

倾斜波动壁面上液膜表面波演化特性的影响

吴正人 刘梅 刘秋升 宋朝匣 王思思

Influence of the inclined waving wall on the surface wave evolution of liquid film

Wu Zheng-Ren Liu Mei Liu Qiu-Sheng Song Zhao-Xia Wang Si-Si

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 244701 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.244701

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.244701>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I24>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

自驱动 Janus 微球近壁运动特性实验与数值模拟研究

Experiment and numerical study on the characteristics of self-propellant Janus microspheres near the wall

物理学报.2015, 64(13): 134705 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.134705>

随时间变化的非平整壁面对液膜表面波演化特性的影响

Influence of uneven wall changing over time on the characteristics of liquid surface wave evolution

物理学报.2015, 64(1): 014701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.014701>

非平整基底上受热液膜流动稳定性研究

Stability of heated liquid film on an uneven substrate

物理学报.2014, 63(15): 154702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.154702>

倾斜波动壁面上液膜表面波演化特性的影响*

吴正人^{1)†} 刘梅²⁾ 刘秋升¹⁾ 宋朝匣¹⁾ 王思思¹⁾

1)(华北电力大学能源动力与机械工程学院, 保定 071000)

2)(华北电力大学经济管理系, 保定 071000)

(2015年5月24日收到; 2015年8月14日收到修改稿)

对倾斜波动壁面上流体表面波的演化规律进行了研究. 考虑壁面形状为正弦波动壁面的情况, 分析液膜流动的线性稳定性, 并研究不同倾斜角度下扰动波波形随时间的演化情况及流经不同壁面形状时扰动波的波形变化. 对整体的波形结构分析可知, 随着时间的演化, 扰动波的演化过程呈现为更大波长的近周期变化规律, 与平板上的流动结构对比发现波动情况变得更加复杂; 当液膜流经波动壁面时, 扰动波在空间上不再呈现规律性变化, 且随着壁面倾斜角度的增加, 扰动波的振幅逐渐增加; 在相同的壁面倾角下, 波动壁面上的扰动波振幅大于平板壁面的扰动情况, 且波形扭曲程度更明显; 随着 Re 的增加, 扰动波振幅逐渐增加, 其对应波形的扭曲程度加深, 且随着壁面振幅的增加, 静态波振幅及扰动波振幅均随之增加, 对应的行进波周期不变. 最后, 分析了壁面倾斜角度对流动稳定性的影响.

关键词: 倾斜波动壁面, 表面波, 稳定性分析, 液膜流动

PACS: 47.15.gm, 47.63.mf, 47.11.St

DOI: 10.7498/aps.64.244701

1 引言

液膜流动是一种典型的交界面流动, 其流动特性比较复杂, 流动条件的不同会使得液膜的流动发生很大的变化. 因此对液膜的流动以及液膜流动的非线性方程求解, 研究其破断过程、机理、控制条件及影响因素具有重要的现实意义、理论意义和指导意义^[1-3].

目前, 关于液膜流动的数值研究以刚性平壁面下的流动为主, 而对于波动壁面或波纹壁面上液膜流动的研究较少. Mallard 和 Dalrymple^[4], Lee 等^[5]研究了波流经一个可变形的壁面, 发现波动壁面的出现在很大程度上影响了波的特性. Dawson^[6]考虑了土壤惯性, 分析了流经弹性河床的波的运动. Bauer^[7]考虑了在一个矩形槽中, 底部为一个柔性膜或为一个弹性薄板时, 得出了流固耦合系统的耦合频率. 随后 Bauer^[8]对部分充满液体的弹性矩形水槽的自然频率进行了预估. Chiba 等^[9]

对具有一个弹性膜底部的圆柱罐内的无黏性流体进行了水力弹性振动分析. Kumar 和 Matar^[10]建立了黏弹性固壁上液体薄膜演化的模型. 随后 Matar 等^[11]研究了下降液膜流过柔韧底层时的非线性稳定性和波动特性. 采用渐进方法推导了各种限制下的控制方程, 对于液膜厚度和壁面挠曲来说, 长波理论用于推导 Benney-like 耦合方程, K-S 方程适用于大的壁面阻尼或大的壁面张力限制, 下降的壁面阻尼或壁面张力可以促进扰动的发展, 而在强的非线性区域, 会导致严重的壁面变形. 上述大多数研究采用了波动固体薄膜模型, 李振等^[12]则考虑可以垂向变形的壁面, 忽略壁面切向的变形. 王松岭等^[13]研究了竖直壁面时壁面形状随时间变化的情况, 得出了不同参数变化对表面波演化特性的影响.

壁面的波动特性对液膜的动力学研究有重要意义. 本文将随时间变化的非平整壁面定义为波动壁面, 建立了波动壁面上液膜流动的物理模型,

* 国家自然科学基金(批准号: 11302076)和高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20110036110009)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zhengren_wu@163.com

从液膜流动的基本方程和边界条件出发, 采用小参数摄动法对控制方程和边界条件进行求解, 推导在波动壁面下液膜表面波满足的扰动方程, 基于导数展开法, 得出壁面结构波动与否对表面波的影响特性, 并分析结构参数等对表面波演化过程的影响.

2 模型的建立与求解

本文研究二维不可压缩、黏性流体在倾斜波动壁面上的流动. 如图1所示, x 轴沿波动壁面平衡位置处倾斜向下, z 轴与壁面方向垂直向上, θ 为倾斜壁面与水平壁面的夹角. 其中, $\eta(x, t)$ 表示波动壁面函数, $h(x, t)$ 表示自由表面演化函数.

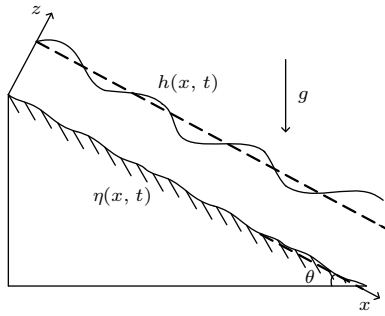


图1 波动壁上液膜流动示意图

Fig. 1. Schematic diagram of liquid film flow on the waving wall.

控制方程为

$$u_x + v_z = 0, \quad (1)$$

$$u_t + uu_x + vv_z = -\frac{p_x}{\rho} + \nu(u_{xx} + v_{zz}) + g \sin \theta, \quad (2)$$

$$v_t + uv_x + vv_z = -\frac{p_z}{\rho} + \nu(v_{xx} + v_{zz}) - g \cos \theta. \quad (3)$$

边界条件为

$$z = \eta(x, t), \quad \eta_t + u\eta_x = v, \quad (4)$$

$$u + v\eta_x = 0, \quad (5)$$

$$z = h(x, t), \quad p_g - p + 2\mu \frac{1 + h_x^2}{1 - h_x^2} v_z = \sigma \frac{h_{xx}}{(1 + h_x^2)^{3/2}}, \quad (6)$$

$$(u_z + v_x)(1 - h_x^2) + 4h_x v_z = 0, \quad (7)$$

$$h_t + uh_x = v. \quad (8)$$

引入下列无量纲变量: $x^* = x/L$, $z^* = z/h_0$, $t^* = UL^{-1}t$, $u^* = u/U$, $v^* = v/\varepsilon U$,

$p^* = (p - p_g)/(\rho gh_0 \sin \theta)$, $h^* = h/h_0$, $\eta^* = \eta/h_0$, $\varepsilon = h_0/L$. 其中, h_0 表示特征液膜厚度, L 表示壁面波动函数 $\eta(x, t)$ 沿 x 轴的特征长度, $U = gh_0^2 \sin \theta / (2\nu)$ 表示特征液膜速度.

采用如下方法对 u, v, p 和 h 进行展开:

$$f = f_0 + \varepsilon f_1 + \varepsilon^2 f_2 + \dots,$$

将其展开式代入控制方程和边界条件, 令小参量 ε 同次幂的系数相等, 得到波动壁上液膜流动表面波满足的零阶、一阶方程为

$$h_{0t} - \eta_t + \frac{2}{3}[(h_0 - \eta)^3]_x = 0, \quad (9)$$

$$h_{1t} + (h_0 - \eta)^2 h_{1x} + \frac{2}{3}\varepsilon^2 We \csc \theta [(h_0 - \eta)^3 h_{0xxx}]_x - \frac{2}{3} \cot \theta [(h_0 - \eta)^3 h_{0x}]_x + \frac{8}{105} Re [(h_0 - \eta)^7]_{xx} = 0, \quad (10)$$

其中 $Re = gh_0^3 \sin \theta / (2\nu^2)$, $We = \sigma / (\rho gh_0^2)$.

方程的定常解为 $\bar{h}(x)$

$$\bar{h}(x) = \bar{h}_0(x) + \varepsilon \bar{h}_1(x) + \dots, \quad (11)$$

其中 $\bar{h}_0 = 1 + \eta$, $\bar{h}_1 = \frac{2}{3} \cot \theta \eta_x - \frac{2}{3} \varepsilon^2 We \csc \theta \eta_{xxx}$.

自由表面可以表示为: $h = \bar{h} + \hat{h}$, \hat{h} 表示扰动解

$$\hat{h} = \hat{h}_0 + \varepsilon \hat{h}_1 + \dots, \quad (12)$$

则扰动方程为

$$\hat{h}_{0t} + \frac{2}{3}[(1 + \hat{h}_0)^3]_x = 0, \quad (13)$$

$$\hat{h}_{1t} + (1 + \hat{h}_0)^2 \left(-\frac{2}{3} \varepsilon^2 We \csc \theta \eta_{xxx} + \frac{2}{3} \cot \theta \eta_x + \hat{h}_1 \right)_x + \frac{2}{3} \varepsilon^2 We [(1 + \hat{h}_0)^3 h_{0xxx}]_x - \frac{2}{3} \cot \theta [(1 + \hat{h}_0)^3 h_{0x}]_x + \frac{8}{105} Re [(1 + \hat{h}_0)^7]_{xx} = 0. \quad (14)$$

引入一个表示弱非线性的小参数 ε_0 , 设

$$\hat{h}_m = \varepsilon_0 H^{(m,1)} + \varepsilon_0^2 H^{(m,2)} + \dots, \quad m = 0, 1, \dots. \quad (15)$$

基于导数展开法, 引入新的时间尺度:

$$t_0 = t, \quad t_1 = \varepsilon t, \quad t_2 = \varepsilon_0 t. \quad (16)$$

令含有 ε 和 ε_0 同次幂的系数相等, 可以得到关于 $H^{(m,n)}$ 的方程, 则有

$$\hat{h}_{0t} + 4\hat{h}_0 \hat{h}_{0\xi} + \varepsilon \left(\frac{5}{18} Re \hat{h}_{0\xi\xi} + \frac{2}{3} \varepsilon^2 We \csc \theta \hat{h}_{0\xi\xi\xi} \right)$$

$$-\frac{2}{3} \cot \theta \hat{h}_{0\xi\xi} = 0, \quad (17)$$

$$\hat{h}_1 = \frac{1}{3} \cot \theta (\eta \hat{h}_0)_\xi - \frac{1}{3} \{\varepsilon^2 We (\eta_{\xi\xi} \hat{h}_0)_\xi\}, \quad (18)$$

其中, $\xi \equiv x - 2t_0$. 根据(17)式, 利用傅里叶级数展开法, 忽略 a^4 及以上高阶项, 求得 $\hat{h}_0(\xi, t)$:

$$\begin{aligned} \hat{h}_0 = & a(e^{i\phi} + e^{-i\phi}) \\ & + a^2 \{c^{(2,2)} e^{2i\phi} + c^{(2,-2)} e^{-2i\phi}\} \\ & + a^3 \{c^{(3,3)} e^{3i\phi} + c^{(3,-3)} e^{-3i\phi}\}, \quad (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a = & \left[\frac{-k^2 \varepsilon \left\{ \left(\frac{5}{18} Re \right) - \frac{2}{3} (\varepsilon^2 We \csc \theta) k^2 - \frac{2}{3} \cot \theta \right\}}{4 \left\{ \varepsilon \left[\frac{5}{36} Re - \frac{7}{3} (\varepsilon^2 We \csc \theta) k^2 - \frac{1}{3} \cot \theta \right] \right\}^{-1}} \right]^{\frac{1}{2}}, \\ \varphi = & k\xi, \\ c^{(2,2)} = & -c^{(2,-2)} \\ = & i \left\{ k\varepsilon \left[\frac{5}{36} Re - \frac{7}{3} (\varepsilon^2 We \csc \theta) k^2 - \frac{1}{3} \cot \theta \right] \right\}^{-1}, \\ c^{(3,3)} = & c^{(3,-3)} \\ = & - \left\{ k^2 \varepsilon^2 \left[\frac{5}{36} Re - \frac{7}{3} (\varepsilon^2 We \csc \theta) k^2 - \frac{1}{3} \cot \theta \right] \right\}^{-1} \\ & \times \left[\frac{5}{36} Re - \frac{13}{3} (\varepsilon^2 We \csc \theta) k^2 - \frac{1}{3} \cot \theta \right]^{-1}, \end{aligned}$$

其中 a 和 φ 分别是振幅和相角. 而 \hat{h}_1 可以通过(18)式由得到的 \hat{h}_0 直接计算得出, 从而根据(12)式可得自由表面的扰动解 \hat{h} .

3 数值计算与分析

上文通过计算得出了液膜流经倾斜波动壁面时所形成的自由表面的扰动解 \hat{h} , 下面将针对不同倾角下扰动波波形进行深入研究. 取 $\varepsilon = 1/15$, $We = 582$, $t = n\pi$, $k = 0.64$. 当壁面形状为简谐波时, 设壁面函数为 $\eta(x, t) = A \sin(\omega x + mt)$.

3.1 不同倾角下波形随时间变化的演化情况

分别选取三种不同的倾角, $\theta = 6/18\pi$, $\theta = 7/18\pi$ 和 $\theta = 9/18\pi$, 研究波动壁面下扰动波的演化波形, 如图2所示. 由图2可知, 随着时间的演化, 从整体的波形分析发现扰动波的运动呈现更大

波长的近周期性变化, 波动情况相对复杂. 对比不同角度下的波形图可知, 随着倾斜角度的增加, 近周期性变化波形整体趋势不变, 但对应振幅明显增加.

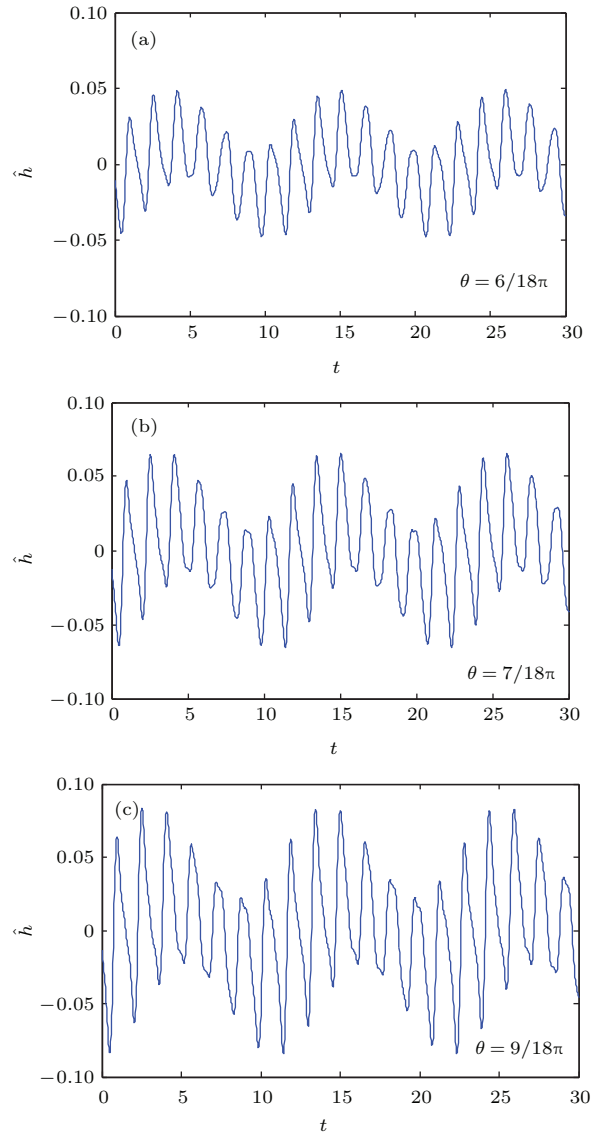


图2 相同位置下扰动波的演化波形

Fig. 2. The evolution of disturbed wave at the same position.

3.2 不同倾角下液膜流经不同壁面形状的表面波形

分别选取三种不同的倾角, $\theta = 6/18\pi$, $\theta = 7/18\pi$ 和 $\theta = 9/18\pi$, 研究不同倾角下流经不同壁面形状时扰动波的波形变化. 图3显示了 $Re = 5$ 时不同倾角下扰动波波形. 由图可知, 对比平板 $\eta = 0$ 的情形, 对于液膜流经波动壁面 $\eta(x, t) = 3 \sin(x + 0.5t)$ 时, \hat{h} 在空间上不再呈规律

性变化, 扰动波振幅也发生了变化, 不再保持不变. 对比不同倾角下的扰动波波形可知, 随着倾斜角度的增加, 扰动波的波形变化不大, 但扰动波振幅逐渐增加.

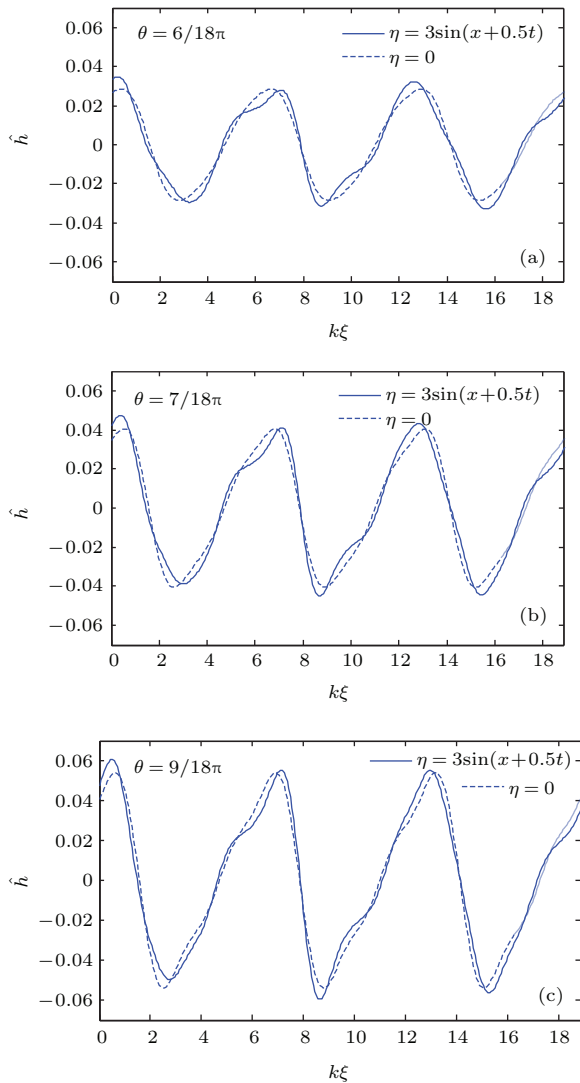


图3 不同角度下扰动波波形图 ($Re = 5$)

Fig. 3. Waveforms of disturbed wave at different angles ($Re = 5$).

3.3 相同壁面形状不同倾角下的表面波形

图4所示为不同壁面形状下不同倾角对应的扰动波波形图, 图4(a)显示壁面形状为平板时不同倾角对应的扰动波波形图. 由图可知, 随着倾角的增加, 扰动波振幅逐渐增加. 图4(b)显示壁面形状为波动壁面时不同倾角对应的扰动波波形图. 由图可知, 随着倾角的增加, 扰动波振幅同样逐渐增加与平板壁面一致, 然而, 对比两种壁面可知, 在倾

角相同的情况下, 波动壁面对应扰动波振幅对比平板壁面振幅更大, 且波形扭曲程度更大.

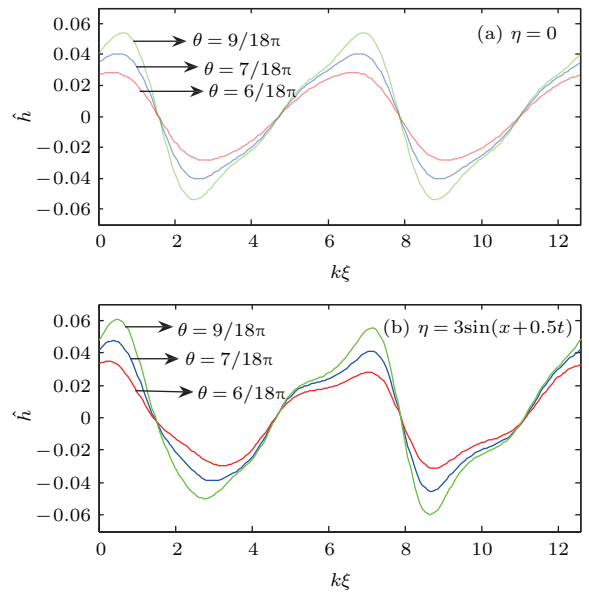


图4 不同倾角下的扰动波波形图 (a) 平板壁面; (b) 波动壁面

Fig. 4. Waveforms of disturbed wave at different inclined angles: (a) Flat plate wall; (b) waving wall.

3.4 不同倾角下各参数对表面波形的影响

图5所示为不同倾角下 Re 对扰动波形的影响. 图5(a)为当倾角 $\theta = 6/18\pi$ 时, 不同 Re 对应的扰动波波形. 由图可知, 随着 Re 的增加, 扰动波振幅逐渐增加, 其对应波形的扭曲程度加深. 图5(b)和图5(c)分别为当倾角 $\theta = 7/18\pi$, $\theta = 9/18\pi$ 时对应的扰动波波形, 且 Re 对扰动波的影响规律与 $\theta = 6/18\pi$ 时一致. 对比图5(a), (b), (c)可知, 当 $Re = 5$ 时, 随着倾角的增加, 扰动波振幅逐渐增加, 当 $Re = 10$ 时, 倾角的增加对扰动波振幅的影响不明显, 而 $Re = 15$ 时, 随着倾角的增加, 扰动波振幅逐渐减小, 且波形扭曲程度加深.

图6所示为 $Re = 5$ 时, 不同倾角下壁面振幅对扰动波波形的影响. 图6(a)—(c)分别为倾角 $\theta = 6/18\pi$, $\theta = 7/18\pi$, $\theta = 9/18\pi$ 时对应的扰动波波形. 由图可知, 随着壁面振幅的增加, 静态波振幅均增加且扰动波振幅随之增加, 对应行进波周期不变. 对比3个图可知, 当 $A = 1$ 时, 随着倾角的增加, 扰动波振幅逐渐增加; 当 $A = 3$ 时, 随着倾角的增加, 扰动波振幅基本不变; 当 $A = 5$ 时, 随着倾角的增加, 扰动波振幅逐渐增加.

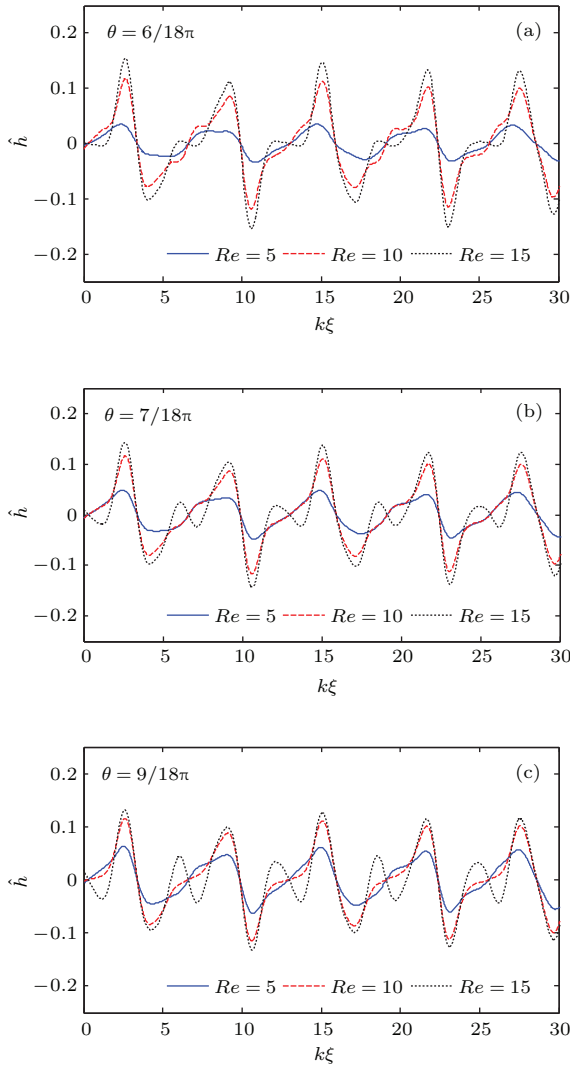


图5 (网刊彩色) 不同倾角下 Re 对扰动波波形的影响
 Fig. 5. (color online) The influence of Re on the waveform of disturbed wave at different inclined angles.

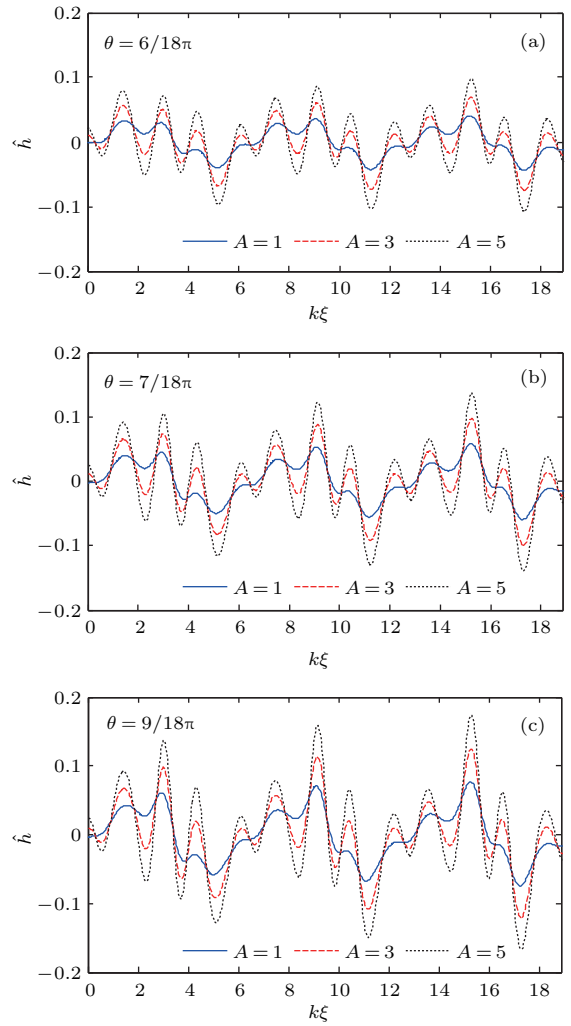


图6 (网刊彩色) 不同倾角下壁面振幅对扰动波波形的影响 ($Re = 5$)
 Fig. 6. (color online) The influence of wall amplitude on the waveform at different tilt angle ($Re = 5$).

3.5 稳定性分析

由于基本稳定流动的稳定区域划分取决于液膜振幅增长率 S_1 的正负, 在 $Re-\varepsilon k$ 平面中, 方程 $S_1(k, Re) = 0$ 给定了中性曲线, 其中 ε 为给定值. 图7所示为不同 θ 对线性稳定性的影响. 由图可知, 随着 θ 的增加线性稳定区域 ($S_1 < 0$) 逐渐增加.

图8所示为瞬时的液膜增长率. 由图可知, 随着 Re 的增加和 θ 的增加, 瞬时液膜增长率逐渐增加.

图9显示瞬时增长率的极大值随着 k 值的增加而增大. 由图可知, 随着 θ 的减小, 液膜的稳定性增加, 由此可知, θ 对液膜流动系统具有失稳作用.

当 $S_3 < 0$ 时会引起液膜流动系统变为不稳定, 通过设定 $S_1 = 0$ 和 $S_3 = 0$, 可以获得中性稳定曲线. 图10中标记为 $S_1 > 0, S_3 < 0$ 和 $S_1 > 0, S_3 > 0$ 的

区域分别对应超临界不稳定状态和超临界稳定状态. 由图可知, 随着 θ 的增加, 超临界稳定区域逐渐增加.

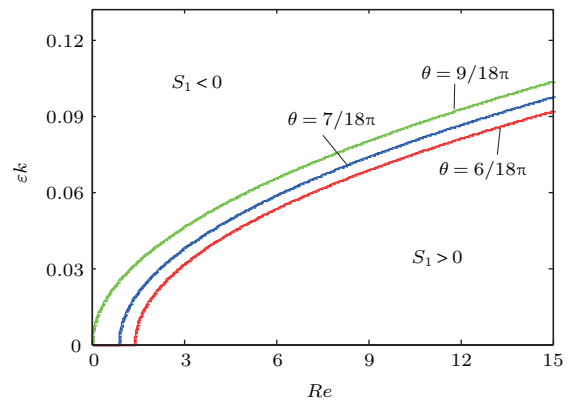


图7 (网刊彩色) 不同 θ 对应的中性稳定曲线
 Fig. 7. (color online) The neutral stability curves corresponding to different θ .

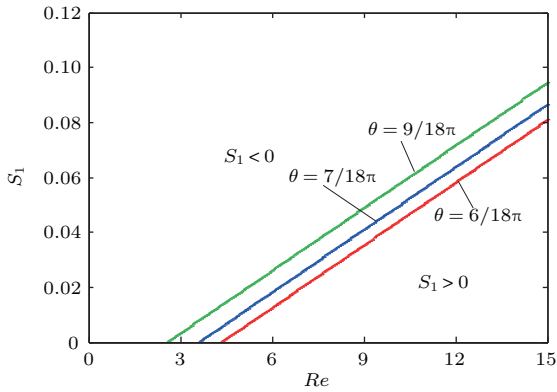


图8 (网刊彩色) 不同 θ 对应的振幅增长率 (横坐标为 Re 值)

Fig. 8. (color online) The amplitude growth rate corresponding to different θ (the abscissa are Re value).

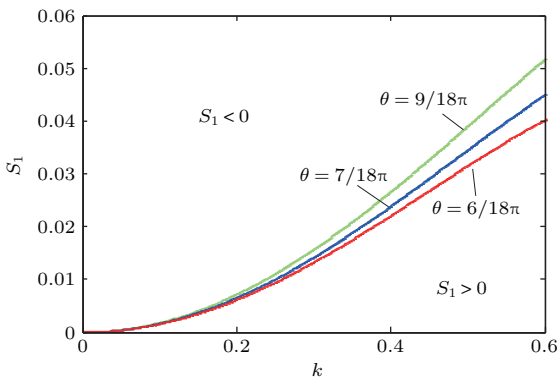


图9 (网刊彩色) 不同 θ 对应的振幅增长率 (横坐标为 k 值)

Fig. 9. (color online) The amplitude growth rate corresponding to different θ (the abscissa are k value).

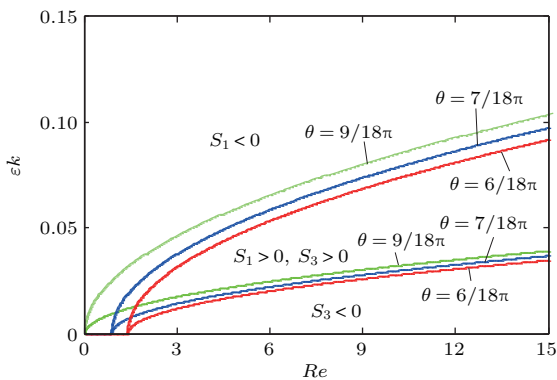


图10 (网刊彩色) 中性稳定曲线 ($S_1 < 0$, 线性稳定区域; $S_1 > 0$, 线性不稳定区域; $S_1 > 0, S_3 > 0$, 超临界稳定区域; $S_1 > 0, S_3 < 0$, 超临界不稳定区域)

Fig. 10. (color online) The neutral stability curves ($S_1 < 0$, linear stable region; $S_1 > 0$, linear instability region; $S_1 > 0, S_3 > 0$, supercritical stable region; $S_1 > 0, S_3 < 0$, supercritical instability region).

4 结 论

本文研究二维不可压缩、黏性流体在倾斜波动壁上表面波的演化特性. 考虑壁面形状为正弦波动壁面的情况, 研究了 Re 、壁面振幅、倾斜角度等因素对扰动波形演化情况的影响及稳定性分析. 主要得到以下结论: 对比不同倾斜角度下波形图可知, 随着倾斜角度的增加, 近周期变化波形整体趋势不变, 但对应振幅明显增加; 当液膜流经波动壁面时, 扰动波在空间上不再呈周期性变化, 扰动波振幅也发生了变化; 随着倾斜角度的增加, 扰动波的波形变化不大, 但扰动波振幅逐渐增加; 在倾角相同的情况下, 波动壁面对应扰动波振幅对比平板壁面振幅更大, 且波形扭曲程度更大; 随着 Re 的增加, 扰动波振幅逐渐增加, 其对应波形的扭曲程度加深; 随着壁面振幅的增加, 静态波振幅均增加且扰动波振幅随之增加, 对应行进波周期不变.

参考文献

- [1] Zhang X J, Huang Y, Guo Y B, Tian Y, Meng Y G 2013 *Chin. Phys. B* **22** 016202
- [2] Li C X, Chen P Q, Ye X M 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 224703 (in Chinese) [李春曦, 陈朋强, 叶学民 2014 物理学报 **63** 224703]
- [3] Sisoiev G M, Matar O K, Craster R V, Kumar S 2010 *Chem. Eng. Sci.* **65** 950
- [4] Mallard W W, Dalrymple R A 1977 *Offshore Technology Conference Houston, Texas, May 2-5, 1977* p141
- [5] Lee Y C, Thompson H M, Gaskell P H 2011 *Chem. Eng. Process.* **50** 525
- [6] Dawson T H 1978 *Ocean Engineer.* **5** 227
- [7] Bauer H F 1981 *Int. J. Solids Structures* **17** 639
- [8] Bauer H F 1993 *Forschung im Ingenieurwesen* **59** 8
- [9] Chiba M, Watanabe H, Bauer H F 2002 *J. Sound Vib.* **251** 717
- [10] Kumar S, Matar O K 2004 *J. Colloid Interface Sci.* **273** 581
- [11] Matar O K, Craster R V, Kumar S 2007 *Phys. Rev. E: Stat. Phys. Plasmas Fluids* **76** 056301
- [12] Li Z, Hu G H, Zhou J J, Zhou Z W 2011 *Chin. J. Theor. Appl. Mech.* **43** 699 (in Chinese) [李振, 胡国辉, 周继杰, 周哲玮 2011 力学学报 **43** 699]
- [13] Wang S L, Wu Z R, Liu M, Wang S S 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 014701 (in Chinese) [王松岭, 吴正人, 刘梅, 王思思 2015 物理学报 **64** 014701]

Influence of the inclined waving wall on the surface wave evolution of liquid film*

Wu Zheng-Ren^{1)†} Liu Mei²⁾ Liu Qiu-Sheng¹⁾ Song Zhao-Xia¹⁾ Wang Si-Si¹⁾

1) (School of Energy Power and Mechanical Engineering, North China Electric Power University, Baoding 071000, China)

2) (Department of Economic Management, North China Electric Power University, Baoding 071000, China)

(Received 24 May 2015; revised manuscript received 14 August 2015)

Abstract

In this paper, the evolution of the fluid surface wave on an inclined waving wall is investigated. The waving wall is assumed to have a sinusoidal fluctuating surface, and the linear stability of the liquid film flow is analyzed. In addition, the evolutions of the disturbance wave under different tilt angles, and the variations in this wave when passing through different wall shapes are studied. It can be observed that the time evolution of the disturbance wave appears to be a near periodic variation of a larger wavelength. Further, by comparing its flow structure with that for the flat plate wall, it is found that the wave conditions are more complex. When the fluid flows through the waving wall, the disturbance wave no longer displays a regular change in space, and its amplitude increases with the tilt angle of the wall increasing. For the same tilt angle, the amplitude of the disturbance wave in the waving wall is greater than that for the flat plate wall, and the distortions in waveform are more obvious. As Re increases, the amplitude of the disturbance wave increases gradually, and the distortion of the corresponding wave increases as well. Further, with the increase of wall surface amplitude, the amplitudes of the static and disturbance waves increase, whereas the corresponding traveling-wave period remains unchanged. Finally, the influence of the wall tilt angle on flow stability is analyzed.

Keywords: inclined waving wall, surface waves, stability analysis, liquid film flow

PACS: 47.15.gm, 47.63.mf, 47.11.St

DOI: [10.7498/aps.64.244701](https://doi.org/10.7498/aps.64.244701)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11302076) and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20110036110009).

† Corresponding author. E-mail: zhengren_wu@163.com