

磁电耦合超材料本构矩阵获取方法的研究

徐新河 刘鹰 甘月红 刘文苗

A method of retrieving the constitutive parameter matrix of magnetoelectric coupling metamaterial

Xu Xin-He Liu Ying Gan Yue-Hong Liu Wen-Miao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 044101 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.044101

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.044101>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I4>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于多导体传输线理论的差模激励新型线束串扰模型研究

New differential-mode-source cable bundle crosstalk model based on multiconductor transmission lines theory

物理学报.2015, 64(4): 044102 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.044102>

基于双三角形金属条的二维可衍生超材料性能分析

Performance analysis of double incidence derivative metamaterial based on double-triangular structure

物理学报.2015, 64(3): 034101 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.34101>

热防护层覆盖弹体目标雷达散射截面的修正的等效电流近似法和图形计算电磁学法分析

Modified equivalent current approximation and graphical electromagnetic computing method of analyzing radar cross section of missile target scatterer covered with thermal protection layer

物理学报.2014, 63(24): 244101 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.244101>

一种新型宽带定向性贴片天线设计

Design of a novel wideband directivity patch antenna

物理学报.2014, 63(24): 244102 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.244102>

同轴交错圆盘加载波导慢波结构高频特性的研究

Dispersion characteristics of the coaxial interlaced disk-loaded waveguide slow-wave structure

物理学报.2014, 63(22): 224101 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.224101>

磁电耦合超材料本构矩阵获取方法的研究*

徐新河[†] 刘鹰 甘月红 刘文苗

(南昌航空大学, 南昌 330063)

(2014年8月2日收到; 2014年9月28日收到修改稿)

单负(仅介电常数或仅磁导率小于零)超材料以及由导线-开口谐振环组成的双负超材料本构参数的提取通常采用传统的 S 参数方法. 由于磁电耦合超材料存在交叉极化现象, 仅用介电常数和磁导率两个本构参数无法准确描述其电磁特性. 传统的 S 参数提取方法一开始就假定超材料仅具有介电常数和磁导率两个本构参数, 所以采用该方法提取磁电耦合超材料本构参数存在明显局限性. 将磁电耦合超材料中的电元件和磁元件分别等效为面电流和面磁流, 通过推导平均电通密度和磁通密度与外加电磁场的相互关系, 从理论上获取了磁电耦合超材料 2×2 的本构参数矩阵, 确定了磁电耦合超材料这四个本构参数与磁元件的磁导率、电元件的介电常数、空间色散项和耦合系数之间的关系解析公式, 进而获得了折射率理论计算公式. 利用该折射率公式对折射率提取值进行了非线性拟合, 发现提取值和理论值之间的误差很小, 这个结果很好地验证了所给出的本构矩阵解析式和折射率公式的正确性. 根据拟合结果, 获得了磁电耦合超材料本构矩阵中四个电磁参数的频率响应曲线. 所提出的磁电耦合超材料本构矩阵参数获取方法将为研究磁电超材料中电元件和磁元件的耦合现象提供重要的理论参考.

关键词: 磁电耦合, 超材料, 本构矩阵, 非线性拟合

PACS: 41.20.Jb, 42.25.Bs, 41.20.-q

DOI: 10.7498/aps.64.044101

1 引言

电磁超材料(electromagnetic metamaterials)是通过在传统的媒质材料中嵌入某种几何结构单元, 构造出自然界媒质不具有的新型电磁特性的人工材料. “电磁超材料”术语的出现与“左手材料”媒质概念息息相关, 狭义的电磁超材料往往指的就是左手材料^[1]. 左手材料是一类在一定的频段范围内同时具有负介电常数和负磁导率的材料, 它对电磁波的传播形成负的折射率. 左手材料的基本物理机理是等效介质理论, 当构成左手材料的基本谐振单元(包括电谐振元件和磁谐振元件)相互间的距离相对于波长很小时, 大量的单元可以呈现整体的电磁效应, 在没有磁电耦合的情况下可以定义等效介电常数和等效磁导率来描述超材料的电

磁特性. 因此, 准确获取左手材料的本构参数就能够描述现有左手材料的电磁特性和评价左手材料性能的优劣, 这对于改进左手材料的单元结构、优化其电磁性能具有重要的意义^[2-6]. 目前, 散射参数(S 参数)提取超材料本构参数的方法因其计算简单以及可行性引起广泛关注和應用^[7-13]. S 参数方法是基于实验或者电磁仿真获得的散射参数来计算超材料的折射率 n 和归一化的波阻抗 z , 进而提取材料的等效介电常数($\epsilon_{\text{eff}} = n/z$)和等效磁导率($\mu_{\text{eff}} = nz$). 如果在左手材料中的电谐振元件和磁谐振元件没有交叉耦合或者耦合很小的情况下, S 参数方法提取超材料本构参数是非常有效的. 由于磁谐振超材料(负磁导率媒质)、电谐振超材料(负介电常数媒质)以及线-开口谐振环构成的负折射率材料中没有磁电耦合或者磁电耦合很弱, 因此本构参数的提取通常是采用 S 参数方法. 但

* 国家自然科学基金(批准号: 61271028)、航空科学基金(批准号: BA201304304)、江西省教育厅科学技术研究项目(批准号: GJJ14528)和江西省研究生创新专项资金(批准号: YC2013-S218)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: xuxinhe@163.com

是超材料中的电谐振元件和磁谐振元件往往会产生交叉耦合现象, 表现出双各向同性或双各向异性特性^[14], 此时仅使用等效介电常数和等效磁导率来描述这种磁电耦合(magnetoelectric coupling)超材料显然是不合适的, 必须引入本构矩阵或本构张量来表达磁电耦合超材料的电磁特性^[15]. 因此, 使用 S 参数方法获取磁电耦合超材料本构矩阵中的参数频率响应曲线无疑存在很大局限性.

本文以单沟道电-电感-电容(electric-inductive-capacitive, ELC)谐振器^[16]作为电谐振元件, 以双圆环开口谐振环(split ring resonator, SRR)^[17]作为磁谐振元件, 并将一个电谐振元件和一个磁谐振元件垂直放置在一起形成磁电耦合超材料单元模型. 以该单元模型作为研究对象, 从基本的电磁场理论出发, 将磁电超材料中磁谐振元件等效为面磁流, 将电谐振元件等效为面电流, 通过推导平均电通密度和磁通密度与外加电场和磁场之间的关系, 获取了磁电耦合超材料的本构矩阵元素数学表达式, 进而推导出了周期性磁电耦合超材料的折射率与其磁元件的磁导率、电元件的介电常数、耦合系数、空间色散项以及频率之间的函数关系. 利用这个函数关系对 S 参数提取的磁电耦合超材料折射率进行拟合, 求出相关的待定系数后, 获取磁电耦合超材料本构矩阵元素的频率响应曲线. 所获得的折射率的提取值和通过拟合得到的折射率的理论值误差很小, 这说明本文推导出的磁电耦合超材料本构矩阵表达式和折射率公式是完全正确的.

2 磁电耦合超材料本构矩阵和折射率

设磁电耦合超材料单元中的电谐振元件的介电常数为 ε , 磁谐振元件的磁导率为 μ , 根据无源麦克斯韦旋度方程, 电场强度 $\mathbf{E}$ 和磁场强度 $\mathbf{H}$ 满足

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\varepsilon\mathbf{E}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}, \quad (2)$$

其中 ω 是角频率. (1)和(2)式中介电常数和磁导率可表达为^[10]

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left(\varepsilon_b - \frac{f_{pe}^2}{f^2 - f_{0e}^2 + j\gamma_e f} \right), \quad (3)$$

$$\mu = \mu_0 \left(\mu_b - \frac{f_{pm}^2}{f^2 - f_{0m}^2 + j\gamma_m f} \right), \quad (4)$$

其中, ε_0 和 μ_0 分别是空气介电常数和磁导率. (3)式中的参数 ε_b , f_{pe} , f_{0e} , γ_e 与电元件的结构和导体材料有关, (4)式中的参数 μ_b , f_{pm} , f_{0m} 和 γ_m 与磁元件的结构和导体材料有关. 将(1)和(2)式的右边分别等效为体电流密度 $\mathbf{J}$ 和体磁流密度 $\mathbf{M}$, 即

$$\mathbf{J} = j\omega\varepsilon\mathbf{E}, \quad (5)$$

$$\mathbf{M} = j\omega\mu\mathbf{H}. \quad (6)$$

从(5)和(6)式可以看出, 电流与磁电超材料单元中的电元件介电常数相关联, 磁流与磁电超材料单元中的磁元件磁导率相关联. 如果图1所示的磁电耦合超材料板的厚度 h 较小, 那么磁电超材料板内的电流和磁流可以近似认为是在一个平面上流动. 根据(5)和(6)式, 其面电流密度 $\mathbf{J}_s$ 和面磁流密度 $\mathbf{M}_s$ 分别为

$$\mathbf{J}_s = h\mathbf{J} = j\omega\varepsilon h\mathbf{E}, \quad (7)$$

$$\mathbf{M}_s = h\mathbf{M} = j\omega\mu h\mathbf{H}, \quad (8)$$

(7)和(8)式的标量形式为

$$J_s = j\omega\varepsilon hE, \quad (9)$$

$$M_s = j\omega\mu hH. \quad (10)$$

利用(7)和(8)式, (1)和(2)式可以写为

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_s/h, \quad (11)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mathbf{M}_s/h. \quad (12)$$

从(11)和(12)式可以得出, 如果电场矢量和磁场矢量分别为 x 方向和 y 方向的平面波, 则面电流和面磁流幅度分别与磁场强度和电场强度幅度成正比, 且比例系数相差一个负号. 受此启发, 可以设定

$$E = j\alpha M_s, \quad (13)$$

$$H = -j\alpha J_s. \quad (14)$$

将(13)和(14)式中的比例系数 α 称之为耦合系数. 如图1所示, 考虑到磁电耦合超材料单元所受的外加电场矢量方向为 $+x$ 方向, 外加磁场矢量方向为 $+y$ 方向, 设 E_0 和 H_0 分别为电场强度和磁场强度的幅度, 此时的电场是外加电场与面磁流产生的电场之和, 磁场是外加磁场与面电流产生的磁场之和, 即

$$E = E_0 + j\alpha M_s, \quad (15)$$

$$H = H_0 - j\alpha J_s. \quad (16)$$

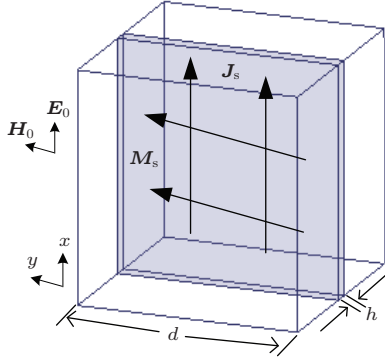


图1 电磁耦合超材料等效物理模型

利用(9)和(10)式, (15)和(16)式可以写成

$$E = E_0 - \alpha\omega\mu h H, \quad (17)$$

$$H = H_0 + \alpha\omega\varepsilon h E. \quad (18)$$

求解(17)和(18)式中的电场强度 E 和磁场强度 H 可以得到

$$E = \frac{E_0}{1 + \alpha^2\omega^2\varepsilon\mu h^2} - \frac{\alpha\omega\mu h H_0}{1 + \alpha^2\omega^2\varepsilon\mu h^2}, \quad (19)$$

$$H = \frac{\alpha\omega\varepsilon h E_0}{1 + \alpha^2\omega^2\varepsilon\mu h^2} + \frac{H_0}{1 + \alpha^2\omega^2\varepsilon\mu h^2}. \quad (20)$$

在图1中, 一个磁电耦合超材料单元中的空气长度为 $d - h$, 等效面电流和面磁流介质板的厚度为 h , 在谐振时 $\varepsilon \gg \varepsilon_0$, $\mu \gg \mu_0$, 一个单元的平均介电常数 ε_{av} 和平均磁导率 μ_{av} 分别为

$$\varepsilon_{av} = \frac{\varepsilon_0(d - h) + \varepsilon h}{d} \approx \frac{\varepsilon h}{d}, \quad (21)$$

$$\mu_{av} = \frac{\mu_0(d - h) + \mu h}{d} \approx \frac{\mu h}{d}. \quad (22)$$

在(19)和(20)式两边分别乘以 ε_{av} 和 μ_{av} , 并利用(21)和(22)式可以得到

$$\langle D \rangle = \frac{\varepsilon_{av}}{1 + \alpha^2\omega^2 d^2 \varepsilon_{av} \mu_{av}} E_0 - \frac{\alpha \varepsilon_{av} \mu_{av} \omega d}{1 + \alpha^2\omega^2 d^2 \varepsilon_{av} \mu_{av}} H_0, \quad (23)$$

$$\langle B \rangle = \frac{\alpha \omega d \varepsilon_{av} \mu_{av}}{1 + \alpha^2\omega^2 d^2 \varepsilon_{av} \mu_{av}} E_0 + \frac{\mu_{av}}{1 + \alpha^2\omega^2 d^2 \varepsilon_{av} \mu_{av}} H_0. \quad (24)$$

(23)式中的平均电通密度 $\langle D \rangle = \varepsilon_{av} E$, (24)式中的平均磁通密度 $\langle B \rangle = \mu_{av} H$. 根据(23)和(24)式, 可以获得平均电通密度、平均磁通密度与外加电场强度、外加磁场强度关系的矩阵形式:

$$\begin{pmatrix} \langle D \rangle \\ \langle B \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{eff} & \xi_{eff} \\ \zeta_{eff} & \mu_{eff} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_0 \\ H_0 \end{pmatrix}, \quad (25)$$

(25)式中的本构矩阵^[18]元素 ε_{eff} , ξ_{eff} , ζ_{eff} , μ_{eff} 分别为

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\varepsilon_{av}}{1 + \alpha^2\omega^2 d^2 \varepsilon_{av} \mu_{av}}, \quad (26)$$

$$\xi_{eff} = -\frac{\alpha \varepsilon_{av} \mu_{av} \omega d}{1 + \alpha^2\omega^2 d^2 \varepsilon_{av} \mu_{av}}, \quad (27)$$

$$\zeta_{eff} = \frac{\alpha \omega d \varepsilon_{av} \mu_{av}}{1 + \alpha^2\omega^2 d^2 \varepsilon_{av} \mu_{av}}, \quad (28)$$

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_{av}}{1 + \alpha^2\omega^2 d^2 \varepsilon_{av} \mu_{av}}. \quad (29)$$

磁电耦合超材料本构方程为

$$\begin{pmatrix} D \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{eff} & \xi_{eff} \\ \zeta_{eff} & \mu_{eff} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix}. \quad (30)$$

(30)式表明超材料在电场作用下既发生极化又发生磁化, 同样地, 在磁场作用下也既发生磁化又发生极化, 即电场和磁场间发生交叉耦合. 这种磁电耦合超材料表现双各向同性媒质特性, 因此必须要用 ε_{eff} , ξ_{eff} , ζ_{eff} , μ_{eff} 四个参数才能完整地描述这种磁电耦合超材料的电磁特性. 设电场强度沿 x 方向, 磁场强度沿 y 方向, 即

$$\mathbf{E} = E \mathbf{e}_x, \quad (31)$$

$$\mathbf{H} = H \mathbf{e}_y. \quad (32)$$

(30)式标量本构方程写成矢量和并矢的形式为

$$\begin{pmatrix} D \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{eff} \mathbf{e}_x \mathbf{e}_x & \xi_{eff} \mathbf{e}_x \mathbf{e}_y \\ \zeta_{eff} \mathbf{e}_y \mathbf{e}_x & \mu_{eff} \mathbf{e}_y \mathbf{e}_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E \mathbf{e}_x \\ H \mathbf{e}_y \end{pmatrix}, \quad (33)$$

也就是

$$\mathbf{D} = (\varepsilon_{eff} E + \xi_{eff} H) \mathbf{e}_x, \quad (34)$$

$$\mathbf{B} = (\zeta_{eff} E + \mu_{eff} H) \mathbf{e}_y. \quad (35)$$

麦克斯韦旋度方程的复向量形式为

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \mathbf{D}, \quad (36)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B}. \quad (37)$$

设电场和磁场为 $+z$ 方向传播的平面波即 $\mathbf{E} = E e^{-jkz} \mathbf{e}_x$, $\mathbf{H} = H e^{-jkz} \mathbf{e}_y$, k 为磁电耦合超材料的传播常数. 将(34)和(35)式分别代入(36)和(37)式可得到

$$\begin{aligned} & -jEk e^{-jkz} \mathbf{e}_y \\ & = j\omega (\zeta_{eff} E + \mu_{eff} H) e^{-jkz} \mathbf{e}_y, \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} & jHk e^{-jkz} \mathbf{e}_x \\ & = j\omega (\varepsilon_{eff} E + \xi_{eff} H) e^{-jkz} \mathbf{e}_x. \end{aligned} \quad (39)$$

(38) 和 (39) 式分别点乘单位矢量 $\mathbf{e}_y$ 和 $\mathbf{e}_x$, 可以得到两个标量方程, 再消去标量方程中的电场幅度 E 可以得到

$$k = \omega \sqrt{\frac{\varepsilon_{av}\mu_{av}}{1 + \alpha^2 \varepsilon_{av}\mu_{av}\omega^2 d^2}}. \quad (40)$$

根据 $k = nk_0$, 其中 $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ 是空气的波数, 由 (40) 式可以得到介质的折射率

$$n = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \sqrt{\frac{\varepsilon_{av}\mu_{av}}{1 + \alpha^2 \varepsilon_{av}\mu_{av}\omega^2 d^2}}. \quad (41)$$

磁电耦合超材料是以 d 为周期在空间排列单元而形成的, 利用 (41) 式, 周期性磁电耦合超材料的色散关系为^[10]

$$\sin\left(\frac{\beta d}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \sqrt{\frac{\varepsilon_{av}\mu_{av}}{1 + \alpha^2 \varepsilon_{av}\mu_{av}\omega^2 d^2}} \times \left(\frac{k_0 d}{2}\right), \quad (42)$$

其中, β 是周期性磁电耦合超材料的传播常数. 设 n_{eff} 为周期性磁电耦合超材料的折射率, 根据 $\beta = k_0 n_{\text{eff}}$, 利用 (42) 式解出 n_{eff} , 可得

$$n_{\text{eff}} = \frac{2}{k_0 d} \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \sqrt{\frac{\varepsilon_{av}\mu_{av}}{1 + \alpha^2 \varepsilon_{av}\mu_{av}\omega^2 d^2}} \times \left(\frac{k_0 d}{2}\right)\right). \quad (43)$$

从 (21), (22) 和 (43) 式可以看出, 由介电常数为 ε 的电元件和磁导率为 μ 的磁元件构成的周期性磁电耦合超材料, 其材料的折射率 n_{eff} 与介电常数 ε 、磁导率 μ 、耦合系数 α 、空间色散 (spatial dispersion) 项 $k_0 d$ 之间存在着复杂的函数关系. 而这种复杂的数学关系将为人们分析磁电耦合超材料的负折射率特性等方面提供重要的理论依据.

传统的电磁理论认为, 材料的折射率是材料的有效磁导率与有效介电常数积的开方, 即 $n = \sqrt{\mu_{\text{eff}}\varepsilon_{\text{eff}}}$, 但此公式不适合描述磁电耦合超材料折射特性. 从以上的分析可知主要原因为: 1) 磁电耦合超材料的电磁特性不仅由有效介电常数和有效磁导率决定, 还与交叉耦合参数 ξ_{eff} 和 ζ_{eff} 有关, 或者说还与耦合系数 α 有关; 2) 空间的周期性决定了磁电超材料的折射率必定包含空间色散 (spatial dispersion) 项即 $k_0 d$.

3 磁电耦合超材料的折射率的提取与拟合

为了验证 (43) 式的正确性, 我们选取如图 2(a)

所示双圆环 SRR 作为磁谐振元件, 其结构参数 $r_1 = 0.65$ mm, $r_2 = 0.85$ mm, $r_3 = 0.9$ mm, $r_4 = 1.1$ mm, $g = 0.5$ mm; 选取图 2(b) 所示的单沟道 ELC 谐振器作为电谐振元件, 其结构参数 $a = 0.2$ mm, $b = 2.2$ mm, $c = 0.4$ mm, $p = 0.02$ mm, $e = 0.19$ mm, e 是电元件和磁元件之间的距离 (见三维图 2(c)); 图 2(c) 中的电元件和磁元件所在的面相互垂直, 电元件和磁元件的导体材料均为铜, 其厚度为 0.017 mm; 图 2(d) 是采用高频结构仿真器 (high frequency structure simulator, HFSS) 获得的一个磁电耦合超材料单元仿真图, 单元的周期 $d = 3$ mm, 波的极化和传播方向如图 2(d) 所示. 利用高频电磁仿真软件 HFSS 13 对电元件和磁元件构成的磁电耦合超材料进行了仿真, 根据文献 [2, 5] 的 S 参数算法提取了磁电耦合超材料的折射率, 图 3 中红色和黑色实线分别是折射率提取值的实部和虚部随频率的变化曲线. 从图 3 可以发现, 磁电耦合超材料折射率实部的提取值在 15.8—16.3 GHz 频率范围内小于零, 因此磁电耦合超材料在该频率范围是一种左手材料.

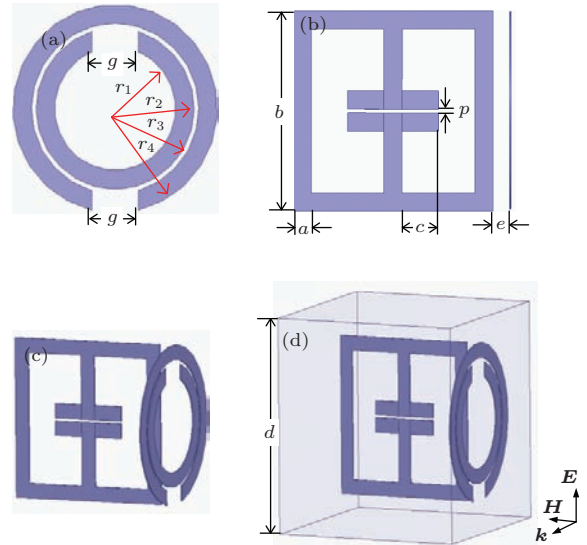


图 2 磁电耦合超材料单元示意图 (a) 磁元件; (b) 电元件; (c) 电元件和磁元件的组合; (d) 一个磁电耦合超材料单元的 HFSS 仿真图

依据 (43) 式, 利用非线性拟合技术对折射率提取值的实部 (图 3 中的红色实线) 进行拟合, 确定了 (3), (4), (21), (22), (43) 式中 ε_b , f_{pe} , f_{0e} , γ_e , μ_b , f_{pm} , f_{0m} , γ_m , h 和 α 等参数数值, 如表 1 所列. 利用表 1 中的参数, 根据折射率计算的理论 (43) 式, 可以绘制出磁电超材料折射率实部和虚部与频率关系的理论曲线, 分别如图 3 蓝色和黄色虚线所示.

表1 (2), (3), (21), (22) 和 (43) 式的参数数值

ε_b	f_{pe}/GHz	f_{0e}/GHz	μ_b	f_{pm}/GHz	f_{0m}/GHz	γ_e/GHz	γ_m/GHz	α	l/mm
4.13	6.31	15.94	1.24	5.43	15.67	0.0322	0.0465	0.4869	1.8

从图3可以看出, 无论是折射率实部还是虚部, 理论曲线与基于仿真实验数据的提取值曲线符合非常好, 这说明本文推导的本构矩阵参数公式(26)—(29)和折射率公式(43)是能够正确描述磁电耦合超材料的电磁特性.

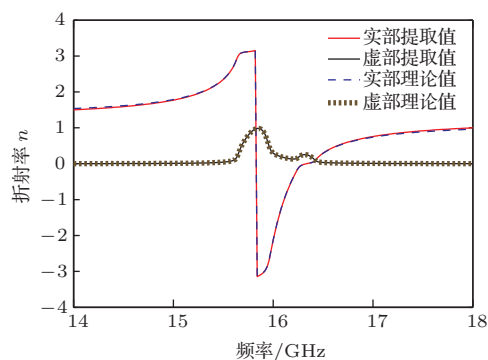
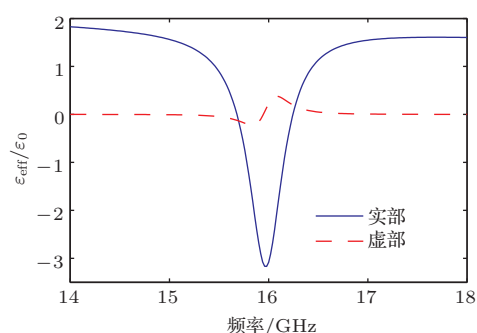
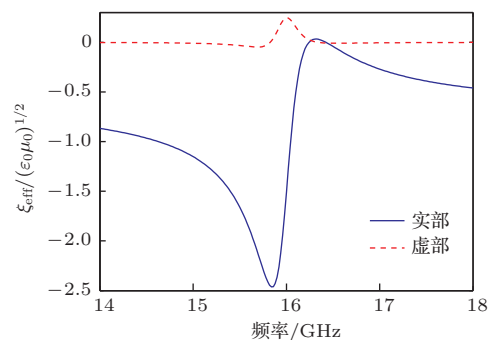
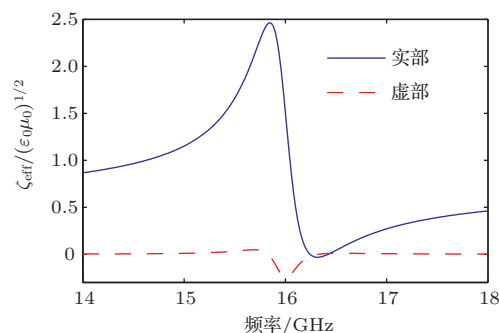


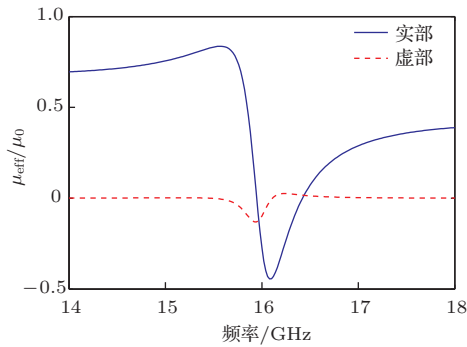
图3 磁电超材料折射率理论值和提取值曲线

4 本构矩阵元素与频率响应曲线的获取

将表1所列的参数数值分别代入(26)—(29)式, 可以绘出电磁耦合超材料的本构矩阵中的四个物理量 ε_{eff} , ξ_{eff} , ζ_{eff} , μ_{eff} 与工作频率的关系曲线. 本文将电磁耦合超材料的本构矩阵获取方法称为拟合提取方法. 为了直观反映曲线含义, 本文将这四个物理量分别除以四个常数 ε_0 , $\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$, $\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$, μ_0 后作为纵坐标, 如图4—图7所示. 从图4—图7可以发现, 四个本构参数有一个共同特性, 就是虚部随频率变化的幅度相对实部变化幅度很小. 仅由ELC谐振器组成的单负超材料介电常数 ε_{eff} 的虚部随频率变化的幅度与实部变化幅度相当, 同样地, 对于仅由SRR组成的单负超材料磁导率 μ_{eff} 的虚部随频率变化的幅度与实部变化幅度也几乎相当[2,7,11]. 这一点与图4—图7相差很大, 原因主要在于ELC谐振器和SRR之间存在较强的磁电耦合. 从(26)—(29)式可以得到, 如果磁电耦合很弱或者没有耦合(即耦合系数 $\alpha \rightarrow 0$), 由ELC谐振器和SRR组成的负折射率

材料本构参数 ξ_{eff} 和 ζ_{eff} 为零, 负折射率材料的有效介电常数 ε_{eff} 和有效磁导率 μ_{eff} 分别由ELC谐振器的平均介电常数和SRR的平均磁导率决定, 即 $\varepsilon_{\text{eff}} = \varepsilon_{\text{av}}$, $\mu_{\text{eff}} = \mu_{\text{av}}$. 这能够解释在没有耦合的情况下, ε_{eff} 和 μ_{eff} 的实部和虚部变化幅度相当这一超材料电磁现象[2,11]. 此时, 折射率(41)式简化为 $n = \sqrt{\varepsilon_{\text{av}}\mu_{\text{av}}}/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = \sqrt{\varepsilon_{\text{eff}}\mu_{\text{eff}}}/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$. 这正是简单媒质的折射率定义.

图4 $\varepsilon_{\text{eff}}/\varepsilon_0$ 的频率响应图5 $\xi_{\text{eff}}/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ 的频率响应图6 $\zeta_{\text{eff}}/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ 的频率响应

图7 μ_{eff}/μ_0 的频率响应

本文提出的拟合提取方法相比 S 参数方法而言, 具有以下特点: 1) 使用拟合提取方法, 首先要有本构矩阵元素和折射率的理论公式, 而 S 参数方法则不需要; 2) 使用拟合提取方法, 需要使用非线性拟合技术, 而 S 参数方法则不需要; 3) 使用拟合提取方法, 必须通过 S 参数方法提取磁电耦合超材料的折射率, 而 S 参数方法除了要提取折射率外, 还要提取媒质的归一化的本征阻抗. 从以上分析可知, 拟合提取方法比 S 参数方法要复杂得多. 这主要是因为拟合提取方法要获取磁电耦合超材料的四个本构参数, 而 S 参数方法仅获取无磁电耦合超材料的两个本构参数, 也就是说这两种方法针对的超材料复杂程度是不同的.

5 结 论

由电谐振元件和磁谐振元件在空间排列形成的超材料(左手材料), 由于电谐振元件和磁谐振元件之间的交叉耦合(或者说电场和磁场之间的交叉耦合), 这种磁电耦合超材料表现为双各向同性特性. 因此除了有效介电常数和有效磁导率两个本构参数外, 还需要反映磁电耦合的两个有效本构参数 ξ_{eff} 和 ζ_{eff} 才能完整地描述磁电耦合超材料的电磁特性. S 参数方法是最常用的超材料本构参数提取方法, 这种方法只能提取介质的有效介电常数和有效磁导率两个本构参数, 换言之, 这种方法只能提取没有磁电耦合的超材料本构参数. 故将 S 参数方法用在磁电耦合超材料本构矩阵参数的提取上显然是不合适的. 本文通过推导平均电通密度和磁通

密度与外加电磁场之间的关系, 获取了磁电耦合超材料本构矩阵中四个等效电磁参数理论表达式; 利用非线性拟合技术, 提出了磁电耦合超材料四个本构参数的获取方法即拟合提取方法, 得到了这四个参数的频率响应曲线. 这对于分析和理解磁电耦合超材料电磁特性具有重要作用. 另外, 磁电耦合超材料折射率理论值曲线与基于仿真实验数据的提取值曲线之间误差很小, 这验证了文中推导的折射率和本构矩阵参数理论公式的正确性.

参考文献

- [1] Veselago V G 1968 *Soviet Physics Uspekhi* **10** 509
- [2] Smith D R, Schultz S 2002 *Phys. Rev. B* **65** 195104
- [3] Smith D R, Pendry J B 2006 *J. Opt. Soc. Am. B* **23** 391
- [4] Smith D R, Vier D C, Koschny T, Soukoulis C M 2005 *Phys. Rev. E* **71** 036617
- [5] Gong J Q, Liang C H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 059204 (in Chinese) [龚建强, 梁昌洪 2011 物理学报 **60** 059204]
- [6] Chen X, Grzegorzczak T M, Wu B I, Pacheco Jr J, Kong J A 2004 *Phys. Rev. E* **70** 016608
- [7] Xu H X, Wang G M, Wang J F, Yang Z M 2012 *Chin. Phys. B* **21** 124101
- [8] He X J, Wang Y, Mei J S, Gui T L, Yin J H 2012 *Chin. Phys. B* **21** 044101
- [9] Xiong H, Hong J S, Jin D L 2013 *Chin. Phys. B* **22** 014101
- [10] Smith D R 2010 *Phys. Rev. E* **81** 036605
- [11] Xu X H, Wu X, Xiao S Q, Gan Y H, Wang B Z 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 084101 (in Chinese) [徐新河, 吴夏, 肖绍球, 甘月红, 王秉中 2013 物理学报 **62** 084101]
- [12] Liu R P, Cui T J, Huang D, Zhao B, Smith D R 2007 *Phys. Rev. E* **76** 026606
- [13] Xu X H, Xiao S Q, Gan Y H, Wang B Z 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 104101 (in Chinese) [徐新河, 肖绍球, 甘月红, 王秉中 2013 物理学报 **62** 104101]
- [14] Marque's R, Medina F, Rafii-El-Idrissi R 2002 *Phys. Rev. E* **65** 144440
- [15] Zhang K Q, Li D J 2007 *Electromagnetic Theory for Microwave and Optoelectronics* (2nd Ed.) (New York: Berlin Heidelberg) p11
- [16] Schurig D, Mock J J, Smith D R 2006 *Appl. Phys. Lett.* **88** 041109
- [17] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J, Stewart W J 1999 *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **47** 2075
- [18] Sihvola A H 1992 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **40** 188

A method of retrieving the constitutive parameter matrix of magnetoelectric coupling metamaterial^{*}

Xu Xin-He[†] Liu Ying Gan Yue-Hong Liu Wen-Miao

(Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China)

(Received 2 August 2014; revised manuscript received 28 September 2014)

Abstract

The constitutive parameters of single negative (only electric permittivity or only permeability less than zero) metamaterials and wires-split ring resonator metamaterials can usually be retrieved by the S parameter method. Due to the cross polarization phenomenon in magnetoelectric coupling metamaterial, only two constitutive parameters of permittivity and permeability cannot accurately describe the electromagnetic characteristics of the magnetoelectric coupling metamaterial. The traditional S parameter retrieval method starts with the assumption that the metamaterial has only two constitutive parameters of permittivity and permeability, so the method to retrieve the constitutive parameters of magnetoelectric coupling metamaterials is obviously restricted. In this paper, the electric component and magnetic component in a magnetoelectric coupling metamaterial cell are treated as being equivalent to the surface current and surface magnetic flow, respectively. By deriving the relationship of the average electric flux density and the average magnetic flux density to the external electromagnetic field, we obtain a constitutive parameters matrix (2×2) of the magnetoelectric coupling metamaterial, and find analytical formulas for the relationship between these four constitutive parameters of the magnetoelectric coupling metamaterial and the parameters such as the permittivity of the electric component, permeability of magnetic element, spatial dispersion, and coupling coefficient, and then deduce the refractive index formula. We use the refractive index formula to nonlinearly fit retrieval refractive index curves, and find very good agreement between the refractive index values theoretically predicted by analytical formulas and those obtained from numerical retrievals based on full-wave simulations, thereby verifying the proposed constitutive matrix analytic formula and the refractive index expression. According to the fitting results, we obtain the frequency response curves of the four electromagnetic parameters in constitutive matrix. The proposed method of retrieving the constitutive matrix parameters will provide an important theoretical reference for the researchers engaged in analyzing and studying the coupling phenomenon between electric component and magnetic component in a magnetoelectric metamaterial cell.

Keywords: magnetoelectric coupling, metamaterials, constitutive matrix, nonlinearly fitting

PACS: 41.20.Jb, 42.25.Bs, 41.20.-q

DOI: 10.7498/aps.64.044101

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61271028), the Aeronautical Science Foundation of China (Grant No. BA201304304), the Science and Technology Research Projects of Education Department of Jiangxi Province, China (Grant No. GJJ14528), and the Graduate Innovation Foundation for Jiangxi Province, China (Grant No. YC2013-S218).

[†] Corresponding author. E-mail: xuxinhe@163.com