

电磁诱导透明系统中的暗孤子

杜英杰 谢小涛 杨战营 白晋涛

Dark soliton in the system of electromagnetically induced transparency

Du Ying-Jie Xie Xiao-Tao Yang Zhan-Ying Bai Jin-Tao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 064202 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.064202

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.064202>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I6>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于零折射磁性特异电磁介质的波前调控

Manipulation of electromagnetic wavefront based on zero index magnetic metamaterial

物理学报.2015, 64(3): 034203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.034203>

小宽带光谱色散平滑光束传输特性研究

Propagation characteristics of small-bandwidth pulsed beams with smoothing by spectral dispersion in high power laser system

物理学报.2014, 63(16): 164201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.164201>

聚焦高斯涡旋光束焦区电场和磁场的偏振奇点

Electric and magnetic polarization singularities of focused Gaussian vortex beams in the focal region

物理学报.2014, 63(15): 154201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.154201>

宽波段波状多层膜结构偏振分束器的设计与优化

Design and optimization of broadband polarization beam splitter made from a wave-structured multilayer film

物理学报.2014, 63(13): 134212 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.134212>

微波频段表面等离子激元波导滤波器的实验研究

Experimental studies of the surface plasmon polaritons waveguide filter in microwave band

物理学报.2013, 62(18): 184203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.184203>

## 电磁诱导透明系统中的暗孤子\*

杜英杰<sup>1)</sup> 谢小涛<sup>1)</sup> 杨战营<sup>1)</sup> 白晋涛<sup>1)2)†</sup>

1)(西北大学物理学院, 西安 710069)

2)(西北大学光子学与光子技术研究所, 西安 710069)

(2014年9月1日收到; 2014年10月13日收到修改稿)

利用电磁诱导透明效应提供的高色散和非线性系数, 研究暗孤子的形成环境以及孤子演化与环境参数的关系. 为了提高电磁诱导透明的稳定性和可操作性, 用双势阱半导体作为基质材料. 将量子理论和经典场理论结合, 获得了非线性薛定谔方程. 以非线性薛定谔方程为基础, 研究暗孤子的形成条件, 以及孤子演化与环境参数的关系. 研究表明: 当介质为反常色散同时交叉相位调制为负时, 在该介质中可以形成和传播暗孤子; 暗孤子演化中, 脉宽、灰度与相位相互关联, 脉宽越小、灰度越大, 相位增长越迅速. 此外, 研究了系统的调制不稳定性, 探讨了在调制不稳定下的增益谱.

关键词: 暗孤子, 电磁诱导透明, 调制不稳定性

PACS: 42.65.Tg, 42.65.-k, 42.50.Gy

DOI: 10.7498/aps.64.064202

## 1 引言

电磁诱导透明<sup>[1,2]</sup>(EIT)是在量子相干诱导下的非线性效应, 具有弱光条件下的高色散和强非线性系数. 长期以来, 人们对EIT效应的研究基于原子气体, 由于气态原子的不稳定性以及有关参量难以操控, 随着材料科学的发展, 基于半导体材料的量子点<sup>[3]</sup>和量子阱技术<sup>[4]</sup>成为关注的焦点. 前者是将半导体中的导带电子、价带空穴及激子在三个空间方向束缚住形成具有原子能级结构的人造原子; 后者则是在两个相同半导体中间加入一个足够薄的异质半导体, 使其在一个维度方向上具有明显的量子限制效应, 导致载流子的局域化形成二维电子气. 二者半导体材料形成的“人工原子”提高了EIT的稳定性和可操作性. 研究表明, 与气相原子相比, 半导体材料具有更大的非线性系数和大的带间跃迁偶极矩的优势, 而且跃迁能级、偶极矩和对称性可以通过结构材料和结构方向来改变<sup>[5]</sup>.

另一方面, 在光传输领域中, 光波的行为和演

化影响光波的传输质量, 科研工作者对此进行了大量研究, 但是主要基于光纤、光波导以及光子晶体等材料, 这些材料色散和非线性效应比较温和. EIT介质是一种高效的色散和非线性介质, 色散效应和非线性相位调制对光波的改变很明显, 以半导体材料作为基质材料更为明显. 可是, 基于传统介质的研究成果具有启发性和借鉴意义. 众所周知, 色散会使脉冲展宽, 非线性效应会使脉冲压窄, 孤子是在二者微妙平衡下的结果<sup>[6]</sup>, 它最早在光纤里实现, 最近研究表明亮孤子可以出现在EIT介质中<sup>[4]</sup>. 值得注意的是, 对于传统介质, 材料的变化对孤子的行为影响比较明显, 材料变化会导致不同类型的光孤子出现, 例如周期调制系统里的布拉格孤子和带隙孤子<sup>[7,8]</sup>、与奇异相位相关的涡旋孤子<sup>[9,10]</sup>、与二阶非线性有关的参量孤子<sup>[11]</sup>、光子晶体中的分立孤子<sup>[12-15]</sup>、时空孤子等<sup>[16-19]</sup>. 在众多孤子中, 暗孤子<sup>[20,21]</sup>是一种特别孤子, 最早亦出现在光纤里<sup>[22]</sup>.

本文的工作基于双量子阱半导体材料提供的“人工原子”, 利用EIT效应研究在介质中暗孤子形

\* 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2010CB434811)和国家自然科学基金(批准号: 11047025)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: baijt@nwu.edu.cn

成的决定条件, 以及影响暗孤子行为的环境参数, 并讨论系统的调制不稳定性. 文中使用量子理论获得原子运动规律, 结合经典理论得到电极化率; 利用非线性理论获得非线性薛定谔方程. 以非线性薛定谔方程为基础, 研究暗孤子形成、环境对其影响以及调制不稳定性.

## 2 运动方程

### 2.1 原子模型与密度矩阵演化方程

图 1 所示为双量子阱能带结构, 包含了一个宽阱和一个窄阱, 能级  $|1\rangle$  是处在导带中的束缚态, 能级  $|2\rangle$  和  $|3\rangle$  为处于价带中的空穴定域态. 一束频率为  $\omega_C$  的连续光与跃迁能级  $|2\rangle \rightarrow |1\rangle$  共振耦合, 另一束载频为  $\omega_P$  的连续光与跃迁能级  $|3\rangle \rightarrow |1\rangle$  耦合, 形成了一个“ $\Lambda$ ”形的三能级系统. 上述两束光与相应跃迁能级耦合强度分别用  $\Omega_C$  和  $\Omega_P$  表示. 在光场的耦合下处于导带中的电子与价带中空穴复合, 其原子运动规律遵循薛定谔方程. 忽略半导体固态系统中的多体效应以及电子-声子散射等的影响, 在半经典理论框架之下, 密度矩阵元的运动方程可以表示为

$$\frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} = -\Gamma_1 \rho_{11} + \frac{i}{2} \Omega_C \rho_{31} - \frac{i}{2} \Omega_C^* \rho_{13} - \frac{i}{2} \Omega_P^* \rho_{12} + \frac{i}{2} \Omega_P \rho_{21}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} = -\Gamma_2 \rho_{22} + \frac{i}{2} \Omega_P^* \rho_{12} - \frac{i}{2} \Omega_P \rho_{21}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho_{33}}{\partial t} = -\Gamma_3 \rho_{33} - \frac{i}{2} \Omega_C \rho_{31} + \frac{i}{2} \Omega_C^* \rho_{13}, \quad (3)$$

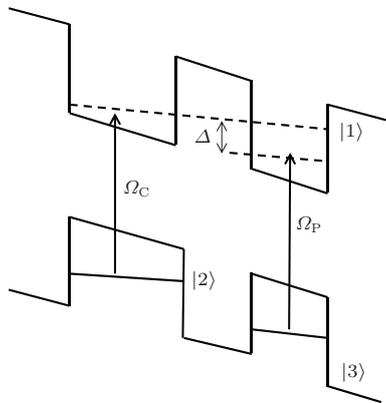


图 1 非对称耦合双量子阱能带结构示意图, 能级  $|2\rangle$  和  $|3\rangle$  为处于价带中的定域空穴态,  $|1\rangle$  为处在导带中的束缚态, 频率为  $\omega_C$  和  $\omega_P$  的两光场分别与能级  $|2\rangle \rightarrow |1\rangle$  和  $|3\rangle \rightarrow |1\rangle$  耦合

$$\frac{\partial \rho_{23}}{\partial t} = -(\gamma_{23} + i\Delta)\rho_{23} + \frac{i}{2} \Omega_P^* \rho_{13} - \frac{i}{2} \Omega_C \rho_{21}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho_{13}}{\partial t} = \frac{i}{2} \Omega_C \rho_{11} - \frac{i}{2} \Omega_C \rho_{33} + \frac{i}{2} \Omega_P \rho_{23} - \gamma_{13} \rho_{13}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho_{12}}{\partial t} = -(\gamma_{12} + i\Delta)\rho_{12} + \frac{i}{2} \Omega_P \rho_{11} - \frac{i}{2} \Omega_P \rho_{22} + \frac{i}{2} \Omega_C \rho_{32}, \quad (6)$$

方程 (1)–(6) 满足  $\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} = 1$  和  $\rho_{ij}^* = \rho_{ji}$ . 其中,  $\Delta$  表示探针光场的载频与对应跃迁能级的频率偏移量;  $\gamma_{12} = (\gamma_1 + \gamma_2)/2$ ,  $\gamma_{13} = (\gamma_1 + \gamma_3)/2$  和  $\gamma_{23} = (\gamma_2 + \gamma_3)/2$ , 其中  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  和  $\gamma_3$  分别代表能级  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  和  $|3\rangle$  的衰变率, 在半导体量子阱中衰变率  $\gamma_j = \gamma_{jl} + \gamma_{jd}$ ,  $\gamma_{jl}$  代表布局衰变项, 它由纵向声子发射引起,  $\gamma_{jd}$  代表失相项, 由电子-电子, 电子-声子散射以及非均匀加宽引起.

### 2.2 非线性薛定谔方程

在连续抽运光和脉冲探针光作用下, 双阱半导体布局数会发生量子相干出现暗态, 系统会表现出强烈的色散和非线性特性. 对脉冲探针光而言, 脉冲的行为受到色散和非线性控制, 其运动规律可以由波动方程描述

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}, \quad (7)$$

方程中  $\mathbf{E}$  代表脉冲探针场,  $\mathbf{P}$  代表电极化强度,  $c$  是真空中光速,  $\epsilon_0$  为真空中的介电常数. 电极化强度包括了线性和非线性部分, 即  $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t)$ , 其中  $\mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t)$  代表线性电极化强度,  $\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t)$  代表非线性电极化强度, 二者与光场的关系表示如下:

$$\mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t-t') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt', \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t) \\ &= \epsilon_0 \iiint_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(t-t_1, t-t_2, t-t_3) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_1) \\ & \quad \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_2) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_3) dt_1 dt_2 dt_3, \end{aligned} \quad (9)$$

式中,  $\chi^{(1)}$  和  $\chi^{(3)}$  分别表示一阶和三阶电极化率. 当光场为线偏振光, 以及介质的线性和非线性响应时间远远小于探针光场的脉宽时 (比值为两个以上数量级), 方程 (8) 和 (9) 中的积分符号可以被去掉, 同时矢量电场和电极化强度可以变为标量形式. 接

着使用傅里叶变换, 将波动方程(7)从时域转为频域, 得到一个类亥姆霍兹方程

$$\nabla^2 \tilde{E} + \varepsilon(\omega) k_0^2 \tilde{E} = 0, \quad (10)$$

其中  $\tilde{E}$  是一个标量, 代表频域中的电场;  $k_0 = \omega_0/c$ ,  $\varepsilon(\omega) = 1 + \tilde{\chi}^{(1)}(\omega) + \frac{3}{4} \tilde{\chi}^{(3)} |E|^2$ . 方程(10)分离变量形式的解如下:

$$\tilde{E}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0) = F(x, y) \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) e^{i\beta_0 z}, \quad (11)$$

上式中,  $\tilde{A}(z, \omega)$  是一个关于自变量  $z$  的慢变函数,  $\beta_0$  表示波数,  $\omega_0$  表示脉冲载频,  $F(x, y)$  代表光场的横向分布, 即为横模. 在单横模的情况之下, 而且假设该模为高斯分布, 利用方程(11)提供的试探解, 方程(10)会转化成如下方程:

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = i[\beta(\omega) + \Delta\beta - \beta_0] \tilde{A}, \quad (12)$$

方程(12)中,  $\beta(\omega) = k_0 n$ ,  $\Delta\beta = \alpha k_0 n_2 |E|^2$ ,  $\alpha$  为常数, 决定于光场的横向分布, 为了分析方便, 一般规定为  $\alpha = 1$ . 值得注意的是,  $\beta(\omega)$  只与介质的线性特性有关,  $\Delta\beta$  则与介质的线性和非线性特性有关. 对  $\beta(\omega)$  使用泰勒展开

$$\beta(\omega) = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2\beta_2 + \frac{1}{6}(\omega - \omega_0)^3\beta_3 + \dots, \quad (13)$$

上式中,  $\beta_0 = \beta(\omega_0)$ , 和  $\beta_m = (d^m \beta / d\omega^m)_{\omega=\omega_0}$ ,  $m = 1, 2, \dots$ . 在  $\Delta\omega \ll \omega_0$  的情况下, 超过三阶的展开项都可以被忽略. 将方程(13)代入方程(12)中并使用傅里叶逆变换, 得到

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - in_2 k_0 |A|^2 A = 0, \quad (14)$$

这里  $\beta_1$  和  $\beta_2$  分别代表群速度(GV)和群速度色散(GVD)参量,  $n_2$  代表克尔非线性系数. 为了简化使用如下变量代换:  $T = (t - \beta_1 z) / T_0$ ,  $Z = z / L_D$ ,

$u = \sqrt{|n_2 k_0| L_D} A$ , 其中  $T_0$  表示脉冲探针光输入时的时域宽度,  $L_D = T_0^2 / |\beta_2|$  表示色散长度, 方程(14)转换成一个(1+1)维非线性薛定谔方程(NLS)

$$i \frac{\partial u}{\partial Z} - \frac{s_1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial T^2} + s_2 |u|^2 u = 0, \quad (15)$$

其中  $s_1 = \text{sgn}(\beta_2)$  和  $s_2 = \text{sgn}(n_2)$ .

在光与物质相互作用的系统中, 由于抽运光场的存在, 会形成两个跃迁通道的量子输运, 通道之间发生量子相干并出现暗共振, 导致介质非线性和色散特性较之二能级原子系统发生明显的变化. 方程组(1)–(6)所示密度算符运动方程描述了原子在相干作用下的运动状况, 通过对此求解可以获得介质的各阶电极化率, 进而获知系统的线性和非线性响应. 这些响应决定了非线性薛定谔方程的GVD参量和相位调制参量, 对孤子的形成和演化起着重要作用. 方程(14)中, GV, GVD参数和  $n_2$  表示为

$$\beta_1 = k_0 \frac{d}{d\Delta} \sqrt{1 + \chi^{(1)}}, \quad (16)$$

$$\beta_2 = k_0 \frac{d^2}{d\Delta^2} \sqrt{1 + \chi^{(1)}}, \quad (17)$$

$$n_2 = \frac{3}{8} \frac{\chi^{(3)}}{\sqrt{1 + \chi^{(1)}}}, \quad (18)$$

上述方程中,  $\chi^{(1)}$  和  $\chi^{(3)}$  分别表示一阶和三阶电极化率. 通过对方程组(1)–(6)求解<sup>[23]</sup>, 利用密度算符与电极化率的关系, 可以获得一、三阶的电极化率, 表示如下:

$$\chi^{(1)} = \frac{4N |D_{21}|^2}{\varepsilon_0 \hbar} i(\gamma_{23} + i\Delta) \times \{ |\Omega|^2 + 4(\gamma_{12} + i\Delta)(\gamma_{23} + i\Delta) \}^{-1}, \quad (19)$$

$$\chi^{(3)} = \frac{2N |D_{21}|^4}{3\varepsilon_0 \hbar^3} i\gamma_{13} |\Omega|^2 \times (\gamma_{13} |\Omega|^2 + 4\gamma_{13}(\gamma_{12} + i\Delta)(\gamma_{23} + i\Delta))^{-2}. \quad (20)$$

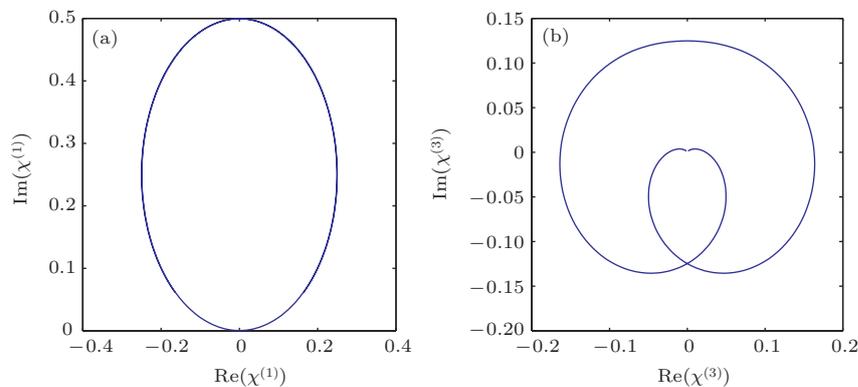


图2 复平面上的一阶和三阶电极化率 (a) 一阶电极化率; (b) 三阶电极化率; 系统参数为  $\gamma_{13} = 1$ ,  $\gamma_{12} = \gamma_{13}$ ,  $\gamma_{23} = 0.001\gamma_{13}$ ,  $\Omega = 2\gamma_{13}$

根据介质的中心反演对称性, 偶数阶电极化率为零, 因此二阶电极化率为零. 图2显示了以失谐量为参变量的一阶和三阶电极化率函数在复平面的变化. 其中图2(a)显示的是一阶电极化率, (b)显示的是三阶电极化率. 从图中可以看出: 1) 二者电极化率均为复数; 2) 二者电极化率的实部和虚部取值范围均横跨了负数和正数区域. 从另外一个角度, 二者曲线闭合或首尾相应, 具有高度的对称性. 线性极化率为单匝闭合线, 三阶极化率为两匝首尾相应闭合线, 推广之下, 五阶极化率将为三匝闭合线, 这与事实是一致的.

### 3 暗孤子和调制不稳定性

#### 3.1 暗孤子的形成

暗孤子的存在与否取决于系统提供的条件. 研究表明, 当GVD参数和非线性系数同时为负时, 非线性薛定谔方程存在暗孤子解<sup>[19]</sup>. 图3显示了两参量复平面上的变化规律. 从图中可以明显看出, 一般情况下GVD和非线性系数两参量为复数, 在此情况下, 方程(14)将成为复金兹堡-朗道方程

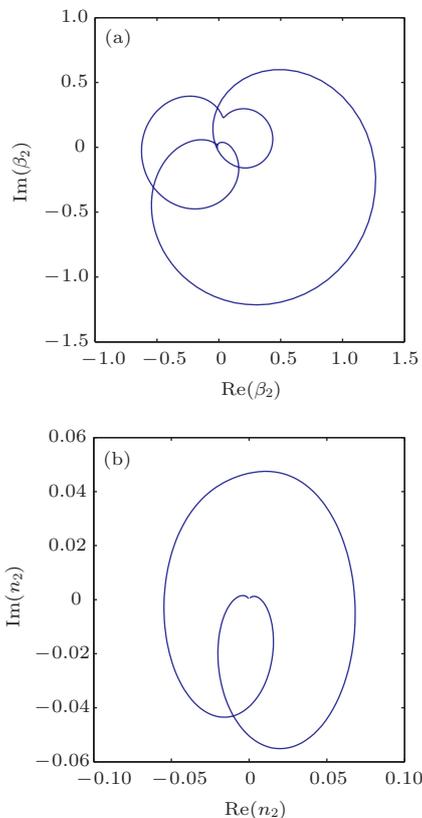


图3 复平面上的GVD参数和克尔系数 (a) GVD参数; (b) 克尔系数; 系统参数为  $\gamma_{13} = 1$ ,  $\gamma_{12} = \gamma_{13}$ ,  $\gamma_{23} = 0.001\gamma_{13}$ ,  $\Omega = 2\gamma_{13}$ ,  $4N|D_{21}|^2 / (\epsilon_0 \hbar) = 1$

(complex Ginzburg-Landau equation). 虽然, 复金兹堡-朗道方程与非线性薛定谔方程的解有很多相通性, 但其介入会使问题变得复杂. 值得注意的是, 可以通过载频偏移量的调节, 使GVD参数复数转变为实数. 图4显示了两参数与载频偏移量的关系. 可以发现, 在  $\Delta = -0.48\gamma_{13}$  的负频率偏移量附近, GVD参数虚部为零, 实部接近极大值, 成为一个实数. 此时, 该频率偏移量对应非线性系数实部和虚部不为零, 均为负数, 但虚部处于接近零的位置. 由于虚部只起到一个增益或者衰减的作用, 并不影响波的形式, 因此可以将其忽略. 在此条件下, 方程(15)得以成立, 此时, GVD参数和非线性系数均为负, 而GVD参数为负对应的是反常色散区.

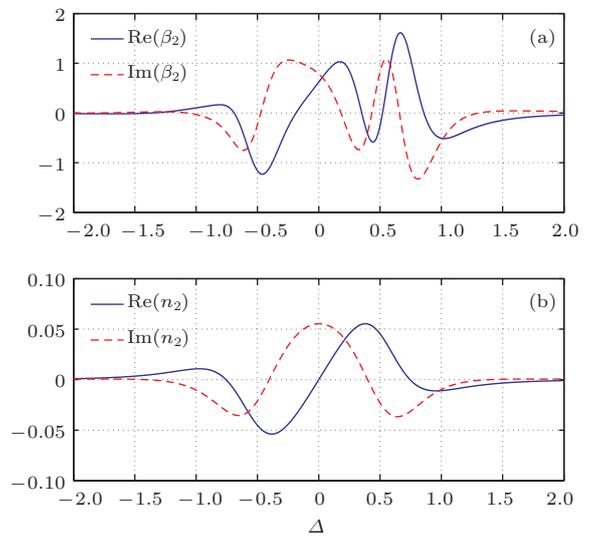


图4 (网刊彩色) GVD参数和克尔系数随载频与介质的失谐  $\Delta$  变化的频谱 (a) GVD参数的实部和虚部; (b) 克尔系数的实部和虚部; 系统参数为  $\gamma_{13} = 1$ ,  $\gamma_{12} = 1.5\gamma_{13}$ ,  $\gamma_{23} = 0.001\gamma_{13}$ ,  $\Omega = 1.5\gamma_{13}$ ,  $4N|D_{21}|^2 / (\epsilon_0 \hbar) = 0.1$

当GVD参数和非线性相位调制参数均为负时有暗孤子解, 此时方程(15)所示的非线性薛定谔方程退化为

$$i \frac{\partial u}{\partial Z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial T^2} - |u|^2 u = 0, \quad (21)$$

值得注意的是, 在得到方程(21)的过程中, 使用了变量代换和单位换算, 但其并不影响孤子的表现形式. 根据方程(21), 暗孤子解如下<sup>[19]</sup>:

$$u(Z, T) = u_0 \{ \cos \phi \tanh[u_0 \cos \phi (T - Zu_0 \sin \phi)] + i \sin \phi \} \exp(-iu_0 Z), \quad (22)$$

这里  $u_0$  为背景的幅值,  $\phi$  是一个角参量. 图5绘制了不同角参量  $\phi$  数值下暗孤子的演化情况. 图5(a)

是  $\phi = 0$  时的暗孤子, 可以看到在一个高于零的平面背景中出现了一条凹陷, 该凹陷的底部为零, 随着距离的增长该凹陷保持形状不变, 这种随着距离变化凹陷不变的波称为暗孤子, 由于该暗孤子底部为零, 为了区别其他暗孤子, 被称之为黑孤子. 图 5 (b), (c) 和 (d) 给出了参数  $\phi$  升高时的暗孤子情形, 可以看到暗孤子发生了变化, 其最低处大于零而且随角参量增大而增大, 这种暗孤子被称之为灰

孤子, 介于黑孤子和平面波之间. 从其变化规律来看, 在黑孤子向灰孤子转变的过程中, 暗孤子脉宽在增大的同时其群速也变大了. 结合暗孤子解可以发现, 参量  $u_0 \sin \phi$  起控制孤子速度的作用, 图中从  $\phi = 0$  到  $\phi = \pi/3$  在  $Z$  方向暗孤子传播速度变大. 从暗孤子解还可以看到,  $u_0 \cos \phi$  控制着暗孤子的灰度, 当  $\phi = 0$  灰度最大, 当  $\phi = \pi/2$  灰度为零.

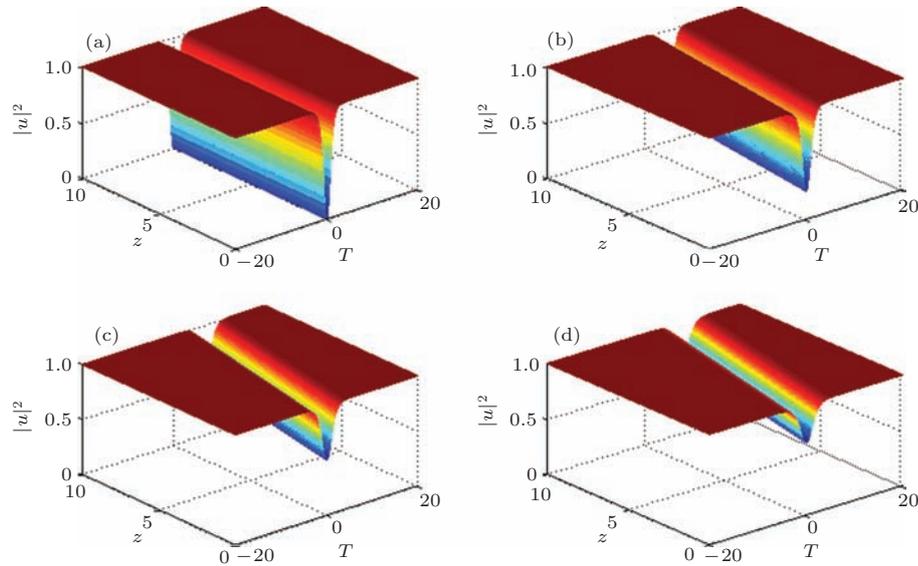


图 5 (网刊彩色) 不同  $\phi$  时的暗孤子 (a)  $\phi = 0$ ; (b)  $\phi = \pi/6$ ; (c)  $\phi = \pi/4$ ; (d)  $\phi = \pi/3$ ; 系统参数为  $\gamma_{13} = 1$ ,  $\gamma_{12} = \gamma_{13}$ ,  $\gamma_{23} = 0.001\gamma_{13}$ ,  $\Omega = 2\gamma_{13}$ ,  $\Delta = -0.48\gamma_{13}$

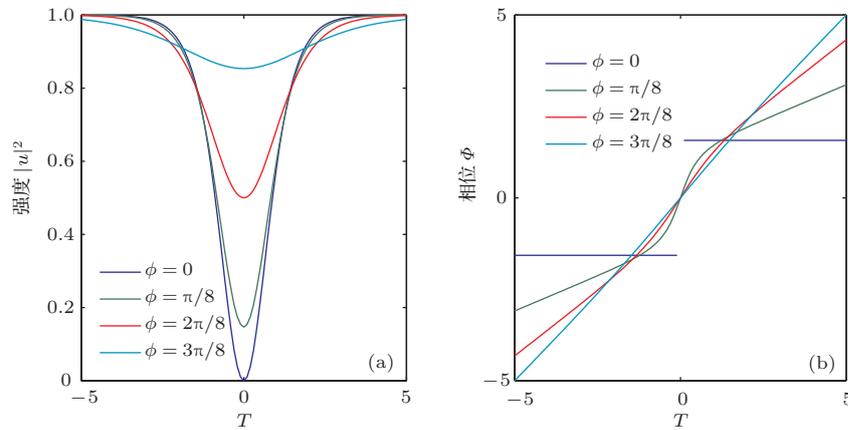


图 6 (网刊彩色)  $\phi$  不同时暗孤子幅值和位相随  $T$  的变化 (a) 光学强度; (b) 位相; 系统参数为  $\gamma_{13} = 1$ ,  $\gamma_{12} = \gamma_{13}$ ,  $\gamma_{23} = 0.001\gamma_{13}$ ,  $\Omega = 2\gamma_{13}$ ,  $\Delta = -0.48\gamma_{13}$

为了进一步研究暗孤子的演化行为, 我们讨论暗孤子在不同角度参量  $\phi$  时的脉宽、灰度和位相以及彼此间的关系. 图 6 (a) 显示的是暗孤子  $Z = 0$  处的剖面图, 图 6 (b) 显示的是该位置处暗孤子的相位变化, 图中选取了几个典型的角参数. 从图 6 (a) 可以发现, 脉宽与其灰度成反比, 当脉宽最小时灰度最大, 当脉宽为无穷大时, 灰度为零. 从图 6 (b)

可以看出, 暗孤子相位是一个随着时间变化的函数, 其位相与时间的对应关系如下:

$$\Phi = u_0 \sqrt{1 - \cos^2 \phi} T + \tan^{-1} \left( \frac{\cos \phi \tanh(Tu_0 \cos \phi)}{\sqrt{1 - \cos^2 \phi}} \right). \quad (23)$$

可以看到, 随着时间增长位相呈现单调增长趋势.

值的注意的是, 当  $\phi = 0$  时, 相位在  $T = 0$  处发生了跃变, 形成位相随时间在该处非连续性.

### 3.2 调制不稳定性

非线性效应和色散效应的相互作用会触发稳态状况下时的调制现象, 导致系统的不稳定性, 这种现象被称为调制不稳定, 最早出现在流体力学, 非线性光学和等离子物理领域. 在本文以双量子阱为基质的 EIT 介质中, 如果系统调制不稳定, 即使一个连续探针光, 也会出现不稳定现象, 形成周期性的脉冲序列. 首先引入平面波作为非线性薛定谔方程 (21) 的解

$$u(Z, T) = u_0 \exp(i\beta_0 Z + i\omega_0 T), \quad (24)$$

这里  $u_0$  是个常量,  $p$  和  $q$  满足色散关系

$$p = -q^2/2 - u_0^2. \quad (25)$$

一个平面波在一个非线性介质传输时不会发生改变, 除非获得一个与强度相关的相移. 我们将一个微扰引入到平面波解

$$u(Z, T) = (u_0 + u) \exp(i\beta_0 Z + i\omega_0 T), \quad (26)$$

这里  $u = u_1 + iv_1$  代表平面波背景上小扰动. 将方程 (26) 代入到方程 (21) 中, 并利用色散关系方程 (25) 可以得到一个关于微扰  $u$  的线性微分方程

$$i \frac{\partial u}{\partial Z} + iq \frac{\partial u}{\partial T} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial T^2} - u_0^2 (u + u^*) = 0. \quad (27)$$

在频域内, 这个线性方程解容易获得. 可是由于共轭项的存在, 我们考虑如下形式的解:

$$u(Z, T) = a_1 \exp[i(KZ - \Omega T)] + a_2 \exp[-i(KZ - \Omega T)], \quad (28)$$

这里  $K$  和  $\Omega$  分别代表波数和频率的微扰, 该解的存在意味着微扰可以在该系统持久存在, 即在很小的调制下会产生不稳态状态. 如果该形式的解成立, 必须满足以下色散关系:

$$K = -qQ \pm Q\sqrt{Q^2/4 - u_0^2}. \quad (29)$$

在任何波数情况下微扰都不随传播而增长, 平面波解是稳定的, 对于方程 (29) 而言,  $K$  为复数会导致增益,  $K$  为实数意味着系统是稳定的. 综合方程 (26) 和方程 (28) 可以看出, 在微扰作用之下会有两个新的频率分量  $\omega_0 + \Omega$  和  $\omega_0 - \Omega$  出现, 在调制不稳定的情况下会形成两个边带. 本文条件参数满足  $|Q| < 2u_0$ , 因此是一个调制不稳定系统, 系统对外

界的干扰非常敏感. 接着研究调制不稳定下的系统增益, 表示如下:

$$g(Q) = \text{Im}[K(Q)] = |Q| \sqrt{u_0^2 - Q^2/4}. \quad (30)$$

图 7 显示的是系统在调制不稳定状态下, 增益在不同输入幅值下随频率变化的情况. 可以看到, 在失谐为零时没有增益, 但当失谐变大时, 增益迅速增大, 当达到最大值之后随着失谐增大迅速衰减至零. 通过比较还可以发现, 如果输入振幅小, 微扰带来的增益也小, 如果输入振幅很大, 微扰增益则会明显增大, 这种情况不利于暗孤子传输, 应该尽量避免.

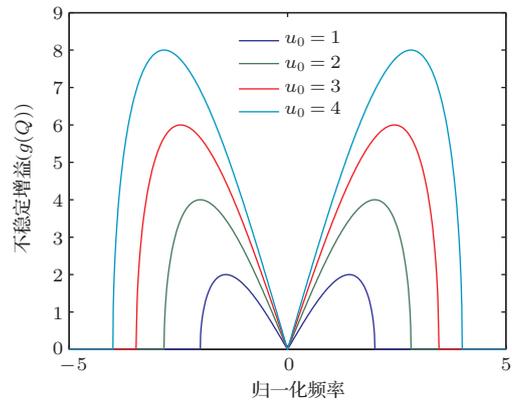


图 7 (网刊彩色) 调制不稳定在不同输入振幅时的增益谱. 系统参数为  $\gamma_{13} = 1$ ,  $\gamma_{12} = \gamma_{13}$ ,  $\gamma_{23} = 0.001\gamma_{13}$ ,  $\Omega = 2\gamma_{13}$ ,  $\Delta = -0.48\gamma_{13}$

## 4 结 论

本文研究了光波在双势阱半导体作为基质材料的 EIT 介质中暗孤子的存在情况和演化行为, 发现暗孤子的形成是由群速度色散和交叉相位调制的特性决定的, 它们可以通过操控载波频率与共振频率的失谐来达到. 研究发现, 当失谐处于反常色散区域, 同时非线性相位调制为负时, 暗孤子可以在介质中存在. 除了展示形成的暗孤子之外, 进一步研究了暗孤子的脉宽、灰度和相位随角参数的变化特性以及彼此间的关联性. 研究发现, 脉宽越小、灰度越大, 位相的变化也越大. 此外, 研究了非线性系统的调制不稳定性, 并探讨了调制不稳定时的微扰增益谱. 研究表明, 输入振幅越大产生的调制不稳定越大, 而且与频率失谐有很大关系.

## 参考文献

- [1] Harris S E 1997 *Phys. Today* **50** 36

- [2] Fleischhauer M, Imamoglu A, Marangos J P 2009 *Rev. Mod. Phys.* **77** 633
- [3] Reed M A, Randall J N, Aggarwal R J, Matyi R J, Moore T M, Wetsel A E 1988 *Phys Rev Lett.* **60** 535
- [4] Serapiglia G B, Paspalakis E, Sirtori C, Vodopyanov K L 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 1019
- [5] Hao X Y 2010 *Ph. D. Dissertation* (Wuhan: Huazhong University of Science and Technology) (in Chinese) [郝向英 2010 博士学位论文 (武汉: 华中科技大学)]
- [6] Hasegawa A, Tappert F 1973 *Appl. Phys. Lett.* **23** 142
- [7] Hill K O, Fujii Y, Johnson D C, Kawasaki B S 1978 *Appl. Phys. Lett.* **32** 647
- [8] Wang H C, Ling D X, Zhang S Q, Zhu X, He Y J 2014 *Chin. Phys. B* **23** 064208
- [9] Law C T, Swartzlander G A 1994 *Chaos, Soliton. Fract.* **4** 1759
- [10] Wang J D, Ji H, Liu P S 2013 *Chin. Phys. B* **22** 044207
- [11] Buryak A V, Trapani P D, Skryabin D V, Trillo S 2002 *Phys. Rep.* **370** 63
- [12] Kivshar Yu S 1993 *Opt. Lett.* **18** 1147
- [13] Aceves A B, Angelies de C, Peschel T, Muschall R, Lederer F, Trillo S, Wabnitz S 1996 *Phys. Rev. E* **53** 1172
- [14] Eisenberg H S, Silberberg Y, Morandotti R, Boyd A R, Aitchison S 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 3383
- [15] Pertsch T, Zentgraf T, Peschel U, Brauer A, Lederer F 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 93901
- [16] Litvak A G, Talanov V I 1967 *Radiophys. Quantum Electron* **10** 296
- [17] Newton P K, Keller J B 1987 *SIAM J. Appl. Math.* **47** 959
- [18] Akhmediev N N, Korneeov V I, Nabiev R F 1992 *Opt. Lett.* **17** 393
- [19] Shih M F, Jeng C, Sheu F W, Lin C Y 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 133902
- [20] Gao X H, Zhang C Y, Tang D, Zheng H, Lu D Q, Hu W 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 044214 (in Chinese) [高星辉, 张承云, 唐冬, 郑晖, 陆大全, 胡巍 2013 物理学报 **62** 044214]
- [21] Yu Y C, Wang D L, Ding J W 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3098 (in Chinese) [余彦超, 王登龙, 丁建文 2009 物理学报 **58** 3098]
- [22] Weiner A M, Heritage J P, Hawkins R J, Thurstun R N, Kirschner E M, Learid D E, Tomlinson W J 1988 *Phys. Rev. Lett.* **61** 2445
- [23] Du Y J, Yang Z Y, Bai J T 2014 *Acta Opt. Sin.* **34** 0627001 (in Chinese) [杜英杰, 杨战营, 白晋涛 2014 光学学报 **34** 0627001]

## Dark soliton in the system of electromagnetically induced transparency\*

Du Ying-Jie<sup>1)</sup> Xie Xiao-Tao<sup>1)</sup> Yang Zhan-Ying<sup>1)</sup> Bai Jin-Tao<sup>1)2)†</sup>

1) (School of Physics, Northwest University, Xi'an 710068, China)

2) (Institute of Photonics and Photon-Technology, Northwest University, Xi'an 710069, China)

( Received 1 September 2014; revised manuscript received 13 October 2014 )

### Abstract

The formation environment and the evolution of dark soliton with environment parameters are investigated by using the electromagnetically induced transparency effect produced high dispersion and nonlinearity. To improve the stability and operability, a dual-well semiconductor is used. Combining the quantum theory and the classical field theory, we derive the nonlinear Schrodinger equation to describe the formations and evolutions of wave and soliton. It is demonstrated that the dark soliton can form and propagate in the medium when the medium is anomalously dispersive and cross phase modulation is negative simultaneously, and that in the evolution of the soliton, the width, gray scale and phase are related to each other, the smaller the pulse duration, the bigger the gray scale is and the faster the growth is. In addition, the modulation instability of the nonlinear system is analyzed, and the gain spectrum of the nonlinear system is also discussed.

**Keywords:** dark soliton, electromagnetically induced transparency, modulation instability

**PACS:** 42.65.Tg, 42.65.-k, 42.50.Gy

**DOI:** 10.7498/aps.64.064202

\* Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2010CB434811), and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11047025).

† Corresponding author. E-mail: baijt@nwu.edu.cn