t^{k-1}), \Lambda(t^k))$  区间时, 对应的非齐次光子到达时间为  $t_i = t^{k-1} + \frac{\tau_i - \Lambda(t^{k-1})}{\Lambda(t^k) - \Lambda(t^{k-1})} t_{\text{sample}}$ .

5) 将  $t_i (i = 1, 2, \dots, I)$  按从小到大的顺序进行排列即得到航天器在观测时段  $[t_s, t_e]$  内的光子到达时间序列.

由上可知, 整个模拟过程可以用数组的形式实现, 不需要递推流程; 且随机数的产生个数即为生成的光子个数, 而常用的齐次泊松过程筛选法需要产生远大于光子数的随机数, 然后再用非齐次泊松过程的强度函数从中筛选出非齐次泊松过程的到达时间, 因此使用本文的方法可大量节约仿真时间.

## 4 仿真验证与分析

本节从四个方面对模拟方法的性能进行测试和验证: 1) 周期缓变特性: 将不同模拟时长的光子序列分别按照考虑周期缓变和只考虑某一瞬时自转频率的方式进行周期叠加, 比较两种方式下恢复的脉冲轮廓的信噪比 (signal to noise ratio, SNR), 以验证周期缓变的模拟正确性; 2) 轮廓和流量特性: 将由模拟光子序列恢复的脉冲轮廓与标准轮廓进行比对, 计算其 Pearson 相关系数, 验证轮廓的模拟精度, 并由恢复的脉冲轮廓统计模拟光子序列的平均流量, 与真实值进行比对, 验证辐射流量的模拟精度; 3) 与 RXTE 实测数据的接近程度: 利用 RXTE 的轨道数据, 模拟生成同时段、同轨道、同能量段和同平均流量的光子到达时间序列, 计算模拟数据脉冲轮廓与实测数据脉冲轮廓的 Pearson 相关系数及时延值, 以衡量模拟光子序列和实测数据的

接近程度; 4) 仿真速度: 比对本文提出的模拟方法与常用的齐次泊松过程筛选法和反函数递推法在不同模拟时长下的计算时间. 其中, 周期叠加获得的脉冲轮廓指的是一个相位周期内的观测速率函数, 标准轮廓指的是一个相位周期内的真实速率函数, 即  $\lambda(\phi) = \beta + \alpha h(\phi)$ ,  $\phi \in [0, 1)$ .

### 4.1 周期缓变特性验证

以 PSR B0531+21(Crab 脉冲星) 为例, 特征参数见表 1 [32], 模拟的初始参考历元定为 55879.000000282(MJD). 采用 JPLDE405 太阳系行

星历表并通过切比雪夫多项式插值获取任意时刻太阳和地球相对于 SSB 的运动状态. 航天器在地心惯性坐标系的初始位置和速度见表 2, 采用限制性二体模型传播轨道. 利用本文的模拟方法产生航天器处时长分别为 6000 s, 7000 s, 8000 s, 9000 s, 10000 s 的光子到达时间序列, 再将到达时间序列转换到 SSB 处, 接着分别按照起始时刻自转频率和准确的频率模型(考虑频率一阶项和二阶项)进行周期叠加, 恢复不同时长下的脉冲轮廓, 并分别计算恒定折叠频率下和考虑频率缓变下的脉冲轮廓信噪比(SNR), 如见表 3.

表 1 Crab 脉冲星特征参数  
Table 1. Parameters of the Crab pulsar.

自转频率/s <sup>-1</sup>	频率一阶项/s <sup>-2</sup>	频率二阶项/s <sup>-3</sup>	信号流量 $\alpha$ /ph·s <sup>-1</sup>	银经	银纬
29.70653299	-3.71298 × 10 <sup>-10</sup>	-2.63 × 10 <sup>-18</sup>	1.02 × 10 <sup>3</sup>	184.56	-5.78

表 2 航天器初始位置和速度  
Table 2. Initial position and velocity of the spacecraft.

X 轴位置/m	Y 轴位置/m	Z 轴位置/m	X 轴速度/m·s <sup>-1</sup>	Y 轴速度/m·s <sup>-1</sup>	Z 轴速度/m·s <sup>-1</sup>
-7385277.75	34560765.34	-22339513.83	-1316.58	-1702.40	-2223.81

表 3 恒定折叠频率与缓变折叠频率的脉冲轮廓信噪比比对  
Table 3. SNR comparison of the pulsar profiles obtained with constant folding frequency and with accurate frequency model.

模拟时长/s	恒定频率 SNR/dB	缓变频率 SNR/dB
6000	27.8777	32.3406
7000	24.1307	32.5191
8000	21.2546	32.6134
9000	18.9348	32.6633
10000	17.0030	32.7197

从表 3 可以看出, 考虑频率缓变的脉冲轮廓信噪比高于恒定折叠频率下的脉冲轮廓信噪比, 且随着模拟时长的增加不断提高; 而恒定折叠频率下的脉冲轮廓信噪比随着模拟时长的增加急剧减小, 这是由于随着模拟时长的增加, 光子信号的频率变化越来越显著, 与初始时刻频率值的差距不断增大, 这时候仍使用恒定折叠频率进行周期叠加不但不会增加信息量, 反而会引入噪声. 图 2 所示为

模拟时长为 10000 s 时两种累积脉冲轮廓与标准轮廓的比对. 目前 X 射线脉冲星标准轮廓的获取方式为 [13]: 先利用长时间的实测数据通过考虑频率缓变的周期叠加方式获得信噪比较高的脉冲轮廓, 再将其进行拟合以获得平滑的脉冲轮廓作为标准轮廓. 所以, 模拟时长较长时, 由周期叠加获得的脉冲

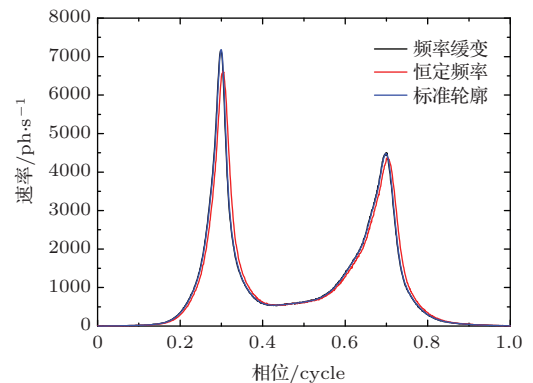


图 2 模拟时长 10000 s 时恒定折叠频率与缓变折叠频率的脉冲轮廓比对

Fig. 2. Comparison of the pulsar profiles obtained with constant folding frequency and with accurate frequency model when the simulation time is 10000 s.

轮廓与标准轮廓理应重合. 图 2 中考虑频率缓变的脉冲轮廓与标准轮廓波形一致, 几乎重合, 验证了本文提出的模拟方法对脉冲星信号周期缓变特性的正确模拟. 从图 2 也可以看出, 恒定折叠频率下的脉冲轮廓与标准轮廓差距较大, 两者之间存在明显时延, 前者脉宽较大, 且峰值也不够尖锐, 这是因为不准确的折叠频率使得光子信号被延展到其附近的邻域中.

### 4.2 流量与累积轮廓

本节从轮廓和流量两个方面考察模拟方法的正确性. 从导航脉冲星库中选取 6 颗脉冲星 (特征参数分别列于表 4) [2], 利用本文的模拟方法生成不同脉冲星的光子到达时间序列, 再将光子到达时间序列转化到 SSB 处, 以准确的相位模型生成不同脉冲星的累积脉冲轮廓. 由于不同脉冲星的流量

不同, 要获得清晰的累积脉冲轮廓所需要的观测时长也不同, 表 4 中也列出了不同脉冲星的模拟时长. 其他仿真参数与 4.1 节相同. 将模拟光子序列折叠后的脉冲轮廓与标准轮廓进行比对, 结果如图 3 所示. 可以看出, 不同脉冲星的累积脉冲轮廓和标准轮廓相似度极高, 基本重合. 表 5 列出了不同脉冲星的累积脉冲轮廓和标准轮廓的 Pearson 相关系数, 可以看出相关度都达到 0.998 以上, 与图 3 相吻合, 从轮廓特性上反映了模拟方法的正确性.

表 6 列出了不同脉冲星模拟光子序列在模拟时段内的平均流量和仿真设定的准确光子流量, 并计算了两者的偏差, 可以看出模拟序列的平均流量与准确的光子流量值非常接近, 从流量特性上验证了模拟方法的正确性. 如果模拟时间更长, 模拟光子序列的平均流量将会等于设定的准确光子流量值.

表 4 6 颗脉冲星特征参数  
Table 4. Parameters of the selected 6 pulsars.

脉冲星	自转频率/s <sup>-1</sup>	频率一阶项/s <sup>-2</sup>	频率二阶项/s <sup>-3</sup>	信号流量 α/ph·s <sup>-1</sup>	银经	银纬	模拟时长/s
B0531+21	29.70653	-3.71298 × 10 <sup>-10</sup>	-2.63 × 10 <sup>-18</sup>	1020	184.56	-5.78	1000
B1509-58	6.62899	-6.74472 × 10 <sup>-11</sup>	1.96 × 10 <sup>-21</sup>	500	320.32	-1.16	2000
B0540-69	19.8023	0	0	300	279.72	-31.52	3500
J0437-47	173.6879	0	0	50	253.39	-41.96	1500
B1821-24	327.4056	-1.73536 × 10 <sup>-13</sup>	0	100	7.8	-5.58	1000
B0833-45	11.1972	-1.56538 × 10 <sup>-11</sup>	0	200	263.55	-2.79	500

表 5 不同脉冲星模拟光子序列累积轮廓与标准轮廓的 Pearson 相关系数  
Table 5. Pearson correlation coefficient between the simulated pulsar profile and the standard profile for different pulsars.

脉冲星	B0531+21	B1509-58	B0540-69	B0437-47	B1821-24	B0833-45
Pearson 相关系数	0.9995	0.9998	0.9994	0.9994	0.9982	0.9994

表 6 不同脉冲星模拟平均流量值和准确平均流量值的比对  
Table 6. Comparison of the simulated average flux and the true value for different pulsars.

脉冲星	B0531+21	B1509-58	B0540-69	B0437-47	B1821-24	B0833-45
准确流量/ph·s <sup>-1</sup>	1020	500	300	50	100	200
模拟流量/ph·s <sup>-1</sup>	1019.2	500.5	299.8	49.9	101.9	200.2
流量误差/%	0.08%	0.1%	0.07%	0.2%	1.9%	0.1%

### 4.3 与RXTE实测数据的比对实验

以Crab脉冲星为例, 比较模拟数据与RXTE实测数据的接近程度. RXTE卫星运行在约750 km的近地低轨道, 轨道周期约为100 min, 有效探测面积约为6500 cm<sup>2</sup>, 搭载有三种X射线探测设备: 全天空监视器(ASM)、高能X射线计时探测器(HEXTE)和正比计数阵列(PCA), 其中PCA的时间分辨率为1 μs<sup>[32]</sup>. 这里实测数据选用Crab观

测数据包96802-01-12-00中PCA数据, 通过美国国家航天局(NASA)提供的heasoft v6.11.1软件平台对其进行处理. 在利用maketime命令对数据包的整个观测时段进行筛选后, 剩余可用的良好观测时间段总共为1011 s. 将这1011 s的实测数据转换到SSB处, 并根据Psrttime脉冲星星历文件中提供的相应观测历元下的相位模型进行周期叠加获取其脉冲轮廓作为模拟方法的输入标准轮廓, 如图4所示.

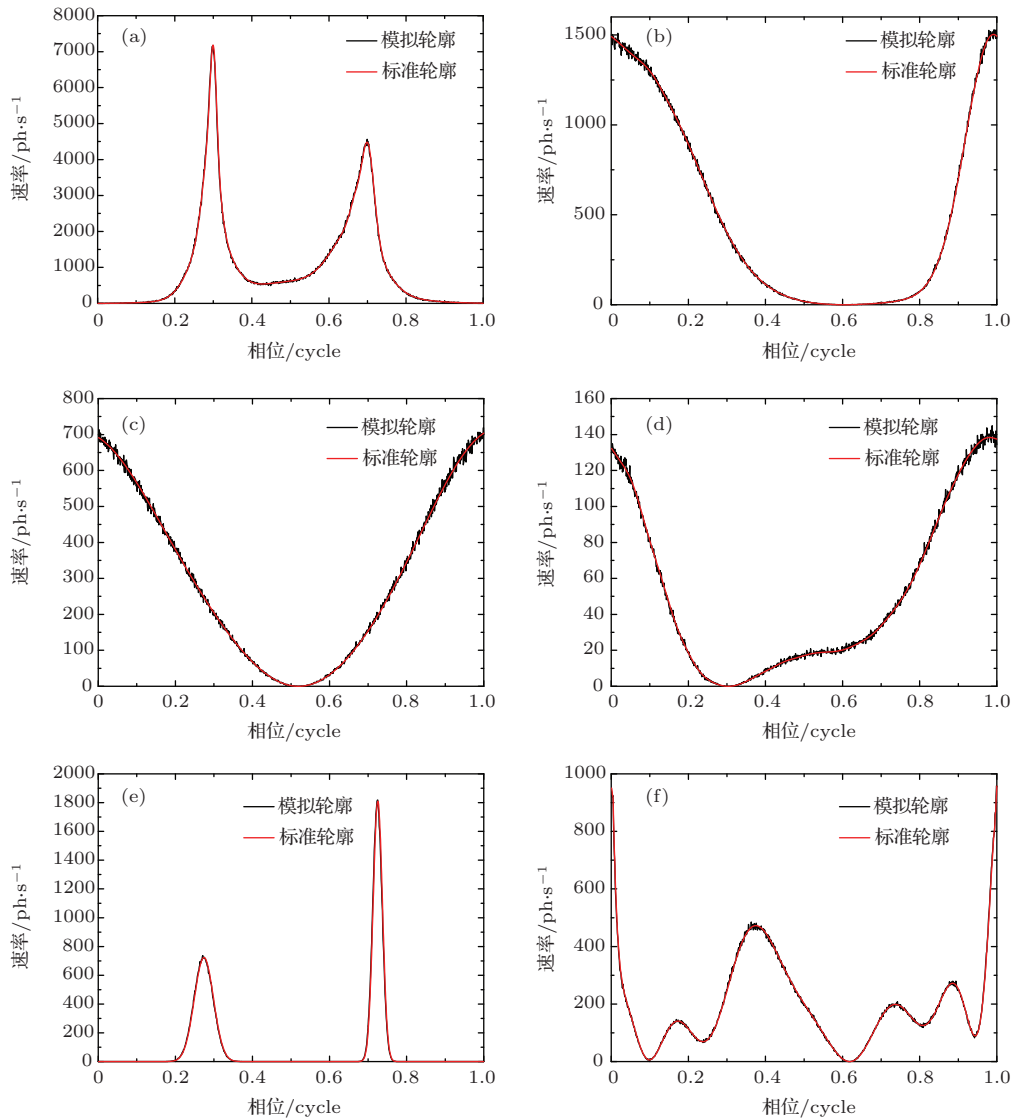


图3 模拟光子序列累积轮廓和标准轮廓的比对 (a) B0531+21; (b) B1509-58; (c) B0540-69; (d) J0437-47; (e) B1821-24; (f) B0833-45

Fig. 3. Comparison of the simulated pulsar profiles and the standard profiles: (a) B0531+21; (b) B1509-58; (c) B0540-69; (d) J0437-47; (e) B1821-24; (f) B0833-45.

从良好观测时间段内选取时长分别为10 s, 50 s, 100 s, 200 s, 400 s和600 s的实测数据, 并按上述相同的算法进行周期叠加以获取各观测时长下

的脉冲轮廓, 分别如图5中的红色曲线所示; 同时根据该数据包下的轨道文件, 采用本文提出的模拟方法生成6组同时段的模拟数据(平均背景和信号



流量由整个数据包良好观测时段生成的脉冲轮廓估算获得, 分别为8787 ph/s和1001 ph/s), 再通过相同的处理算法得到不同时长下模拟数据的脉冲轮廓, 见图5中的黑色曲线. 从图5可以看出, 不同时长下由模拟数据得到的脉冲轮廓和由RXTE实测数据得到的脉冲轮廓吻合度非常高. 表7给出了不同时长下两种轮廓的Pearson相关系数. 在模拟时长较短时, 受轮廓涨落噪声的影响, 模拟轮廓与实测轮廓的相关度较低; 随着模拟时长的增加, 轮廓涨落噪声的强度不断减小, 两种轮廓信号部分的一致性更为凸显, 因此相关度也不断提高. 在模拟时长大于50 s时, 两种轮廓的相关系数达到了0.9以上. 设置模拟时长为1000 s, 进行10次蒙特卡洛仿真, 采用互相关方法求得模拟轮廓与实测轮廓的时延均值为1.19  $\mu$ s, 接近为零, 证明了模拟轮廓与实测轮廓之间不存在时延. 上述仿真结果和分析说

明了不同时长下模拟轮廓与实测轮廓的形状一致, 且不存在时延, 从模拟数据与RXTE实测数据的接近程度方面验证了模拟方法的正确性.

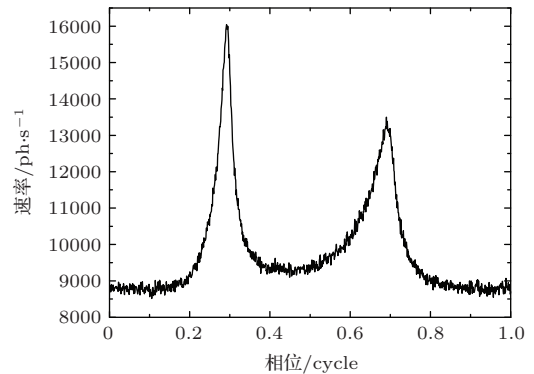


图4 1011 s 实测数据的脉冲轮廓

Fig. 4. Pulsar profile obtained from the real data of 1011 s.

表7 不同模拟时长下模拟数据脉冲轮廓和实测数据脉冲轮廓的相关度

Table 7. Pearson correlation coefficients between the simulated pulsar profile and the profile obtained from the real data under different simulation times.

模拟时长/s	10	50	100	200	400	600
Pearson 相关系数	0.6514	0.9078	0.9546	0.9764	0.9893	0.9934

表8 不同模拟方法的计算时间对比

Table 8. Comparison of the computational times of different simulation methods.

模拟时长/s	泊松筛选法/s	递推法/s	尺度变换法/s
5	0.0073	1.3170	0.0012
10	0.0100	2.7036	0.0020
20	0.0205	5.2755	0.0031
40	0.0479	10.4541	0.0078
60	0.0624	15.3719	0.0084
80	0.0786	20.9504	0.0175
100	0.1165	26.4012	0.0215
200	0.2380	51.8527	0.0431
400	0.3924	102.1672	0.0597
800	0.8190	200.9749	0.1140
1000	1.0098	256.8427	0.1655

#### 4.4 仿真速度测试

分别利用齐次泊松过程筛选法、反函数递推法和本文提出的尺度变换法产生Crab 脉冲星时长分

别为5 s, 10 s, 20 s, 40 s, 60 s, 80 s, 100 s, 200 s, 400 s, 800 s 和1000 s的光子到达时间序列, 仿真参数设置与4.2节相同, 进行20次蒙特卡洛仿真, 比较不同模拟方法在不同模拟时长下的平均计算时间, 如见表8. 可以看出, 本文所提出的尺度变换法所需的计算时间最少, 在模拟时长为1000 s时, 其仿真速度约是泊松筛选法的6倍, 是反函数递推法的1550倍.

## 5 结 论

本文提出了一种新的X射线脉冲星信号模拟方法. 首先根据SSB处的脉冲星信号模型和航天器轨道信息, 建立了航天器处的实时光子到达速率函数, 再利用本文提出的尺度变换法直接产生航天器处的光子到达时间序列. 该方法准确建模了脉冲星信号的频率缓变特性, 考虑了动态探测时的大尺度时空效应, 且避免了现有模拟方法中的迭代过程. 仿真结果表明: 1) 模拟的光子序列包含周期缓变, 真实还原了X射线脉冲星的自转频率特性;

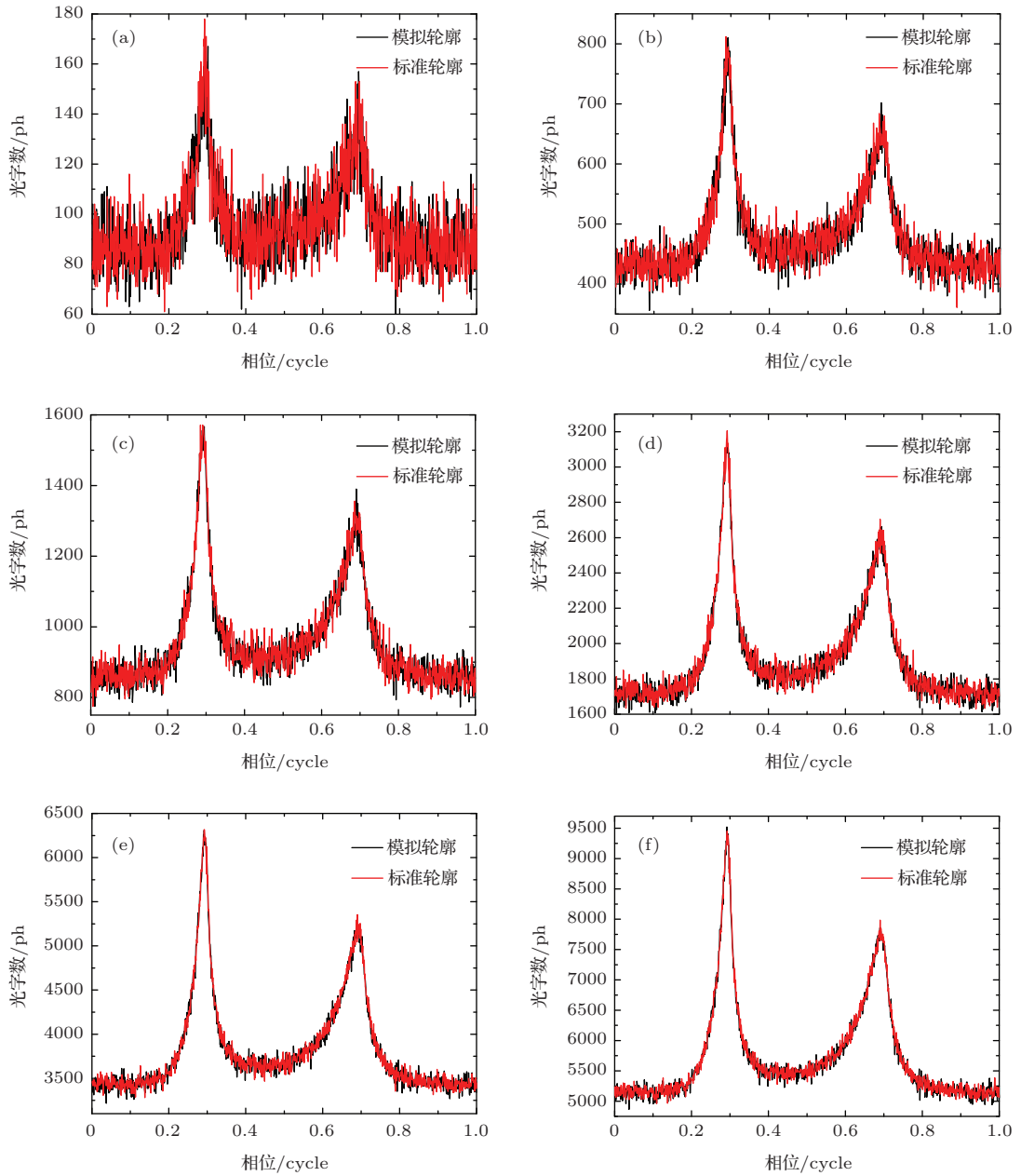


图5 不同模拟时长下模拟数据脉冲轮廓和实测数据脉冲轮廓的对比, 模拟时长分别为 (a) 10 s; (b) 50 s; (c) 100 s; (d) 200 s; (e) 400 s; (f) 600 s

Fig. 5. Comparison of the simulated pulsar profile and the profile obtained from the real data under different simulation times: (a) 10 s; (b) 50 s; (c) 100 s; (d) 200 s; (e) 400 s; (f) 600 s.

2) 模拟的脉冲轮廓与标准轮廓相关度高于 0.99, 精细地反映了脉冲星在一个相位周期内的辐射强度变化; 3) 模拟的平均流量与真实值非常接近, 从整体层面上验证了模拟方法的正确性; 4) 模拟光子序列与 RXTE 实测数据非常接近, 在模拟时长大于 50 s 时, 其轮廓相关度高于 0.9; 5) 尺度变换法产生非齐次泊松光子序列的运算量低于常用的筛选法和递推法. 该模拟方法能够应用于 X 射线脉冲星光子序列周期搜索、轮廓解算、TOA 估计和脉冲星导

航等算法的验证研究.

### 附录 A

这里给出文中 (9) 式的推导过程. 关于尺度变换法的更为详细的内容也可参考文献 [31]. 令  $Z = t_{n+1} - t_n$  为航天器处第  $n+1$  个光子与第  $n$  个光子的到达时间间隔, 在  $t_n$  给定的情况下,  $Z$  的条件分布函数为

$$\begin{aligned} F_Z(z|t_n) &= 1 - P(Z > z|t_n) \\ &= 1 - P(N_{t_n+z} - N_{t_n} = 0) \end{aligned}$$

$$= 1 - \exp\left(-\int_{t_n}^{t_n+z} \lambda_{sc}(t) dt\right)$$

$$= 1 - \exp(-(\Lambda(t_n+z) - \Lambda(t_n))), \quad (A1)$$

其中  $N_t$  为从观测起始时刻  $t_s$  到  $t$  时刻所接收到的光子数,  $\Lambda(t) = \int_{t_s}^t \lambda_{sc}(\tau) d\tau$  为积分速率函数.  $F_Z(z|t_n)$  的反函数为

$$F_Z^{-1}(z) = -t_n + \Lambda^{-1}(\Lambda(t_n) - \ln(1-z)). \quad (A2)$$

由随机模拟理论可知, 若  $U$  为  $[0, 1]$  上均匀分布的随机变量,  $F$  为连续分布函数, 则随机变量  $X = F^{-1}(U)$  的分布函数为  $F$ , 这里  $F^{-1}$  是  $F$  的反函数. 因此, 随机变量  $Z$  可以表示为

$$Z = F_Z^{-1}(U) = -t_n + \Lambda^{-1}(\Lambda(t_n) - \ln(1-U)). \quad (A3)$$

由于  $1-U$  也同为  $[0, 1]$  上均匀分布的随机变量, 因此式 (A3) 可以写成

$$Z = -t_n + \Lambda^{-1}(\Lambda(t_n) - \ln U). \quad (A4)$$

以下对式 (A4) 进行进一步简化. 可知参数为  $\lambda_e$  的指数分布随机变量  $X$  的分布函数为

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda_e x}. \quad (A5)$$

其反函数为

$$F_X^{-1}(x) = -\frac{1}{\lambda_e} \ln(1-x). \quad (A6)$$

因此随机变量  $X$  可以表示为

$$X = -\frac{1}{\lambda_e} \ln(1-U) = -\frac{1}{\lambda_e} \ln U. \quad (A7)$$

若  $\lambda_e = 1$ , 则

$$X = -\ln(U). \quad (A8)$$

因此式 (A4) 可以写为

$$Z = -t_n + \Lambda^{-1}(\Lambda(t_n) + E), \quad (A9)$$

其中,  $E$  为参数为 1 的指数分布. 因此,

$$t_{n+1} = Z + t_n = \Lambda^{-1}(\Lambda(t_n) + E). \quad (A10)$$

### 参考文献

- [1] Shuai P, Li M, Chen S L, Huang Z 2009 *Principles and Techniques of X-ray Pulsar Based Navigation System* (Beijing: China Astronautic Publishing House) p15 (in Chinese) [帅平, 李明, 陈绍龙, 黄震 2009 X射线脉冲星导航系统原理与方法 (北京: 中国宇航出版社) 第15页]
- [2] Sheikh S I 2005 *Ph. D. Dissertation* (Maryland: University of Maryland)
- [3] Hanson J E 1996 *Ph. D. Dissertation* (USA: Stanford University)
- [4] Emadzadeh A A, Speyer J L 2010 *IEEE Trans. Sig. Proc.* **58** 4484
- [5] Emadzadeh A A, Speyer J L 2011 *Navigation in space by X-ray pulsars* (Berlin: Springer) pp24-26
- [6] Sala J, Urruela A, Villares X 2004 *ARIADNA Study* **03** 4202
- [7] Neutron stars to become space guides. <http://rt.com/news/sci-tech/neutron-stars-to-become-space-guides/2013-02-14>
- [8] Bernhardt M G, Prinz T, Becker W, Walter U 2010 *Proceedings of High Time Resolution Astrophysics IV The Era of Extremely Large Telescopes - HTRA-IV* Agios Nikolaos, Crete, Greece, May 5-7, 2010 p1
- [9] Bernhardt M G, Becker W, Prinz T, Breithuth F M, Walter U 2011 *Proceedings of 2nd International Conference on Space Technology* Athens, Greece, September 15-17, 2011 p1
- [10] Becker W 2009 *X-ray emission from pulsars and neutron stars, in neutron stars and pulsars* (Berlin: Springer) pp91-95
- [11] Sun H F, Bao W M, Fang H Y, Li X P 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 069701 (in Chinese) [孙海峰, 包为民, 方海燕, 李小平 2014 物理学报 **63** 069701]
- [12] Huang L W, Liang B, Zhang T, Zhang C H 2012 *Science in China Series G: Physics, Mechanics & Astronomy* **55** 527
- [13] Ge M Y 2012 *Ph. D. Dissertation* (Beijing: Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences) (in Chinese) [葛明玉 2012 博士学位论文 (北京: 中国科学院高能物理研究所)]
- [14] Sun H F, Xie K, Li X P, Fang H Y, Liu X P, Fu L Z, Sun H J, Xue M F 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 109701 (in Chinese) [孙海峰, 谢楷, 李小平, 方海燕, 刘秀平, 傅灵忠, 孙海建, 薛梦凡 2013 物理学报 **62** 109701]
- [15] Li J X, Ke X Z 2009 *Sci. Sin. G: Physica, Mechanica & Astronomica* **39** 311 (in Chinese) [李建勋, 柯熙政 2009 中国科学 G 辑: 物理学, 力学, 天文学 **39** 311]
- [16] Zhu J, Ji P Y 2008 *Chin. Phys. B* **17** 356
- [17] Wang Y D, Zheng W, Sun S M, Li L 2014 *Aerosp. Sci. Technol.* **36** 27
- [18] Zhang H, Xu L P, Song S B, Jiao R 2014 *Acta Astronautica* **98** 189
- [19] Fu L Z, Shuang P, Xue M F, Sun H F, Fang H Y 2015 *China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2015 Proceedings: Volume III* Beijing, China, May 13-15, 2015 p635
- [20] Hu H J 2012 *Ph. D. Dissertation* (Xi'an: Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences) (in Chinese) [胡慧君 2012 博士学位论文 (西安: 中国科学院西安光学精密机械研究所)]
- [21] Su Z 2011 *Ph. D. Dissertation* (Xi'an: Xidian University) (in Chinese) [苏哲 2011 博士学位论文 (西安: 西安电子科技大学)]
- [22] Bei X M, Shuai P, Huang L W, Sun H F, Wu Y J, Zhang Q 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 219701 (in Chinese) [贝晓敏,

- 帅平, 黄良伟, 孙海峰, 吴耀军, 张倩 2014 物理学报 **63** 219701]
- [23] Landau L D, Lifshitz E M 1968 *Statistical Physics (Part1)* (New York: Pergamon) pp 132–140
- [24] Emadzadeh A A 2009 *Ph. D. Dissertation* (USA: University of California Los Angeles)
- [25] Huang L W, Liang B, Zhang T 2013 *Science in China Series G: Physics, Mechanics & Astronomy* **56** 848
- [26] Rots A H, Jahoda K, Lyne A G 2004 *Astrophys. J.* **605** L129
- [27] Jain C, Paul B 2011 *Res. Astron. Astrophys.* **11** 1134
- [28] Taylor J H 1992 *Philos. T. R. Soc. A* **341** 117
- [29] Kaiper L, Hermsen W, Walter R, Foschini L 2006 *Astron. Astrophys.* **411** L31
- [30] Lyne A G, Smith F G 1998 *Pulsar Astronomy* (Cambridge: Cambridge Univ. Press) p34
- [31] Deng Y L, Liang Z S 1998 *Stochastic Point Process and Its Application* (Beijing: Science Press) pp100–106 (in Chinese) [邓永录, 梁之舜 1998 随机点过程及其应用 (北京: 科学出版社) 第100—106页]
- [32] RXTE Technical Appendix (Appendix F). [http://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/xte/RXTE\\_tech\\_append.pdf](http://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/xte/RXTE_tech_append.pdf)

## A new simulation method of X-ray pulsar signals

Xue Meng-Fan<sup>†</sup> Li Xiao-Ping Sun Hai-Feng Liu Bing Fang Hai-Yan Shen Li-Rong

(School of Aerospace Science and Technology, Xidian University, Xi'an 710126, China)

( Received 24 April 2015; revised manuscript received 27 June 2015 )

### Abstract

Since X-ray pulsar signals cannot be directly detected on the ground, and the space flight detection is both time-consuming and costly, simulation of X-ray pulsar signals with true physical characteristics is of great importance to the validation of various X-ray pulsar signal processing algorithms and X-ray pulsar-based navigation strategies. In this paper, a new simulation method of X-ray pulsar signals is proposed, in which according to the pulsar signal model at the solar system Barycenter (SSB) and the trajectory information of the spacecraft, the real-time photon arrival rate function at the spacecraft is established, then based on this, a scale transforming method is employed to directly generate the photon event time stamps at the spacecraft which follow a non-homogeneous Poisson process. The proposed simulation method takes into account the pulsar spin down law and the influences of the largescale time-space effects introduced in the process of dynamic detection, and thus avoids the complicated iteration procedure involved in the state of the art simulation methods. Finally, a series of simulations are designed to evaluate the performance of the proposed simulation method. The main results can be concluded as follows: 1) The simulated photon event timestamps have a slowly changing period, which are consistent with the pulsar spin down law. 2) The observed pulsar profile accurately reflects how the radiation intensity of pulsars changes over time within a phase cycle, and it has a Pearson correlation coefficient of up to 0.99 with a standard profile. 3) The simulated average fluxes of the pulsars are very close to the true values, and thereby verifies the correctness of the proposed simulation method from an overall point of view. 4) The simulated photon series are very similar to the real data detected by the RXTE explorer, and when the simulation time is longer than 50 s, the relevancy between the simulated profile and the profile obtained from the real data is higher than 0.9. 5) The computational cost of the scale transforming method is much less than that for the commonly used Poisson sifting method and the inverse mapping method. The above results show the validity and high efficiency of the proposed method in terms of the period property, the profile and flux accuracy, the similarity to the RXTE real data and the computational cost.

**Keywords:** X-ray pulsar-based navigation, simulation of X-ray pulsar signals, dynamic detection, relativistic effects

**PACS:** 97.60.Gb, 98.70.Qy, 07.05.Fb

**DOI:** 10.7498/aps.64.219701

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [xuemfxd@126.com](mailto:xuemfxd@126.com)