物理学报 Acta Physica Sinica





Institute of Physics, CAS

共心双环外势中两分量偶极玻色-爱因斯坦凝聚体的基态结构研究

张晓斐 张培 陈光平 董彪 谭仁兵 张首刚

Ground state of a two-component dipolar Bose-Einstein condensate confined in a coupled annular potential

Zhang Xiao-Fei Zhang Pei Chen Guang-Ping Dong Biao Tan Ren-Bing Zhang Shou-Gang

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 64, 060302 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.060302 在线阅读 View online: http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.060302 当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I6

您可能感兴趣的其他文章 Articles you may be interested in

简谐+四次势中自旋轨道耦合旋转玻色-爱因斯坦凝聚体的基态结构 Ground state of a rotating spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensate in a harmonic plus quartic potential 物理学报.2015, 64(3): 030302 http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.030302

空间调制作用下Bessel型光晶格中物质波孤立子的稳定性

Stabilization of matter-wave solitons in Bessel optical lattice by spatial modulation of the nonlinearity 物理学报.2014, 63(22): 220303 http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.220303

线性与非线性光晶格中偶极孤立子的稳定性

Stability of dipolar soliton in crossed linear and nonlinear optical lattices 物理学报.2014, 63(15): 150302 http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.150302

自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体在尖端势垒散射中礙 lein 隧穿 Klein tunneling in spin-orbit coupled Bose-Einstein condensate scattered by cusp barrier 物理学报.2014, 63(11): 110306 http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.110306

自旋轨道耦合的²³Na 自旋-1 玻色-爱因斯坦凝聚体中的涡旋斑图的研究 Vortex pattern in spin-orbit coupled spin-1 Bose-Einstein condensate of ²³Na 物理学报.2013, 62(20): 200306 http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.200306

共心双环外势中两分量偶极玻色-爱因斯坦 凝聚体的基态结构研究*

张晓斐^{1)†} 张培²⁾ 陈光平¹⁾ 董彪¹⁾ 谭仁兵³⁾ 张首刚¹⁾

1)(中国科学院国家授时中心,时间频率基准重点实验室,西安 710600)

2) (红河学院信息技术中心,蒙自 661100)

3) (重庆科技学院数理学院物理系,重庆 401331)

(2014年9月18日收到; 2014年10月20日收到修改稿)

利用虚时演化方法研究了共心双环外势中具有偶极-偶极相互作用的两分量玻色-爱因斯坦凝聚体的基态结构,探索了接触相互作用和长程各向异性的偶极-偶极相互作用对系统基态的影响.研究发现,偶极-偶极相互作用作为系统的又一调控参数,可用于得到系统的不同的基态相,并用于控制不同基态相间的转化.

关键词: 玻色-爱因斯坦凝聚, 偶极-偶极相互作用, 共心双环外势 PACS: 03.75.Lm, 05.45.Yv DOI: 10.7498/aps.64.060302

1引言

由于玻色-爱因斯坦凝聚(BEC)的宏观量子特 性和高度的可调控性,为人们提供了一种全新的量 子体系,研究其奇异的物性和新颖的量子态仍然是 国际上具有前瞻性和挑战性的前沿领域^[1-3].利 用磁光囚禁技术,量子气体几乎处于一个无干扰的 理想空间,外界环境对系统的影响基本可以忽略, 因而具有超长的量子相干时间. 随着实验技术的 成熟. 人们已可以通过Feshbach共振技术连续地 调节原子-原子间的s波散射长度,还可以利用光、 磁、射频等操控手段对原子的内外自由度进行精确 的调节和控制^[4-6]. 当凝聚体的电偶极或磁偶极 相互作用不可忽略时,则必须考虑原子间的偶极效 应. 偶极相互作用最大的特点在于它是一种长程各 向异性的作用力,不仅会对凝聚体的基态相图、稳 定性以及动力学产生重要影响,而且对反映系统超 流行为的涡旋态也有较大的影响. 偶极效应包含 的物理图像远比各向同性的s波作用复杂、精彩得

多^[7-12].此外,偶极相互作用的各向异性还为我们 提供了一个附加的调控自由度,使得超冷偶极量子 气体在量子信息、量子模拟和量子计算等前沿领域 具有更大的应用潜力.

实验方面, Pfau 领导的德国斯图加特实验组首 先于 2005 年在 Cr 原子 BEC 中观察到了由偶极相 互作用产生的效应^[13,14].随后,美国 Rice 大学的 研究小组也于 2009 年在 Li 原子的 BEC 中观察到 了偶极效应^[15].最近,具有更大磁偶极矩的¹⁶⁸Er (7µ_B, µ_B 为玻尔磁子)原子^[16,17]与¹⁶⁴Dy (10µ_B) 原子^[18,19]也实现了 BEC.实验上的进展极大地推 动了对偶极凝聚体的研究.理论方面,囚禁在各 种外部势阱,诸如简谐势^[20-22]、光晶格^[23-27]、双 阱^[28,29]、单圆环等^[30-35]中的凝聚体的基态和动 力学得到了广泛的关注^[36-38].研究表明,外势的 形状和维度对凝聚体的基态和动力学行为起着决 定性的作用.然而,对于囚禁在共心双环外势中 的偶极凝聚体的研究相对较少.本文通过改变偶 极-偶极相互作用和接触相互作用的强度,探索囚

* 国家自然科学基金(批准号: 11104064)、中国科学院"西部之光"重点项目(批准号: 2012ZD02)、陕西省科学技术研究发展计划(批 准号: 2013KJXX-03)和重庆市基础与前沿研究计划(批准号: cstc2014jcyjA50016)资助的课题.

†通信作者. E-mail: xfzhang@ntsc.ac.cn

© 2015 中国物理学会 Chinese Physical Society

禁在共心双环外势中的偶极凝聚体的基态结构.

2 模型

首先考虑囚禁在外势中的两分量偶极凝聚体. 此时,系统的基态和动力学行为可以由以下耦合的 非线性薛定谔方程组来描述^[39,40]:

$$i\hbar \frac{\partial \psi_1(r,t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_1(r) + U_1 N_1 |\psi_1(r,t)|^2 + U_{12} N_2 |\psi_2(r,t)|^2 + N_1 \phi_1(r) + N_2 \phi_{12}(r) \right] \psi_1(r,t),$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi_2(r,t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_2(r) + U_2 N_2 |\psi_2(r,t)|^2 + U_{21} N_1 |\psi_1(r,t)|^2 + N_2 \phi_2(r) + N_1 \phi_{21}(r) \right] \psi_2(r,t), \qquad (1)$$

其中, $\psi_i(i = 1, 2)$ 为描述两分量偶极凝聚 体的序参量, V_i(r)为外部势阱. 原子种内相 互作用 $U_i = 4\pi a_{ii}\hbar^2/m_i$,原子种间相互作用 $U_{12} = 2\pi a_{12}\hbar^2/m_R$. 其中, 两种原子的约化质 量 $m_R = m_1 m_2 / (m_1 + m_1); a_{ii}$ 为同种原子间的 s波散射长度, 而 $a_{12} = a_{21}$ 为不同种原子间的s 波散射长度,其大小和正负可以通过Feshbach共 振技术来调节. 不难发现, 系统拥有多个可调 控参数,为了便于讨论偶极-偶极相互作用带来 的新效应,我们考虑两个分量的凝聚体,此时, $m_1 = m_2$. $V_1(r) = V_2(r) = V(r)$. $\phi_1(r), \phi_2(r),$ $\phi_{12}(r) = \phi_{21}(r)$ 刻画的是同种分量和不同分量原 子间的长程各向异性的偶极-偶极相互作用,对于 磁偶极-偶极相互作用,可以表示为

$$\phi_i(r) = \frac{\mu_0 \mu_i^2}{4\pi} \int dr U_{\rm dd}(r-r') |\phi_i(r')|^2,$$

$$\phi_{ij}(r) = \frac{\mu_0 \mu_i \mu_j}{4\pi} \int dr U_{\rm dd}(r-r') |\phi_j(r')|^2,$$

$$U_{\rm dd}(R) = \frac{1-3\cos^2\theta}{R^3}.$$
(2)

最后,本文中考虑的共心双环外势可以表示为

$$V(r) = V(r_{\perp}) + V(z),$$
 (3)

其中, V(z)为z方向的外势.为了简化计算, 我们 忽略此方向上外势对系统的约束. V(r_) 为 x-y 平 面内的二维约束势,可表达为

)

$$V(r_{\perp}) = \min\left\{\frac{1}{2}m\omega_0^2(r_{\perp} - R_0)^2, \frac{1}{2}m\omega_1^2(r_{\perp} - R_1)^2\right\}.$$
 (4)

从(4)式不难发现,共心双环外势是取两个重 叠的抛物线外势的最小值获得的,这两个抛物线 外势分别位于R₀和R₁.为了便于讨论,本文取 $\omega_0 = 4\omega \, \pi \, \omega_1 = 5\omega, \, \dot{\pi} \, \eta \, \bar{\chi} \, R_0 = 2a_0, \, R_1 = 4a_0,$ 其中 $a_0 = \sqrt{\hbar/(m\omega)}$ 为本文数值计算的单位长度. 此外,我们定义和公为能量单位.同时,我们假定两 个分量中只有ψ1具有偶极-偶极相互作用且偶极 矩朝向z方向,此时, $\phi_2 = \phi_{12} = \phi_{21} = 0$.对于偶 极凝聚体,系统的相互作用包括短程的接触相互作 用和长程的偶极-偶极相互作用两部分.此时,我 们可以方便地定义一个无量纲化的量用于描述偶 极-偶极相互作用相对于短程接触相互作用的大小, 即

$$\varepsilon_{\rm dd} \equiv a_{\rm dd}/a_{\rm s} = \frac{\mu_0 \mu^2 m}{12\pi\hbar^2 a_{\rm s}},\tag{5}$$

其中, as为短程接触相互作用的s波散射长度, add 为刻画偶极-偶极相互作用的散射长度. 前面提到, 由于我们忽略z方向(轴方向)的外势对系统的约 束,可以近似认为系统在这个方向上是均匀分布 的,此时,偶极-偶极相互作用可以约化为接触相互 作用的形式:

$$\phi_1(r) = -U_1 N_1 \varepsilon_{\rm dd} |\psi_1(r)|^2.$$
(6)

不难发现,对于组分1,原子间总的相互作用 参数可以表示为 $(1 - \varepsilon_{dd})U_1N_1$.因此,我们可以通 过调控偶极-偶极相互作用的强度 ε_{dd} 来获得并调 控不同的基态相.

3 研究结果与讨论

在没有偶极-偶极相互作用时, 囚禁在共心双 环外势中的两分量凝聚体在全参数空间范围内呈 现出三种不同的基态相: 径向相分离、方位角相分 离、相混合[41,42]. 三种不同的基态相可以通过调控 种间相互作用来获得.为了凸显偶极-偶极相互作 用带来的新效应,在下面的讨论中,我们固定接触 相互作用参数 $U_{12} = U_{21} = 55, U_{22} = 75,$ 而改变 偶极-偶极相互作用 ε_{dd} 的大小,从而改变偶极分量 的总的有效原子间的相互作用.

利用虚时演化方法,数值模拟得到共心双环 外势中具有偶极-偶极相互作用的两分量玻色-爱 因斯坦凝聚体的基态结构. 图1显示了当系统接 触相互作用固定为 $U_{12} = U_{21} = 55, U_{22} = 75,$ U11 = 15, 而偶极-偶极相互作用改变时系统的基 态密度分布. 第一、二列分别显示了偶极分量、非偶



图 1 (网刊彩色) 共心双环外势中具有偶极-偶极相互作用的两分量凝聚体的基态密度分布图 系统的相互作用强度分别为 $U_{12} = U_{21} = 55$, $U_{22} = 75$, $U_{11} = 15$; 第一、二、三列分别为偶极分量、非偶极分量以及总的凝聚体的密度; 第四列为z方向上两分量的密度差; 图中, 偶极-偶极相互作用强度 $\varepsilon_{dd} = 0.5$, 0, -0.5, 分别对应于 (a), (b), (c); 单位长度为 $a_0 = \sqrt{\hbar/(m\omega)}$

极分量的密度分布, 第三、四列为总的凝聚体的密度分布和 z 方向的密度差. 当没有偶极-偶极相互作用时, 也即 $\varepsilon_{dd} = 0$, 两个分量的原子分别分布在内外环上, 此时, 系统处于径向相分离, 如图1(b)所示. 引入排斥偶极- 偶极相互作用, $\varepsilon_{dd} = 0.5$, 数值结果发现, 内环上出现部分非偶极分量的原子, 同时, 偶极分量的原子和这部分非偶极分量的原子在内环上呈现出方位角相分离. 因此, 系统实现了从径向相分离到方位角相分离的转化. 从物理角度不难理解这个现象: 当引入排斥的偶极-偶极相互作用时, 偶极分量总的有效相互作用也就随着减小, 系统在内环呈现出方位角相分离有利于系统总能量的减少, 典型的密度分布如图1(a)所示.

另一方面, 引入吸引偶极-偶极相互作用, 如 $\varepsilon_{dd} = -0.5$, 偶极分量总的有效相互作用增强, 因而 其原子的动能也就随之增加, 部分原子可以越过内 环势的束缚而跑到外环上. 这时, 为了尽可能降低 体系能量, 两个分量在内、外环上都呈现出方位角 相分离. 典型的密度分布如图1(c)所示. 值得注意 的是, 第四列显示了全空间范围内两个分量的密度 分布差, 从其分布我们很容易判断系统处于何种基 态相. 在下面的讨论中, 该密度分布差还有利于分 析在相混合时偶极-偶极相互作用对基态密度分布 带来的细小的差别.

前一个例子显示了径向相分离和方位角相分

离之间的转化. 接下来讨论初始基态为方位角相分 离时, 通过调节偶极相互作用强度, 实现系统三种 可能基态之间的转化. 图2显示了当系统接触相互 作用固定为 $U_{12} = U_{21} = 55, U_{22} = 75, U_{11} = 30,$ 而偶极-偶极相互作用改变时系统的基态密度分布, 每一列所显示的含义和图1一样. 通过(6)式计算 不难发现, 图2(a) 对应于图1中的(b), 也就是方位 角相分离和径向相分离的转化. 有趣的是, 当我们 引入吸引的偶极-偶极相互作用时, 系统再一次处 于径向相分离基态. 也就是说, 对于初始偶极分量 接触相互作用 $U_{11} = 30$ 时, 可以通过引入强的排斥 或弱的吸引偶极-偶极相互作用来实现方位角和径 向相分离的转化. 典型的密度分布如图1(b), (c) 和 图2(a)—(c) 所示.

图 2 (d)—(f) 显示的是当引入的吸引偶极-偶 极相互作用进一步增强时系统的基态密度分布图. 不难发现,随着偶极-偶极相互作用强度的增强, 系统首先由初始的方位角相分离过渡到径向相分 离,最后会一直处于相混合状态.因此,作为一个 新的调控自由度,偶极-偶极相互作用可以作为一 个额外的调控参数,用于得到不同的基态相,并用 于调控不同基态相之间的转化.值得注意的是,当 吸引的偶极-偶极相互作用进步一增加时,系统不 再是在两种相分离的基态相间互相转化,而是一 直处于相混合状态,这一点可以从均匀系统相分离 条件中的临界值 $U_{11}U_{22} = U_{12}U_{21}$ 看出.对于本文 所选取的相互作用参数,粗略估计 $U_{eff} = 40$,这里 U_{eff} 指的是偶极分量内部总的有效相互作用,其值 包括通常的接触相互作用和约化后的偶极-偶极相 互作用.对于图2(d)—(f)中所选取的 $\varepsilon_{dd} = -0.4$, -0.6, -0.8, U_{eff} 均大于 40, 因此系统将一直保持 在相混合状态. 惟一变化的是原子在内外环的分 布, 这一点可以从图 2 的第四列清楚地看出. 此时, 更多高能的偶极分量原子越过内环的囚禁而跑到 外环.



图 2 (网刊彩色) 共心双环外势中具有偶极 -偶极相互作用的两分量凝聚体的基态密度分布图 系统的相互作用强度分别为 $U_{12} = U_{21} = 55$, $U_{22} = 75$, $U_{11} = 30$; 第一、二、三列分别为偶极分量、非偶极分量以及总的凝聚体的密度; 第四列为 z 方向上两分量的密度差; 图中, 偶极 -偶极相互作用强度 $\varepsilon_{dd} = 0.5$, 0, -0.1, -0.4, -0.6, -0.8, 分别对应于 (a), (b), (c), (d), (e), (f); 单位长度为 $a_0 = \sqrt{\hbar/(m\omega)}$

后续工作可以考虑偶极矩朝向任意方向, 这 时, 各向异性的偶极-偶极相互作用使得系统展现 出更多迷人的特性. 进一步, 可以考虑含有自旋自 由度的旋量偶极凝聚体, 此时, 短程相互作用包括 两部分: 自旋交换作用项和自旋无关项, 前者决定 了系统的磁学性质. 可以期待, 系统将呈现出具有 更加丰富的量子相. 同时, 由偶极相互作用引起的 各种自旋纹理也将展现出奇特的性质.

4 结 论

本文研究了接触相互作用和偶极-偶极相互作 用下,共心双环外势中两分量偶极玻色-爱因斯坦 凝聚体的基态结构.当偶极分量的磁偶极矩朝向对 称轴方向,且忽略该方向外势对系统的约束时,长 程的偶极-偶极相互作用可以约化为接触相互作用 的形式.利用虚时演化方法,我们得到了不同参数 区间系统的不同基态结构.研究发现,偶极-偶极 相互作用对凝聚体的基态有着较大的影响.除了通 常的接触相互作用,偶极-偶极相互作用也可以作 为一个新的调控自由度,通过调节其强度,可以得 到系统不同的基态相,并用于调控不同基态相间的 转化.

参考文献

- Anderson M H, Ensher J R, Matthews M R, Wieman C E, Cornell E A 1995 *Science* 269 198
- [2] Bradley C C, Sackett C A, Tollet J J, Hulet R G 1995
 Phys. Rev. Lett. **75** 1687
- [3] Davis K B, Mewes M O, Andrews M R, VanDruten N J, Durfee D S, Kurn D M, Ketterle W 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 3969
- [4] Inouye S, Andrews M, Stenger J, Miesner H, Stamper-Kurn D, Ketterle W 1998 Nature 392 151

- [5] Kevrekidis P G, Theocharis G, Frantzeskakis D J, Malomed B A 2003 Phys. Rev. Lett. 90 230401
- [6] Merhasin I, Malomed B A, Driben R 2005 J. Phys. B 38 877
- [7] Kawaguchi Y, Saito H, Ueda M 2006 Phys. Rev. Lett. 97 130404
- [8] Takahashi M, Ghosh S, Mizushima T, Machida K 2007 Phys. Rev. Lett. 98 260403
- [9] Kawaguchi Y, Saito H, Ueda M 2007 Phys. Rev. Lett.
 98 110406
- [10] Wu B, Niu Q 2000 Phys. Rev. A 61 023402
- [11] Liu J, Wu B, Niu Q 2003 Phys. Rev. Lett. 90 170404
- [12] Shi T, Zou S H, Hu H, Sun C P, Yi S 2013 Phys. Rev. Lett. 110 045301
- [13] Stuhler J, Griesmaier A, Koch T, Fattori M, Pfau T, Giovanazzi S, Pedri P, Santos L 2005 *Phys. Rev. Lett.* 95 150406
- [14] Griesmaier A, Werner J, Hensler S, Stuhler J, Pfau T 2005 Phys. Rev. Lett. 94 160401
- [15] Pollack S E, Dries D, Junker M, Chen Y P, Corcovilos T A, Hulet R G 2009 Phys. Rev. Lett. 102 090402
- [16] McClelland J J, Hanssen J L 2006 Phys. Rev. Lett. 96 143005
- [17] Aikawa K, Frisch A, Mark M, Baier S, Rietzler A, Grimm R, Ferlaino F 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 210401
- [18] Lu M W, Youn S H, Lev B L 2010 Phys. Rev. Lett. 104 063001
- [19] Lu M W, Burdick N Q, Youn S H, Lev B L 2011 Phys. Rev. Lett. 107 190401
- [20] Martikainen J P, Mackie M, Suominen K A 2001 Phys. Rev. A 64 037601
- [21] Góral K, Santos L 2002 Phys. Rev. A 66 023613
- [22] Shirley W E, Anderson B M, Clark C W, Wilson R M 2014 Phys. Rev. Lett. 113 165301
- [23] Góral K, Santos L, Lewenstein M 2002 Phys. Rev. Lett.
 88 170406
- [24] Müller S, Billy J, Henn E A L, Kadau H, Griesmaier A, Jona-Lasinio M, Santos L, Pfau T 2011 Phys. Rev. A 84 053601

- [25] Huang J S, Chen H F, Xie Z W 2008 Acta Phys. Sin.
 57 3435 (in Chinese) [黄劲松, 陈海峰, 谢征微 2008 物理 学报 57 3435]
- [26] Kühn S, Judd T E 2013 Phys. Rev. A 87 023608
- [27] Situ S P, He Y Z 2011 Chin. Phys. B 20 010310
- [28] Xiong B, Gong J, Pu H, Bao W, Li B 2009 Phys. Rev. A 79 013626
- [29] Zang X F, Li J P, Tan L 2007 Acta Phys. Sin. 56 4348
 (in Chinese) [臧小飞,李菊萍,谭磊 2007 物理学报 56 4348]
- [30] Abad M, Guilleumas M, Mayol R, Pi M, Jezeket D M 2010 Phys. Rev. A 81 043619
- [31] Abad M, Guilleumas M, Mayo R, Pi M, Jezeket D M 2011 Europhys. Lett. 94 10004
- [32] Zöllner S, Bruun G M, Pethick C J, Reimann S M 2011 Phys. Rev. Lett. 107 035301
- [33] Malet F, Kristensen T, Reimann S M, Kavoulakis G M 2011 Phys. Rev. A 83 033628
- [34] Malet F, Kavoulakis G M, Reimann S M 2011 Phys. Rev. A 84 043626
- [35] Karabulut E Ö, Malet F, Kavoulakis G M, Reimann S M 2013 Phys. Rev. A 87 033615
- [36] Zhang Y C, Wang H T, Shen S Q 2013 Chin. Phys. B 22 090501
- [37] Zhang J, Zhai H 2006 Physics 35 553 (in Chinese) [张 剑, 翟荟 2006 物理 35 553]
- [38] Wu J H, Xu S N 2013 Chin. Phys. B 22 120304
- [39] Cai Y, Rosenkranz M, Lei Z, Bao W 2010 Phys. Rev. A 82 043623
- [40] Lahaye T, Menotti C, Santos L, Lewenstein M, Pfau T 2009 Rep. Prog. Phys. 72 126401
- [41] Malet F, Kavoulakis G M, Reimann S M 2010 Phys. Rev. A 81 013630
- [42] Wang X, Tan R B, Du Z J, Zhao W Y, Zhang X F, Zhang S G 2014 Chin. Phys. B 23 070308

Ground state of a two-component dipolar Bose-Einstein condensate confined in a coupled annular potential^{*}

Zhang Xiao-Fei^{1)†} Zhang Pei²⁾ Chen Guang-Ping¹⁾ Dong Biao¹⁾ Tan Ren-Bing³⁾ Zhang Shou-Gang¹⁾

1) (Key Laboratory of Time and Frequency Primary Standards, National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China)

2) (Information Technology Center, Honghe University, Mengzi 661100, China)

3) (Department of Physics, School of Mathematics and Physics, Chongqing University of Science and Technology, Chongqing 401331, China)

(Received 18 September 2014; revised manuscript received 20 October 2014)

Abstract

By using the imaginary-time propagation method, we study the ground state structure of a two-component dipolar Bose-Einstein condensate confined in a coupled annular potential. The effects of contact and dipole-dipole interaction on the ground state density distribution of such a system are investigated in detail. The results show that the dipole-dipole interaction, acting as a new degree of freedom, can be used to obtain the desired ground state phases, and to control the phase transition between different ground states.

Keywords: Bose-Einstein condensate, dipole-dipole interaction, coupled annular potential PACS: 03.75.Lm, 05.45.Yv DOI: 10.7498/aps.64.060302

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11104064), the key project fund of the CAS for the "Western Light" Talent Cultivation Plan, China (Grant No. 2012ZD02), the Science and Technology Project of Shaanxi Province, China (Grant No. 2013KJXX-03), and the Cutting-edge Basic Research Program of Chongqing Municipality, China (Grant No. cstc2014jcyjA50016).

[†] Corresponding author. E-mail: xfzhang@ntsc.ac.cn