

群速度色散对于纠缠光场二阶关联函数影响的研究

韩笑纯 黄靖正 方晨 曾贵华

Research of the impact of group velocity dispersion on the second-order correlation of entangled light field

Han Xiao-Chun Huang Jing-Zheng Fang Chen Zeng Gui-Hua

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 070301 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.070301

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.070301>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I7>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

相干场成像原理局限性分析

[Analyses on limitations of coherent field imaging principle](#)

物理学报.2014, 63(10): 104203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.104203>

第三代同步辐射光源 X 射线相干性测量研究

[Coherence of X-ray in the third synchrotron radiation source](#)

物理学报.2014, 63(10): 104202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.104202>

光束相干合成中填充因子对远场光强分布的影响

[Influence of filling factor on far-field intensity distribution in coherent beam combination](#)

物理学报.2014, 63(9): 094202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.094202>

混沌微扰导致的量子退相干

[Decoherence by a classically small influence](#)

物理学报.2012, 61(24): 240302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.240302>

厄米多项式算符的新恒等式及其在量子压缩中的应用

[New Hermite-polynomial-operator identities and their application in quantum squeezing](#)

物理学报.2012, 61(11): 110302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.110302>

群速度色散对于纠缠光场二阶关联函数影响的研究*

韩笑纯 黄靖正 方晨 曾贵华†

(上海交通大学量子信息感知与处理研究中心, 区域光纤通信网与新型光通信系统国家重点实验室, 上海 200240)

(2014年9月25日收到; 2014年11月5日收到修改稿)

HBT干涉是量子测量中的一种重要手段, 其通过计算光场的二阶关联函数而得到测量结果. 在长距离测距中, 光场的二阶关联函数会受到光纤中群速度色散的影响而发生展宽和平移, 从而在一定程度上影响测量精度. 本文主要针对二阶关联函数半高宽受群速度色散的影响, 给出了半高宽与测量距离与群速度色散系数的关系.

关键词: 二阶关联, 群速度色散, 量子测距

PACS: 03.65.Ta, 42.25.Kb

DOI: 10.7498/aps.64.070301

1 引言

量子物理是当代物理的基础与核心. 近20年来, 越来越多的量子实验揭示出了许多非经典的物理现象, 在信息传输、抗噪声干扰等领域都有突破经典极限的能力^[1]. 光量子纠缠态是量子物理的一个重要方面. 在一个量子纠缠系统中, 多个子系统之间可能在空间中互相分离, 但是这些子系统之间相互关联, 它们的观测结果也并不独立. 因为这个特点, 量子纠缠被广泛应用于量子通信^[2]、量子密码^[3]、隐形传态^[4,5]、纠缠俘获^[6]等诸多领域. 量子测距是量子纠缠的另一个重要应用. 光学测距方式有很多, 例如激光发射式测距、关联测距^[7]、光时域反射(OTDR)^[8]等. 激光反射式测距是最早出现的一种测距方式, 其特点是简单易操作, 但是精度较低. 关联测距利用热光的时间关联特性, 通过符合计数的方式得到测量距离. 2012年, Zhu等使用赝热光进行了关联测距实验^[7], 但是受限于赝热光的关联特性, 其测量精度为厘米量级. 区别于传统的激光测距技术, 量子纠缠测距利用光场的二阶特性

和量子效应, 能够突破经典物理的散粒噪声极限, 达到更高的测量精度.

HBT干涉实验(Hanbury, Brown and Twiss)是一种常用的量子纠缠测距实验^[9]. HBT实验中, 抽运光通过非线性晶体后发生下参量转换, 产生纠缠双光子对, 然后耦合入光纤, 分别在信号路和闲置路中传输. 我们在信号路中加入一段光纤, 信号路中的光子通过这段光纤后由单光子探测器收集; 在闲置路中我们不加入任何光纤, 直接由单光子探测器收集. 最后我们进行符合测量得到二阶关联函数. 由于光在这段光纤中传播所损耗的时间, 得到的二阶关联函数会发生水平偏移, 通过计算水平偏移的幅度从而得知光纤的长度. 2013年, Xiao等使用纠缠光源进行了HBT量子测距实验^[10], 测量了一段1000 m的光纤, 并达到了百微米级别的精度. 但是在测量中, 肖俊俊等只考虑了时间偏移, 测量得到的是时间精度, 而并没有考虑到色散所带来的群速度偏移, 因此其结果存在偏差. 为了消除偏差, 需要将光纤中的色散所造成的偏差进行补偿. 此外, 由于群速度色散的影响, 在长距离测量中, 由于群速度色散的影响, 不同频率的传输时间不同, 造

* 国家自然科学基金(批准号: 61170228, 61332019)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: gzheng@sjtu.edu.cn

成其二阶关联函数的波峰位置并不重合而形成了一种叠加的形式, 最终形成的二阶关联函数的半高宽将发生展宽; 并且不同于HOM实验(Hong, Ou and Mandal)^[11], HBT实验并不能通过光路本身消除色散的影响^[12,13]. Valencia等^[14]在2002年提出了在色散介质中传输距离对于二阶关联函数的影响.

本文通过计算HBT测距实验最终得到的二阶关联函数理论值, 得出群速度色散不仅仅导致二阶关联函数在形状上发生了展宽现象, 而且使得其中心位置也发生了偏移. 在长距离的量子精密测量中, 由于群速度色散导致的额外偏移会极大的影响到测量结果的准确性, 因此利用本文的结论对于计算结果的补偿是非常重要的. 此外, 半高宽发生展宽往往直接影响到拟合的效果, 从而影响到最后的测量精度. 本文给出了光纤中群速度色散所导致的半高宽展宽的数值, 由此可以在数据处理中使用计算得到的半高宽进行拟合, 从而在一定程度上提高测量结果的准确性和测量精度.

2 理论模型

在HBT干涉仪(图1)中, 双光子纠缠是一种常见的测量方式, 其利用激光源发射的激光经过非线性晶体后, 发生下参量转换而形成纠缠双光子对. 这对纠缠光子分别通过信号路和闲置路, 最后由单光子探测器探测. 由于在信号路中加入了一段长光纤, 所以探测器1和2所探测到的信息并不相同, 而是在时间上有关联, 二阶关联函数 $G^{(2)}(\tau)$ 满足下式关系^[14]:

$$G^{(2)}(\tau) = \langle \Psi | E_1^-(t_1) E_1^-(t_2) E_1^+(t_1) E_1^+(t_2) | \Psi \rangle, \quad (1)$$

式中, Ψ 为

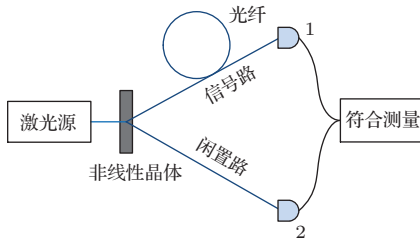


图1 双光子纠缠HBT干涉仪

$$\begin{aligned} \Psi = & |vac\rangle + C \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega F(\Omega) a_1^+ \left(\frac{\omega_p}{2} - \Omega \right) \\ & \times a_s^+ \left(\frac{\omega_p}{2} - \Omega \right) |vac\rangle, \end{aligned} \quad (2)$$

其中, ω_p 为抽运光频率, 且 $\Omega = \omega_s - \omega_p/2 = \omega_p/2 - \omega_i$; a_1^+ , a_s^+ 分别为闲置路和信号路的生成算符.

光场的两个分量可以表示为

$$\begin{aligned} E_1^+(t_1) &= \int d\omega_1^+ a_s(\omega_1^+) e^{ik_s(\omega_1^+)t_1} e^{-i\omega_1^+t_1}, \\ E_2^+(t_2) &= \int d\omega_2^+ a_s(\omega_2^+) e^{-i\omega_2^+t_2}, \end{aligned} \quad (3)$$

$k_s(\omega_1^+)$ 表示信号路光纤中传输的波数. 利用生成算符的对易特性, 可以得到

$$\begin{aligned} G^{(2)}(\tau) &= \left\| \langle 0 | E_1^+(t_1) E_1^+(t_2) | \Psi \rangle \right\|^2 \\ &= \left\| \int d\Omega F(\Omega) e^{ik_s(\omega_p/2+\Omega)l} e^{-i\Omega t_1 + i\Omega t_2} \right\|^2 \\ &= \left\| \int d\Omega F(\Omega) e^{ik_s(\omega_p/2+\Omega)l} e^{-i\Omega\tau} \right\|^2, \end{aligned} \quad (4)$$

$k_s(\omega_1^+)$ 可以展开为 $k_s(\omega_1^+) = \frac{\omega_p/2 + \Omega}{c} \cdot n_\Omega$, n_Ω 为波长 $\omega_p/2 + \Omega$ 的光所对应的折射率. 当光纤中没有色散时, n_Ω 为常数, 上式可以改写为

$$\begin{aligned} G^{(2)}(\tau) &= \left\| \int d\Omega F(\Omega) e^{-i\Omega(\tau-nl/c)} e^{i\omega_p nl/2c} \right\|^2 \\ &= \left\| \int d\Omega F(\Omega) e^{-i\Omega(\tau-nl/c)} \right\|^2. \end{aligned} \quad (5)$$

可以看到, 在没有色散时, $G^{(2)}(\tau)$ 只是对于 τ 作了一个平移, 并没有发生其他变化. 在实际使用中, 光纤中必然会有色散出现, 在这种情况下, 我们利用Selmeier方程, 可以得到

$$n^2(\lambda) = 1 + \frac{B_1 \lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2 \lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3 \lambda^2}{\lambda^2 - C_3}, \quad (6)$$

$B_1, B_2, B_3, C_1, C_2, C_3$ 均为与光纤材料相关的常数. 当光谱较窄时, 可以认为二阶色散系数为常数 β , 则 $n_\Omega = n_0 + \beta\Omega$ 由此可以得到

$$\begin{aligned} & k_s(\omega_p/2 + \Omega)l \\ &= \frac{\omega_p/2 + \Omega}{c} \cdot (n_0 + \beta\Omega)l \\ &= \omega_p n_0 l / 2c + (\omega_p \beta l / 2c + n_0 l / c) \cdot \Omega \\ & \quad + \beta l / c \cdot \Omega^2, \end{aligned} \quad (7)$$

式中第一项与 Ω 无关, 取模之后为1略去; 第二项将时间 τ 平移; 第三项为二次项, 将使得 $G^{(2)}(\tau)$ 的形状发生展宽. 值得注意的是, 第二项除了常规的平移项 $n_0 l/c$ 之外, 还有一项 $\omega_p \beta l/2c$, 因此, HBT 实验测量到的距离并非实际光纤的长度, 还会受到群速度色散系数的影响. 由于 β 一般为正数, 故 HBT 实验测量到的距离会偏大.

对于 II 型晶体和非简并的 I 型晶体而言, $F(\Omega)$ 可表示为^[15]

$$F(\Omega) = \frac{\sin(DL\Omega/2)}{DL\Omega/2}, \quad (8)$$

式中, D 为信号光与闲置光在晶体中的群速度倒数之差, 当光谱较窄时可以认为是定值, L 为晶体长度. 由于 $F(\Omega)$ 为偶函数, 因此 $G^{(2)}(\tau)$ 可以化简为

$$G^{(2)}(\tau) = \left\| \int d\Omega \frac{\sin(DL\Omega/2)}{DL\Omega/2} e^{i\beta l\Omega^2/c} \times \cos(\Omega(\tau - n_0 l/c - \omega_p \beta l/2c)) \right\|^2. \quad (9)$$

进一步计算可以得到(当 $l \neq 0$ 时)

$$G^{(2)}(\tau) = \frac{2\pi^2}{D^2 L^2} \left[\text{FresnelC} \left(\frac{-DL/2 + \tau'}{\sqrt{2\beta l\pi/c}} \right) - \text{FresnelC} \left(\frac{DL/2 + \tau'}{\sqrt{2\beta l\pi/c}} \right) \right]^2 + \frac{2\pi^2}{D^2 L^2} \left[\text{FresnelS} \left(\frac{-DL/2 + \tau'}{\sqrt{2\beta l\pi/c}} \right) - \text{FresnelS} \left(\frac{DL/2 + \tau'}{\sqrt{2\beta l\pi/c}} \right) \right]^2, \quad (10)$$

式中, $\tau' = \tau - \Omega n_0 l/c - \omega_p \beta l/2c$, FresnelC 与 FresnelS 均为菲涅耳函数.

考虑到激光器的谱宽, 实际测量中得到的 $g^{(2)}(\tau)$ 应该是 $G^{(2)}(\tau)$ 对于 ω_p 的积分:

$$g^{(2)}(\tau) = \int d\omega_p G^{(2)}(\tau) f(\omega_p), \quad (11)$$

式中, $f(\omega_p)$ 为激光器光谱. 由于 ω_p 对 $G^{(2)}(\tau)$ 只有横向平移效果, 因此实际测量中得到的 $g^{(2)}(\tau)$ 是每个波长所对应的 $G^{(2)}(\tau)$ 的叠加效果, 如图 2, 这也会对最后的结果有展宽作用.

特别的, 当信号路也不加入光纤时, $G^{(2)}(\tau)$ 为

$$G^{(2)}(\tau) = \left\| \int d\Omega \frac{\sin(DL\Omega/2)}{DL\Omega/2} \cos(\Omega\tau) \right\|^2 = \frac{\pi}{DL} \left[\text{sign} \left(\frac{DL}{2} - \tau \right) + \text{sign} \left(\frac{DL}{2} + \tau \right) \right], \quad (12)$$

上式的结果是一个宽度为 DL 的门函数, 由非线性晶体本身的参数决定.

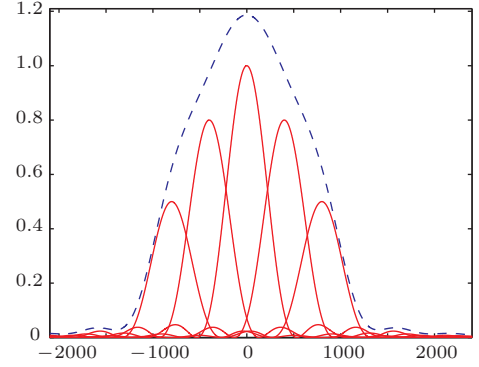


图 2 G_2 函数的叠加

3 仿真与实验结果

实验中我们使用了 405 nm 的抽运光, 经过 1/4 波片 (QWP) 和半波片 (HWP) 调整偏振之后通过双向色镜 (DM, 透射 405 nm, 反射 810 nm), 由偏振分束器分为两路, 进入 Sagnac 环路. 在环路中, H 光直接经过 PPKTP (周期性极化磷酸氧钛钾晶体) 非线性晶体, V 光经过半波片变为 H 光后经过 PPKTP 非线性晶体. 最后, 两路光再次通过偏振分束器, 进入信号路和闲置路. 实验中, 我们在信号路加入了一段光纤, 实验的目标就是测量这段光纤的长度 (见图 3).

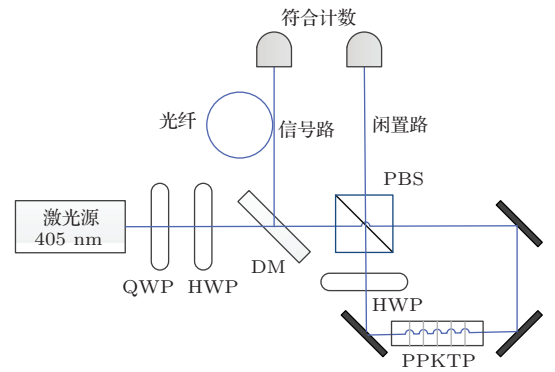


图 3 双光子纠缠 HBT 实验图

在仿真中, 我们选取了实验中常见的参数, 非线性晶体的长度 L 取为 10 mm, 群速度的倒数差 D 选取为 1.5 ps/cm, 抽运光中心波长选取为 405 nm, 信号路中添加的光纤所采用的光纤介质为最常见的 BK7 石英晶体.

仿真中得到的 G_2 函数半高宽为 1.5 ps, 实验

中得到的 G_2 函数半高宽 (FWHM) 为 400 ps (由于半高宽区别较大, 图 4 中仿真与实验结果的横坐标轴并不相同), 相比与仿真结果大很多, 这主要是由于探测器的精度和误差所限.

当我们在信号路加入一段 1000 m 左右的光纤时, 可以得到图 5 所示.

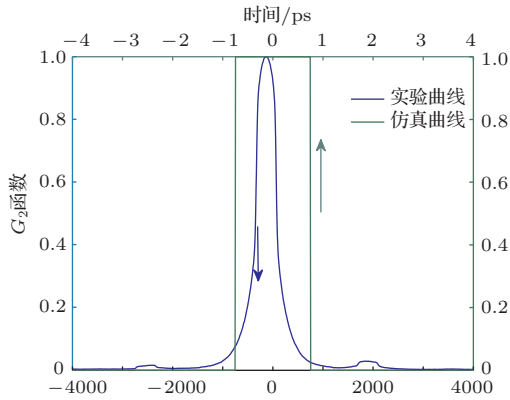


图 4 信号路未加入光纤时的 G_2 函数

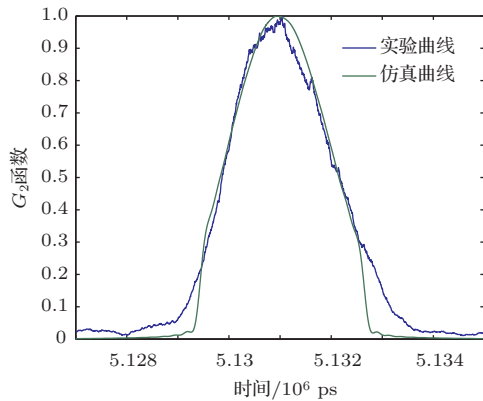


图 5 光纤长度为 1000 m 时的 G_2 函数

由此可以看到, 当光纤长度很长时, 测量得到的 G_2 函数明显发生展宽, 并且其中心位置为 5130800 ps, 对应的光纤长度为 1018 m, 比实际光纤的长度略大一些. 由之前计算得到的结果, 其偏移的程度与 ω_p , β , l 均成正比, 额外偏移大小为光纤长度的 $\frac{\omega_p \beta}{2n_0} \times 100\%$. 在本次实验的参数条件下, 其中心偏移程度大约为光纤长度的 1.24%, 因此我们需要对实验结果进行补偿. 将实验测量得到的结果除以 $1 + \text{中心偏移程度}$, 即

$$1018 / (1 + 1.24\%) = 1005.5 \text{ m}. \quad (13)$$

经过补偿之后的实验结果与光纤的实际长度符合.

由于群速度色散而导致二阶关联函数在时间

上发生平移, 使得由二阶关联函数并不能直接读出所测量的距离. 为了解决这个问题, 在 HBT 实验中测量 G_2 函数的时候还要同时测量光纤的群速度色散系数 β , 之后对测量结果进行补偿, 补偿的大小为 $\omega_p \beta l / 2c$.

如果光纤的群速度色散系数 β 未知并且不容易测量, 那么可以通过测量 G_2 函数的半高宽来推算出群速度色散系数 β , 图 5 给出了当光纤长度为 1000 m 时, G_2 函数半高宽与二阶色散系数的关系如图 6 所示.

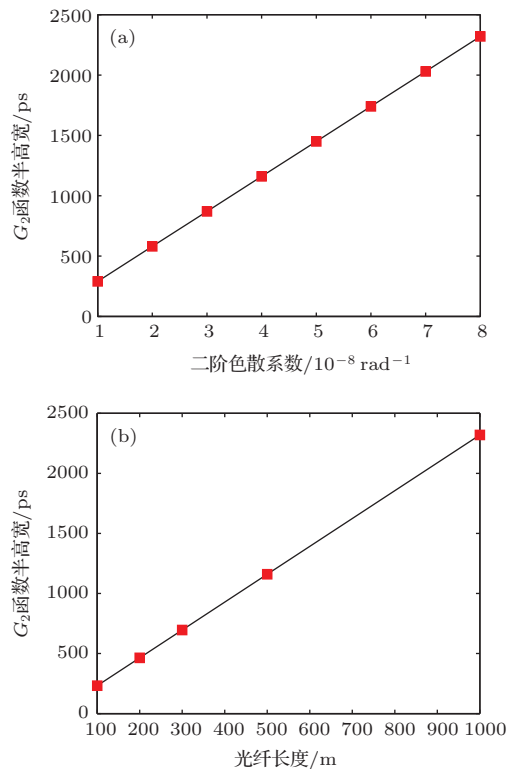


图 6 (a) 二阶色散系数与半高宽的关系; (b) 光纤长度与半高宽的关系

从图 6 可以看出半高宽与二阶色散系数、光纤长度都基本呈线性关系. 利用这个特点, 我们可以得到经验公式

$$\frac{\text{FWHM}}{\beta l} = C, \quad (14)$$

对同一个纠缠源而言, 得到的二阶关联函数的半高宽与群速度色散系数和光纤长度乘积的比值是一个常数. 在本次实验中, 这个常数为 $2.9 \times 10^5 \text{ s}^2/\text{m}$. 因此, 如果我们实现并不知道光纤中的群速度色散系数, 我们可以先测量得到二阶关联函数的半高宽 2320 ps, 再得到二阶关联函数中心偏移的大致距离得到光纤的大致长度 1000 m, 然后通过 (14) 式计

算得到群速度色散系数 $\beta = 8 \times 10^{-18}$, 最后按照上述的补偿方式进行补偿, 得到实际的光纤长度.

4 结 论

本文主要针对二阶关联函数受光纤色散的影响作了研究, 分析了光纤长度、群速度色散系数、光纤介质材料对于二阶关联函数半高宽的影响. 对 404 nm 的抽运光进行了实验和仿真, 说明了长距离测量时需要考虑光线中群速度色散对于测量结果有很大的影响. 在实验数据处理中, 必须对于群速度色散所导致测量结果的误差进行补偿. 同时我们也得到了二阶关联函数半高宽与光纤长度、二阶色散系数、晶体长度的关系, 并可以由此推算出光纤的二阶色散系数. 为了减小测量得到的二阶关联函数的半高宽, 应该尽量选用色散较小的光纤, 以达到更好的测量效果.

参考文献

- [1] Zhang L J, Xiao M 2013 *Chin. Phys. B* **22** 110310
- [2] Zhu J, Lu Y, Huang P, Liu J N, Zeng G H 2011 *AIP Conference Proceeding* **1363** 117
- [3] Huang P, Zhu J, Lu Y, Zeng G H 2011 *International Journal of Quantum Information* **9** 701
- [4] Bennett C H, Brassard G, Crépeau C 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [5] Liu S Y, Zheng K M, Jia F 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 140302 (in Chinese) [刘世右, 郑凯敏, 贾芳, 胡利云, 谢芳森 2014 **63** 140302]
- [6] Zhang Y J, Yang X Q, Han W 2013 *Chin. Phys. B* **22** 090307
- [7] Zhu J, Cheng X X, Huang P, Zeng G H 2012 *Applied Optics* **51** 4885
- [8] Man X J, Dong Y, He H, Hu W S 2010 *Chinese Journal of Scientific Instrument* **131** 19
- [9] Hanbury R, Brown R Q Twiss 1956 *Nature* **178** 1046
- [10] Xiao J J, Chen F, Han X C, Zhao J K, Zeng G H 2013 *Chinese Physics Letters* **30** 100301
- [11] Hong C K, Ou Z Y, Mandel L 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 2044
- [12] Aephrain M S, Paul G K, Raymond Y C 1992 *Phys. Rev. A* **45** 6659
- [13] Masayuki O, Ryo O, Akira T, Shutaro I, Norihiko N, Shigeki T 2013 *Phys. Rev. A* **88** 043845
- [14] Alejandra V, Maria V C, Alexei T, Shih Y H 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 183601
- [15] Klyshko D N 1988 *Photons and Nonlinear Optics* (Vol. 1) (New York: CRC Press) pp120–121

Research of the impact of group velocity dispersion on the second-order correlation of entangled light field*

Han Xiao-Chun Huang Jing-Zheng Fang Chen Zeng Gui-Hua[†]

(Center for Quantum Information Sensing and Processing Research, State Key Laboratory of Advanced Optical Communication Systems and Networks, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

(Received 25 September 2014; revised manuscript received 5 November 2014)

Abstract

In the experiment presented in the paper, HBT (Hanbury-Brown and Twiss) interferometer is used to measure the second-order correlation function (G_2) for two entangled photons, denoted as signal and idle ones, generated by the spontaneous parametric down-conversion process. When an extra optical fiber is inserted in the signal's path, the arrival times of these two photons are different, so that the length of the fiber can be estimated by measuring the time offset in the G_2 function.

As the laser light we used is not monochromatic, the experimental result is affected by the group velocity dispersion (GVD). Light of different wavelength has different velocity and leads to different travelling time in the fiber. Through calculation, we find that the G_2 function of each wavelength has the same shape but different center time offset. Thus, the final G_2 function, as a superimposition of the functions with different wavelengths, is broadened in a long-distance measurement, which seriously reduces the estimation accuracy. We analyze this phenomenon in both theory and experiment, and the experimental results fit our theoretical simulations quite well.

In the theoretical analysis, we find that the group velocity dispersion introduces an additional time offset to the final G_2 function which is proportional to the total time offset. In our experiment, this additional time offset is about 1% of the total time offset. In particular, this effect results in a 63600 ps extra time offset, which can be compensated in post process, with a time accuracy of about 1 ps.

This paper focuses on the G_2 function affected by the group velocity dispersion, and also calculates the additional time offset produced by group velocity dispersion, and thus gives a method to compensate the additional time offset through calculation.

Keywords: second-order correlation, group velocity dispersion, quantum ranging

PACS: 03.65.Ta, 42.25.Kb

DOI: [10.7498/aps.64.070301](https://doi.org/10.7498/aps.64.070301)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61170228, 61332019).

[†] Corresponding author. E-mail: ghzeng@sjtu.edu.cn