

基于串并联磁控忆阻器的耦合行为研究

王颜 杨玖 王丽丹 段书凯

Research of coupling behavior based on series-parallel flux-controlled memristor

Wang Yan Yang Jiu Wang Li-Dan Duan Shu-Kai

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 237303 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.237303

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.237303>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I23>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

忆阻器及其阻变机理研究进展

Research progress of memristors and memristive mechanism

物理学报.2014, 63(18): 187301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.187301>

Ni/HfO<sub>2</sub>/Pt 阻变单元特性与机理的研究

Electric characteristics and resistive switching mechanism of Ni/HfO<sub>2</sub>/Pt resistive random access memory cell

物理学报.2014, 63(14): 147301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.147301>

分数阶并联  $RL_{\alpha}C_{\beta}$  电路

Fractional-order multiple  $RL_{\alpha}C_{\beta}$  circuit

物理学报.2014, 63(3): 038401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.038401>

界面效应调制忆阻器研究进展

Progress of memristor modulated by interfacial effect

物理学报.2012, 61(21): 217306 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.217306>

GaN MMIC 中 SiN 介质 MIM 电容的可靠性

Reliability of SiN-based MIM capacitors in GaN MMIC

物理学报.2012, 61(17): 177302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.177302>

# 基于串并联磁控忆阻器的耦合行为研究\*

王颜 杨玖 王丽丹<sup>†</sup> 段书凯

(西南大学电子信息工程学院, 重庆 400715)

(2015年7月24日收到; 2015年8月26日收到修改稿)

忆阻器是纳米级器件, 其功耗低, 集成度高, 有着巨大的应用潜能. 单个器件具有丰富的电学性质, 其串并联电路更展现了丰富的动力学行为. 然而, 忆阻器在高密度集成的环境下, 其耦合效应不可忽视. 因此, 本文首先基于磁控忆阻器推导了耦合忆阻器的数学模型. 其次, 在考虑不同极性连接和耦合强度的前提下, 讨论两个磁控忆阻器串并联的耦合情况, 进行了详细的理论分析, 并通过数值仿真探索了耦合效应对忆阻系统的影响. 同时, 设计了基于 Matlab 的图形用户界面, 直观地展示了不同参数下的耦合特性曲线. 进一步, 本文展示了有无耦合情况下, 初始阻值对忆阻器正常工作范围的影响. 最后, 构建耦合忆阻器的 Pspice 仿真器, 从电路的角度再次验证了忆阻器间的耦合效应. 实验结果表明: 同极性耦合增强了阻值的改变, 相反极性的耦合减缓了阻值的改变. 这些动力学特性可以很好地应用于忆阻网络中, 也为全面考虑忆阻系统电路的设计提供了强大的理论基础.

**关键词:** 磁控忆阻器, 耦合效应, 图形用户界面, Pspice

**PACS:** 73.40.Rw, 84.30.Bv, 84.32.-y, 85.35.-p

**DOI:** 10.7498/aps.64.237303

## 1 引言

1971年, Chua首次定义了忆阻器<sup>[1]</sup>, 它是继电阻、电容和电感的第四种基本的电路元件. 随着纳米级器件工艺的发展, 惠普实验室团队在研究二氧化硅时, 意外地发现了这种材料具有特殊的电子特性, 后来证明了这就是忆阻器<sup>[2]</sup>, 并于2008年将此研究成果发表在《自然》期刊上<sup>[3]</sup>. 这引起了学术界和工业界的极大关注与广泛研究. 目前, 大量的研究开始投入到探索忆阻器的固有特性和潜在的应用上<sup>[4-8]</sup>. 例如 Zhou等<sup>[9]</sup>分析了忆阻器的理论基础和特性, Bao等<sup>[10]</sup>根据磁通电荷与电压电流的映射关系, 分析和实现了基于忆阻器的混沌动态电路. 总之, 忆阻器的纳米级尺寸、天然的记忆功能和阻值的连续可变等特性可应用到非易失存储<sup>[11]</sup>、神经形态系统<sup>[12]</sup>和超高密度的信号处

理<sup>[13]</sup>等领域.

忆阻器是一类带记忆特性的二端元件, 它将电路中的磁通量和电荷联系起来. 常见的物理模型有惠普的 TiO<sub>2</sub> 忆阻器<sup>[3]</sup>, 自旋忆阻器<sup>[14]</sup>和阈值自适应忆阻器模型 (TEAM)<sup>[15]</sup>等. 其中研究最多的是惠普提出的忆阻器模型, 如 Wang等<sup>[16]</sup>从惠普忆阻器中推导出两种数学模型: 荷控忆阻器和磁控忆阻器. Budhathoki等<sup>[17]</sup>通过惠普忆阻器的本构关系对两个忆阻器的串并联在不同极性方向上的复合行为进行了讨论. 然而, 忆阻器的复合动力学行为不局限于串联和并联的研究<sup>[18-20]</sup>, 还存在第三种关系, 即耦合行为<sup>[21]</sup>. 在电路中, 电感和电容通过磁场或电场产生耦合行为. 由此可以推知, 两个临近的忆阻器之间存在耦合行为, 尤其是在大规模高密度集成下的忆阻电路中, 耦合行为将不可避免影响单个忆阻器的特性. Cai等<sup>[21]</sup>指出忆阻系统

\* 教育部新世纪优秀人才支持计划 (批准号: 教技函 [2013] 47号)、国家自然科学基金 (批准号: 61372139, 61571372, 60972155)、教育部“春晖计划”科研项目 (批准号: z2011148)、留学人员科技活动项目 (批准号: 渝人社办 [2012] 186号)、重庆市高等学校优秀人才支持计划 (批准号: 渝教人 [2011] 65号)、重庆市高等学校青年骨干教师资助计划 (批准号: 渝教人 [2011] 65号) 和中央高校基本科研业务费 (批准号: XDJK2014A009, XDJK2013B011) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: ldwang@swu.edu.cn

存在热耦合和机械耦合, 并通过数值仿真揭示了由耦合引起的非传统的动力学行为. Yu等<sup>[22]</sup>从极性和耦合强度的角度对双耦合忆阻器串并联的动力学行为进行了理论分析, 并通过电路仿真验证了忆阻器的耦合效应. 这些研究成果充分说明了忆阻器的耦合行为比单个忆阻器更具有丰富的动力学行为.

基于此, 本文从实际的物理模型着手, 采用磁控忆阻器的数学模型, 讨论了忆阻器在串并联连接下的耦合行为, 设计了耦合电路的图形用户界面, 利用这个界面, 可以直观准确地观察耦合忆阻器串并联电路的各种关系曲线, 以及参数变化对其特性的影响. 并展示了有无耦合情况下, 初始阻值对忆阻器正常工作范围的影响. 此外, 本文还建立了忆阻器在耦合情况下的Pspice仿真器, 可以更好地理解忆阻器的耦合行为, 并且能够应用于具体的电路设计中. 最后, 通过一系列的仿真结果证实了磁控忆阻器耦合的动力学行为.

## 2 磁控耦合忆阻器的数学模型

忆阻器的物理模型如图1所示, 惠普忆阻器<sup>[3]</sup>是由两层TiO<sub>2</sub>薄膜夹在两个铂电极之间组成的, 其中一层为含有氧空缺TiO<sub>2-x</sub>的掺杂层, 另外一层是非掺杂层. 当有电压(或电流)作用在忆阻器两端时, 掺杂层和非掺杂层的宽度将发生改变, 导致两电极的总阻值发生改变.

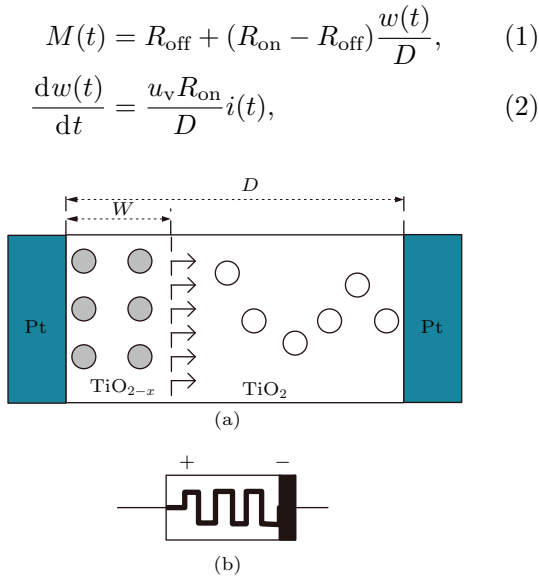


图1 (网刊彩色) 惠普忆阻器模型 (a) 结构图; (b) 器件符号

Fig. 1. (color online) Model of HP memristor: (a) diagram of structure; (b) device symbol.

其中,  $M(t)$  表示忆阻器的总阻值,  $R_{on}$  和  $R_{off}$  分别为忆阻器的边界阻值,  $D$  表示薄膜的厚度,  $w(t)$  和  $u_v$  分别是依赖于时间的掺杂层厚度和离子迁移速率.

忆阻器的驱动方式分为磁通控制和电荷控制, 文献<sup>[16]</sup>给出了忆阻器的磁控模型如下:

$$M(t) = \begin{cases} R_{off}, & \varphi(t) < \frac{R_{off}^2 - M^2(0)}{2k}, \\ \sqrt{2k\varphi(t) + M^2(0)}, & \frac{R_{off}^2 - M^2(0)}{2k} \leq \varphi(t) < \frac{R_{on}^2 - M^2(0)}{2k}, \\ R_{on}, & \varphi(t) \geq \frac{R_{on}^2 - M^2(0)}{2k}, \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $k = (R_{on} - R_{off})u_v R_{on}/D^2$ ,  $M(0)$  表示忆阻器  $M$  的初始阻值.

当多个忆阻器发生耦合时, 边界的忆阻值仍然保持不变, 而当忆阻值在边界阻值区间内变化时, 根据方程(3)和文献<sup>[22]</sup>可知, 多个磁控耦合忆阻器的阻值表达式描述如下:

$$M_i(t) = \sqrt{2k\varphi_i(t) + M_i^2(0) + \sum_{j=1, j \neq i}^n k_j \varphi_j(t)}, \quad 1 \leq i \leq n. \quad (4)$$

由方程(4)可知, 多个忆阻器的耦合强度由耦合系数  $k_j$  决定. 多个忆阻器串并联时, 其等效阻抗分别为

$$M_s = \sum_{i=1}^n M_i = \sum_{i=1}^n \sqrt{2k\varphi_i(t) + M_i^2(0) + \sum_{j=1, j \neq i}^n k_j \varphi_j(t)}, \quad 1 \leq i \leq n, \quad (5)$$

$$M_p = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{M_i}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2k\varphi_i(t) + M_i^2(0) + \sum_{j=1, j \neq i}^n k_j \varphi_j(t)}}}, \quad 1 \leq i \leq n. \quad (6)$$

本文基于磁控忆阻器的本构关系和耦合效应, 对不同极性忆阻器的串并联进行研究, 有效地说明了耦合效应带来的影响.

### 3 忆阻器串并联的耦合效应

这里根据磁控忆阻器的极性, 串并联耦合分为四种情况进行讨论, 即同极性忆阻器的串联电路、反极性忆阻器的串联电路、同极性忆阻器并联电路和反极性忆阻器并联电路.

#### 3.1 同极性忆阻器的串联电路

如图 2 所示, 两个耦合的磁控忆阻器同极性串联连接, 电流从忆阻器 M1 的正极流入, 从忆阻器 M2 的负极流出, 两个忆阻器通过磁通量  $\varphi_1(t)$  和  $\varphi_2(t)$  进行耦合. 应用基尔霍夫电压定律和串联分压公式, 通过忆阻器 M1 和 M2 的电压可以表示为

$$v_{12} = v_{m1} + v_{m2}, \quad (7a)$$

$$v_{m1} = \frac{M_1}{M_1 + M_2} v_{12}, \quad (7b)$$

$$v_{m2} = \frac{M_2}{M_1 + M_2} v_{12}. \quad (7c)$$

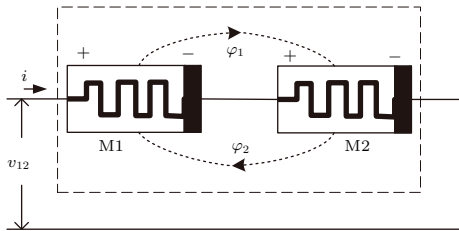


图 2 两个忆阻器同极性串联电路

Fig. 2. Two memristors serially connected with same polarities.

通过对方程 (7a) 两边积分得到

$$\varphi_{12} = \varphi_1 + \varphi_2, \quad (8a)$$

同时将方程 (4) 代入到方程 (7b) 和 (7c) 得

$$v_{m1} = \sqrt{2k\varphi_1(t) + M_1^2(0) + k_2\varphi_2(t)} \times \left[ \sqrt{2k\varphi_1(t) + M_1^2(0) + k_2\varphi_2(t)} + \sqrt{2k\varphi_2(t) + M_2^2(0) + k_1\varphi_1(t)} \right]^{-1} \times v_{12}, \quad (8b)$$

$$v_{m2} = \sqrt{2k\varphi_2(t) + M_2^2(0) + k_1\varphi_1(t)}$$

$$\times \left[ \sqrt{2k\varphi_1(t) + M_1^2(0) + k_2\varphi_2(t)} + \sqrt{2k\varphi_2(t) + M_2^2(0) + k_1\varphi_1(t)} \right]^{-1} \times v_{12}. \quad (8c)$$

这里考虑特殊情况, 当  $k_1 = k_2 = 2k$  时, 方程 (8b) 和 (8c) 简化为

$$v_{m1} = \frac{\sqrt{2k\varphi_{12}(t) + M_1^2(0)}}{\sqrt{2k\varphi_{12}(t) + M_1^2(0)} + \sqrt{2k\varphi_{12}(t) + M_2^2(0)}} \times v_{12}, \quad (9a)$$

$$v_{m2} = \frac{\sqrt{2k\varphi_{12}(t) + M_2^2(0)}}{\sqrt{2k\varphi_{12}(t) + M_1^2(0)} + \sqrt{2k\varphi_{12}(t) + M_2^2(0)}} \times v_{12}. \quad (9b)$$

对方程 (9) 两端求积分, 可得磁通量  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$ , 即

$$\varphi_1 = \frac{1}{M_1^2(0) - M_2^2(0)} \left( k\varphi_{12}^2 + M_1^2(0)\varphi_{12} - \frac{f_1(\varphi_{12})}{16k^2} f_2(\varphi_{12}) + h \ln |f_1(\varphi_{12}) + 4kf_2(\varphi_{12})| \right), \quad (10a)$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{M_2^2(0) - M_1^2(0)} \left( k\varphi_{12}^2 + M_2^2(0)\varphi_{12} - \frac{f_1(\varphi_{12})}{16k^2} f_2(\varphi_{12}) + h \ln |f_1(\varphi_{12}) + 4kf_2(\varphi_{12})| \right), \quad (10b)$$

其中,

$$f_1(\varphi_{12}) = 8k^2\varphi_{12} + 2k[M_1^2(0) + M_2^2(0)],$$

$$h = \frac{4M_1^2(0)M_2^2(0) - [M_1^2(0) + M_2^2(0)]^2}{16k},$$

$$f_2(\varphi_{12}) = \left\{ 4k^2\varphi_{12}^2 + 2k[M_1^2(0) + M_2^2(0)]\varphi_{12} + M_1^2(0)M_2^2(0) \right\}^{1/2}.$$

若两个忆阻器的初始值  $M_1(0)$  和  $M_2(0)$  相等, 则

$$v_{m1} = v_{m2} = \frac{1}{2} v_{12}. \quad (11)$$

这样, 每个耦合忆阻器的阻值可以写为

$$M_1(t) = M_2(t) = \sqrt{2k\varphi_{12}(t) + M^2(0)}. \quad (12)$$

所以按照以上的分析, 可得两个同极性串联电路的等效忆阻值  $M_{12}(t)$  为

$$M_{12}(t) = M_1(t) + M_2(t) = 2\sqrt{2k\varphi_{12}(t) + M^2(0)}. \quad (13)$$

### 3.2 反极性忆阻器的串联电路

这一节考虑两个相反极性忆阻器串联耦合的情况,如图3所示,电流从忆阻器M1的正极流入,从忆阻器M2的正极流出.激励电压 $v_{12}$ 和磁通量 $\varphi_{12}$ 可表示为

$$v_{12} = v_{m1} + v_{m2}, \quad (14)$$

$$\varphi_{12} = \varphi_1 + \varphi_2. \quad (15)$$

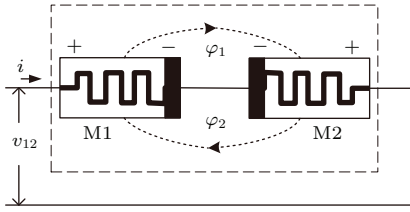


图3 两个忆阻器反极性串联电路

Fig. 3. Two memristors serially connected with opposite polarities.

因为电路串联,通过两个忆阻器的电流相等,根据惠普忆阻器的数学模型可得忆阻器M1和M2的阻值表达式

$$M_1(t) = M_1(0) + k \int i(t) dt = M_1(0) + k \int \frac{v_{12}(t)}{M_{12}(t)} dt, \quad (16a)$$

$$M_2(t) = M_2(0) - k \int i(t) dt = M_2(0) - k \int \frac{v_{12}(t)}{M_{12}(t)} dt. \quad (16b)$$

由于相同参数下忆阻器M1和M2反向串联,其总电阻保持恒定<sup>[19]</sup>.那么方程(16a)和(16b)可以写成

$$M_1(t) = M_1(0) + \frac{k}{M_{10} + M_{20}} \varphi_{12}, \quad (17a)$$

$$M_2(t) = M_2(0) - \frac{k}{M_{10} + M_{20}} \varphi_{12}. \quad (17b)$$

据电路分压公式可计算两个忆阻器的磁通量 $\varphi_1$ 和 $\varphi_2$ ,得

$$\varphi_1 = \int \frac{M_1(t)}{M_1(0) + M_2(0)} v_{12} dt, \quad (18a)$$

$$\varphi_2 = \int \frac{M_2(t)}{M_1(0) + M_2(0)} v_{12} dt. \quad (18b)$$

忆阻器M1和M2的耦合方程变换如下:

$$M_1(t) = \sqrt{2k\varphi_1(t) + M_1^2(0) - k_2\varphi_2(t)}, \quad (19a)$$

$$M_2(t) = \sqrt{-2k\varphi_2(t) + M_2^2(0) + k_1\varphi_1(t)}. \quad (19b)$$

根据电路的分压公式可得

$$v_{m1} = \sqrt{2k\varphi_1(t) + M_1^2(0) - k_2\varphi_2(t)} \times \left[ \sqrt{2k\varphi_1(t) + M_1^2(0) - k_2\varphi_2(t)} + \sqrt{-2k\varphi_2(t) + M_2^2(0) + k_1\varphi_1(t)} \right]^{-1} \times v_{12}, \quad (20a)$$

$$v_{m2} = \sqrt{-2k\varphi_2(t) + M_2^2(0) + k_1\varphi_1(t)} \times \left[ \sqrt{2k\varphi_1(t) + M_1^2(0) - k_2\varphi_2(t)} + \sqrt{-2k\varphi_2(t) + M_2^2(0) + k_1\varphi_1(t)} \right]^{-1} \times v_{12}. \quad (20b)$$

若考虑特殊情况,当 $k_1 = k_2 = 2k$ ,  $M_1(0) = M_2(0) = M(0)$ 时,方程(20a)和(20b)简化为

$$v_{m1} = v_{m2} = \frac{1}{2}v_{12}. \quad (21)$$

此时,两个相反极性串联电路的等效忆阻值 $M_{12}(t)$ 为定值,即

$$M_{12}(t) = M_1(t) + M_2(t) = 2M(0). \quad (22)$$

### 3.3 同极性忆阻器的并联电路

两个同极性的耦合忆阻器并联连接如图4所示,电流 $i_1$ 从忆阻器M1的正极流入负极流出,电流 $i_2$ 从忆阻器M2的正极流入负极流出.磁通量 $\varphi_{12}$ 、 $\varphi_1$ 和 $\varphi_2$ 的关系有

$$\varphi_{12} = \varphi_1 = \varphi_2. \quad (23)$$

按照基尔霍夫电流定律可得

$$i = i_1 + i_2. \quad (24)$$

忆阻器M1和M2的阻值表达式为

$$M_1(t) = \sqrt{2k\varphi_{12}(t) + M_1^2(0) + k_2\varphi_{12}(t)}, \quad (25a)$$

$$M_2(t) = \sqrt{2k\varphi_{12}(t) + M_2^2(0) + k_1\varphi_{12}(t)}. \quad (25b)$$

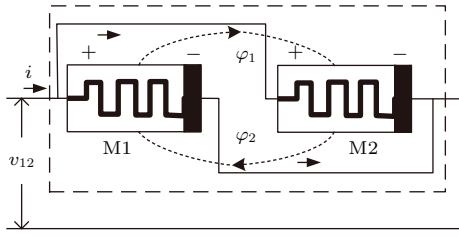


图4 两个忆阻器同极性并联电路

Fig. 4. Two memristors connected in parallel with same polarities.

那么, 两个同极性并联电路的等效忆阻值  $M_{12}(t)$  为

$$\begin{aligned}
 M_{12}(t) &= \left[ \sqrt{(2k + k_2)\varphi_{12}(t) + M_1^2(0)} \right. \\
 &\quad \times \left. \sqrt{(2k + k_1)\varphi_{12}(t) + M_2^2(0)} \right] \\
 &\quad \times \left[ \sqrt{(2k + k_2)\varphi_{12}(t) + M_1^2(0)} \right. \\
 &\quad \left. + \sqrt{(2k + k_1)\varphi_{12}(t) + M_2^2(0)} \right]^{-1}. \quad (26)
 \end{aligned}$$

### 3.4 反极性忆阻器的并联电路

两个反极性的耦合忆阻器并联连接如图5所示, 电流  $i_1$  从忆阻器 M1 的正极流入负极流出, 电流  $i_2$  从忆阻器 M2 的负极流入正极流出. 这时, 磁通量  $\varphi_{12}$ ,  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$  的关系有

$$\varphi_{12} = \varphi_1 = \varphi_2. \quad (27)$$

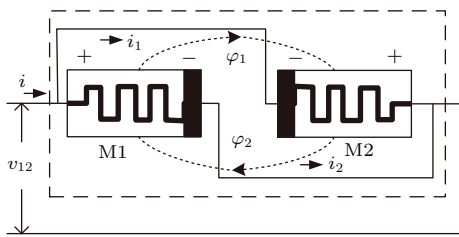


图5 两个忆阻器反极性并联电路

Fig. 5. Two memristors connected in parallel with opposite polarities.

按照基尔霍夫电流定律可得

$$i = i_1 + i_2. \quad (28)$$

忆阻器 M1 和 M2 的阻值表达式为

$$M_1(t) = \sqrt{2k\varphi_{12}(t) + M_1^2(0) - k_2\varphi_{12}(t)}, \quad (29a)$$

$$M_2(t) = \sqrt{-2k\varphi_{12}(t) + M_2^2(0) + k_1\varphi_{12}(t)}. \quad (29b)$$

那么, 两个相反极性并联电路的等效忆阻值  $M_{12}(t)$  为

$$\begin{aligned}
 M_{12}(t) &= \left[ \sqrt{(2k - k_2)\varphi_{12}(t) + M_1^2(0)} \right. \\
 &\quad \times \left. \sqrt{(k_1 - 2k)\varphi_{12}(t) + M_2^2(0)} \right] \\
 &\quad \times \left[ \sqrt{(2k - k_2)\varphi_{12}(t) + M_1^2(0)} \right. \\
 &\quad \left. + \sqrt{(k_1 - 2k)\varphi_{12}(t) + M_2^2(0)} \right]^{-1}. \quad (30)
 \end{aligned}$$

## 4 仿真分析及图形用户界面设计

为了进一步探索耦合磁控忆阻器的动力学行为, 建立了仿真模型. 磁控忆阻器的参数设置如下:  $R_{on} = 100 \Omega$ ,  $R_{off} = 20 \text{ k}\Omega$ ,  $D = 10 \text{ nm}$ ,  $u_v = 10^{-14} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$ . 具有相同参数的忆阻器具有不同的初始值, 因此很有必要考虑初始忆阻值对电路的影响. 仿真中设置两个忆阻器的初始值  $M_1(0) \neq M_2(0)$ . 忆阻器的磁通量在  $t = 0$  时等于零, 激励信号为正弦电压  $v_{12} = \sin(2\pi t)$ , 激励作用时间  $t = 1 \text{ s}$ , 耦合系数用  $k$  的倍数表示, 其中  $k = (R_{on} - R_{off})u_v R_{on} / D^2$ .

### 4.1 同极性串联

在相同极性耦合忆阻器的串联电路中, 忆阻器 M1 和 M2 正向导通, 系统的耦合状态通过方程(8)得到, 忆阻器 M1 和 M2 的初始阻值分别设定为  $M_1(0) = 16 \text{ k}\Omega$ ,  $M_2(0) = 12 \text{ k}\Omega$ , 仿真结果如图6所示. 图6(a)中, 忆阻器 M1 和 M2 的电压和电流的关系曲线呈现典型的“斜八”磁滞回线, 串联耦合后的电压与电流关系仍然表现为典型的忆阻特性. 施加在忆阻器 M1 上的电压大于忆阻器 M2 上的电压, 从图中可以看出两个忆阻器的磁滞回线不同, 说明了忆阻器 M1 和 M2 的阻值是时变的且 M1 的阻值始终大于 M2 的阻值. 当初始磁通量设定为  $0.04 \text{ Wb}$  时, 等效耦合忆阻值将会减小. 忆阻值随电压变化曲线如图6(b)所示, 串联后的等效忆阻值为两忆阻值之和, 耦合后等效忆阻值变化程度随之增大. 图6(c)中, 在一个周期内, 忆阻器 M1 和 M2 的阻值先减小后增大, 与忆阻器的特性相吻合, 即正向电压作用时, 阻值减小; 反之, 阻值增大. 耦合后的等效忆阻值也随之呈现相应的变化. 仿真中还考虑了耦合强度对等效忆阻值的影响, 如图6(d)所示, 忆阻值  $M_{12}$  随耦合强度的增加而迅速减小. 由此可见, 同极性忆阻值的变化是耦合效应相互增强的结果.

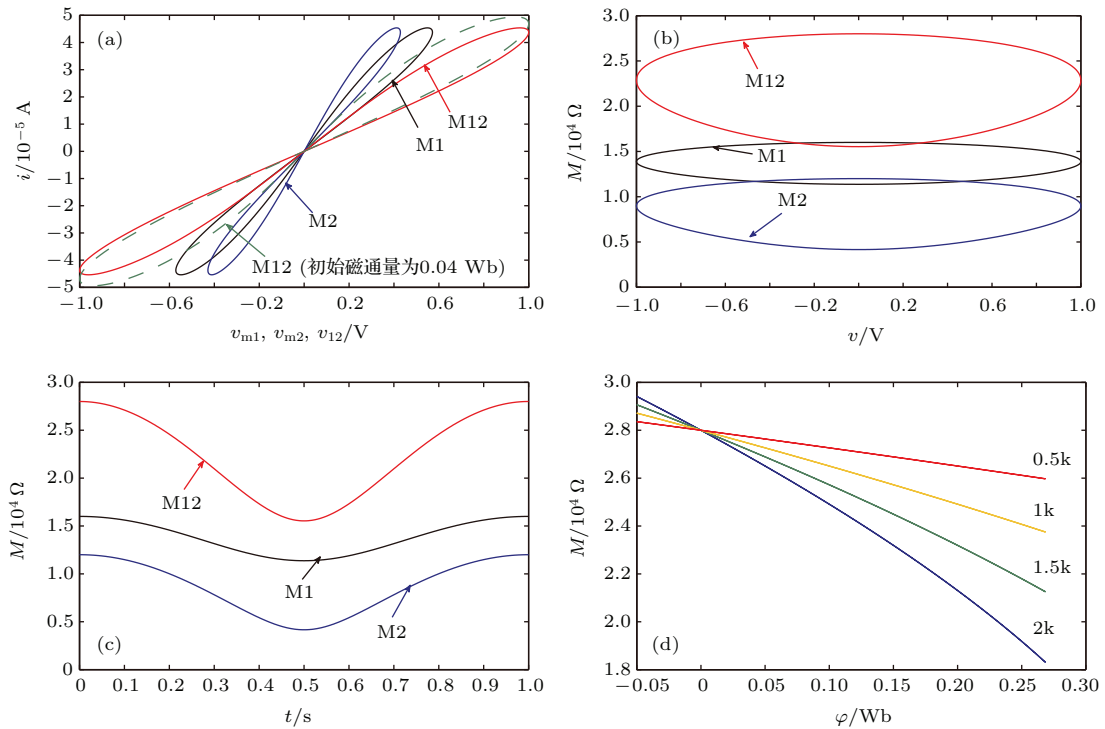


图6 (网刊彩色) 两个同极性耦合忆阻器串联的仿真结果 (a)  $v-i$  曲线; (b)  $v-M$  曲线; (c)  $M-t$  曲线; (d) 不同耦合系数下,  $\varphi-M$  曲线

Fig. 6. (color online) Simulation results of two memristors serially connected with same polarities: (a)  $v-i$  curves; (b)  $v-M$  curves; (c)  $M-t$  curves; (d)  $\varphi-M$  curves under different coupling coefficients.

### 4.2 反极性串联

对于不同极性耦合忆阻器的串联电路, 忆阻器 M1 正向导通, 而忆阻器 M2 反向导通, 它们的初始值设为:  $M_1(0) = 12 \text{ k}\Omega$ ,  $M_2(0) = 8 \text{ k}\Omega$ , 系统的耦合状态基于方程 (19) 和 (20), 仿真结果如图 7 所示. 图 7(a) 中, 忆阻器 M1 和 M2 的电压电流的关系曲线类似于同极性串联的情况, 表现了典型的忆阻磁滞特性, 串联耦合后的电压和电流的关系曲线近似一条直线. 当初始磁通量设定为 0.8 Wb 时, 耦合后的磁滞回线又呈现“斜八”特性曲线, 这是由于磁通量改变了初始阻值的大小. 忆阻值随电压变化曲线如图 7(b) 所示, 耦合后的等效忆阻值近似不变. 而图 7(c) 直接反映了忆阻值在一个激励周期内的变化情况, 忆阻器 M1 的阻值先减小后增大, 忆阻器 M2 的阻值先增大后减小, 图 7(c) 还展示了忆阻值 M12 的变化曲线放大后的框图, 可见忆阻值 M12 不是单纯的线性变化. 实验仿真了不同耦合系数下, 忆阻值随磁通量变化曲线, 如图 7(d) 所示, 当耦合系数为 2k 时, 忆阻值保持恒定, 这种特殊情况印证了方程 (21) 和 (22). 当耦合强度增大时, 阻值变化更快. 这是由于两个相反极性忆阻器 M1 和 M2 串联, 当初始阻值相等时, 两个忆阻器的耦合效

应是一致的. 随着忆阻器 M1 阻值的减小, M2 阻值的增大, 忆阻器 M1 对 M2 的耦合作用减弱, 反之, 忆阻器 M2 对 M1 的耦合效应增强. 因此, 整个阻值会增加, 且随着磁通量和耦合强度的增大, 阻值增加的越明显.

### 4.3 同极性并联

忆阻器 M1 和 M2 的初始阻值:  $M_1(0) = 16 \text{ k}\Omega$ ,  $M_2(0) = 12 \text{ k}\Omega$ , 并联耦合情况对应于方程 (25) 和 (26), 仿真结果如图 8 所示. 忆阻器上的电压与电流关系曲线呈现典型的磁滞回线, 如图 8(a) 所示. 由于两个耦合忆阻器并联连接, 等效忆阻瞬时值要小于忆阻器 M1 和 M2 的瞬时阻值, 从图中可以看出, 等效忆阻的伏安特性曲线沿着原点发生了逆时针旋转且磁滞环扩大. 图 8(b) 反映了忆阻值随激励电压的变化情况, 图 8(c) 直观地反映了忆阻值在一个激励周期内的变化情况. 四种不同耦合强度下的忆阻值随磁通量的变化情况如图 8(d) 所示, 图中等效忆阻值随耦合强度的减小而迅速增大, 这是因为耦合系数影响了忆阻值变化速率. 由此, 两个耦合忆阻器并联的耦合效应相互增强, 耦合强度越大, 阻值变化越快.

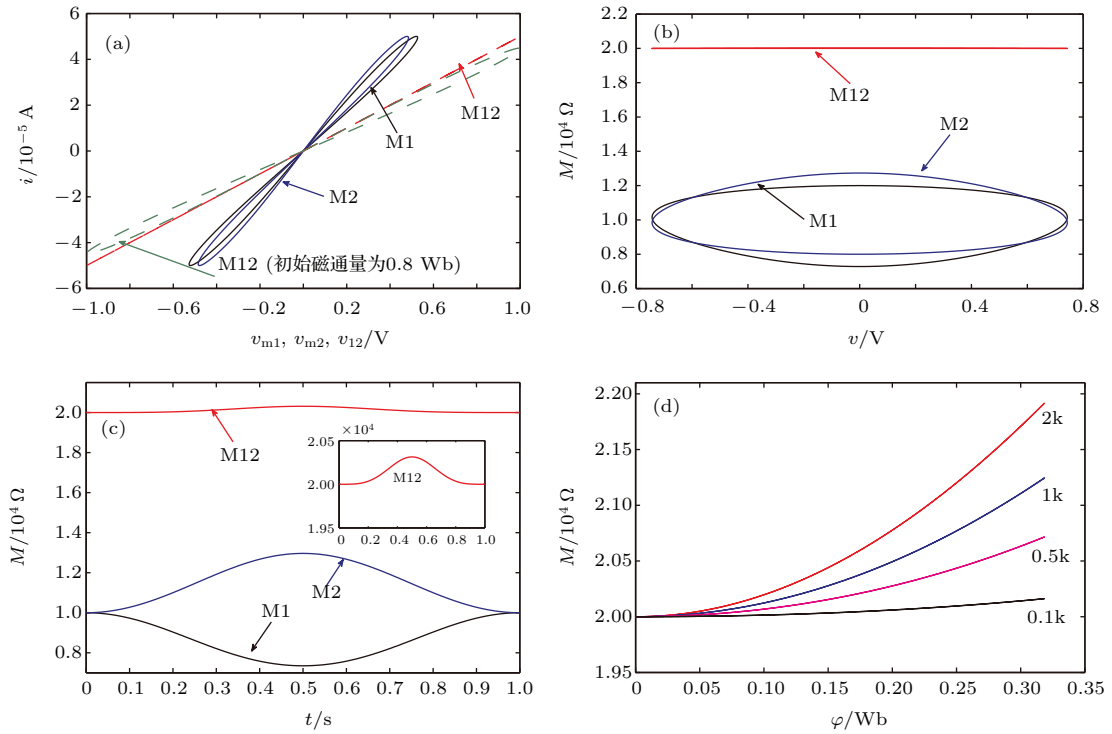


图7 (网刊彩色) 两个相反极性耦合忆阻器串联的仿真结果 (a)  $v$ - $i$  曲线; (b)  $v$ - $M$  曲线; (c)  $M$ - $t$  曲线; (d) 不同耦合系数下,  $\varphi$ - $M$  曲线

Fig. 7. (color online) Simulation results of two memristors serially connected with opposite polarities: (a)  $v$ - $i$  curves; (b)  $v$ - $M$  curves; (c)  $M$ - $t$  curves; (d)  $\varphi$ - $M$  curves under different coupling coefficients.

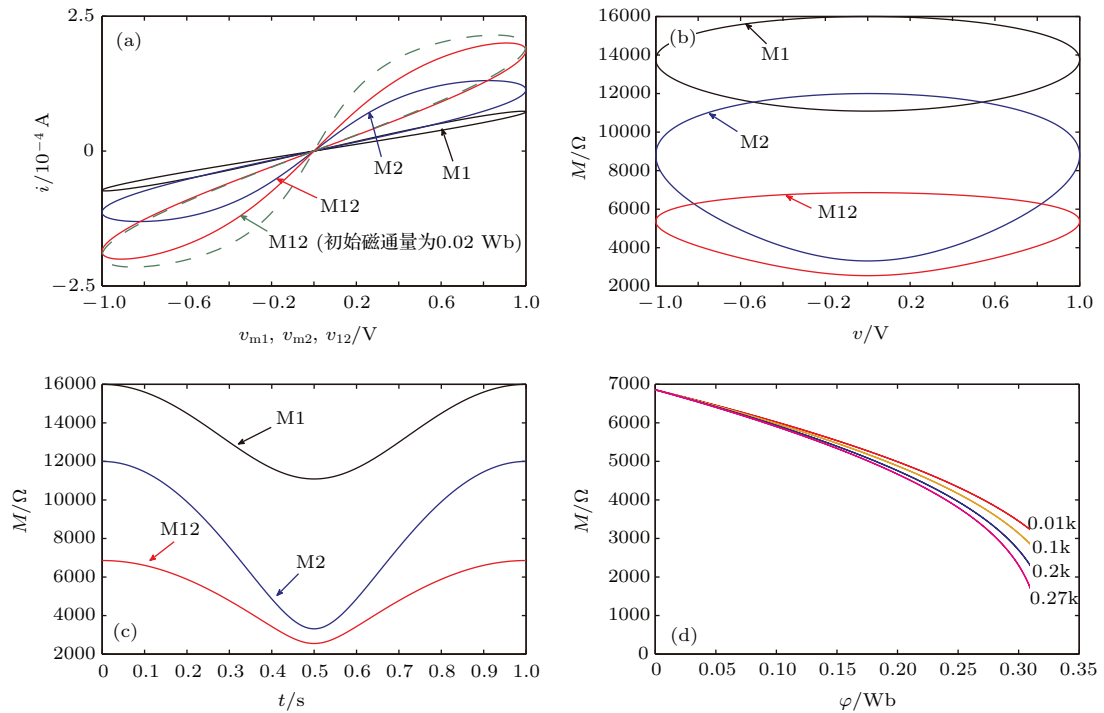


图8 (网刊彩色) 两个相同极性耦合忆阻器并联的仿真结果 (a)  $v$ - $i$  曲线; (b)  $v$ - $M$  曲线; (c)  $M$ - $t$  曲线; (d) 不同耦合系数下,  $\varphi$ - $M$  曲线

Fig. 8. (color online) Simulation results of two memristors connected in parallel with same polarities: (a)  $v$ - $i$  curves; (b)  $v$ - $M$  curves; (c)  $M$ - $t$  curves; (d)  $\varphi$ - $M$  curves under different coupling coefficients.



### 4.4 反极性并联

并联耦合的另一种情况是两个忆阻器反向并联, 为了对比分析, 保证忆阻器的固定参数不变, 激励电压仍为  $v_{12} = \sin(2\pi t)$ , 忆阻器初始阻值设定为:  $M_1(0) = 12 \text{ k}\Omega$ ,  $M_2(0) = 10 \text{ k}\Omega$ , 电路的耦合情况通过方程 (29) 和 (30) 构建, 仿真结果如图 9 所示. 与同极性并联情况类似, 图 9(a) 同样展示了忆阻器典型的磁滞特性曲线, 当初始磁通量为  $0.02 \text{ Wb}$  时, 忆阻器的磁滞特性曲线扩增. 图 9(b) 和 (c) 分

别反映了忆阻值随电压和时间的变化情况, 忆阻器  $M_1$  的阻值先减小后增大, 忆阻器  $M_2$  的阻值先增大后减小, 符合忆阻器反向并联的特性. 类似地, 不同耦合强度会对阻值的变化快慢造成一定的影响, 如图 9(d) 所示. 值得注意的是, 当耦合系数为  $2k$  时, 电路的耦合作用使得等效总阻值保持恒定, 这是一种特殊情况. 随着耦合强度的减小, 等效忆阻的变化程度逐渐增大. 这与反向耦合忆阻器的串联情况相似, 都是因为相反极性忆阻器的耦合效应是相互抑制的.

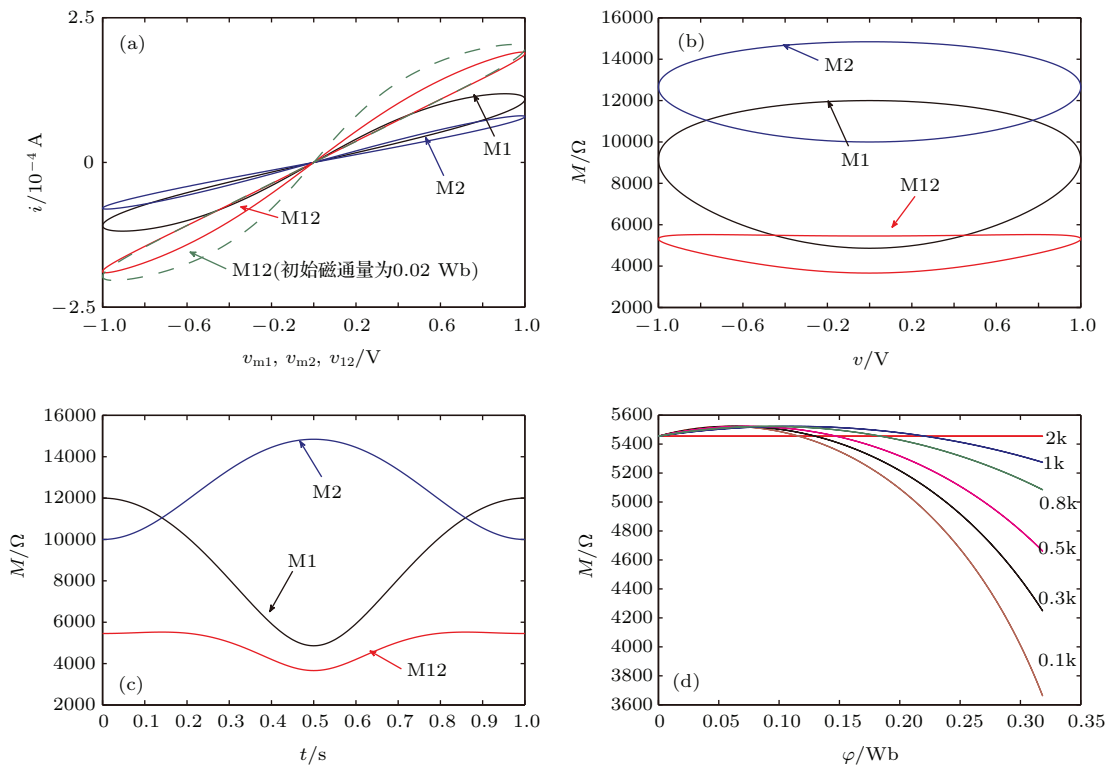


图 9 (网刊彩色) 两个相反极性耦合忆阻器串联的仿真结果 (a)  $v$ - $i$  曲线; (b)  $v$ - $M$  曲线; (c)  $M$ - $t$  曲线; (d) 不同耦合系数下,  $\phi$ - $M$  曲线

Fig. 9. (color online) Simulation results of two memristors connected in parallel with opposite polarities: (a)  $v$ - $i$  curves; (b)  $v$ - $M$  curves; (c)  $M$ - $t$  curves; (d)  $\phi$ - $M$  curves under different coupling coefficients.

### 4.5 串并联耦合电路的图形用户界面设计

为了清楚地显示忆阻器串并联耦合的特性, 设计了基于 Matlab 的忆阻器串并联耦合的图形用户界面 (如图 10 所示). 界面主要包括忆阻器固定参数、忆阻器的初始值和耦合系数、连接方式、对应连接方式的示意图和典型的四种情况等. 图形的右上方是输出曲线, 我们可以调节忆阻器的初始值和耦合系数, 选择不同的连接方式, 得到对应连接方式的示意图和输出的波形. 而且, 该界面还给出了典型的四种情况, 我们每次可以选择任意的一种情况

进行运行, 得到较为理想的输出结果, 运行完毕后, 直接按退出键即可退出.

图 10 中, 将两个忆阻器的初始阻值和耦合系数分别设定为  $16000 \Omega$ ,  $12000 \Omega$ ,  $0.01k$  和  $0.01k$ , 连接方式选择“同向并联”, 得到对应连接方式的示意图, 并展示出了  $V$ - $I$ ,  $V$ - $M$ ,  $M$ - $t$  和  $\phi$ - $M$  关系曲线. 总之, 该 GUI 用户界面的设计, 能够直观的展示出不同参数下的动态行为, 使用户更加深入的理解忆阻器串并联耦合的特性, 为进一步的忆阻器电路设计提供了实验参考.

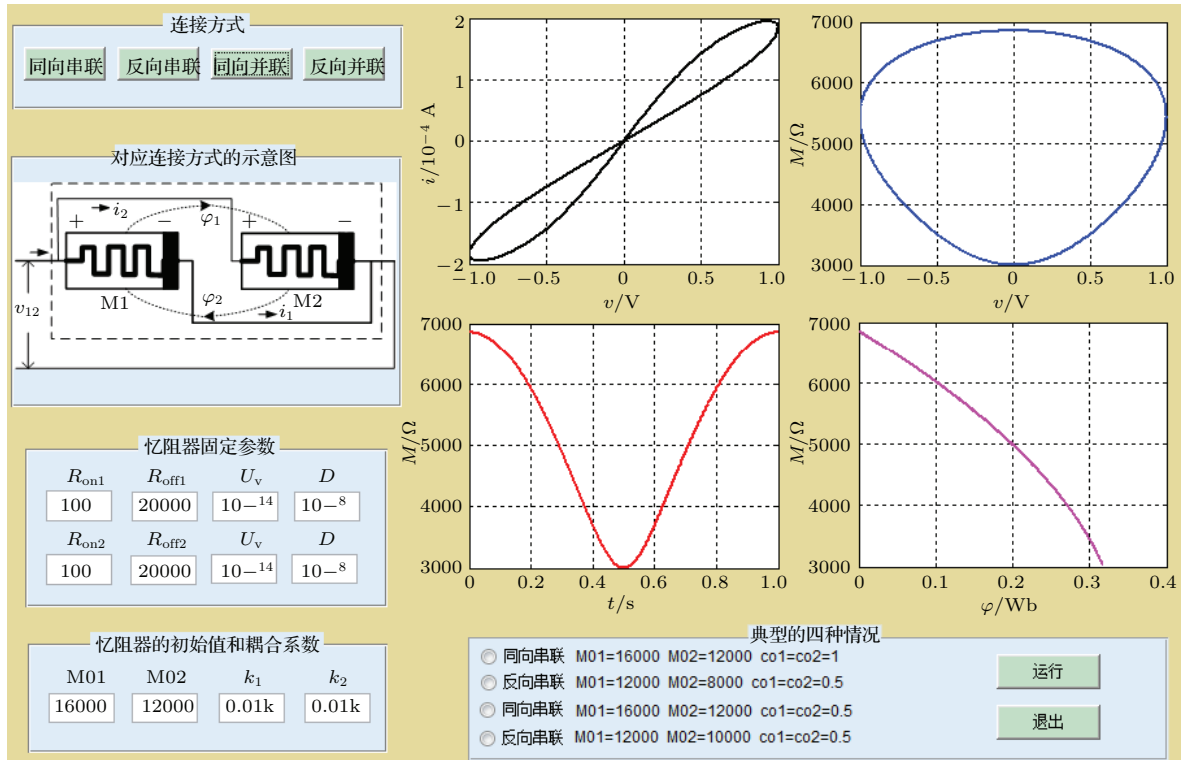


图 10 (网刊彩色) 基于 Matlab 的忆阻器串并联耦合的图形用户界面设计

Fig. 10. (color online) GUI of memristors in series-parallel coupling based Matlab.

### 4.6 初始阻值对忆阻器正常工作范围的影响

我们知道实际忆阻器具有两个边界阻值, 在达到边界阻值后, 忆阻值不再改变, 因此, 本节考虑耦合效应对忆阻器正常工作范围的影响. 如表 1 所示, 保证忆阻器参数和耦合系数不变, 调节忆阻器

的初始值 (调节过程中, 两个忆阻器的初始值保持相等), 观察忆阻值的变化并记录下达到边界时的值. 从表中可以看出, 同向连接时, 无耦合情况下的忆阻值范围要大于有耦合时的范围, 说明了同极性忆阻器的耦合效应相互增强; 反向连接时, 无耦合情况下的忆阻值范围要小于有耦合时的范围, 说明了反极性忆阻器的耦合效应相互减弱.

表 1 初始阻值对忆阻器工作范围的影响  
Table 1. Influence of initial value to the scope of memristors.

连接方式	有耦合时忆阻值变化范围		无耦合时忆阻值变化范围	
	最小值/ $\Omega$	最大值/ $\Omega$	最小值/ $\Omega$	最大值/ $\Omega$
同向串联	11250	20000	6550	20000
反向串联	1800	18450	5700	18250
同向并联	12580	20000	11260	20000
反向并联	9750	17500	11250	16500

## 5 Pspice 仿真器的实现

本文提出了基于磁控耦合忆阻器的 Pspice 仿真器模型, 通过设定和修改忆阻器参数值, 以满足

忆阻特性仿真和电路设计的需要. 这一节主要是从电路的角度说明耦合忆阻器串并联的动力学行为, 验证了理论分析和数值仿真的有效性. 在电路仿真中, 忆阻器的参数与上述的数值仿真一致, 输入电压仍为  $v_{12} = \sin(2\pi t)$ .

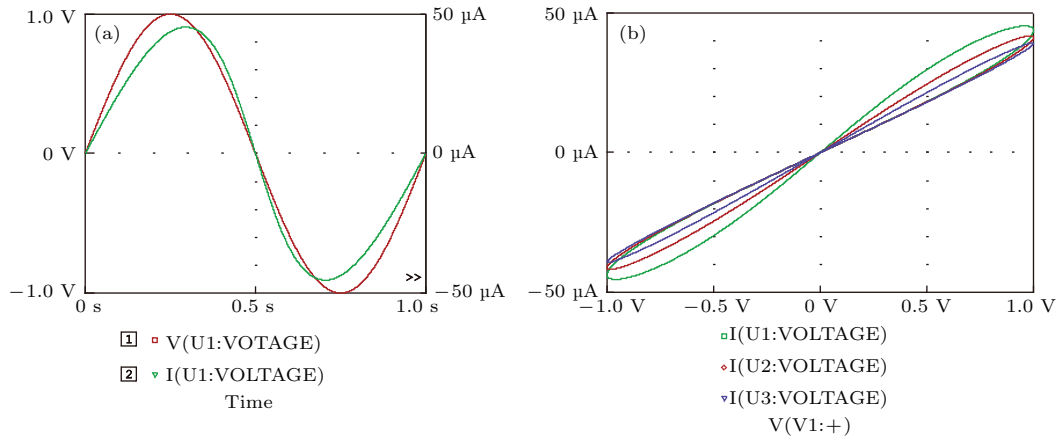


图 11 (网刊彩色) 两个同极性耦合忆阻器串联的 Pspice 仿真 (a)  $v-t$ ,  $i-t$  曲线; (b) 不同耦合系数下的磁滞特性曲线  
 Fig. 11. (color online) Pspice simulation results of two memristors serially connected with same polarities: (a)  $v-t$ ,  $i-t$  curves; (b) pinched hysteresis loops under different coupling coefficients.

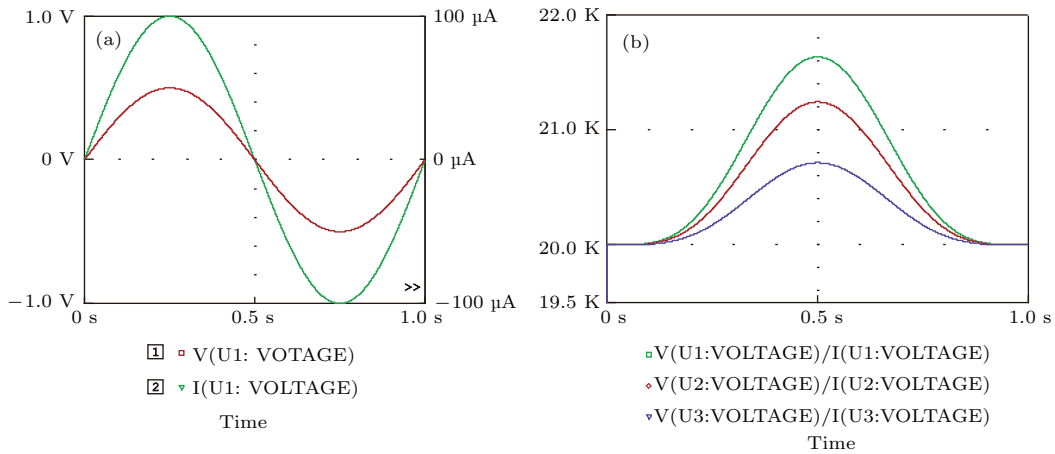


图 12 (网刊彩色) 两个相反极性耦合忆阻器串联的 Pspice 仿真 (a)  $v-t$ ,  $i-t$  曲线; (b) 不同耦合系数下的  $M-t$  曲线  
 Fig. 12. (color online) Pspice simulation results of two memristors serially connected with opposite polarities: (a)  $v-t$ ,  $i-t$  curves; (b)  $M-t$  curves under different coupling coefficients.

图 11 是两个同极性耦合忆阻器串联的仿真结果, 从图 11(a) 中可以看出, 耦合后电路的电流滞后于电压, 从而可以形成典型的磁滞回线, 如图 11(b) 所示. 通过改变耦合系数的大小, 可以得到不同的磁滞特性曲线, 图 11(b) 中的绿色、红色和蓝色曲线分别对应大小为  $2k$ ,  $1.5k$ ,  $k$  的耦合系数. 从图中可以看出, 耦合系数的值越大, 非线性越明显. 串联的另一种情况是相反极性耦合忆阻器的串联, 如图 12 所示. 与前一种情况不同, 耦合后电压与电流的滞后关系并不明显, 近似于线性变化, 如图 12(a) 所示, 因此磁滞回线会压缩成一条直线, 不便于观察, 但通过阻值的变化可以明显看出非线性特征. 考虑到耦合系数对电路的影响, 我们仿真了三组阻值随时间变化的情况, 如图 12(b) 所示, 图中绿色、红色和蓝色的曲线分别表示耦合系数大小为  $1.5k$ ,  $k$ ,  $0.5k$  的阻值变化趋势, 因此耦合系数

的值越大, 阻值变化越明显, 与图 7(d) 的现象一致.

同样地, 耦合忆阻器的并联连接也有两种情况, Pspice 仿真结果如图 13 和图 14 所示. 从图 13(a) 和图 14(a) 可以看出, 并联后的耦合忆阻器的电压与电流仍然有明显的滞后关系, 因此, 两个耦合忆阻器经过并联后可以等效为一个新的忆阻器. 图 13(b) 中, 实验采用了三组不同耦合系数, 其大小依次为  $0.26k$ ,  $0.2k$ ,  $0.01k$ , 分别对应图中的绿色、红色和蓝色的磁滞回线. 我们可以看出, 耦合系数的值越小, 磁滞回线越压缩, 非线性特征有了一定程度的减弱. 图 14(b) 反映了相反极性耦合忆阻器并联后总阻值随时间的变化情况, 类似地, 我们采用了大小为  $k$ ,  $0.5k$  和  $0.1k$  的耦合系数进行对比观察. 图中绿色曲线的耦合强度最大, 阻值变化却最小, 从而说明抑制阻值变化的效应随耦合强度的增大而增强.

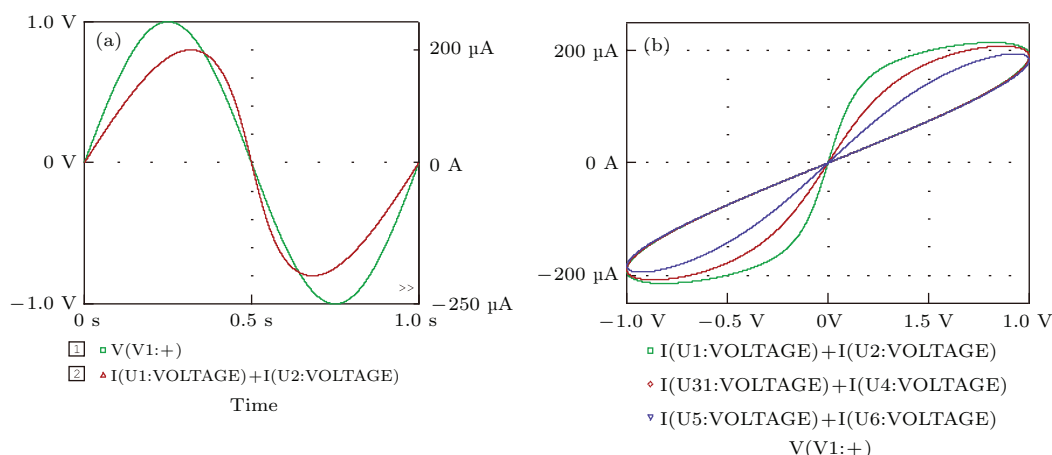


图 13 (网刊彩色) 两个同极性耦合忆阻器并联的 Pspice 仿真 (a)  $v-t$ ,  $i-t$  曲线; (b) 不同耦合系数下的磁滞特性曲线  
Fig. 13. (color online) Pspice simulation results of two memristors connected in parallel with same polarities: (a)  $v-t$ ,  $i-t$  curves; (b) pinched hysteresis loops under different coupling coefficients.

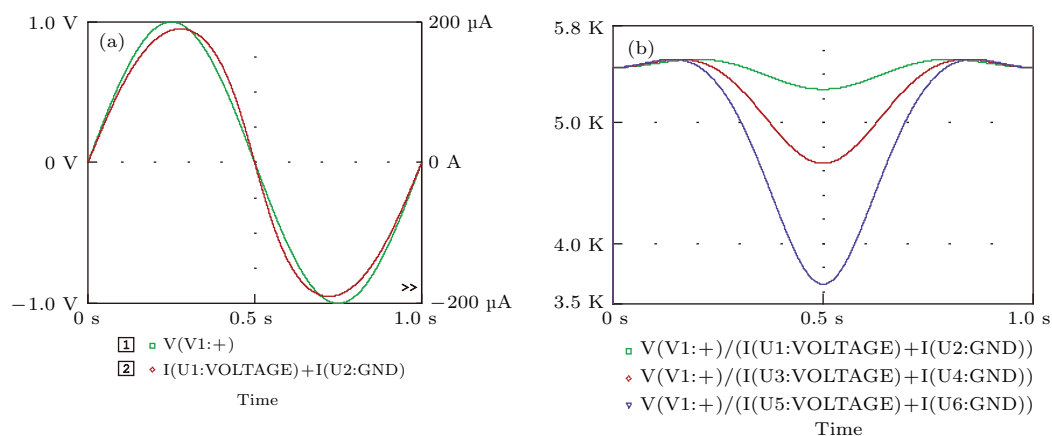


图 14 (网刊彩色) 两个相反极性耦合忆阻器并联的 Pspice 仿真 (a)  $v-t$ ,  $i-t$  曲线; (b) 不同耦合系数下的  $M-t$  曲线  
Fig. 14. (color online) Pspice simulation results of two memristors connected in parallel with opposite polarities: (a)  $v-t$ ,  $i-t$  curves; (b)  $M-t$  curves under different coupling coefficients.

## 6 结 论

本文通过理论分析、数值仿真和电路仿真详细地讨论了不同极性连接下的磁控耦合忆阻器的动力学行为. 仿真和实验结果都显示耦合忆阻器串并联后仍然有忆阻特性, 但是不同极性和耦合系数连接下的忆阻特性并不相同, 这是因为两个磁控耦合忆阻器的动力学行为不仅与极性的连接情况有关, 还与耦合系数有关. 当耦合忆阻器同极性连接时, 耦合作用相互增强, 使得阻值的变化速率加快; 反之, 则相互减弱, 阻碍阻值的变化. 并且耦合系数的值越大, 耦合作用越明显. 本文虽然只研究了两个耦合忆阻器的动力学特性, 但是对于三个或多个复杂耦合忆阻器的连接情况仍然可以通过本文的分析方法进行讨论. 由于忆阻器是一个非线性时变

的器件, 因此多个忆阻器形成的忆阻网络的动力学行为将会更加复杂. 这种复杂的动力学特性将会在神经网络等领域有巨大的潜在应用, 因此会激起未来研究者的极大兴趣, 并且为较全面的分析忆阻电路提供深厚的理论参考和实验依据.

## 参考文献

- [1] Chua L O 1971 *IEEE Trans. Circ. Syst. I.* **18** 507
- [2] Williams R S 2008 *IEEE Spectr.* **45** 28
- [3] Strukov D B, Snider G S, Stewart D R, Williams R S 2008 *Nature* **453** 80
- [4] Birolek Z, Birolek D, Birolekova V 2009 *Radio. Eng* **18** 210
- [5] Adhikari S P, Sah M P, Kim H, Chua L O 2013 *IEEE Trans. Circ. Syst. I.* **60** 3008
- [6] Ho Y, Huang G M, Li P 2011 *IEEE Trans. Circ. Syst. I.* **58** 724
- [7] Hu X F, Duan S K, Wang L D, Liao X F 2012 *Sci. China Inf. Sci.* **55** 461

- [8] Duan S K, Hu X F, Wang L D, Li C D, Mazumder P 2012 *Sci. China Inf. Sci.* **55** 1446
- [9] Zhou J, Huang D 2012 *Chin. Phys. B* **21** 048401
- [10] Bao B C, Hu F W, Liu Z, Xu J P 2014 *Chin. Phys. B* **23** 070503
- [11] Chua L 2011 *Appl. Phys. A* **102** 765
- [12] Jo S H, Chang T, Ebong I, Bhadviya B B, Mazumder P, Lu W 2010 *Nano Lett* **10** 1297
- [13] Shin S, Kim K, Kang S M 2013 *IEEE Trans. Circ. Syst. I.* **60** 1241
- [14] Wang X B, Chen Y R, Xi H W, Li H 2009 *IEEE Elec. Dev. Lett.* **30** 294
- [15] Kvatinsky S, Friedman E G, Kolodny A, Weiser U C 2013 *IEEE Trans. Circ. Syst. I.* **60** 211
- [16] Wang L D, Drakakis E, Duan S K, He P F 2012 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **22** 1250205
- [17] Budhathoki R K, Sah M P, Adhikari S P, Kim H, Chua L O 2013 *IEEE Trans. Circ. Syst. I.* **60** 2688
- [18] Yin W H, Wang L D, Duan S K 2013 *Appl. Mech. Mater.* **284** 2485
- [19] Dong Z K, Duan S K, Hu X F, Wang L D 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 128502 (in Chinese)[董哲康, 段书凯, 胡小方, 王丽丹 2014 物理学报 **63** 128502]
- [20] Budhathoki R K, Sah M P D, Yang C, Kim H, Chua L O 2014 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **24** 1430006
- [21] Cai W R, Tetzlaff R 2014 *2014 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)* Melbourne VIC, June 1259–1262, 2014
- [22] Yu D S, Iu H H C, Liang Y, Fernando T, Chua L O 2015 *IEEE Trans. Circ. Syst. I.* **62** 1607

# Research of coupling behavior based on series-parallel flux-controlled memristor\*

Wang Yan Yang Jiu Wang Li-Dan<sup>†</sup> Duan Shu-Kai

(School of Electronic and Information Engineering, Southwest University, Chongqing 400715, China)

( Received 24 July 2015; revised manuscript received 26 August 2015 )

## Abstract

Memristor is a nanoscale element with low power consumption and high integration, having great potential in applications. A single memristor has rich electrical properties, and its series-parallel circuit exhibits more abundant dynamic behaviors. However, memristors' coupled effects cannot be ignored in high-density integrated environment. Therefore, this paper first deduces the mathematical model of coupled memristor in detail based on the coupled flux controlled memristors. Second, considering the different polarity connection and coupling strength, we discuss the coupled condition of two flux-controlled memristors in series and parallel connections. Then the detailed theoretical analysis is illustrated, and the variation of memristance in terms of voltage, time and flux as well as the relations between voltage and currents are examined via numerical simulations to further explore the influence of coupled effects on the memristive system. At the same time, a graphical user interface of series-parallel coupled circuit based on Matlab is designed. Through this interface, we can adjust the initial value of memristor and coupling coefficient, select different connection modes, obtain corresponding connection diagram and output waveform which intuitively show the dynamic behavior of different parameters directly and provide experimental reference for further study of the circuit design. Furthermore, this paper shows the influence of initial value on the normal working range of memristors in the presence of coupling. From the table 1 it can be easily obtained that when the memristors are connected in the same direction, the range of memristance without coupling is greater than that with coupling. And the situation is opposite when the memristors are connected in different directions. Finally, the hysteresis curve with different coupling coefficients and the change of memristance with time are shown via building the Pspice simulator of coupled memristors, so the coupling effects of memristor is confirmed by circuit simulations. Experimental results reflect that the coupling with the same polarity enhances the change of resistance, and the coupling with different polarity with slow down it. Such dynamical properties can be well utilized in memristive networks and provide a strong theoretical basis for the comprehensive consideration of the design of memristive system.

**Keywords:** flux-controlled memristor, coupling effect, graphical user interface, Pspice

**PACS:** 73.40.Rw, 84.30.Bv, 84.32.-y, 85.35.-p

**DOI:** 10.7498/aps.64.237303

---

\* Project supported by the Program for New Century Excellent Talents in University of Ministry of Education of China (Grant No. [2013]47), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61372139, 61571372, 60972155), the "Spring Sunshine Plan" Research Project of Ministry of Education of China (Grant No. z2011148), the Technology Foundation for Selected Overseas Chinese Scholars, Ministry of Personnel in China (Grant No. [2012]186), the University Excellent Talents Supporting Foundation of Chongqing, China (Grant No. [2011]65), the University Key Teacher Supporting Foundation of Chongqing, China (Grant No. [2011]65), and the Fundamental Research Fund for the Central Universities, China (Grant Nos. XDJK2014A009, XDJK2013B011).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [ldwang@swu.edu.cn](mailto:ldwang@swu.edu.cn)