

一维非线性声波传播特性

张世功 吴先梅 张碧星 安志武

Propagation properties of one-dimensional nonlinear acoustic waves

Zhang Shi-Gong Wu Xian-Mei Zhang Bi-Xing An Zhi-Wu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 104301 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.104301

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.104301>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I10>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于等效参数反演的敷设声学覆盖层的水下圆柱壳体声散射研究

Investigation of underwater sound scattering on a cylindrical shell coated with anechoic coatings by the finite element method based on an equivalent parameter inversion

物理学报.2016, 65(1): 014305 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.014305>

两种气泡混合的声空化

Cavitation of two kinds of bubble mixtures

物理学报.2015, 64(20): 204301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.204301>

圆管结构中周向导波非线性效应的模式展开分析

Modal expansion analysis of nonlinear circumferential guided wave propagation in a circular tube

物理学报.2015, 64(18): 184303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.184303>

一种含柱形空腔结构橡胶层的吸声机理及优化

Acoustic absorption mechanism and optimization of a rubber slab with cylindrical cavities

物理学报.2014, 63(13): 134303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.134303>

二维正方晶格多点缺陷声子晶体实验研究

Experimental investigation of two-dimensional multi-point defect phononic crystals with square lattice

物理学报.2013, 62(13): 134301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.134301>

一维非线性声波传播特性*

张世功¹⁾²⁾ 吴先梅^{1)†} 张碧星¹⁾ 安志武¹⁾

1)(中国科学院声学研究所, 声场声信息国家重点实验室, 北京 100190)

2)(中国科学院声学研究所东海研究站, 上海 200032)

(2015年10月1日收到; 2016年1月25日收到修改稿)

针对一维非线性声波的传播问题进行了有限元仿真和实验研究. 首先推导了一维非线性声波方程的有限元形式, 含有高阶矩阵的非线性项导致声波具有波形畸变、谐波滋生、基频信号能量向高次谐波传递等非线性特性. 编制有限元程序对一维非线性声波进行了计算并对仿真得到的畸变非线性声波信号进行处理, 分析其传播性质和物理意义. 为验证有限元计算结果, 开展了水中的非线性声波传播的实验研究, 得到了不同输入信号幅度激励下和不同传播距离的畸变非线性声波信号. 然后对基波和二次谐波的传播性质进行详细讨论, 分析了二次谐波幅度与传播距离和输入信号幅度的变化关系及其意义, 拟合出二次谐波幅度随传播距离变化的方程并阐述了拟合方程的物理意义. 结果表明, 数值仿真信号及其频谱均与实验结果有较好的一致性, 证实计算方法和结果的正确性, 并提出了具有一定物理意义的二次谐波随传播距离变化的简单数学关系. 最后还对固体中的非线性声波传播性质进行了初步探讨. 本研究工作可为流体介质中的非线性声传播问题提供理论和实验依据.

关键词: 非线性声波, 二次谐波, 有限元

PACS: 43.25.-x, 43.58.Ry

DOI: 10.7498/aps.65.104301

1 引言

有限振幅波动等非线性强声问题在军事、工业、农业、生物医学等许多方面都有相应的应用研究, 内容包括次声武器、机场驱鸟、工业吹灰、生物组织谐波成像、非线性超声检测甚至人工降雨等不同范畴. 但人们对这一非线性问题的理论研究和认识还十分不足. 人们对 Euler 得到的流体中的非线性声波方程研究后发现, 非线性声波的振动和传播特征与线性声波有明显不同^[1-3]. 一些科学家对此类非线性声波方程进行计算并得到了一维非线性声波的解析解^[4,5], 但对于更复杂的高维问题, 人们暂时还没有更好的研究方法.

一维非线性波动方程形式上相对简单, 虽然科学家们通过不同的方式获得了多种形式的解析解, 但却只适用于不同的情况. Blackstock 通过数学方

法将 Fubini 解和 Fay 解联系起来得到了更普遍的解, 但它的物理意义并没有得到很好的诠释. 摄动法是解决非线性问题中常用的方法之一, 但利用摄动法对此方程进行展开时^[6] 只能展开少数几项, 这导致该方程的摄动解只在相关区域才具有相应的精度. 有关此类非线性方程的理论及数值模拟研究相对少见, 一些商业数值计算(有限元)软件中没有适合的偏微分方程形式可以选择, 并且由于非线性的有限元计算易引起数值发散, 所以难以得到满意的结果. 同时, 利用软件求解不利于对物理问题的深入理解. 这些困难限制了人们对非线性声波传播性质的认识.

本文从一维非线性纵波方程出发, 推导出该方程的有限元形式, 得到的方程中的非线性项内包括三阶矩阵系数, 所以方程的求解相对复杂. 非线性项显示数值仿真的非线性声波具有波形畸变、谐波

* 国家自然科学基金(批准号: 11274337, 11474308)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wuxm@mail.ioa.ac.cn

滋生等性质. 另外, 本文还对二次谐波的传播性质进行了研究. 并将数值仿真结果与实验对比, 两者有良好的一致性, 对发现和理解非线性声波的传播特性有一定帮助, 可为此类非线性问题的深入研究提供依据.

2 一维非线性声波的有限元理论

不同坐标(拉格朗日坐标和欧拉坐标, 也可称物质坐标和空间坐标)下流体中的非线性波动方程有着不同的形式, 其中物质坐标下的平面波方程相对简单, 较容易利用有限元法进行计算, 其方程可写作^[3,5]

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \frac{c^2}{(1 + \partial \mathbf{u} / \partial x)^{B/A+2}} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2}, \quad (1)$$

其中 B/A 被称为非线性参数, 将 $(1 + \partial \mathbf{u} / \partial x)^{-B/A-2}$ 作泰勒级数展开并只取前两项:

$$(1 + \partial \mathbf{u} / \partial x)^{-B/A-2} = 1 - (B/A + 2) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} + \dots \quad (2)$$

将(2)式代入方程(1)即可得到

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2} - c^2 \beta \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2} = 0, \quad (3)$$

其中 c 为声波的传播速度, \mathbf{u} 为质点的振动位移, x, t 分别表示质点坐标和时间, $\beta = -(B/A + 2)$ 为介质的非线性系数, 与介质属性有关. 方程(3)和各向同性固体中的一维纵波非线性波动方程形式完全一致, 需要说明的是固体中定义的非线性系数与流体中并不相同, 数值上相差一倍^[3,7,8].

对方程(3)进行研究, 可以得到非线性声波的传播特性, 设初始条件和边界条件分别为

$$\mathbf{u}|_{t=0} = 0, \quad \mathbf{u}_t|_{t=0} = 0, \quad x \in [0, L]. \quad (4a)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} \Big|_{x=0} = f(t), \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0, \quad (4b)$$

L 为计算区域长度, f 为声源. 边界条件实际为与压强(或应力)有关的函数, 根据加权余量法, 非线性方程(3)可等效为

$$\int_0^L v \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2} - \beta \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} \right) dx = 0. \quad (5)$$

v 是权函数, 对 x 偏导的部分运用分部积分法展开并将右侧设置为自由边界($\partial \mathbf{u} / \partial x = 0$), 这样方程(5)可改写为

$$\int_0^L \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} v dx + \int_0^L \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} dx$$

$$+ \frac{1}{2} \int_0^L \beta \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial v}{\partial x} dx = - \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} v \right) \Big|_{x=0} - \frac{1}{2} \beta \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} \right)^2 v \Big|_{x=0}. \quad (6)$$

将 $[0, L]$ 的区域划分为 n 个单元进行计算, 共有 $n + 1$ 个节点, 对于一维单元, 每个节点只有一个自由度, 为位移 \mathbf{u}_i , 是时间的函数. 声源设置在左侧节点处(编号为1), 最右侧节点(编号 $n + 1$) 为自由边界. 只考虑声波在右侧发生反射之前的声场. 为简单起见, 位移可以用一维拉格朗日插值来表示:

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^{n+1} \mathbf{N}_i \mathbf{u}_i, \quad (7)$$

其中

$$\mathbf{N}_i = \begin{cases} 0, & x < x_{i-1}, \\ \frac{x - x_{i-1}}{l_{i-1}}, & x_{i-1} < x < x_i, \\ \frac{l_i - (x - x_i)}{l_i}, & x_i < x < x_{i+1}, \\ 0, & x > x_{i+1} \end{cases}$$

为节点 i 对应的单元插值函数, x_i 为节点 i 的坐标, l_i 为第 i 个单元的长度, 为简单起见, 令所有单元长度均为 l , 并取权函数为位移插值函数, 即 $v_j = N_j$ ^[9].

将边界条件、权函数和形函数代入方程(6), 由于共有 $n + 1$ 个权函数, 可得方程组:

$$\begin{aligned} & \int_0^L \frac{1}{c^2} N_j \sum_{i=1}^{n+1} N_i \frac{\partial^2 \mathbf{u}_i}{\partial t^2} dx \\ & + \int_0^L \frac{\partial N_j}{\partial x} \sum_{i=1}^{n+1} \frac{\partial N_i}{\partial x} \mathbf{u}_i dx \\ & + \frac{1}{2} \int_0^L \beta \frac{\partial N_j}{\partial x} \left(\sum_{i=1}^{n+1} \frac{\partial N_i}{\partial x} \mathbf{u}_i \right)^2 dx \\ & = - f(t) N_j - \frac{1}{2} \beta f^2(t) N_j. \end{aligned} \quad (8)$$

将(8)式写为矩阵形式:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T \mathbf{B} \mathbf{u} = \mathbf{F}, \quad (9)$$

其中:

$$M_{ij} = \frac{1}{c^2} \int_0^L N_i N_j dx, \quad (10a)$$

$$K_{ij} = \int_0^L \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} dx, \quad (10b)$$

$$B_{ijk} = \frac{\beta}{2} \int_0^L \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} \frac{\partial N_k}{\partial x} dx, \quad (10c)$$

$$F_i = \begin{cases} -f(t) - \frac{1}{2}\beta f^2(t), & i = 1, \\ 0, & i = 2, 3, 4 \dots, n + 1. \end{cases} \quad (10d)$$

其中 \mathbf{B} 为相对复杂的三维矩阵, 它描述了方程的非线性性质, 本文称之为非线性刚度矩阵; 其与前后的位移矩阵相乘后得到一维矩阵, 形式上与方程 (9) 中其他项如 $\mathbf{K}\mathbf{u}$ 一致. (10d) 式包含声源信息, 只在声源加载的节点上有效, 该式中的平方项为高阶小量, 可略去, 不影响结果的正确性. 若非线性刚度矩阵 \mathbf{B} 为零, 非线性方程退化为线性方程.

利用中心差分方法^[10], 对时间微分展开后并考虑边界条件, 方程 (9) 可写为

$$\frac{\mathbf{M}}{\Delta t^2}(\mathbf{u}_{t+\Delta t} + \mathbf{u}_{t-\Delta t} - 2\mathbf{u}_t) + \mathbf{K}\mathbf{u}_t + \mathbf{u}_t^T \mathbf{B}\mathbf{u}_t = \mathbf{F}_t. \quad (11)$$

这样, 在相应的时刻、相应位置上位移加上源信号即可运算下一时刻的位移

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{M}^{-1} \Delta t^2 (-\mathbf{K}\mathbf{u}_t - \mathbf{u}_t^T \mathbf{B}\mathbf{u}_t - \mathbf{F}_t) - \mathbf{u}_{t-\Delta t} + 2\mathbf{u}_t, \quad (12)$$

此即为所求的位移.

3 实验

为验证数值计算的正确性, 我们开展了水中的非线性实验研究. 实验系统如图 1 所示, Ritec-5000-SNAP 系统可以产生高能量的连续波激励, 非常适于开展非线性实验研究. 我们在实验中采用了 10 个周期的 2 MHz 主频的电脉冲串激励, 信号经可调衰减器后输入给激励探头 E, 激励探头实际输出声脉冲串大约为 11 周. 声脉冲串信号在水中向前传播并被接收换能器 R 接收, 可以通过移动激励探头位置改变接收探头与激励探头之间的距离. 接收信号在示波器上被采集后通过接口传输给计算机, 也可以将接收信号传输给 Ritec 系统后再与计算机相连.

实验选用的激励和接收探头主频都在 2 MHz 左右, 但接收探头在 4 MHz 左右也存在较高的响应幅度, 所以接收探头可以同时接收到基频和二次谐波信号.

需要说明的是实验测量中的声波信号可以近似认为是平面波. 换能器直径为 2 cm, 频率为 2 MHz, 由此计算的近远场临界距离为 13.33 cm,

而实验测量的最远距离为 15 cm, 略大于临界距离, 基本发生在近场范围内.

理论上近场内测得的声波信号会有因干涉形成的声压极小值点, 即在那些点会几乎测量不到声压. 但在实验中, 我们在近场的不同位置进行反复实验, 并未发现这些极小值点, 其原因经分析有: 1) 实验采用了脉冲波而不是理论计算采用的连续波, 所以不会出现极小值的声压零点; 2) 换能器探头表面辐射声波是不均匀的, 中间强, 周围弱, 使得干涉效应减弱, 声压极值会被进一步弱化(极小值变大, 极大值变小); 3) 非线性实验信号传播过程中发生畸变, 其相位和幅度均有较大程度的变化, 谐波产生也造成声场更加复杂, 明显影响这些极值.

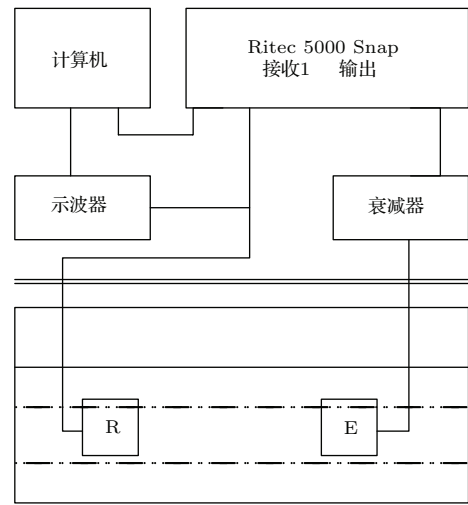


图1 实验系统

Fig. 1. Experimental configuration.

4 非线性声波传播与二次谐波特性

实验结果和利用有限元仿真计算的流体中的非线性声波都有波形畸变, 谐波滋生等特征, 这些性质可以通过数值计算结果加以归纳, 利用实验对计算结果进行验证, 形成的结果可为理论研究提供指导.

有限元计算时采用水作为声传播介质, 其密度为 1 g/cm³, 声速实验测得为 1491 m/s, 信号频率为 2 MHz, 空间步长为 9.375 μm, 时间步长为 5.2 ns, 非线性参数 $B/A = 5$, 计算可得水的非线性系数 β 为 -7, 该非线性系数与一些流体非线性声学中的数值 ($\beta = 3.5$)^[2] 不太相同, 方程 (3) 对应的非线性系数数值上为非线性流体声学中非线性系数的两倍^[8], 这是由于方程形式上不同造成的.

对方程(12)进行离散化计算可得数值计算结果,为与实验信号对比,有限元计算的激励源取11周正弦波,在距离声源不同位置计算得到的声信号如图2所示,其中图2(a),图2(b)和图2(c)为距离声源2,4和6 cm处的声信号.可以看出,随着声波的传播,波形畸变加剧.对上述仿真计算得到的声信号进行快速傅里叶变换可以得到相应位置信号的频谱,频谱图里包含了二次谐波,如图2(d),更高阶次的谐波本文未做讨论.从频谱图中可以发现,基频信号幅度随传播距离增加而减小,而二次谐波幅度却随传播距离增加而增大(距离声源较近范围内,暂不讨论传播距离更远的情况).这说明随着非线性声波的传播,基频信号不断传递能量给高次谐波,这正是非线性声波的典型特征.需要说明的是时域波形信号和频谱都相对2 cm处的接收信号做了归一化处理.

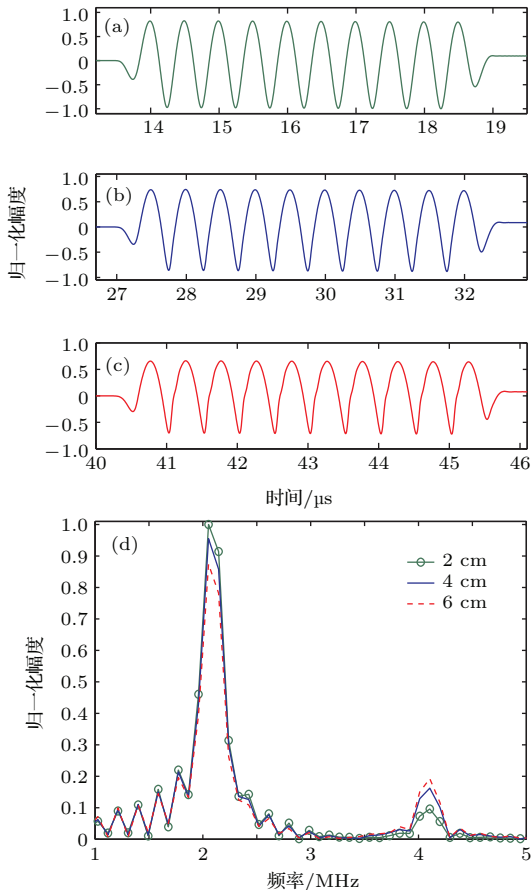


图2 (网刊彩色) 不同接收位置的仿真信号(a), (b), (c)及其频谱(d)
 Fig. 2. (color online) Simulated signals (a), (b), (c) received at different positions and its spectrums (d).

相应条件下的实验信号及其频谱如图3所示,其中图3(a),图3(b)和图3(c)为距离声源2,4和6 cm处接收的信号.实验信号中也同样呈现波形

畸变随传播距离增加而加剧的现象,并且变化趋势也与有限元模拟的结果类似.对实验信号进行快速傅里叶变换可以得到相应位置接收信号的频谱(图3(d)).同样,实验信号频谱图里也包含了高次谐波,随非线性声波传播距离增加,基频信号和二次谐波信号的幅度分别减小和增大,数值仿真结果与实验结论基本完全一致.

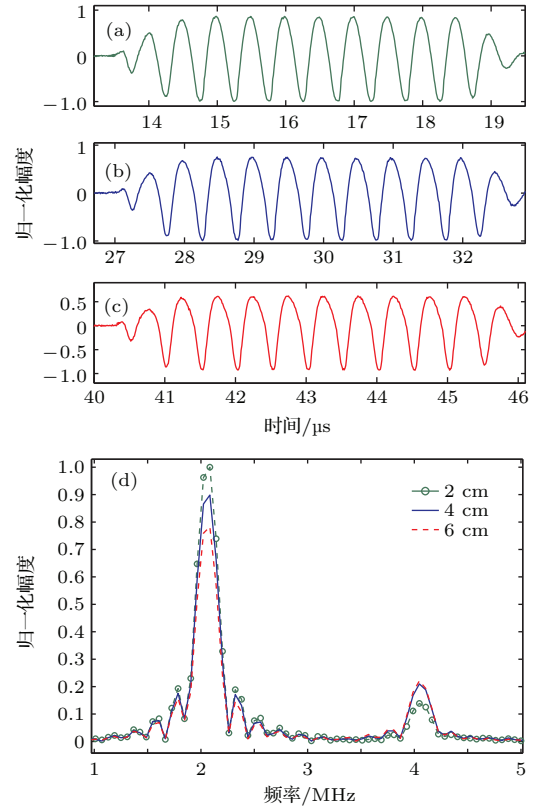


图3 (网刊彩色) 换能器在不同位置接收的实验信号(a), (b), (c)及其频谱(d)
 Fig. 3. (color online) Experimental signals (a), (b), (c) received at different positions and its spectrums (d).

文献[11]表明,输入信号能量增加会使非线性现象更明显.通过改变输入信号的幅度,在相同位置接收,可以发现:当输入信号较弱时,不能引起明显的波形畸变,高次谐波成分较低.增大输入信号幅度,波形畸变程度加剧,非线性信号中谐波成分得到加强.我们对此进行了验证.在有限元计算和实验中,均将三次输入信号幅度之间的比例设置为3:2:1,在距离声源7 cm处接收的数值模拟信号及其频谱如图4所示.波形信号中由上至下的输入信号幅度比例为3:2:1,但由于非线性传播过程中基频信号向谐波信号传递能量,波形信号(图4(a))和频谱信号中基信号幅度的比约为2.5:1.8:1,略小于3:2:1.图中的数值均相对输入信号幅度最小时做了归一化.相应的实验信号及其频

谱如图 5 所示, 除谐波幅度数值上与计算信号略有差异外, 理论计算与实验结果都符合得很好.

据已剔除如换能器、电路等其他非线性因素引入的影响.

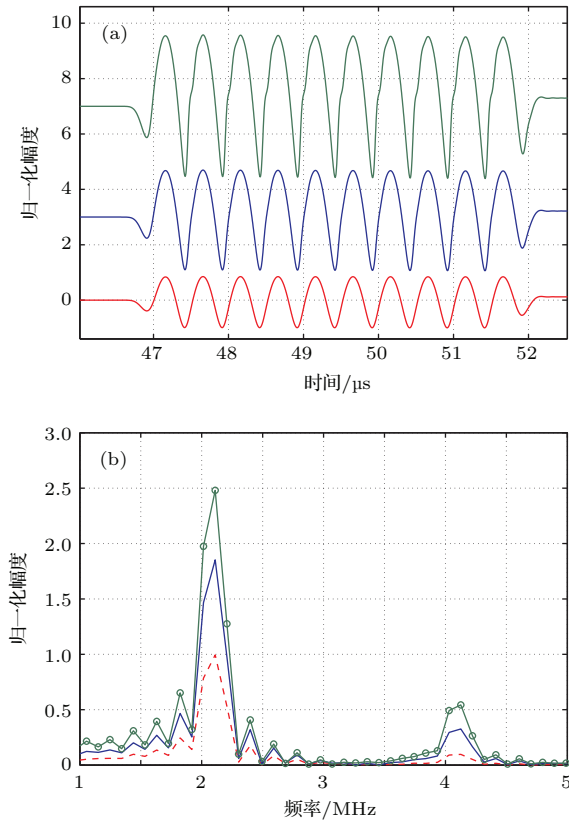


图 4 (网刊彩色) 不同输入信号幅度激发的非线性数值仿真信号 (a) 及其频谱 (b)
 Fig. 4. (color online) Simulated signals (a) and its spectrum (b) excited with different input signal amplitudes.

对不同传播距离处和不同输入信号强度情况下得到的非线性声波信号进行分析可以得到谐波的传播性质, 非线性谐波特别是二次谐波的传播性质对测量介质非线性系数有重要作用.

在距离声源不太远的范围内, 波形畸变随传播距离增加而加剧, 基波幅度减小, 谐波成分趋于丰富, 二次谐波幅度随传播距离近似成正比增加. 对不同位置接收的实验信号进行频谱分析, 取其幅度并对声源信号幅度 (实验中对距声源较近接收信号) 进行归一化处理, 可以获得基波信号和二次谐波信号幅度随传播距离的变化趋势, 如图 6 所示. 可以看出, 有限元法得到的基频和二次谐波信号的幅度随传播距离变化结果和实验信号符合得较好, 它们的变化趋势与 Blackstock 桥函数解^[4] 结果也基本一致, 说明计算结果的正确性. 需要说明的是文献^[4] 中的解是振动速度形式, (相对) 振动速度解在数值上应为 (相对) 位移解的 2 倍. 图中实验数

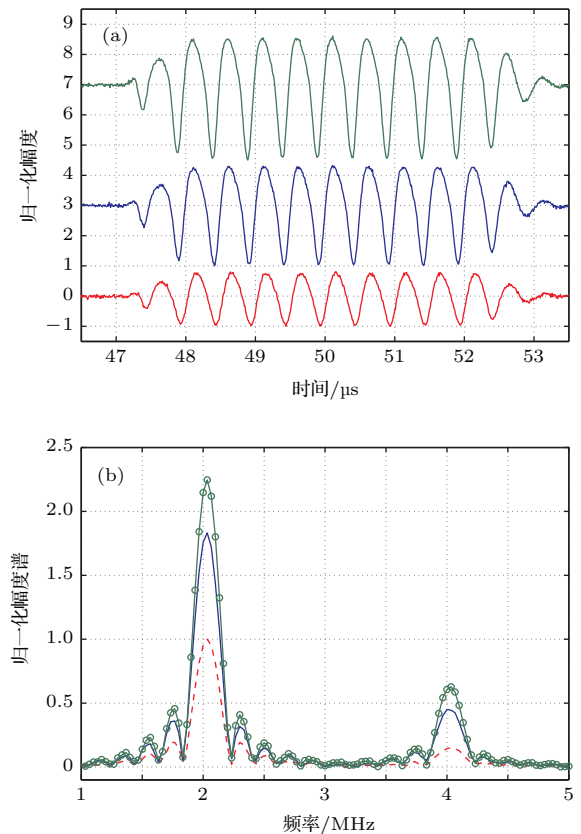


图 5 (网刊彩色) 不同输入信号幅度激发的非线性实验信号 (a) 及其频谱 (b)
 Fig. 5. (color online) Experimental signals (a) and its spectrums (b) excited with different input signal amplitudes.

在距离声源较远处, 二次谐波幅度随传播距离近似成正比增加, 这与方程的摄动解相符合. 然后, 随传播距离增加, 二次谐波幅度随传播距离又逐渐减小, 这样就存在二次谐波幅度最高时对应的传播距离 (本文称其为二次谐波极幅距离). 我们利用数值计算研究了大量不同输入条件下的二次谐波极幅距离, 发现其与输入信号幅度、频率、声速、非线性系数都存在一定关系, 利用数值拟合, 二次谐波极幅距离与这些参数的关系为

$$L_{MX2} = \frac{Rc_L^2}{\beta A_0 f^2}, \quad (13)$$

L_{MX2} , A_0 , f 分别为二次谐波极幅距离, 输入信号位移振幅和输入信号频率. R 为一常数, 即使计算采用了不同的非线性介质, 计算表明其值约为 0.07. 然后又利用数值计算对二次谐波的位移振幅进行拟合, 得到了二次谐波幅度随传播距离的变

化关系

$$A_{F2} = \frac{C_1 x}{x^2 + D_1 x + D_2}, \quad (14)$$

其中 C_1, D_1, D_2 为待定系数, 将二次谐波幅度对传播距离求导得

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{F2}}{\partial x} &= \frac{C_1(x^2 + D_1 x + D_2) - C_1 x(2x + D_1)}{(x^2 + D_1 x + D_2)^2} \\ &= \frac{-C_1(x^2 - D_2)}{(x^2 + D_1 x + D_2)^2}. \end{aligned} \quad (15)$$

(15) 式为零时说明二次谐波幅度达到极值(经分析, 该值为极大值), 即 $x = \sqrt{D_2}$ 时, $x = L_{MX2} = 0.07c_L^2/\beta A_0 f^2 = \sqrt{D_2}$, 这样可以确定待定系数 D_2 , 其所表示的物理意义是二次谐波幅度随传播距离有极大值出现. (15) 式为无穷时说明二次谐波幅度变化极快, 幅度-距离图像中, 对应激波在此处产生, 而激波产生的距离 [5] 为

$$x = x_{SHW} = \frac{2c_L^2}{\beta\omega V_0} = \frac{2c_L^2}{\beta A_0 \omega^2}.$$

此时 $x^2 + D_1 x + D_2 = 0$, 由于 D_2 已知, 从而可以求得待定系数 D_1 , 其表示激波的产生.

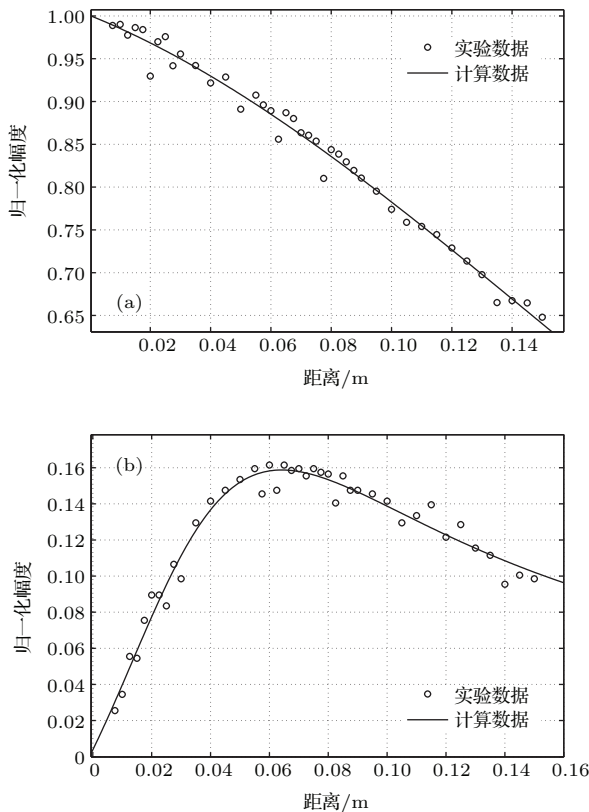


图6 基波信号(a)和二次谐波(b)信号归一化幅度随传播距离的变化

Fig. 6. Normalized amplitude of basic frequency (a) and the second harmonic wave (b) received at different propagation distance.

另外, 摄动解在传播距离趋向零的时候可以认为是精确解, 即 $x \rightarrow 0$ 时,

$$A_2|_{x \rightarrow 0} = \frac{1}{8} k \beta x A_0^2 = \frac{C_1 x}{x^2 + D_1 x + D_2} = \frac{C_1 x}{D_2},$$

这样可以确定选定常数 C_1 . 二次谐波幅度 (15) 式中的待定参数全部确定, 并且完全由非线性谐波的物理意义确定的, 说明该公式含有一定的物理意义.

二次谐波幅度随输入信号幅度平方的变化特性与其随传播距离变化基本一致, 这在非线性方程的摄动解中也有体现, 本文不再对计算和实验结果做过多讨论.

5 讨论

流体和固体介质中的一维非线性纵波声波方程具有相同的形式, 但摄动解和其他解却有不同的传播性质, 这说明非线性方程的解还需要进一步的研究和验证.

利用摄动法求解非线性声波方程 (1), 可以得到二次谐波幅度与传播距离及输入信号幅度平方成正比的关系 [5,8], 但流体中的解析解, 数值解和实验结果都显示二次谐波幅度随传播距离先增加后减小, 这说明在摄动求解时, 非线性方程如果只展开少数项的摄动方程, 其解存在一定局限性, 应在相应范围具有一定精度.

许多文献都利用二次谐波幅度与传播距离及输入信号幅度平方成正比的关系对介质的非线性系数进行测量 [11-14], 但这些实验结果都是在传播距离不太长的情况下测得的, 所以这并不影响结果的正确性, 但如果声波在介质中的传播距离不十分短, 这也许会造成测量结果不准确.

在固体中的非线性声波实验中, 也发现了二次谐波相对幅度随输入信号幅度增加反而减小的现象, 这个现象还未在相关文献和实验中报道过, 这对于固体中的非线性超声评估是一个值得注意的问题, 相关研究内容作者将另择文讨论.

6 结论

本文利用有限元法计算了一维非线性平面声波方程, 得到了非线性声波在传播过程中的畸变、谐波滋生、能量由基频信号向高次谐波信号传递等传播特征, 并开展了非线性声波的实验测量, 仿真

信号及其特征与实验符合得较好,证实了有限元方法的正确性. 固体介质中的非线性超声实验显示固体中的非线性声波传播性质与流体相似,流体中非线性二次谐波性质可为固体中的非线性谐波性质研究提供参考.

参考文献

- [1] Enflo B O, Hedberg C M 2004 *Theory of Nonlinear Acoustics in Fluids* (New York: Kluwer Academic Publishers) pp53–112
- [2] Rosing T D 2007 *Springer Handbook of Acoustics* (New York: Springer Science Business Media) p260
- [3] Beyer R T 1969 *Physical Ultrasonics* (New York: Academic Press) pp202–240
- [4] Blackstock D T 1965 *J. Acoust. Soc. Am.* **39** 1019
- [5] Qian Z W 2009 *Nonlinear Acoustics* (Beijing: Science Press) pp57–72 (in Chinese) [钱祖文 2009 非线性声学 (北京: 科学出版社) 第 57—72 页]
- [6] Qian Z W 2014 *Chin. Phys. B* **23** 322
- [7] Gol'dberg Z A 1961 *Sov. Phys. Acoust.* **6** 306
- [8] Zheng Y P, Maev R G, Solodov I Y 1999 *Can. J. Phys.* **77** 927
- [9] Zienkiewicz O C, Morgan K (translated by Tao Z Z) 1989 *Finite Elements and Approximation Method* (Beijing: China Communications Press) p56 (in Chinese) [辛克维奇 O C, 摩根 K 著 (陶振宗 译) 1989 有限元与近似法 (北京: 人民交通出版社) 第 56 页]
- [10] Wang M C, Shao M 1999 *Principle and Numerical Method of Finite Element* (Beijing: Tsinghua University Press) p449 (in Chinese) [王勰成, 邵敏 1999 有限单元法基本原理和数值方法 (北京: 清华大学出版社) 第 449 页]
- [11] Kim J Y, Jacobs L J, Qu J M 2006 *J. Acoust. Soc. Am.* **120** 1266
- [12] Liu X, Li J, Gong X, Zhu Z, Zhang D 2007 *Physica D* **228** 172
- [13] Yost W T, Cantrell J H, Breazeale M A 1981 *J. Appl. Phys.* **52** 126
- [14] Shui G, Wang Y, Qu J, Kim J Y, Jacobs L J 2010 *Chin. J. Acoust.* **29** 107

Propagation properties of one-dimensional nonlinear acoustic waves*

Zhang Shi-Gong¹⁾²⁾ Wu Xian-Mei^{1)†} Zhang Bi-Xing¹⁾ An Zhi-Wu¹⁾

1) (State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academic of Sciences, Beijing 100190, China)

2) (Shanghai Acoustics Laboratory, Chinese Academic of Sciences, Shanghai 200032, China)

(Received 1 October 2015; revised manuscript received 25 January 2016)

Abstract

The propagations of one-dimensional nonlinear acoustical waves are studied numerically and experimentally in this paper. The finite element method (FEM) is used to simulate the propagations of nonlinear acoustic waves. The FEM equation of one-dimensional nonlinear acoustic wave is derived according to the theory of nonlinear acoustics. A three-dimensional matrix appearing in the nonlinear FEM equation represents the nonlinear part of the nonlinear acoustic equation and indicates the complex propagation characteristics of nonlinear acoustic waves. However, there is no corresponding matrix in the linear FEM equation. The matrix correlates with the nonlinear properties of propagating waves such as wave distortion, high order harmonic wave generation and transformation of energy from basic frequency to high order harmonic frequency, etc. Then, an FEM program is coded to compute the propagations of the one-dimensional nonlinear acoustic waves. The results show that the nonlinear acoustic waves are distorted obviously during propagation. After fast Fourier transform processing the original wave signal, the basic frequency signals and high order harmonic signals both appear in the frequency-region signals. To prove the correctness of the FEM results, nonlinear acoustic experiments in water are carried out under different conditions. In the first experiment, the distance between the transmitting and receiving transducers is kept unchanged, but the transmitting transducer is excited with different energies. So with propagation distance fixed, the influences of different exciting energies on the nonlinear properties of acoustic waves are obtained from this experiment. In the second experiment, with the exciting energy fixed, the influences of different propagation distances on the nonlinear properties of acoustic waves are obtained by changing the distance between the transmitting and receiving transducers. Then the numerical results and the experimental results are compared and analyzed carefully. The result shows that the waveforms and the spectra of simulated nonlinear waves are in good agreement with those of experimental signals. These results prove the correctness of the proposed numerical method. It is also noticed that the propagation properties of basic frequency wave and the second order harmonic waves are different. The amplitude of basic frequency wave decreases gradually, but the amplitude of second order harmonic wave first increases and then decreases after propagating some distance. The amplitude of the second harmonic wave changes with propagation distance and energy of the input source amplitude. The relationship between the amplitude of second harmonic wave and the propagation distance is numerically fitted. We find a fitting equation of the relation between high order harmonic acoustic wave and propagation distance, which also brings clear physical meaning for the high order harmonic waves. Finally, the properties of nonlinear acoustic wave propagation in solid are preliminarily discussed. This study provides theoretical and experimental evidence for the nonlinear acoustic wave traveling in liquid.

Keywords: nonlinear acoustics wave, the second order harmonic wave, finite element method

PACS: 43.25.-x, 43.58.Ry

DOI: 10.7498/aps.65.104301

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11274337, 11474308).

† Corresponding author. E-mail: wuxm@mail.ioa.ac.cn