

基于在线误差修正自适应 SVR 的非线性不确定分数阶混沌系统滑模控制

薛楷嘉 王从庆

Sliding mode control of fractional order chaotic system based on an online error correction adaptive SVR

Xue Kai-Jia Wang Cong-Qing

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 070502 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.070502

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.070502>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I7>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

参数不确定统一混沌系统的鲁棒分数阶比例微分控制

Robust fractional-order proportional-derivative control of unified chaotic systems with parametric uncertainties

物理学报.2015, 64(5): 050503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.050503>

一种分数阶混沌系统同步的自适应滑模控制器设计

Design of an adaptive sliding mode controller for synchronization of fractional-order chaotic systems

物理学报.2015, 64(4): 040505 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.040505>

永磁同步发电机混沌运动分析及最优输出反馈 H_∞ 控制

Analysis of chaos in permanent magnet synchronous generator and optimal output feedback H_∞ control

物理学报.2015, 64(4): 040504 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.040504>

间歇反馈法实现单模 Lorenz-Haken 激光系统的周期镇定与同步

Realization of periodical control and synchronization of single-mode laser Haken-Lorenz system with intermittent feedback

物理学报.2015, 64(3): 030504 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.030504>

基于量子并行粒子群优化算法的分数阶混沌系统参数估计

Research on particle swarm optimization algorithm with characteristic of quantum parallel and its application in parameter estimation for fractional-order chaotic systems

物理学报.2015, 64(3): 030505 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.030505>

基于在线误差修正自适应SVR的非线性不确定分数阶混沌系统滑模控制*

薛楷嘉 王从庆†

(南京航空航天大学自动化学院, 南京 210016)

(2014年9月23日收到; 2014年10月30日收到修改稿)

提出了一种基于在线误差修正自适应SVR的滑模控制方法, 用于解决一类非线性不确定分数阶混沌系统的控制问题. 分别通过对混沌系统非线性函数的离线SVR估计和基于增量学习的状态跟踪误差在线SVR预测, 解决了不确定分数阶混沌系统模型难以预测的问题. 同时根据Lyapunov稳定性理论设计出SVR权值自适应调整律. 本文以分数阶Arneodo系统为例进行仿真, 仿真结果表明了, 对于带有外界噪声扰动的非线性不确定分数阶混沌系统, 该方法可以在有限时间内将系统稳定至期望状态, 提高对非线性函数的预测精度, 改善控制性能.

关键词: 分数阶系统, 混沌系统, 滑模控制, 自适应SVR

PACS: 05.45.Gg, 05.45.-a

DOI: 10.7498/aps.64.070502

1 引言

分数阶混沌系统是将整数阶混沌系统阶数下降至某一值, 并仍会有混沌现象的产生, 且更能反映出有价值的物理特性^[1], 因此分数阶混沌有着更为广阔的研究前景, 近年许多学者开展了分数阶混沌系统的研究^[2-6]. 文献^[7]对不相称分数阶混沌系统的进行了稳定性分析, 基于Lyapunov稳定性理论, 设计了一种适用于不相称分数阶混沌系统自适应反馈控制器, 实现了系统稳定. 文献^[8, 9]分别对不同的分数阶混沌系统做了电路仿真, 并对系统的最小阶数进行了研究, 从而设计了线性反馈控制器. 文献^[10]将电机中存在的混沌现象推广到分数阶并结合模糊控制与滑模控制的各自优点, 设计出模糊滑模控制器实现了开关切换增益的自整定, 从而保证了系统的全局鲁棒性. 文献^[11]利用模糊控制与滑模控制器结合的思想, 解决了分数阶混沌系统与整数阶混沌系统的同步问题, 并用三种不同的

混沌系统仿真验证了该算法的有效性.

滑模控制作为一种非线性系统的控制方法, 具有适用范围广, 动态特性好和对外界干扰变化具有不灵敏性的优点. 目前滑模控制的研究方向主要包括: 自适应滑模控制、鲁棒滑模控制、最优滑模控制、神经网络滑模控制以及其他多种智能控制与滑模控制的组合控制等^[12-15]. 但由于分数阶非线性系统的复杂性和分数阶数不确定性, 在实际工程中很难构造出准确的分数阶非线性系统的状态空间模型, 所以也很难设计出理想的滑模控制器.

由于在实际工程中, 对于混沌系统的状态空间模型常常是未知的, 故在设计滑模控制的等效控制项时, 如何得到一个对系统模型较为准确的估计值, 使系统快速到达滑模面就显得非常重要. 标准离线SVR是在有限时间内对数据进行采样训练, 然后再对未来的时间序列进行一次预测, 这样的方法对于系统结构中的细节预测很难达到一个较好的逼近效果. 为此, 本文采用一种离线SVR与在线SVR结合的误差修正的方法来预测系统的未来趋

* 江苏省科技支撑计划(批准号: BE2014712)和机械制造系统工程国家实验室开放基金(批准号: 201002)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: cqwang@nuaa.edu.cn

势, 从而构建滑模控制中的等效控制项, 并对 SVR 权值自适应调整, 通过分数阶 Arneodo 混沌系统进行了仿真实验与分析, 验证了该方法的有效性.

2 分数阶非线性系统的滑模控制

2.1 分数阶算子及其定义

对于分数阶微积分有多种定义, 最常应用的是 Riemann-Liouville 分数阶微积分定义其数学表达式如下:

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(r-\alpha)} \left(\frac{d}{dt}\right)^r \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-(r-\alpha)}} d\tau, \quad (1)$$

式中 ${}_a D_t^\alpha$ 是系统的微积分算子, a 和 t 是操作算子的上下限, α 是微积分的阶次, $r-1 < \alpha < r$, $r \in N$, $\Gamma(*)$ 为 Gamma 函数, 其表达式为

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt, \quad (2)$$

式中 z 在右半平面取值, 即 $\text{Re}(z) > 0$.

2.2 分数阶非线性系统的滑模控制器设计

分数阶非线性系统的一般表达式为

$$\begin{aligned} D_t^\alpha \mathbf{x} &= f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u(t) + d(t), \\ y &= q(\mathbf{x}), \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $D_t^\alpha = \frac{d^\alpha}{dt^\alpha}$ 是微分算子,

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]^T \\ &= \left[x, \frac{d^{\alpha_1} x}{dt^{\alpha_1}}, \frac{d^{\alpha_2} x}{dt^{\alpha_2}}, \dots, \frac{d^{\alpha_{n-1}} x}{dt^{\alpha_{n-1}}} \right]^T \end{aligned}$$

为系统的状态向量, $u(t)$ 为控制量, $d(t)$ 为扰动, $f(\mathbf{x}) = \hat{f}(\mathbf{x}) + \Delta f(\mathbf{x})$ 为未知非线性分数阶函数, 其估计量部分为 $\hat{f}(\mathbf{x})$, 不确定部分为 $\Delta f(\mathbf{x})$, $g(\mathbf{x})$ 为输入矩阵, $q(\mathbf{x})$ 为系统的输出矩阵. 设系统的期望状态为 \mathbf{x}_d , 且

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_d &= [x_{1d}, x_{2d}, x_{3d}, \dots, x_{nd}]^T \\ &= \left[x_d, \frac{d^{\alpha_1} x_d}{dt^{\alpha_1}}, \frac{d^{\alpha_2} x_d}{dt^{\alpha_2}}, \dots, \frac{d^{\alpha_{n-1}} x_d}{dt^{\alpha_{n-1}}} \right]^T, \end{aligned}$$

则系统的状态跟踪误差为

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}_d - \mathbf{x} = \left[e, \frac{d^{\alpha_1} e}{dt^{\alpha_1}}, \frac{d^{\alpha_2} e}{dt^{\alpha_2}}, \dots, \frac{d^{\alpha_{n-1}} e}{dt^{\alpha_{n-1}}} \right]^T,$$

其中 $e = x_d - x$.

设计滑模面:

$$\begin{aligned} s(\mathbf{x}, t) &= \sum_{i=1}^n c_i \frac{d^{\alpha_i-1} e}{dt^{\alpha_i-1}}, \\ \text{s.t. } s\dot{s} &< -\beta |s| < 0, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $c_n = 1$, 且应满足 $x^{n-1} + \dots + c_i x^{i-1} + \dots + c_2 x + c_1$ 的所有根在 s 平面的左半平面上, 设 u 为滑模控制的输入项, 则 $u = u_{eg} + u_{sw}$ 其中

$$\begin{aligned} u_{eg} &= \frac{1}{g(\mathbf{x})} \left[-f(\mathbf{x}) - \Delta f(\mathbf{x}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{d^{\alpha_n} x_d}{dt^{\alpha_n}} - \sum_{i=1}^{n-1} c_i \frac{d^{\alpha_i} e}{dt^{\alpha_i}} \right], \\ u_{sw} &= \frac{1}{g(\mathbf{x})} k \text{sign}(s), \end{aligned} \quad (5)$$

式中, u_{eg} 为等效控制 u_{sw} 为开关项, 其作用是用来抑制系统的不确定项和扰动. 设 $|\Delta f(\mathbf{x})|$ 上界函数为 F , $d(t)$ 的上界为 D , 则 k 满足条件: $k \geq \frac{1}{g(\mathbf{x})} (F + D)$.

在此控制量 u 的作用下, 系统会沿着滑模面 s 趋向原点, 因 c_i 满足 Hurwitz 稳定多项式, 故滑模运动是渐近稳定的.

3 基于在线误差修正自适应 SVR 的分数阶非线性系统估计

3.1 分数阶非线性函数离线 SVR 估计

对于给定的训练样本集 $\{(\mathbf{x}_i, y_i) | \mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^n, y_i \in \mathbf{R}, i = 1, 2, \dots, m\}$, m 为样本数, 则 SVR 预测函数方程可写为

$$f(\mathbf{x}) = w^T K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) + b. \quad (6)$$

取 RBF 核函数 $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) = \varphi(\mathbf{x}_i)^T \varphi(\mathbf{x}) = \exp(-\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}\|^2 / 2\sigma^2)$, $\varphi(\mathbf{x})$ 为非线性映射, b 为偏置项, σ 是该 RBF 核函数的宽度参数. 根据结构风险最小化原理

$$\begin{aligned} \min J(w) &= \frac{1}{2} \langle w, w \rangle + C \sum_{i=1}^m (\xi_i + \xi_i^*), \\ \text{s.t. } f(\mathbf{x}_i) - w^T K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) - b &\leq \varepsilon + \xi_i, \\ w^T K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) + b - f(\mathbf{x}_i) &\leq \varepsilon + \xi_i^*, \\ i &= 1, 2, \dots, m, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 C 为惩罚参数, ε 为不敏感损失函数, ξ, ξ^* 为松弛因子, 为求解上述最优化问题, 建立 Lagrange 函数如下:

$$\begin{aligned} &L(w, b, \varepsilon, \xi_i, \xi_i^*, \lambda_i, \lambda_i^*) \\ = &J(w) - \sum_{i=1}^m \lambda_i [f(\mathbf{x}_i) - w^T K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) - b - \varepsilon - \xi_i] \\ &- \sum_{i=1}^m \lambda_i^* [w^T K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) + b - \varepsilon - \xi_i^* \\ &- f(\mathbf{x}_i)], \end{aligned} \quad (8)$$

其中 λ_i, λ_i^* 为 Lagrange 乘子. 根据 KKT(Karush-Kuhn-Tucker) 条件, 消去 ε, ξ, ξ^* 和 w 后, 可得如下分数阶非线性函数 $f(\mathbf{x})$ 的 SVR 模型:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m (\lambda_i - \lambda_i^*) K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) + b. \quad (9)$$

3.2 基于在线误差 SVR 预测

定义

$$e_g(\mathbf{x}) = \frac{1}{g(\mathbf{x})} (f(\mathbf{x}) - \hat{f}(\mathbf{x}|w')) = \frac{1}{g(\mathbf{x})} \Delta f(\mathbf{x}),$$

其中 $\hat{f}(\mathbf{x}|w')$ 为 $f(\mathbf{x})$ 的估计值, $w' = \lambda_i - \lambda_i^*$, 根据其差值 $\Delta f(\mathbf{x})$ 中的第 i 个样本 \mathbf{x}_i 预测第 i 个 e_{g_i} 值, 预测值为

$$\begin{aligned} \hat{e}_{g_i}(\mathbf{x}|w'_i) &= \sum_{i=1}^m (\lambda_{g_i} - \lambda_{g_i}^*) K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) + b' \\ &= \sum_{i=1}^m w''_i K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) + b', \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $\lambda_{g_i}, \lambda_{g_i}^*$ 为 (10) 式根据结构风险最小化原理建立的 Lagrange 函数计算所得的 Lagrange 乘子, $w''_i = \lambda_{g_i} - \lambda_{g_i}^*$, 则第 i 个样本的边界函数可定义为

$$\begin{aligned} h(\mathbf{x}_i|w''_j) &= e_g(\mathbf{x}|w''_j) - \hat{e}_g(\mathbf{x}|w''_j) \\ &= \sum_{j=1}^m w''_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) + b'' - \hat{e}_g(\mathbf{x}|w''_j) \end{aligned} \quad (11)$$

根据 KKT 条件可以建立 $h(\mathbf{x}_i|w''_j)$ 和 w''_j 之间的对应关系 [16] 为

$$\begin{aligned} h(\mathbf{x}_i|w''_j) &\geq +\varepsilon, \quad w''_j = -C, \\ h(\mathbf{x}_i|w''_j) &= +\varepsilon, \quad w''_j \in [-C, 0], \\ h(\mathbf{x}_i|w''_j) &\in [-\varepsilon, +\varepsilon], \quad w''_j = 0, \\ h(\mathbf{x}_i|w''_j) &= -\varepsilon, \quad w''_j \in [0, +C], \end{aligned}$$

$$h(\mathbf{x}_i|w''_j) \leq -\varepsilon, \quad w''_j = +C. \quad (12)$$

根据 $e_{g_i}(\mathbf{x})$ 的大小可以分成以下三种情况, 错误支持向量集 $E = \{i | |w''_j| = C\}$, 支持向量集 $S = \{i | 0 < |w''_j| < C\}$, 保留样本集 $R = \{i | w''_j = 0\}$.

若现在有一新样本 \mathbf{x}_l 加入, 通过计算出各个样本的参数变化量 $\Delta\theta, \Delta b'$, 由于各个样本均满足 KKT 条件, 可得边界函数的变化量为

$$\begin{aligned} \Delta h(\mathbf{x}_i|w''_j) &= K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_l) \Delta w''_l \\ &+ \sum_{j=1}^m K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \Delta w''_j + \Delta b', \end{aligned} \quad (13)$$

且根据 θ 值之和总为 0 可得

$$\sum_{j \in S} w''_j + w''_l = 0, \quad (14)$$

则根据 (13) 式、(14) 式, 可以发现对于支持向量集 S 存在:

$$\begin{aligned} &\sum_{j \in S} K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \Delta w''_j + \Delta b' \\ &= -K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_l) \Delta w''_l, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\sum_{j \in S} \Delta w''_j = -\Delta w''_l. \quad (16)$$

若定义支持向量集为 $S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$, 根据 (15) 式可以写出如下矩阵形式:

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} \Delta b' \\ \Delta w''_{s_1} \\ \vdots \\ \Delta w''_{s_m} \end{pmatrix} \\ &= - \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & K(\mathbf{x}_{s_1}, \mathbf{x}_{s_1}) & \dots & K(\mathbf{x}_{s_1}, \mathbf{x}_{s_m}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & K(\mathbf{x}_{s_m}, \mathbf{x}_{s_1}) & \dots & K(\mathbf{x}_{s_m}, \mathbf{x}_{s_m}) \end{pmatrix}^{-1} \\ &\quad \times \begin{pmatrix} 1 \\ K(\mathbf{x}_{s_1}, \mathbf{x}_{s_l}) \\ \vdots \\ K(\mathbf{x}_{s_m}, \mathbf{x}_{s_l}) \end{pmatrix} \Delta w''_l \\ &= \eta \Delta w''_l, \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$\eta = - \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & K(\mathbf{x}_{s_1}, \mathbf{x}_{s_1}) & \cdots & K(\mathbf{x}_{s_1}, \mathbf{x}_{s_m}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & K(\mathbf{x}_{s_m}, \mathbf{x}_{s_1}) & \cdots & K(\mathbf{x}_{s_m}, \mathbf{x}_{s_m}) \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} 1 \\ K(\mathbf{x}_{s_1}, \mathbf{x}_{s_l}) \\ \vdots \\ K(\mathbf{x}_{s_m}, \mathbf{x}_{s_l}) \end{pmatrix}. \quad (18)$$

对于支持向量集会产生 w'_j 值的改变, 但并不改变 h 值, 而对于错误支持向量集和保留样本集中, 将会产生 h 的变化. 设集合 $N = E \cup R = \{n_1, n_2, \dots, n_N\}$, 从 (13) 式, (17) 式, (18) 式可得到 h 变化量为

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \Delta h(\mathbf{x}_{n_1} | w''_{s_l}) \\ \Delta h(\mathbf{x}_{n_2} | w''_{s_l}) \\ \vdots \\ \Delta h(\mathbf{x}_{n_N} | w''_{s_l}) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \Delta K(\mathbf{x}_{n_1}, \mathbf{x}_{s_l}) \\ \Delta K(\mathbf{x}_{n_2}, \mathbf{x}_{s_l}) \\ \vdots \\ \Delta K(\mathbf{x}_{n_N}, \mathbf{x}_{s_l}) \end{pmatrix} \Delta w''_l \\ &+ \begin{pmatrix} 0 & K(\mathbf{x}_{n_1}, \mathbf{x}_{s_1}) & \cdots & K(\mathbf{x}_{n_1}, \mathbf{x}_{s_m}) \\ 1 & K(\mathbf{x}_{n_2}, \mathbf{x}_{s_1}) & \cdots & K(\mathbf{x}_{n_2}, \mathbf{x}_{s_m}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & K(\mathbf{x}_{n_N}, \mathbf{x}_{s_1}) & \cdots & K(\mathbf{x}_{n_N}, \mathbf{x}_{s_m}) \end{pmatrix} \\ &\times \eta \Delta w''_l. \end{aligned} \quad (19)$$

通过上述算式, 即可以得到三个集合的更新调整, 达到对预测差值 SVR 在线学习的目的. 通过在线 SVR 学习构造相应的滑模控制器, 其流程图如图 1 所示.

3.3 在线误差修正 SVR 稳定性分析

根据 (5) 式、(9) 式和 (10) 式, 重新设计滑模控制器为

$$u(t) = \frac{1}{g(\mathbf{x})} \left[-\hat{f}(\mathbf{x}|w') - \Delta\hat{f}(\mathbf{x}|w'') + \frac{d^{\alpha_n} x_d}{dt^{\alpha_n}} - \sum_{i=1}^{n-1} c_i \frac{d^{\alpha_i} e}{dt^{\alpha_i}} - k \text{sign}(s) \right]. \quad (20)$$

将两次 SVR 的逼近函数改写为

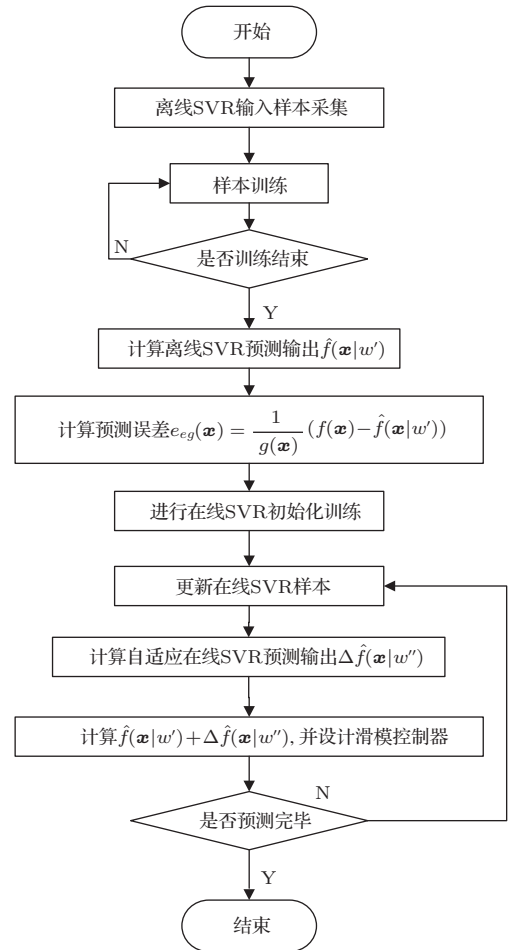


图 1 误差修正自适应 SVR 在线学习流程图

$$\begin{aligned} & \hat{f}(\mathbf{x}|w') + \Delta\hat{f}(\mathbf{x}|w'') \\ &= \sum_{i=1}^{sv} w'_i K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) + \sum_{i=1}^{sv'} w''_i K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j), \end{aligned} \quad (21)$$

其中 w' 和 w'' 分别为离线 SVR 与在线 SVR 的支持向量权值.

假设 1 离线 SVR 与在线 SVR 输出 $\hat{f}(\mathbf{x}|w')$ 与 $\Delta\hat{f}(\mathbf{x}|w'')$ 连续且有界;

假设 2 离线 SVR 与在线 SVR 输出 $\hat{f}(\mathbf{x}|w')$ 与 $\Delta\hat{f}(\mathbf{x}|w'')$ 逼近预测项 $f(\mathbf{x})$, 存在一个非常小的正数 ε_0 使得: $\max \|f(\mathbf{x}) - \hat{f}(\mathbf{x}|w') - \Delta\hat{f}(\mathbf{x}|w'')\| \leq \varepsilon_0$.

设 $f^*(\mathbf{x}|w^*) = \max \|\hat{f}(\mathbf{x}|w') + \Delta\hat{f}(\mathbf{x}|w'')\| = \sum_{i=1}^{sv} w^* K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$, w^* 为 SVR 的最优权值向量, 其满足 $w^* = \arg \min [\sup |f(\mathbf{x}) - \hat{f}(\mathbf{x}|w') - \Delta\hat{f}(\mathbf{x}|w'')|]$, 则 $f(\mathbf{x}) = f^*(\mathbf{x}|w^*) + \zeta$ 满足 $\zeta \leq \varepsilon_0$, 定义 $\tilde{w} = w^* - w' - w''$.

定理 1 对于非线性分数阶系统 (3) 式, 采用

误差在线修正的滑模控制律(20), 如果选择SVR的权值自适应调整律 $\dot{\tilde{w}} = -\gamma K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) s^T$, 可得所设计的分数阶滑模控制系统渐近稳定, 其中 $\gamma > 0$ 是自适应变化率的增益参数.

证明 选择 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} s^T s + \frac{1}{2\gamma} \tilde{w}^T \tilde{w}, \quad (22)$$

其中 $\gamma > 0$. 对(4)式求导可得

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \frac{d^{\alpha_{n-1}+1} e}{dt^{\alpha_{n-1}+1}} + \sum_{i=1}^{n-2} c_i \frac{d^{\alpha_i+1} e}{dt^{\alpha_i+1}} \\ &= \frac{d^{\alpha_{n-1}+1} x}{dt^{\alpha_{n-1}+1}} - \frac{d^{\alpha_{n-1}+1} x_d}{dt^{\alpha_{n-1}+1}} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n-2} c_i \frac{d^{\alpha_i+1} e}{dt^{\alpha_i+1}}. \end{aligned} \quad (23)$$

将(3)式代入(23)式并取 $d(t) = 0$ 可得

$$\begin{aligned} \dot{s} &= f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u(t) - \frac{d^{\alpha_{n-1}+1} x_d}{dt^{\alpha_{n-1}+1}} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n-2} c_i \frac{d^{\alpha_i+1} e}{dt^{\alpha_i+1}}. \end{aligned} \quad (24)$$

将(20)式代入(24)式可得

$$\dot{s} = f(\mathbf{x}) - \hat{f}(\mathbf{x}|w') - \Delta \hat{f}(\mathbf{x}|w'') - k \text{sign}(s)$$

$$\begin{aligned} &= f^*(\mathbf{x}) - \hat{f}(\mathbf{x}|w') - \Delta \hat{f}(\mathbf{x}|w'') - k \text{sign}(s) + \zeta \\ &= \tilde{w} K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) - k \text{sign}(s) + \zeta. \end{aligned} \quad (25)$$

对(22)式求导, 并将(25)式代入

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T \dot{s} + \frac{1}{\gamma} \tilde{w}^T \dot{\tilde{w}} \\ &= s^T (\zeta - k \text{sign}(s)) \\ &\quad + \frac{1}{\gamma} \text{tr}(\dot{\tilde{w}} \tilde{w}^T + \gamma K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) s^T \tilde{w}^T). \end{aligned} \quad (26)$$

由于 $\dot{\tilde{w}} = \dot{w}^* - \dot{w}' - \dot{w}''$, $\dot{w}^* = \dot{w} = 0$, 故自适应权值调整律为

$$\dot{\tilde{w}} = -\dot{w}' = -\gamma K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) s^T. \quad (27)$$

则(26)式可写成

$$\dot{V} = s^T (\zeta - k \text{sign}(s)). \quad (28)$$

取 ζ 的上界为 ζ_0 , 则当 $k \geq \zeta_0$, 可使 $\dot{V} \leq 0$, 从而保证了 \tilde{w} 的有界性和系统的渐近稳定性并使得系统输出趋向于期望目标 y_d 整个系统的控制原理结构如图2所示.

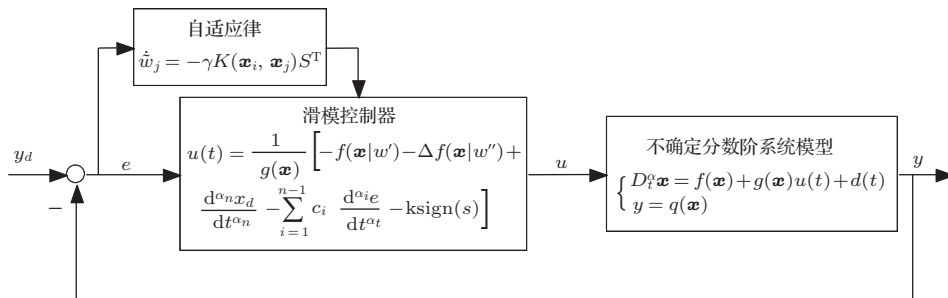


图2 基于自适应SVR的非线性不确定分数阶混沌系统滑模控制结构

4 仿真实验

将基于在线误差修正SVR的分数阶不确定混沌系统滑模控制方法应用到分数阶Arneodo系统之中, 分数阶Arneodo的系统方程如下(取 $g(x) = [0, 0, 1]$):

$$\begin{aligned} \frac{d^{\alpha_1} x_1(t)}{dt^{\alpha_1}} &= x_2(t), \quad \frac{d^{\alpha_2} x_2(t)}{dt^{\alpha_2}} = x_3(t), \\ \frac{d^{\alpha_3} x_3(t)}{dt^{\alpha_3}} &= -b_1 x_1(t) - b_2 x_2(t) \\ &\quad - b_3 x_3(t) + b_4 x_1(t)^3. \end{aligned} \quad (29)$$

在 $\alpha_1 = 0.97, \alpha_2 = 0.97, \alpha_3 = 0.96$ 时, 系统为分数阶系统, $b_1 = -5.5, b_2 = 3.5, b_3 = 0.8, b_4 = -1.0$ 时, 系统表现为混沌状态. 取初始状态为 $x(0) = [x_1(0), x_2(0), x_3(0)]^T = [-0.2, 0.5, 0.2]^T$, 其仿真结果如图3所示.

取 $d(t) = 0.3 \sin(t), \Delta f(X, t) = 0.25 \sin(\pi x_1) \times \sin(2\pi x_2) \times \sin(3\pi x_3), c_1 = 10, c_2 = 6, k = 5$, 仿真时间为 50 s, 采样周期为 0.01 s, 离线SVR训练集样本数量 1400 个, 其训练结果如图4所示, 可以看出离线SVR可以基本拟合混沌时间序列.

在线SVR训练样本 50 个并实时更新, 设计滑模控制器 $u(t)$, 加入系统后, 其误差跟踪如

图5所示.

取自适应参数 $\gamma = 1.5$, 加入自适应率, 其误差

跟踪曲线如图6所示. 可以看出加入自适应率后的在线SVR对于误差细节上的预测显得更加精准.

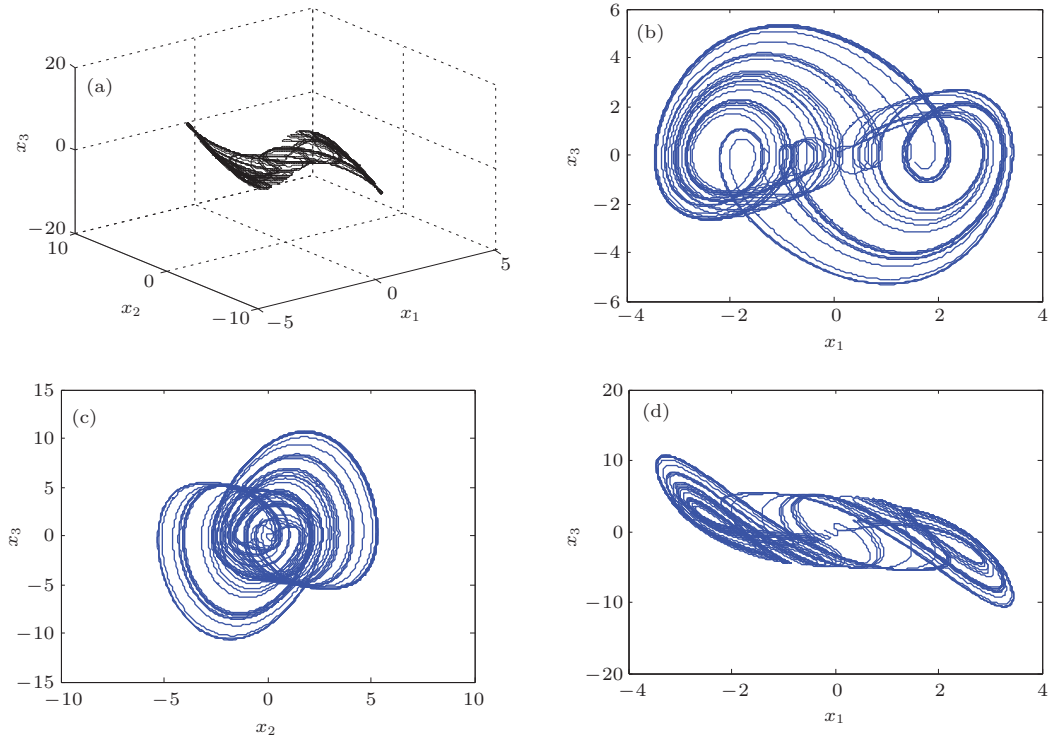


图3 分数阶 Arneodo 系统的相图 (a) 分数阶 Arneodo 系统的三维相图; (b) x_1, x_2 的相图; (c) x_2, x_3 的相图; (d) x_1, x_3 的相图

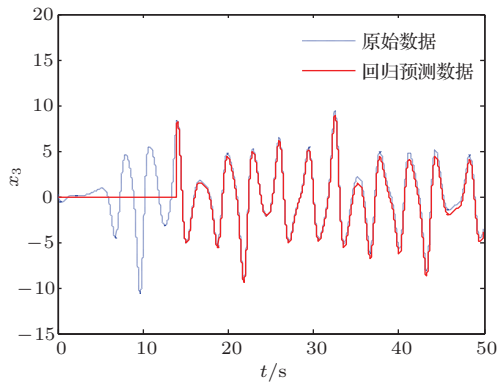


图4 (网刊彩色) 修正前离线拟合曲线

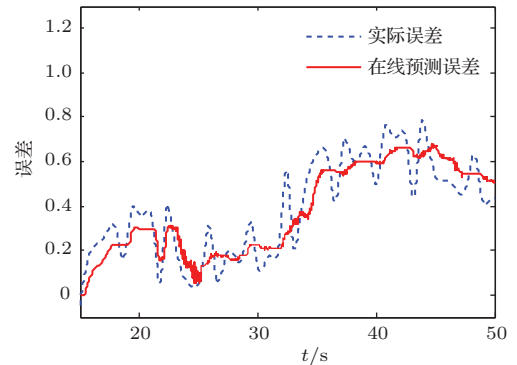


图5 (网刊彩色) 在线误差跟踪曲线

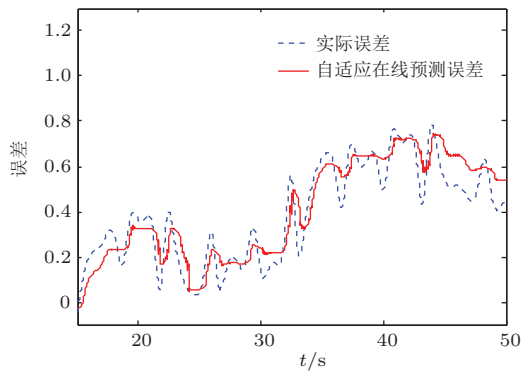


图6 (网刊彩色) 自适应在线误差跟踪曲线

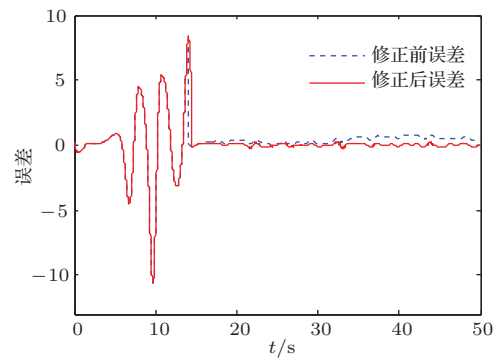


图7 (网刊彩色) 修正误差前后曲线对比

自适应SVR权调整后的误差结果如图7所示.

为对比调整前后的预测效果,以均方根误差和曲线拟合度为评价标准,其中均方根误差计算公式为

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [\hat{x}(i) - x(i)]^2}, \quad (30)$$

其中 n 为样本个数, $\hat{x}(i)$ 为第 i 个样本的估计值, $x(i)$ 为第 i 个样本的实际值.

可以看出经过在线误差修正后,对于原混沌序列的预测效果明显提升.原系统的时间序列曲线如图8所示.

其加入滑模控制项(20)式后的系统响应如

图9所示.

通过仿真可以看出,基于在线误差修正自适应SVR的滑模控制器使系统在18 s处完全到达滑模面,体现出良好的控制效果,并能使分数阶Arneodo混沌系统最终达到稳定,有效抑制混沌现象.

表1 误差修正前后性能对比

样本数量	算法	RMSE	曲线拟合度
3500	标准SVR	0.4432	0.9965
3500	在线误差修正SVR	0.0904	0.9981
3500	在线误差修正自适应SVR	0.0616	0.9991

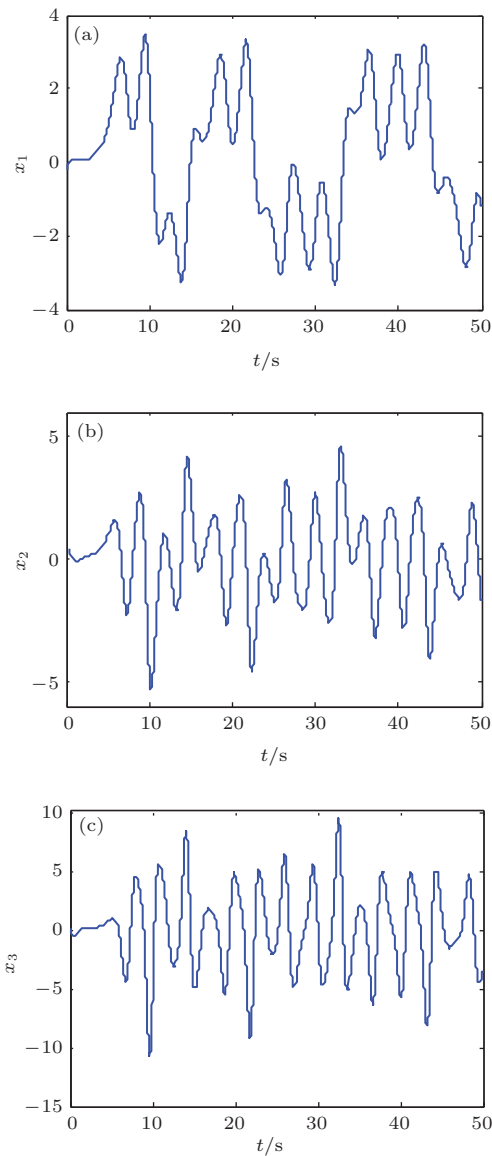


图8 分数阶Arneodo系统的时间序列 (a) x_1 的时序图; (b) x_2 的时序图; (c) x_3 的时序图

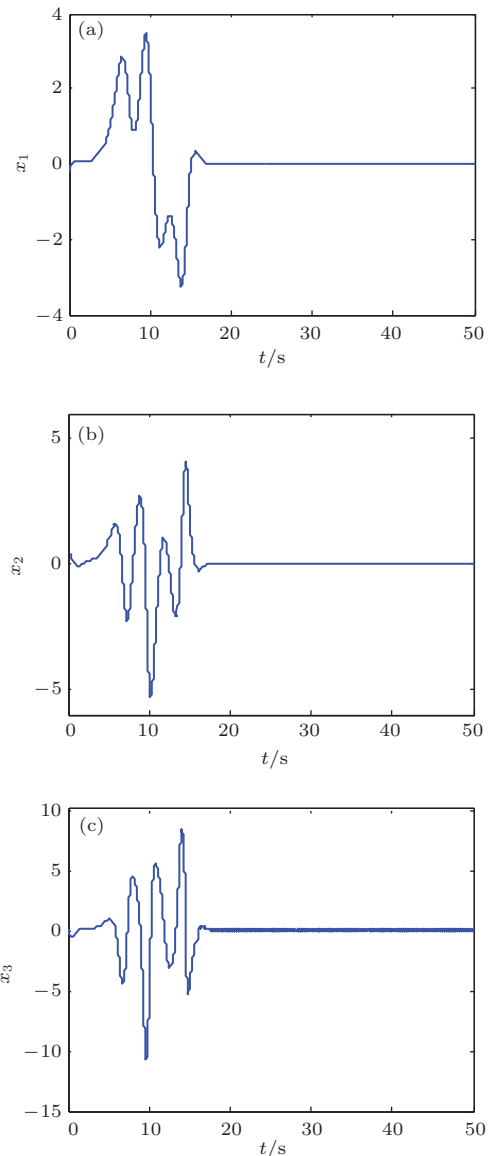


图9 加入滑模控制项后的分数阶Arneodo系统时间序列 (a) x_1 的时序图; (b) x_2 的时序图; (c) x_3 的时序图

5 结 论

利用上述的离线 SVR 方法对分数阶混沌系统的状态方程进行粗略学习, 再用在线自适应 SVR 对学习误差进行动态调整, 从而解决对分数阶混沌系统函数建模困难, 计算复杂的问题, 使受控系统快速进入滑模面, 加快了系统的跟踪速度, 改善了系统的控制品质.

参考文献

- [1] Yan X M, Lin D 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3043 (in Chinese) [阎晓妹, 刘丁 2010 物理学报 **59** 3043]
- [2] Li T Z, Wang Y, Luo M K 2014 *Chin. Phys. B* **23** 080501
- [3] Chen D Y, Liu Y X, Ma X Y, Zhang R F 2011 *Chin. Phys. B* **20** 120506
- [4] Zhou P, Cheng Y M, Kuang F 2010 *Chin. Phys. B* **19** 090503
- [5] Lin T C, Kuo C H, Balas V E. 2011 *International Journal of Computers Communications & Control*, September 3, 418–427
- [6] Zhao J, Chen J J 2009 *Control and Decision* **24** 1559 (in Chinese) [赵俊, 陈建军 2009 控制与决策 **24** 1559]
- [7] Zhang R X, Yang S P 2011 *Chin. Phys. B* **20** 110506
- [8] Huang L L, Xin F, Wang L Y 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 010505 (in Chinese) [黄丽莲, 辛方, 王霖郁 2011 物理学报 **60** 010505]
- [9] Chen X R, Liu C X, Wang F Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1416 (in Chinese) [陈向荣, 刘崇新, 王发强 2008 物理学报 **57** 1416]
- [10] Zhang B T, Pi Y G 2012 *Control and Decision* **27** 1776 (in Chinese) [张碧陶, 皮佑国 2012 控制与决策 **27** 1776]
- [11] Chen D Y, Zhang R F, Sprott J C, Ma X Y 2012 *Non-linear Dynamics* **70** 1549
- [12] Wang B Q, Lin X L 2009 *Computer Engineering and Design* **13** 3219 (in Chinese) [王勃群, 蔺小林 2009 计算机工程与设计 **13** 3219]
- [13] Xiao H M, Zhao L, Wang C H 2012 *Control Theory and Application* **28** 1621 (in Chinese) [肖会敏, 赵林, 王春花 2012 控制理论与应用 **28** 1621]
- [14] Tang G Y, Pang H P, Sun H Y 2009 *Control Theory and Application* **8** 850 (in Chinese) [唐功友, 逢海萍, 孙慧影 2009 控制理论与应用 **8** 850]
- [15] Xiao H R, Li Y B, Zhou F Y, Han Y Z 2011 *Electrical Power System and Computers* **99** 503
- [16] Wang H, Pi D Y, Sun Y X 2007 *Neurocomputing* **70** 952

Sliding mode control of fractional order chaotic system based on an online error correction adaptive SVR*

Xue Kai-Jia Wang Cong-Qing[†]

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

(Received 23 September 2014; revised manuscript received 30 October 2014)

Abstract

In this paper, a sliding mode control based on an online error correction adaptive SVR is put forward for a class of fractional order chaotic system with nonlinear uncertainty. In order to solve the problem that the uncertainty of the fractional order chaotic system model is difficult to predict, so the nonlinear function of the system is estimated by the offline SVR and the state trace error is forecasted by using incremental learning adaptive online SVR. In addition, the adaptive parameter adjustment law is selected by using the Lyapunov stability theory. Result of simulation of the fractional order Arneodo system shows that the sliding mode control based on the online error correction adaptive SVR can stabilize the nonlinear uncertain fractional order chaotic system with external noise disturbance to an expected state within a limited time. At the same time, both the control performance and the prediction precision of the system's nonlinear function can be improved.

Keywords: fractional order system, chaotic system, sliding mode control, adaptive SVR

PACS: 05.45.Gg, 05.45.-a

DOI: [10.7498/aps.64.070502](https://doi.org/10.7498/aps.64.070502)

* Project supported by the JiangSu Scientific Support Program of China (Grant No. BE2014712), and the Foundation of Manufacturing Systems Engineering State Key Laboratory, China (Grant No. 201002)

[†] Corresponding author. E-mail: cqwang@nuaa.edu.cn