物理学报 Acta Physica Sinica
Chinese Physical Society
Institute of Physics, CAS

杨-巴克斯特自旋1/2链模型的量子关联研究

苟立丹　王晓茜

Properties of quantum correlations in the Yang-Baxter spin-1/2 chain mode

Gou Li-Dan　Wang Xiao-Qian

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 64, 070302 (2015)　DOI: 10.7498/aps.64.070302
在线阅读 View online: http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.070302
当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I7

杨-巴克斯特自旋1/2链模型的量子关联研究*

苟立丹† 王晓茜

(长春理工大学理学院, 长春 130022)

(2014 年 8 月 19 日收到; 2014 年 11 月 9 日收到修改稿)

量子系统各部分间的量子关联可以作为量子信息应用研究的基础资源. 而量子失协是度量量子关联大小的物理量. 由此研究杨-巴克斯特自旋 1/2 链模型的量子关联情况. 首先利用两个杨-巴克斯特方程的解得到相应的杨-巴克斯特自旋 1/2 链模型. 然后, 计算分析热平衡时杨-巴克斯特自旋 1/2 链模型的量子失协、几何量子失协和量子纠缠随着温度和外磁场的变化情况. 结果表明对于杨-巴克斯特自旋 1/2 链模型, 量子失协和几何量子失协能够比量子纠缠更好地度量量子关联.

关键词: 杨-巴克斯特方程, 量子失协, 几何量子失协, 量子纠缠

PACS: 03.67.–a, 03.65.fd **DOI:** 10.7498/aps.64.070302

1 引 言

现今, 量子失协 (quantum discord, QD) 作为量子关联的一种新的度量方式, 在量子信息的研究中起到了重要的作用[1−3]. 量子失协是基于互信息理论提出的物理量, 主要是考虑经典互信息量在延伸至量子领域时出现的差别. 可以说, 量子失协是超越量子纠缠的可以描述非经典关联的物理量, 它已经成为量子信息处理过程中的重要资源[4]. 但是, 由于计算过程中涉及最大化, 使得量子失协很难给出解析结果. 目前, 仅有少数情况得到了量子失协的解析表达式. 为了克服这个困难, Daki'c 等[5] 引入了几何量子失协 (geometric measure of quantum discord, GMQD) 来描述量子关联. 几何量子失协是利用给定态和量子失协为零的态之间的最小的希尔伯特-施密特距离定义的. 文献 [6] 给出了两比特量子态 GMQD 的精确表示式. 对于不同的量子系统的 QD 和 GMQD, 国内外都取得了一些新的研究进展[7−19]. 例如, 文献 [10] 研究热平衡时海森堡链模型的 QD 随温度和外磁场的变化情况. 文献 [17] 计算得到了二能级原子与一个共同热库相互作用模型的量子纠缠和量子失协的解析表达式, 发现偶极-偶极相互作用对量子纠缠和量子失协的衰减有抑制作用. 文献 [18] 给出双量子比特系统与 Ising 链耦合情形下量子失协和几何量子失协的演化规律. 文献 [19] 考察在共振和失谐情况下阻尼 Jaynes-Cumming 模型中两原子的量子关联动力学, 发现几何量子失协不会出现猝死现象.

自从 Kauffman 和 Lomonaco[20] 开始探索杨-巴克斯特方程 (Yang-Baxter equation, YBE)[21,22] 的解在量子信息研究中的作用, 杨-巴克斯特方程和辫子群理论就被真正引入了量子信息的研究领域. 研究表明, 幺正的 YBE 矩阵可以作为通常的量子门[20]. 这使得杨-巴克斯特方程和辫子群理论成为研究量子纠缠的新方法. 文献 [20, 23, 24] 指出, 可以用来生成纠缠态的 Bell 矩阵是幺正的辫子群变换矩阵. 最近的一些研究表明任何两比特纠缠纯态可以由 YBE 矩阵通过局域幺正变换得到[25−28]. 近来杨-巴克斯特系统的量子关联问题受到了关注[29,30], 通过计算分析杨-巴克斯特系统的 QD 和 GMQD, 了解由 YBE 的解构造的系统的量子关联情况. 这是 YBE 研究的一个新的领域.

本文主要研究 YBE 的解构造的链模型的量子

∗ 国家自然科学基金 (批准号: 11305020) 资助的课题

† 通信作者. E-mail: gou_ld@163.com

关联问题, 分析Temperly-Lieb代数(TLA)的具体表示矩阵, 通过杨-巴克斯特化方法得到YBE的解. 然后利用YBE的解构造哈密顿量, 进而得到杨-巴克斯特自旋1/2链模型. 在此基础上, 根据GMQD的定义, 计算得到链模型处于热平衡态的GMQD的解析表达式, 并分析GMQD随温度和磁场的变化情况. 然后, 比较分析QD, GMQD以及并发度随温度变化的数值结果.

2 杨-巴克斯特自旋1/2链模型

首先, 简要介绍TLA的主要理论[31]. TLA的生成元$U_i(i=1,2,\cdots,n-1)$需要满足下列关系:

$$\begin{aligned} &U_iU_{i\pm1}U_i=U_i,\quad 1\leqslant i\leqslant n,\\ &U_i^2=dU_i,\quad 1\leqslant i\leqslant n-1,\\ &U_iU_j=U_jU_i,\quad |i-j|\geqslant 2, \end{aligned}\tag{1}$$

这里d是扭结理论中的单圈, 不依赖于粒子位置. 定义$U_i\equiv U_{i,i+1}$, $U_{i,i+1}$表示$I_1\otimes\cdots\otimes I_{i-1}\otimes U\otimes I_{i+2}\otimes\cdots\otimes I_n$, I_j表示第j个粒子的单位矩阵. 我们称$\boldsymbol{U}$是TLA的表示矩阵. 当$d=2$时, 幺正矩阵$\boldsymbol{U}$取以下两种形式:

$$\boldsymbol{U}_1=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}&0\\0&\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi}&1&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{U}_2=\begin{pmatrix}1&0&0&\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi}&0&0&1\end{pmatrix}.\tag{2}$$

然后, 我们通过杨-巴克斯特化方法从$\boldsymbol{U}$矩阵得到YBE的解幺正$\boldsymbol{R}$矩阵, 它满足的杨-巴克斯特方程: $\boldsymbol{R}_{12}(u)\boldsymbol{R}_{23}(u+v)\boldsymbol{R}_{12}(v)=\boldsymbol{R}_{23}(v)\boldsymbol{R}_{12}(u+v)\boldsymbol{R}_{23}(u)$, 其中$\boldsymbol{R}_{12}=\boldsymbol{R}\otimes I$, $\boldsymbol{R}_{23}=I\otimes\boldsymbol{R}$. 谱参数$u$和$v$在一些模型中是与一维动量有关的. 杨-巴克斯特方程的解也可以采用这样的形式: $\boldsymbol{R}(u)=\rho(u)(I+F(u)U)$, 这里的$\boldsymbol{U}$满足TLA, 系数$F(u)$是由杨-巴克斯特方程来确定的. 把(2)式代入可得到两个幺正$\boldsymbol{R}$矩阵, 具体形式如下:

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{R}_{i,i+1}^1(\theta,\varphi)\\ &=\left(\cos\frac{\theta}{2}+\frac{\mathrm{i}}{2}\sin\frac{\theta}{2}\right)I_iI_{i+1}+2\mathrm{i}\sin\frac{\theta}{2}S_i^zS_{i+1}^z\\ &\quad-\mathrm{i}\sin\frac{\theta}{2}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}S_i^+S_{i+1}^-+\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi}S_i^-S_{i+1}^+\right), \end{aligned}\tag{3}$$

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{R}_{i,i+1}^2(\theta,\varphi)\\ &=\left(\cos\frac{\theta}{2}+\frac{\mathrm{i}}{2}\sin\frac{\theta}{2}\right)I_iI_{i+1}-2\mathrm{i}\sin\frac{\theta}{2}S_i^zS_{i+1}^z\\ &\quad-\mathrm{i}\sin\frac{\theta}{2}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}S_i^+S_{i+1}^++\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi}S_i^-S_{i+1}^-\right). \end{aligned}\tag{4}$$

上式中的S_i^z表示第i个粒子的自旋算符, $S_i^\pm=S_i^x\pm S_i^y$表示第i个粒子的升降算符, θ是由参数u定义的, 即$\cos\theta=(1+u)/\sqrt{2(1+u^2)}$.

我们考虑两个自旋1/2粒子构成的系统[32,33], 它的哈密顿量是

$$H_0=\mu_1S_1^z+\mu_2S_2^z+gS_1^zS_2^z,\tag{5}$$

其中$\mu_i\,(i=1,2)$表示外磁场的作用, g表示两个近邻自旋在z方向的相互作用.

然后引入两个参数$B=\dfrac{\mu_1+\mu_2}{2}$和$J=\dfrac{\mu_1-\mu_2}{2}$. 根据薛定谔方程

$$\mathrm{i}\hbar\partial\left|\varPsi(\theta,\varphi)\right\rangle/\partial t=H(\theta,\varphi)\left|\varPsi(\theta,\varphi)\right\rangle,$$

我们可以得到

$$\begin{aligned} &\mathrm{i}\hbar\partial\left[\boldsymbol{R}(\theta,\varphi)\left|\varPsi_0\right\rangle\right]/\partial t\\ &=\mathrm{i}\hbar\partial\left|\varPsi(\theta,\varphi)\right\rangle/\partial t\\ &=H(\theta,\varphi)\left|\varPsi(\theta,\varphi)\right\rangle=H(\theta,\varphi)\boldsymbol{R}(\theta,\varphi)\left|\varPsi_0\right\rangle, \end{aligned}$$

这里$|\varPsi_0\rangle$是H_0的本征态, 并且$|\varPsi(\theta,\varphi)\rangle=\boldsymbol{R}(\theta,\varphi)|\varPsi_0\rangle$. 实参数$\theta$和$\varphi$是不依赖于时间的. 通过幺正变换$H(\theta,\varphi)=\boldsymbol{R}(\theta,\varphi)H_0\boldsymbol{R}^{-1}(\theta,\varphi)$, 可以得到新的哈密顿量

$$\begin{aligned} &H_1(\theta,\varphi)\\ &=B(S_1^z+S_2^z)+J\cos\theta(S_1^z-S_2^z)+gS_1^zS_2^z\\ &\quad+\mathrm{i}J\sin\theta\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}S_1^+S_2^--\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi}S_1^-S_2^+\right), \end{aligned}\tag{6}$$

$$\begin{aligned} &H_2(\theta,\varphi)\\ &=B\cos\theta(S_1^z+S_2^z)+J(S_1^z-S_2^z)+gS_1^zS_2^z\\ &\quad+\mathrm{i}B\sin\theta\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}S_1^+S_2^+-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi}S_1^-S_2^-\right). \end{aligned}\tag{7}$$

3 链模型热态的量子关联

对于希尔伯特空间中$\mathscr{H}=\mathscr{H}_{\mathscr{A}}\otimes\mathscr{H}_{\mathscr{B}}$的量子态$\rho$, 由量子互信息理论得到它的总关联是

$$\mathscr{I}(\rho)=\mathscr{H}(\rho_A)+\mathscr{H}(\rho_B)-\mathscr{H}(\rho),\tag{8}$$

这里$\mathscr{H}(\rho)=-\mathrm{Tr}[\rho\log_2\rho]$是冯纽曼熵, $\rho_{A(B)}=\mathrm{Tr}_{B(A)}\rho$是体系的约化密度矩阵. 如果以$A$系统作为对象, 量子失协(quantum discord, QD)定义为[1–3]

$$\mathscr{D}(\rho)=\mathscr{I}(\rho)-\mathscr{C}(\rho), \tag{9}$$

其中是$\mathscr{I}(\rho)$总关联, $\mathscr{C}(\rho)$是经典关联. 经典关联可由下式得到:

$$\mathscr{C}(\rho)=\max_{\{E_K\}}\mathscr{I}(\rho|\{E_K\}). \tag{10}$$

$\mathscr{I}(\rho|\{E_K\})$是在给定正交基$\{E_K\}$上量子互信息中的一个变量.

由于计算涉及最大化的过程, 所以很难得到量子失协的解析解. 为了克服这个困难, Dakic等引入几何量子失协(geometric measure of quantum discord, GMQD). 这个物理量是根据给定态和量子失协为零的态之间的最小的希尔伯特-施密特距离定义的. 具体定义式如下[5,6]:

$$D^g(\rho)=\min_{\chi}\|\rho-\chi\|^2, \tag{11}$$

这里几何量$\|\rho-\chi\|^2=\mathrm{Tr}(\rho-\chi)^2$是厄密算符的希尔伯特-施密特距离. 对于两粒子态有

$$\boldsymbol{\rho}=\frac{1}{4}\sum_{\alpha,\beta=0}^{3}\boldsymbol{R}_{\alpha\beta}\boldsymbol{\sigma}_\alpha\otimes\boldsymbol{\sigma}_\beta, \tag{12}$$

其中$\boldsymbol{\sigma}_{1,2,3}$是泡利矩阵$\boldsymbol{\sigma}_{x,y,z}$, $\boldsymbol{\sigma}_0$是单位矩阵. $\boldsymbol{R}_{\alpha\beta}$的具体形式如下:

$$\boldsymbol{R}_{\alpha\beta}=\mathrm{Tr}[\boldsymbol{\sigma}_\alpha\otimes\boldsymbol{\sigma}_\beta\rho]. \tag{13}$$

它的矩阵形式是

$$\boldsymbol{R}_{\alpha\beta}=\begin{pmatrix}1 & \boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{a} & \boldsymbol{\tau}\end{pmatrix}. \tag{14}$$

此处T表示矩阵的转置, 则$\boldsymbol{a}=(a_1,a_2,a_3)^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{b}=(b_1,b_2,b_3)^{\mathrm{T}}$, 而$\boldsymbol{\tau}$是一个$3\times3$的矩阵. 那么几何量子失协可通过下式计算:

$$D^g(\rho)=\frac{1}{4}\left(\|b\|^2+\|\tau\|^2-\lambda_{\max}\right), \tag{15}$$

$\lambda_{\max}$是矩阵$\boldsymbol{b}\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}+\tau\tau^{\mathrm{T}}$的最大本征值.

当自旋链模型处于热平衡态时, 它的密度矩阵是$\boldsymbol{\rho}(T)=\exp(-H/kT)/Z$其中$Z=\mathrm{Tr}[\exp(-H/kT)]$是配分函数, k是玻尔兹曼常数, T是温度.

对于第一个链模型, 我们设$\theta=\pi/2$和$\varphi=-\pi/2$, 则哈密顿量表示为

$$H_1(\pi/2,-\pi/2)$$
$$=B(S_1^z+S_2^z)+gS_1^zS_2^z+J\left(S_1^+S_2^-+S_1^-S_2^+\right).$$

以$\{|00\rangle,|01\rangle,|10\rangle,|11\rangle\}$为基底, 模型的密度矩阵是

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{\rho}_1(T)\\&=\frac{1}{2\left(\cosh\frac{B}{T}+\mathrm{e}^{\frac{g}{2T}}\cosh\frac{J}{T}\right)}\\&\times\begin{pmatrix}\mathrm{e}^{-\frac{B}{T}} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \mathrm{e}^{\frac{g}{2T}}\cosh\frac{J}{T} & -\mathrm{e}^{\frac{g}{2T}}\sinh\frac{J}{T} & 0\\ 0 & -\mathrm{e}^{\frac{g}{2T}}\sinh\frac{J}{T} & \mathrm{e}^{\frac{g}{2T}}\cosh\frac{J}{T} & 0\\ 0 & 0 & 0 & \mathrm{e}^{\frac{B}{T}}\end{pmatrix}.\end{aligned} \tag{16}$$

计算得到态$\boldsymbol{\rho}_1(T)$的GMQD如下:

$$\begin{aligned}D_{\rho_1}^g&=\min\{D_1^g,D_2^g\},\\ D_1^g&=\frac{\mathrm{e}^{\frac{g}{T}}\left(\sinh\frac{J}{T}\right)^2}{2\left(\cosh\frac{B}{T}+\mathrm{e}^{\frac{g}{2T}}\cosh\frac{J}{T}\right)^2},\\ D_2^g&=\Big\{-2+\mathrm{e}^{-\frac{2B}{T}}+\mathrm{e}^{\frac{2B}{T}}+\Big[\mathrm{e}^{-\frac{B}{T}}+\mathrm{e}^{\frac{B}{T}}\\&\quad-2\,\mathrm{e}^{\frac{g}{2T}}\left(\cosh\frac{J}{T}\right)\Big]^2+4\,\mathrm{e}^{\frac{g}{T}}\left(\sinh\frac{J}{T}\right)^2\Big\}\\&\quad\times16^{-1}\left(\cosh\frac{B}{T}+\mathrm{e}^{\frac{g}{2T}}\cosh\frac{J}{T}\right)^{-2}.\end{aligned} \tag{17}$$

根据(17)式, 我们给出态$\boldsymbol{\rho}_1(T)$的GMQD如图1所示. 从图中可以看出第一个链模型热平衡态的GMQD在温度为零时不为零, 而后随着温度和磁场强度的增大而减小. 当温度较低时, 热态GMQD随着磁场变化增大的较快. 但是当温度较高时, 热态GMQD随着磁场变化的较慢.

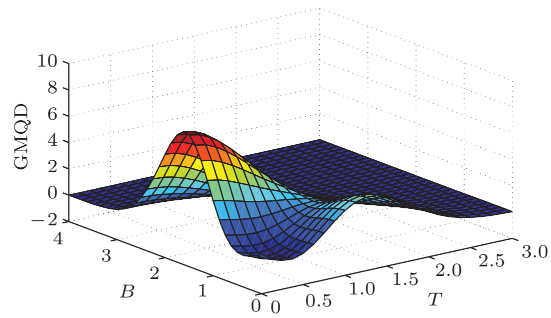

图1　(网刊彩色) 在$g=0$, $J=1$时态$\rho_1(T)$的GMQD随温度和外磁场的变化情况(此图和以后图中的物理量都是无量纲的)

为了把上述结果与量子纠缠比较, 考虑并发度 $C = \max(0, \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4)$, 其中 λ_i 是矩阵 $M = \boldsymbol{\rho}\tilde{\boldsymbol{\rho}}$ 的本征值平方根的降序排列, 而 $\tilde{\boldsymbol{\rho}} = (\sigma_y \otimes \sigma_y)\,\rho^*\,(\sigma_y \otimes \sigma_y)$, ρ^* 是两粒子密度矩阵的复共轭[34,35].

这样, 我们根据量子失协、几何量子失协和并发度的定义, 给出第一个链模型热平衡态的QD, GMQD和 C 随温度的变化曲线如图2所示. 从图2可以看出态 $\boldsymbol{\rho}_1(T)$ 的并发度在温度 T 大于1时迅速的衰减为零, 而QD和GMQD并没有为零, 所以量子失协和几何量子失协能够比量子纠缠更好地描述量子关联, 是较好的量子资源.

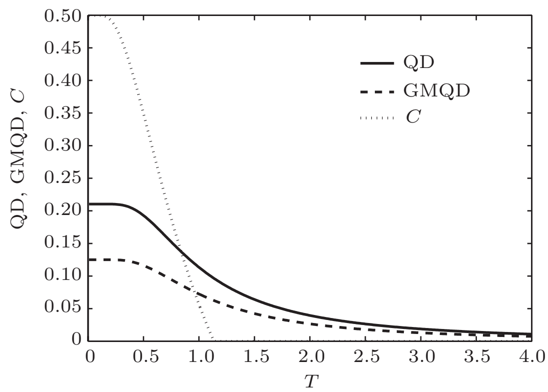

图2 在 $g = 0$, $J = 1$ 时态 $\boldsymbol{\rho}_1(T)$ 的QD, GMQD 和 C 随温度的变化曲线

对于第二个链模型, 我们仍设 $\theta = \pi/2$ 和 $\varphi = -\pi/2$, 则哈密顿量表示为

$$H_2(\pi/2, -\pi/2) = J(S_1^z - S_2^z) + gS_1^zS_2^z + B\left(S_1^+S_2^+ + S_1^-S_2^-\right).$$

模型的密度矩阵是

$$\rho_2(T) = \frac{1}{2\left(\cosh\frac{B}{T} + \mathrm{e}^{\frac{g}{2T}}\cosh\frac{J}{T}\right)} \times \begin{pmatrix} \cosh\frac{B}{T} & 0 & 0 & -\sinh\frac{B}{T} \\ 0 & \mathrm{e}^{\frac{g}{2T}-\frac{J}{T}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{e}^{\frac{g}{2T}+\frac{J}{T}} & 0 \\ -\sinh\frac{B}{T} & 0 & 0 & \cosh\frac{B}{T} \end{pmatrix}. \tag{18}$$

计算得到态 $\boldsymbol{\rho}_2(T)$ 的GMQD是

$$D_{\rho_2}^g = \min\{D_1^g, D_2^g\},$$

$$D_1^g = \frac{\left(\sinh\frac{B}{T}\right)^2}{2\left(\cosh\frac{B}{T} + \mathrm{e}^{\frac{g}{2T}}\cosh\frac{J}{T}\right)},$$

$$D_2^g = \left\{\left(-\mathrm{e}^{\frac{g}{2T}-\frac{J}{T}} + \mathrm{e}^{\frac{g}{2T}+\frac{J}{T}}\right)^2 + \left[-\mathrm{e}^{\frac{g}{2T}-\frac{J}{T}} + \mathrm{e}^{\frac{g}{2T}+\frac{J}{T}} + 2\cosh\left(\frac{B}{T}\right)\right]^2 + 4\left(\sinh\frac{B}{T}\right)^2\right\} \times 16^{-1}\left(\cosh\frac{B}{T} + \mathrm{e}^{\frac{g}{2T}}\cosh\frac{J}{T}\right)^{-2}. \tag{19}$$

根据(19)式, 我们画出态 $\boldsymbol{\rho}_2(T)$ 的GMQD的图示(图3). 从图3可以看出第二个链模型热态 $\boldsymbol{\rho}_2(T)$ 的GMQD随着 T 和 J 变化的情况. 比较图1和图3可以发现态 $\boldsymbol{\rho}_2(T)$ 的GMQD与态 $\boldsymbol{\rho}_1(T)$ 是相似的. 当我们把 J 和 B 互换时, $D_{\rho_2}^g$ 恰好就是 $D_{\rho_1}^g$. 这个结果表示自旋链模型 $H_1(\pi/2, -\pi/2)$ 和 $H_2(\pi/2, -\pi/2)$ 是彼此等价的. 原因是这两个链模型可以通过局域幺正变换相联系.

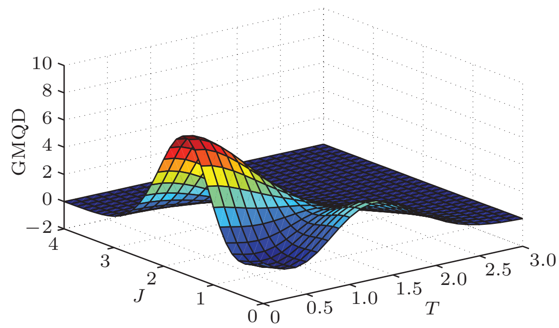

图3 (网刊彩色) 在 $g = 0$, $B = 1$ 时态 $\boldsymbol{\rho}_2(T)$ 的GMQD随温度和外磁场的变化情况

4 结 论

本文以文献[32, 33]为基础, 研究杨-巴克斯特自旋1/2链模型的量子关联情况. 首先, 我们分析TLA的矩阵表示, 通过杨-巴克斯特化方法得到YBE的解. 利用两个YBE的解得到两个自旋1/2链模型的哈密顿量. 然后, 根据GMQD的定义, 计算得到链模型热平衡态GMQD的解析表达式. 由图1和图3发现当温度和外加磁场增大时, 链模型的GMQD是减小的. 同时, 我们计算分析链模型热平衡态的QD, GMQD和 C 随温度的变化, 发现当并发度 C 为零时, QD 和GMQD是不为零的. 而且, 在特定条件下第二个链模型的量子关联情况是

与第一个链模型是类似的. 由此可见, 对于杨-巴克斯特自旋1/2链模型, 量子失协和几何量子失协能够比量子纠缠更好地描述量子关联, 是较好的量子资源.

参考文献

[1] Olivier H, Zurek W H 2001 *Phys. Rev. Lett.* **88** 017901

[2] Zurek W H 2003 *Rev. Mod. Phys.* **75** 715

[3] Henderson L, Vedral V 2001 *J. Phys. A* **34** 6899

[4] Datta A, Shaji A, Caves C M 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 050502

[5] Dakic B, Vedral V, Brukner C 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 190502

[6] Luo S L, Fu S S 2010 *Phys. Rev. A* **82** 034302

[7] Lanyon B P, Barbieri M, Almeida M P, White A G 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 200501

[8] Dillenschneider R 2008 *Phys. Rev. B* **78** 224413

[9] Sarandy M S 2009 *Phys. Rev. A* **80** 022108

[10] Werlang T, Rigolin G 2010 *Phys. Rev. A* **81** 044101

[11] Chen Y X, Li S W 2010 *Phys. Rev. A* **81** 032120

[12] Lu X M, Ma J, Xi Z J, Wang X G 2011 *Phys.Rev.A* **83** 12327

[13] Maziero J, Werlang T, Fanchini F F, Celeri L C, Serra R M 2010 *Phys. Rev. A* **81** 022116

[14] Shabani A, Lidar D A 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 100402

[15] Fanchini F F, Werlang T, Brasil C A, Arruda L G E, Caldeira A O 2010 *Phys. Rev. A* **81** 052107

[16] Modi K, Paterek T, Son W, Vedral V, Williamson M 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 080501

[17] He Z, Li L W 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 180301 (in Chinese) [贺志, 李龙武 2013 物理学报 **62** 180301]

[18] Yang Y, Wang A M 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 130305 (in Chinese) [杨阳, 王安民 2013 物理学报 **62** 130305]

[19] Fan K M, Zhang G F 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 130301 (in Chinese) [樊开明, 张国锋 2013 物理学报 **62** 130301]

[20] Kauffman L H, Lomonaco S J 2004 *New J. Phys.* **6** 134

[21] Yang C N 1967 *Phys. Rev. Lett.* **19** 1312

[22] Baxter R J 1972 *Ann. Phys.* **70** 193

[23] Franko J M, Rowell E C, Wang Z 2006 *J. Knot Theory Ramif.* **15** 413

[24] Zhang Y, Kauffman L H, Ge M L 2005 *Int. J. Quant. Inf.* **3** 669

[25] Zhang Y, Ge M L 2007 *Quant. Inf. Process.* **3** 363

[26] Chen J L, Xue K, Ge M L 2007 *Phys. Rev. A* **76** 042324

[27] Chen J L, Xue K, Ge M L 2008 *Ann. Phys.* **323** 2614

[28] Gou L D, Zhu R H 2012 *Chin. Phys. B* **21** 020305

[29] Gou L D, Wang X Q, Xu Y M, Sun Y Y 2014 *Commun. Theor. Phys.* **61** 349

[30] Liu B, Xue K, Wang G C, Sun C F, Gou L D 2013 *Int. J. Quant. Inf.* **11** 1350018

[31] Temperley H N V, Lieb E H 1971 *Proc. Roy. Soc. London. A* **322** 251

[32] Hu T T, Sun C F, Xue K 2010 *Quant. Inf. Process.* **9** 27

[33] Sun C F, Hu T T, Wang G C, Wu C F, Xue K 2009 *Int. J. Quant. Inf.* **7** 879

[34] Hill S, Wootters W K 1997 *Phys.Rev.Lett.* **78** 5022

[35] Wootters W K 1998 *Phys.Rev.Lett.* **80** 2245

Properties of quantum correlations in the Yang-Baxter spin-1/2 chain mode*

Gou Li-Dan† Wang Xiao-Qian

(*School of Science, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China*)

(Received 19 August 2014; revised manuscript received 9 November 2014)

Abstract

Quantum correlations among different parts of a composite quantum system are the fundamental resource of several applications in quantum information. In general, quantum discord can measure quantum correlations. In that way, the quantum correlations in the Yang-Baxter spin-1/2 chain mode are investigated. In the second part of the paper, the Yang-Baxter spin-1/2 chain modes are constructed from the Yang-Baxter equation. First, we analyze the two matrix representations of Temperly-Lieb algebra. Second, the two solutions of the Yang-Baxter equation are generated using the Yang-Baxterization. Finally, we can change the usual two-particle spin-1/2 chain to the Yang-Baxter spin-1/2 chain modes by means of the unitary Yang-Baxter matrix-$\boldsymbol{R}$. In the third part, the density matrices of the two chain modes are generated in the thermal equilibrium state in a canonical ensemble. According to the definition of the geometric measure of quantum discord, the analytical expressions of the geometric measure of quantum discord, in the temperature and the external magnetic field, are obtained for the Yang-Baxter spin-1/2 chain modes. When the temperature and the magnetic field intensity increase, the geometric measure of quantum discord decreases. Under the specific conditions, the result of the second chain mode is similar to that of the first one. Then we obtain the numerical results of quantum discord, the geometric measure of quantum discord, and concurrence. It is found that the concurrence can quickly decrease to the value of zero when the temperature is greater than the value of one. At the same time, quantum discord and the geometric measure of quantum discord are not of the value of zero. Thus the quantum discord and the geometric measure of quantum discord can go beyond the concept of entanglement and obtain the “quantumness” of the correlations between the two parts of a system for the Yang–Baxter spin-1/2 chain modes. They are very good quantum resources for quantum information and quantum computing.

Keywords: Yang-Baxter equation, quantum discord, geometric measure of quantum discord, quantum entanglement

PACS: 03.67.–a, 03.65.fd **DOI:** 10.7498/aps.64.070302

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11305020).

† Corresponding author. E-mail: gou_ld@163.com