

垂直振动激励下颗粒材料有效质量和耗散功率的研究

余田 张国华 孙其诚 赵雪丹 马文波

Dynamic effective mass and power dissipation of the granular material under vertical vibration

Yu Tian Zhang Guo-Hua Sun Qi-Cheng Zhao Xue-Dan Ma Wen-Bo

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 044501 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.044501

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.044501>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I4>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

孤立波在一维复合颗粒链中传播特性的模拟研究

Simulation study on the propagation of solitary waves in a one-dimensional composite granular chain

物理学报.2014, 63(15): 154502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.154502>

粮仓内颗粒压力的测量: Janssen 行为及其偏差

Measurements of granular pressure in silo: Janssen behaviour and deviation

物理学报.2014, 63(10): 104503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.104503>

垂直振动床中的能量传递与耗散

Energy transfer and dissipation in vibrational granular bed

物理学报.2014, 63(4): 044502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.044502>

颗粒介质尺度效应的抗剪试验及物理机理分析

Shear test and physical mechanism analysis on size effect of granular media

物理学报.2014, 63(3): 034502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.034502>

竖直振动管中颗粒的上升运动

The rising motion of grains in a vibrating pipe

物理学报.2014, 63(1): 014501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.014501>

# 垂直振动激励下颗粒材料有效质量和耗散功率的研究\*

余田<sup>1)</sup> 张国华<sup>1)†</sup> 孙其诚<sup>2)</sup> 赵雪丹<sup>1)</sup> 马文波<sup>1)</sup>

1)(北京科技大学物理系, 北京 100083)

2)(清华大学, 水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084)

(2014年6月25日收到; 2014年8月20日收到修改稿)

研究了垂直振动激发下钨颗粒的动态有效质量  $\tilde{M}(\omega)$  和耗散功率  $p(\omega)$  随频率  $\omega$  的依赖关系. 实验发现, 在给定的振动幅度下, 自由表面样品有效质量的实数部分  $M_1(\omega)$ 、虚数部分  $M_2(\omega)$  以及耗散功率  $p(\omega)$  随频率的变化曲线均出现一个尖锐的共振峰. 随着在颗粒上表面施加压强的增大,  $M_1(\omega)$ ,  $M_2(\omega)$  和耗散功率  $p(\omega)$  曲线的峰值频率向高频移动, 且峰值高度也相应增大. 进一步研究发现, 有效质量实数部分的共振频率  $f_g$  随表面压强  $P$  的变化满足分段幂律规律, 当  $P$  较小时, 幂指数为 0.3, 当  $P$  较大时, 幂指数减小为 1/6. 颗粒系统的品质因子的倒数  $1/Q$  随压强  $P$  的变化满足指数衰减规律.

**关键词:** 颗粒材料, 垂直振动, 有效质量, 能量耗散

**PACS:** 45.70.-n, 46.40.Ff, 62.40.+i

**DOI:** 10.7498/aps.64.044501

## 1 引言

颗粒物质是由大量离散的固体颗粒组成的复杂体系, 颗粒间的非弹性相互作用使得颗粒材料能够通过颗粒间的接触网络耗散声能<sup>[1,2]</sup>. 例如, 表面波<sup>[3,4]</sup>对外部能量输入呈现高度非线性的类固态的滞后, 当外部输入能量停止时颗粒物质立即静止, 在足够高的激励频率下, 外部激励能量几乎全部耗散为热量等. 目前, 尽管颗粒物质的声学阻尼特性已经得到了广泛的应用<sup>[5]</sup>, 但是关于颗粒材料中耗散机理的微观起源仍然不清楚, 需要进一步研究.

力学谱技术是研究材料中能量损耗规律的有效手段. 文献<sup>[6, 7]</sup>在葛型倒摆的基础上研制了固体内耗频谱仪并测量了剪切振动下金属的内耗性质. 文献<sup>[8, 9]</sup>将内耗谱仪应用于颗粒体系, 研究了微剪切振动下沙子、玻璃珠等体系耗散能量的振幅

谱和频谱. 彭政等<sup>[10]</sup>研究了垂直激发下铜和玻璃珠系统的能量耗散, 发现体系在几十赫兹处出现共振, 且特定频率下的耗散功率随振动强度的变化呈现幂率规律.

动态有效质量谱技术是研究垂直振动激励下颗粒材料声学耗散性质的重要手段<sup>[11,12]</sup>. Valenza等<sup>[13]</sup>研究了湿度对钨颗粒体系有效质量的影响, 发现湿度越大, 颗粒物质的耗散越显著. 同时, Valenza和Johnson<sup>[14]</sup>在钨颗粒涂上不同黏度的硅油, 研究了硅油黏度对有效质量的影响, 发现体系的耗散与黏度变化正相关. 此外, Henann等<sup>[15]</sup>使用激光振动计观察到垂直振动过程中颗粒床侧壁与附近颗粒的相对位移近似为零, 表明有效质量测量是基于线性小振幅. 总之, 动态有效质量谱提供了颗粒材料声学模式、弹性和时效的耗散特征, 正日益成为进一步理解颗粒体系耗散机理的主流技术之一.

\* 国家自然科学基金(批准号: 11272048, 11034010, 51239006)和欧盟 Marie Curie 国际合作项目(批准号: IRSES-294976)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zhguohua@sas.ustb.edu.cn

目前,对颗粒材料自由表面颗粒体系的有效质量的研究已经取得了一些进展,但是关于外部压强对颗粒体系有效质量和功率耗散影响的报道还不多见.本文研究了垂直振动激发下,颗粒上表面为自由表面和施加不同压强下钨颗粒的动态有效质量和功率耗散随频率的变化规律.实验发现有效质量的实数部分、虚数部分以及耗散功率随频率的变化均有一个较大的共振峰.且峰值大小和峰值频率随压强的增大而相应增大.并进一步研究了有效质量实数部分的共振频率  $f_g$  和颗粒系统的品质因子的倒数  $1/Q$  随表面压强  $P$  的变化规律.

## 2 实验装置和测量原理

实验装置如图1所示.样品池为一个圆柱形的铝杯,铝杯质量为261.1 g,内径为56 mm,高为82 mm.样品池中填充粒径约为100  $\mu\text{m}$ 、总质量为791.7 g的钨颗粒.钨颗粒的上表面放置一活塞,活塞的上表面连接一个压力传感器(西安敏仪器仪表有限公司,型号WMS-H3P1C1J2T0S1).穿过铝杯顶盖的螺杆顶在压力传感器上,通过旋转螺杆可以给颗粒上表面施加压强  $P$ .在铝杯的底座边缘刚性连接一个加速度传感器(扬州英迈克测控技术有限公司,型号162A100),用于测量铝杯底部的加速度  $a(t)$ .在铝杯和振动台(苏州东菱振动试验仪器有限公司,型号ESS-050-120)之间刚性连接一个动态力传感器(扬州英迈克测控技术有限公司,型号502F020),用于实时测量振动台对铝杯的作用力  $F(t)$ .功率放大器通过固定在振动台面的加速度传感器的反馈信号,控制振动台以恒定的加速度振动,可产生频率  $f = 10\text{--}2000$  Hz的正弦信号.在振动台上放置另一加速度传感器,其输出信号作为杯子底部动态力的传感器和加速度传感器的参考信号.将上述加速度传感器、动态力传感器、压力传感器连接高速数据采集卡(扬州英迈克测控技术有限公司,型号YMC9004H)上,高速数采卡以500 kHz采样频率对加速度信号  $a(t)$ 、力信号  $F(t)$ 、颗粒上表面的压力信号  $P$  进行采集.

测量时通过振动台对样品池和颗粒施加余弦力  $F(t) = F_0 \cos(\omega t + \varphi_F)$ ,由固定于样品池底部的加速度传感器测得样品池加速度  $a = a_0 \cos(\omega t + \varphi_a)$ ,其中,  $F_0, a_0$  分别是周期性驱动力和样品池加速度的振幅;  $\varphi_F, \varphi_a$  分别是周期性驱动力和样品池加速度的初相.颗粒体系有

效质量定义为<sup>[11]</sup>  $\tilde{M}(\omega) = \frac{\tilde{F}(\omega)}{\tilde{a}(\omega)} - M_c$ ,其中  $M_c$  为空杯质量,  $M(\omega) = M_1(\omega) + iM_2(\omega)$  为复数,  $M_1(\omega) = \frac{F_0}{a_0} \cos(\varphi_F - \varphi_a) - M_c$  描述材料的惯性和弹性响应,  $M_2(\omega) = \frac{F_0}{a_0} \sin(\varphi_F - \varphi_a)$  与颗粒材料的衰减有关.

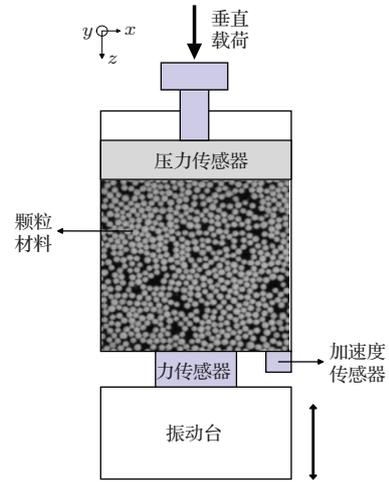


图1 实验装置示意图

在垂直振动激发下,振动台输入的机械能通过颗粒局域结构的微小调整、颗粒间的摩擦、非弹性碰撞等迅速耗散.系统稳定后,振动台输入的机械能与颗粒系统耗散的能量达到平衡.外部激励下颗粒系统的能耗仅仅导致体系温度升高,不会对颗粒体系的运动状态产生影响.根据能量守恒,稳定状态下颗粒体系的平均能量耗散功率应该等于振动台和样品池的平均传递功率,可以由实验测得的  $F(t), a(t)$  数据获得.由于实验测得的  $F(t), a(t)$  都为很好的正弦信号(没有发现力的倍周期现象<sup>[10,16]</sup>),在一个周期  $T$  内平均功率损耗为

$$p = \frac{1}{T} \int_0^T F(t) \left( \int_0^t a(t') dt' \right) dt = \frac{F_0 a_0 \sin(\varphi_a - \varphi_F)}{2\omega}. \quad (1)$$

## 3 结果与讨论

### 3.1 自由表面颗粒体系的有效质量谱和耗散功率谱

颗粒系统是典型的非平衡体系,温度等热能因素对颗粒之间的重排几乎没有影响<sup>[17]</sup>,如果不对颗粒施加振动、摇晃等外部非热激励,颗粒材料的

每个亚稳态的位形将会长期持续,且在位形附近不会有热平均产生.由于每个位形具有独特的性质,这使得颗粒行为的可重复性很难实现等<sup>[3]</sup>. Song等<sup>[18]</sup>进一步指出,由于jammed物质的耗散和非热本质,能量不再描述系统的微观态,其在热系统中扮演的角色被体积代替.体积的稳定是颗粒体系处于稳定状态的重要判据之一. Nowak等<sup>[19]</sup>的实验表明,在激励强度  $\Gamma \geq 30 \text{ m/s}^2$  时钠钙玻璃体系的密度(体积分数)可以快速达到稳定的密度,其通过退火等技术处理,发现系统达到了一个可逆的、稳定状态. 本文依据 Hsu等<sup>[11]</sup>的制备协议,通过振动台提供高幅度垂直振动来制备可重复的自由表面的颗粒填料. 在测量之前,将钨颗粒倒入样品池中,然后让系统在共振频率附近以  $30 \text{ m/s}^2$  的加速度幅度垂直振动 30 min,以压缩钨颗粒使其更加密实,密度达到一个较稳定的值. 在测量期间,振动台对样品池施加一个正弦振动微扰,改变微扰频率可以使得我们在不同的时间尺度上测量系统的动力学响应谱. 实验过程中,振动台以  $3 \text{ m/s}^2$  的低加速度做正弦振动<sup>[11]</sup>,使得颗粒系统的振幅相对较小,对流较微弱,颗粒之间不会出现较大规模的重排<sup>[20]</sup>. 扫频测量频率为 50—1000 Hz,频率间隔为 10 Hz. 在每一频率上,力和加速度信号的采集时间为 0.5 s,以保证数据拟合的精度. 为了让系统达到充分稳态,每次测量之前系统在固定频率下振动约 330 s. 并且,在切换到下一个频率之前让振动台停止振动 20 s,以清除前面的记忆. 用这种协议制备的自由表面样品的动力学有效质量谱重复性非常好.

图 2(a)—(f) 分别显示了样品池所受的驱动力振幅、加速度振幅、力和加速度的位相差、有效质量的实数部分  $M_1(\omega)$ 、虚数部分  $M_2(\omega)$  和耗散功率随驱动频率的变化. 由图 2 可知,在低频极限中,  $M_1(\omega \rightarrow 0) \rightarrow 790 \text{ g}$ , 接近系统的静态质量,  $M_2(\omega \rightarrow 0) \rightarrow 0$ . 在 50—800 Hz 频率范围内,样品池的加速度幅度与振动台的驱动幅度接近,在  $3 \text{ m/s}^2$  附近波动.  $|\mathbf{F}|$ ,  $M_1(\omega)$ ,  $M_2(\omega)$  和  $p(\omega)$  在 200 Hz 左右出现较大的共振峰,这可能是因为在 200 Hz 左右,颗粒系统的结构产生了剧烈的调整,接近于系统的共振状态(此频率处,颗粒振动的幅度增大,振动产生的噪音也较尖锐),因此力的振幅会出现一个峰值,系统的耗散也相应较大. 颗粒的共振可能是由于力的振幅、有效质量及耗散

功率峰值频率较一致. 在远离共振峰的频率区间 ( $f < 100 \text{ Hz}$  低频区域和  $500 \text{ Hz} < f < 1000 \text{ Hz}$  高频区域),耗散功率  $p(\omega)$  都非常小.

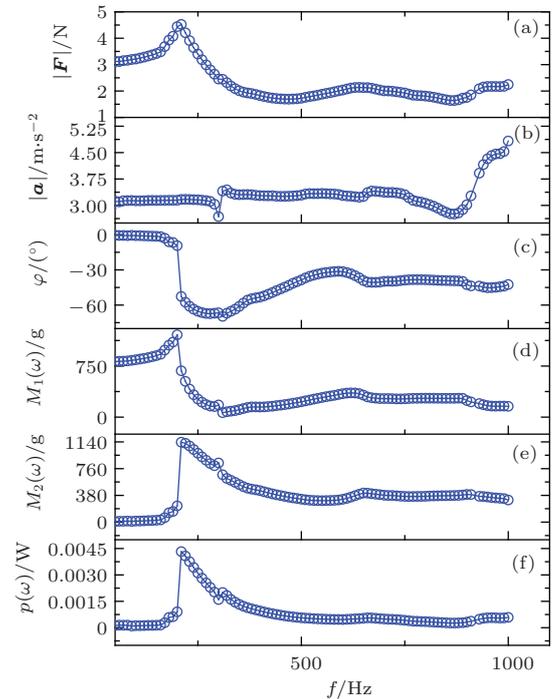


图 2 (a) 力的振幅  $|\mathbf{F}|$  随驱动频率  $f$  的变化; (b) 加速度的振幅  $|\mathbf{a}|$  随  $f$  的变化; (c) 力和加速度的位相差  $\varphi$  随  $f$  的变化; (d) 有效质量的实数部分  $M_1(\omega)$  随  $f$  的变化; (e) 有效质量虚数部分  $M_2(\omega)$  随  $f$  的变化; (f) 颗粒的耗散功率  $p(\omega)$  随  $f$  的变化

### 3.2 表面压强对颗粒体系有效质量谱和耗散功率谱的影响

为了研究表面压强对颗粒体系有效质量和功率耗散的影响,我们利用穿过杯子上盖螺孔的螺杆对颗粒样品表面活塞施加压力. 为了保证实验过程中体系表面的压强近似为一个常量,在每次对颗粒体系上表面施加压力后都进行充分的弛豫. 具体过程为: 首先拧动螺杆给样品表面施加一个大的预压力,让振动台以  $0.3 \text{ m/s}^2$  的加速度做正弦振动,当连接在螺杆和活塞之间的静力传感器的压力波动范围小于压力值的 5% 时,按自由表面有效质量谱的测量协议进行扫频测量. 为了验证测量数据的可重复性,每个压力值重复测量 3 次. 测量完成之后,松动螺杆使颗粒样品上表面压强降低,重复上述过程,以实现不同压强下颗粒体系有效质量谱的测量. 需要强调的是,整个实验过程中,每个压强下 3 次实验测得的有效质量谱的重复性较好,表明振动的时间对颗粒体系的影响较小,实验的稳定性和可

靠性较好. 考虑到每个压强下的测量过程中样品的体积近似保持不变, 可以认为测量是在等体积、等压强下进行的.

图3显示了表面压强分别为  $(73.5 \pm 1.5)$  kPa,  $(40 \pm 1.5)$  kPa,  $(12 \pm 1)$  kPa,  $(5 \pm 0.8)$  kPa,  $(0.6 \pm 0.15)$  kPa 时钨颗粒体系的有效质量谱. 由图3(a)可知, 有效质量的实数部分  $M_1(\omega)$  在高于体系的共振频率的频率区间出现负值, 这可用微扰理论<sup>[13]</sup>进行定性的解释. 依据微扰理论, 空杯与颗粒组成的系统中可能存在两种谐振模式: 共振频率为  $\omega_0$  的空杯谐振模式和由颗粒引起的共振频率为  $\omega_g$  的谐振模式. 这两种模式彼此耦合产生了两个混合模式, 一个为上支, 一个为下支. 当颗粒体系的共振频率  $\omega_g$  小于空杯的共振频率  $\omega_0$  (即  $\omega_g < \omega_0$ ) 时, 在高于颗粒体系共振频率  $\omega_g$  的  $\omega_0$  附近有效质量的实数部分  $M_1(\omega_0)$  将出现负值. 类似的现象 Kang 等<sup>[21]</sup>也发现过.

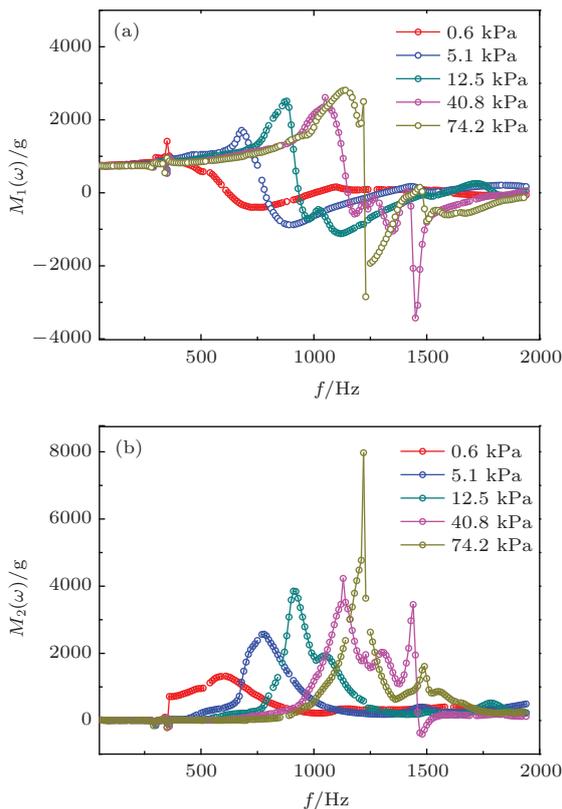


图3 (网刊彩色) (a) 不同压强下有效质量的实数部分  $M_1(\omega)$  随驱动频率  $f$  的变化; (b) 不同压强下有效质量的虚数部分  $M_2(\omega)$  随  $f$  的变化

由图3可知, 上表面压强对颗粒系统有效质量谱的影响很大. 随着颗粒体系上表面压强的增大,  $M_1(\omega)$  和  $M_2(\omega)$  的共振频率  $\omega_g$  向高频处移动, 且共振处的峰值  $M_1(\omega_g)$  和  $M_2(\omega_g)$  也相应增大. 由

图3(a)可得到  $M_1(\omega)$  的主共振频率  $f_g$  随压强的变化, 如图4所示. 由图4可知, 共振频率  $f_g$  随外加压强  $P$  的变化满足分段幂律的规律, 幂指数由  $P$  较低 ( $0.6 \text{ kPa} < P < 12 \text{ kPa}$ ) 时的0.3减小为  $P$  较高 ( $P > 12 \text{ kPa}$ ) 时的1/6(赫兹接触理论值<sup>[22,23]</sup>). 上述共振频率  $f_g$  随外加压强  $P$  的变化规律可以用连续流体模型进行解释<sup>[11,15,24]</sup>. 在连续流体模型中, 颗粒介质被看作是一个有损耗的流体. 当颗粒体系产生共振时,  $f_g \propto \sqrt{k/\rho}/L$ , 其中,  $\rho$  为颗粒的密度,  $k$  为颗粒的体积模量,  $L$  为颗粒的填充深度. 考虑到在本文实验压强范围 ( $P < 73 \text{ kPa}$ ) 内, 卸载过程引起的  $L$  的变化很小 ( $\Delta L/L < 1\%$ ), 可以近似认为卸载过程中  $\rho$  和  $L$  为常数, 因此很容易得出  $f_g \propto k^{1/2}$ . Goddard<sup>[25]</sup>指出体积模量  $k$  随压强  $P$  的变化满足分段幂律规律, 即压强较低时满足  $k \propto P^{1/2}$ ; 压强较高时满足  $k \propto P^{1/3}$ . 因此, 理论上很容易得出共振频率  $f_g$  与压强  $P$  的分段幂律关系, 即低压强处  $f_g \propto P^{1/4}$ , 高压强处  $f_g \propto P^{1/6}$ . 由图4可知, 本文实验得出的  $f_g$  与  $P$  的关系在高压强处与理论是一致的, 低压强处幂指数为0.3(1/3和1/4之间), 接近理论值1/4.

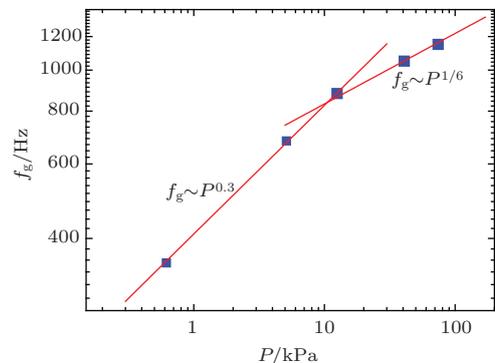


图4 双对数坐标系下  $M_1(\omega)$  的共振频率  $f_g$  随压强  $P$  的变化.  $f_g$  随  $P$  的变化满足分段幂律规律, 其中,  $0.6 \text{ kPa} < P < 12 \text{ kPa}$  的直线, 是用幂律公式  $f_g = 410P^{0.3}$  拟合得到;  $P > 12 \text{ kPa}$  部分的直线是用幂律公式  $f_g = 567P^{1/6}$  拟合得到

为了研究表面压强对系统耗散功率的影响, 我们测量了不同压强下的耗散功率谱  $p(\omega)$ , 如图5所示. 由图5可知, 随着颗粒上表面压强的增大, 系统耗散功率谱的共振频率向高频处移动, 且共振处的峰值也相应增大. 利用耗散功率谱  $p(\omega)$  可进一步得到系统的品质因子  $Q$ , 其倒数  $1/Q$  代表每个周期系统耗散的能量和外界所提供能量的比例,  $1/Q$  越大表明体系能量耗散效率越高, 反之则越

低. 图 6 给出了由图 5 得到的系统品质因子的倒数  $1/Q$  随压强  $P$  的变化. 由图 6 可知, 在所测量的压强范围内,  $1/Q$  随  $P$  的增加满足指数衰减规律, 即  $1/Q = 0.4 \exp(-P/4.25) + 0.08$ . 这可能是由于表面压强较小时, 体系较为疏松, 颗粒内部结构更容易发生调整, 耗散效率较高. 增大颗粒上表面的压强, 实际上不仅增加了颗粒之间紧密和更均匀接触的数量, 而且减少了切线应力接触和潜在的滑动接触的数量<sup>[26]</sup>, 因此  $1/Q$  随压强的增大而减小. 当压强足够高时, 颗粒体系被压缩至接近固体的状态,  $1/Q$  几乎不随压强变化. Gardner 等<sup>[27]</sup> 在研究石英砂和玻璃珠的  $1/Q$  随外界压强  $P$  的变化时也发现了类似的现象, 对于较高的压强,  $1/Q$  将逐渐减小趋近于一个常数, 这时不存在与压强的依赖关系.

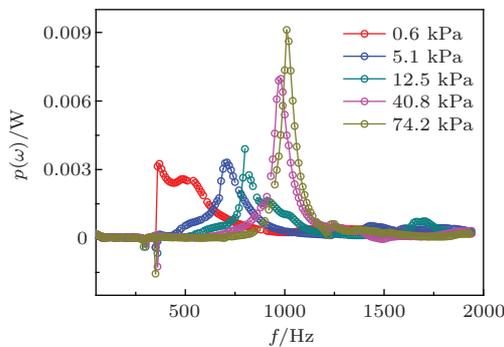


图 5 (网刊彩色) 不同压强下耗散功率  $p(\omega)$  随驱动频率  $f$  的变化

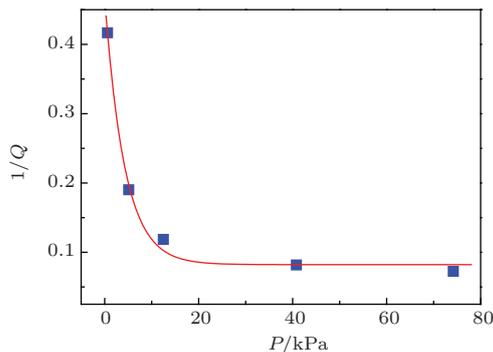


图 6 系统品质因子的倒数  $1/Q$  随压强  $P$  的变化.  $1/Q$  随  $P$  的变化满足指数衰减关系. 图中的曲线是用公式  $1/Q = 0.4 \exp(-P/4.25) + 0.08$  拟合得到;  $Q$  值为共振频率与半峰高度的频宽的比值

## 4 结 论

本文测量了垂直振动激励下钨颗粒材料的动态有效质量和功率耗散谱, 研究了压强对钨颗粒样品有效质量、功率耗散及品质因子的影响. 结

果表明: 自由表面下钨颗粒的有效质量的实数部分  $M_1(\omega)$ 、虚数部分  $M_2(\omega)$  以及耗散功率  $p(\omega)$  均在 200 Hz 左右出现一个尖锐的共振峰;  $M_1(\omega)$ ,  $M_2(\omega)$  和耗散功率  $p(\omega)$  峰值频率和峰值大小随表面压强  $P$  的增加而增大, 并且  $M_1(\omega)$  的共振频率  $f_g$  随  $P$  的变化满足分段幂律规律; 对于低  $P$  值, 幂指数为 0.3, 对于高  $P$  值, 幂指数减小为 1/6; 耗散功率  $p(\omega)$  的品质因子的倒数  $1/Q$  随  $P$  的变化满足指数衰减规律.

## 参考文献

- [1] Brunet T, Jia X, Mills P 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 138001
- [2] Zhang K S, Wang S, Zhu M, Ding Y, Hu Y 2013 *Chin. Phys. B* **22** 014305
- [3] Jaeger H M, Nagel S R, Behringer R P 1996 *Rev. Mod. Phys.* **68** 1259
- [4] Pak H, Behringer R 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 1832
- [5] Windows-Yule C R K, Weinhart T, Parker D, Thornton A 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 098001
- [6] Zhang J X, Xiong X M 2003 *Acta Metall. Sin.* **39** 1127 (in Chinese) [张进修, 熊小敏 2003 金属学报 **39** 1127]
- [7] Xiong X M, Wang H Y, Zhang J X 2003 *Acta Metall. Sin.* **39** 1223 (in Chinese) [熊小敏, 王海燕, 张进修 2003 金属学报 **39** 1223]
- [8] Wang P P, Wang W J, Liu C S, Zhu Z G 2009 *Rock Soil Mech.* **30** (Supp.) 129 (in Chinese) [汪盼盼, 王万景, 刘长松, 朱震刚 2009 岩土力学 **30** (增刊) 129]
- [9] Wang W J, Kong X Z, Zhu Z G 2007 *Phys. Rev. E* **75** 041302
- [10] Peng Z, Jiang Y M, Liu R, Hou M Y 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 024502 (in Chinese) [彭政, 蒋亦民, 刘锐, 厚美琪 2013 物理学报 **62** 024502]
- [11] Hsu C J, Johnson D L, Ingale R A, Valenza J J, Gland N, Makse H A 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 058001
- [12] Valenza J J, Hsu C J, Johnson D L 2010 *J. Acoust. Soc. Am.* **128** 2768
- [13] Valenza J, Hsu C J, Ingale R, Gland N, Makse H A, Johnson D L 2009 *Phys. Rev. E* **80** 051304
- [14] Valenza J, Johnson D L 2012 *Phys. Rev. E* **85** 041302
- [15] Henann D L, Valenza J J, Johnson D L, Kamrin K 2013 *Phys. Rev. E* **88** 042205
- [16] Jiang Z H, Liu X Y, Peng Y J, Li J W 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5692 (in Chinese) [姜泽辉, 刘新影, 彭雅晶, 李建伟 2005 物理学报 **54** 5692]
- [17] Knight J B, Fandrich C G, Lau C N, Jaeger H M, Nagel S R 1995 *Phys. Rev. E* **51** 3957
- [18] Song C, Wang P, Makse H A 2008 *Nature* **453** 629
- [19] Nowak E R, Knight J B, Ben-Naim E, Jaeger H M, Nagel S R 1998 *Phys. Rev. E* **57** 1971
- [20] Kabla A, Debrégeas G 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 035501

- [21] Kang W, Turner J A, Bobaru F, Yang L, Rattanidit K 2007 *J. Acoust. Soc. Am.* **121** 888
- [22] Digby P J 1981 *J. Appl. Mech.* **48** 803
- [23] Jia X, Caroli C, Velicky B 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 1863
- [24] Cremer L, Heckl M, Ungar E 1973 *Structure Borne Sound* (Berlin: Springer) p141
- [25] Goddard J D 1990 *Proc. R. Soc. London A* **430** 105
- [26] Pilbeam C C, Vaišnys J R 1973 *J. Geophys. Res.* **78** 810
- [27] Gardner G H F, Wyllie M R J, Droschak D M 1964 *J. Petrol. Technol.* **16** 189

## Dynamic effective mass and power dissipation of the granular material under vertical vibration\*

Yu Tian<sup>1)</sup> Zhang Guo-Hua<sup>1)†</sup> Sun Qi-Cheng<sup>2)</sup> Zhao Xue-Dan<sup>1)</sup> Ma Wen-Bo<sup>1)</sup>

1) (Department of Physics, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

2) (State Key Laboratory for Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

( Received 25 June 2014; revised manuscript received 20 August 2014 )

### Abstract

The dependences of the dynamic effective mass  $\tilde{M}(\omega)$  and power dissipation  $p(\omega)$  of tungsten particles system on frequency  $\omega$  are studied under vertical vibration excitation. It is found that there appears a sharp resonance peak in each of spectra of the real part  $M_1(\omega)$ , the imaginary part  $M_2(\omega)$  of the effective mass, and the power dissipation for a given vibrating strength. With the increase of the pressure acting on the top surface of the particle, each peak frequency of the  $M_1(\omega)$ ,  $M_2(\omega)$  and power dissipation moves to higher frequency, and the peak height also increases accordingly. Further study finds that the resonance frequency  $f_g$  of the real part of the effective mass satisfies piecewise power-law with the change of pressure  $P$  acting on the top surface. At low  $P$  value, the power exponent is 0.3, and at high  $P$  value the power exponent decreases to 1/6. The reciprocal of quality factor of the granular system,  $1/Q$ , decreases exponentially with the change of pressure  $P$ .

**Keywords:** granular matter, vertical vibration, effective mass, energy dissipation

**PACS:** 45.70.-n, 46.40.Ff, 62.40.+i

**DOI:** 10.7498/aps.64.044501

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11272048, 11034010, 51239006) and the European Commission Marie Curie Actions (Grant No. IRSES-294976).

† Corresponding author. E-mail: [zhguohua@sas.ustb.edu.cn](mailto:zhguohua@sas.ustb.edu.cn)