

玻色-爱因斯坦凝聚体中的双孤子相互作用操控

何章明 张志强

Controlling interactions between bright solitons in Bose-Einstein condensate

He Zhang-Ming Zhang Zhi-Qiang

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 65, 110502 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.110502

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.110502>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I11>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[非自治物质畸形波的传播操控](#)

[Control of nonautonomous matter rogue waves](#)

物理学报.2016, 65(5): 050501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.050501>

[非均匀光纤中暗孤子传输特性研究](#)

[Study on transmission characteristics of dark solitons in inhomogeneous optical fibers](#)

物理学报.2015, 64(9): 090504 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.090504>

[二元玻色-爱因斯坦凝聚体中矢量孤子的转化行为](#)

[Transformation of vector solitons in twospecies Bose-Einstein condensates](#)

物理学报.2014, 63(20): 200507 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.200507>

[光晶格势阱中二元凝聚体的矢量孤子的振荡和分裂](#)

[Oscillation and fission behavior of bright-bright solitons in two-species Bose-Einstein condensates trapped in an optical potential](#)

物理学报.2014, 63(19): 190502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.190502>

[色散渐变光纤中相移控制研究](#)

[Study on phase-shift control in dispersion decreasing fibers](#)

物理学报.2014, 63(15): 150506 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.150506>

玻色-爱因斯坦凝聚体中的双孤子 相互作用操控*

何章明¹⁾† 张志强²⁾

1) (湖南工业大学理学院, 株洲 412007)

2) (郑州科技学院基础部, 郑州 450064)

(2016年1月4日收到; 2016年2月22日收到修改稿)

考虑周期性驱动线性势, 利用 Darboux 变换法解析地研究了玻色-爱因斯坦凝聚体 (BEC) 中的双孤子相互作用, 得到了 S-波散射长度的临界值。结果表明: 当 S-波散射长度高于临界值时, BEC 中的两个亮孤子相互吸引并融合; 而当 S-波散射长度低于临界值时, 两个亮孤子保持局域稳定。此外, 在外部势阱的驱动下, 两个稳定的亮孤子产生周期性振荡行为。

关键词: 玻色-爱因斯坦凝聚, 孤子, S-波散射长度

PACS: 05.45.Yv, 03.75.Mn, 03.75.Lm

DOI: 10.7498/aps.65.110502

1 引言

实验成功地在玻色-爱因斯坦凝聚体 (BEC) 中观察到亮孤子^[1], 使得有关物质波孤子的研究成为当前 BEC 研究领域的热点之一^[2-9]。亮孤子的波包由 BEC 中的原子组成, 所以亮孤子在将来 BEC 的实际应用中占主要地位^[10]。最近研究表明 BEC 中亮孤子在量子信息^[11]、原子干涉仪^[12-16]、原子激光^[17]等方面有潜在的应用价值。例如, 文献^[11]预言可通过调节原子间相互作用强度来控制亮-亮孤子碰撞融合和分裂行为, 并产生宏观贝尔态。Helm 等^[14]发现囚禁于环势阱中的 BEC 中亮孤子的分裂和融合可用来实现 Sagnac 干涉仪。此外, 在谐振势阱和 Rosen-Morse 势垒组成的复合势阱中, 亮孤子的碰撞分裂现象也可应用于干涉仪^[15]。而稳定传播的亮孤子可用来实现原子激光^[11]。

理论上, BEC 可由 Gross-Pitaevskii (GP) 方

程^[18-32]来描述。BEC 中原子间相互作用强度可由 S-波散射长度来表示。当 S-波散射长度大于(小于)零时, 表示原子间相互排斥(吸引)作用。S-波散射长度的大小甚至正负都可通过 Feshbach 共振技术来调节^[33]。研究表明: 原子间相互作用对 BEC 中的双孤子相互作用性质有重要影响^[34-38]。当原子间相互作用强度较弱时, 两个亮孤子可保持局域稳定^[36]。而原子间相互作用较强时, 随着原子间相互作用强度的增加, 两个亮孤子相互吸引, 并可产生融合行为^[37]。这表明原子间相互作用存在一个临界值, 当原子间相互作用强度低于临界值时, 两个孤子保持局域稳定; 当原子间相互作用强度高于临界值时, 两个亮孤子之间产生相互吸引作用。获得原子间相互作用强度的临界值对指导 BEC 中的孤子实验非常重要。基于此, 考虑周期性驱动线性势阱, 利用 Darboux 变换法解析地研究了 BEC 中的双孤子相互作用, 得到了原子间相互作用强度的临界值(给出对应的 S-波散射长度绝对值的临界值)。进一步研究发现, 当 S-波散射长度的绝

* 国家自然科学基金(批准号: 11447223, 11505054)、湖南省教育厅一般项目(批准号: 14C0348)、理论物理国家重点实验室开放课题(批准号: Y4KF211CJ1) 和河南省教育厅科学技术研究重点项目(批准号: 14B140014) 资助的课题。

† 通信作者。E-mail: hezm1982@163.com

对值低于临界值时, 两个亮孤子在势阱中产生一个稳定的周期性振荡行为.

2 模型

基于平均场理论, BEC 的性质可用 GP 方程来描述^[39–45]:

$$\begin{aligned} & \mathrm{i}\hbar \frac{\partial \Psi(r, T)}{\partial T} \\ &= \left[-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + V_{\text{ext}} + G|\Psi|^2 \right] \Psi, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 M 代表原子质量; Ψ 是描述 BEC 的宏观波函数, 满足 $\int dr |\Psi(r)|^2 = N$, N 表示原子数目. 非线性系数 $G = 4\pi\hbar^2 a_s/M$, a_s 是 S-波散射长度, V_{ext} 是外部势阱, 选取

$$\begin{aligned} V_{\text{ext}}(X, Y, Z, T) &= \frac{M}{2} \left[\omega_\perp^2(Y^2 + Z^2) + \omega_i^2 X^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{F\hbar\omega_\perp\omega \cos(\omega\omega_\perp T/2)}{M} X \right], \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $a_\perp = \sqrt{\hbar/M\omega_\perp}$, ω_i 和 ω_\perp 分别代表谐振势阱的轴向和横向囚禁频率, ω 是线性驱动频率, F 是常数. 为研究准一维 BEC 中的亮孤子, 考虑 $\omega_\perp \gg \omega_i$, 并设^[10]

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{\pi}a_\perp} \phi(X, T) \\ &\times \exp \left(-\mathrm{i}\omega_\perp T - \frac{Y^2 + Z^2}{2a_\perp^2} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

把(3)式代入(1)式中可得

$$\begin{aligned} & \mathrm{i}\hbar \frac{\partial \phi(X, T)}{\partial T} \\ &= \left[-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2}{X^2} + 2\hbar\omega_\perp a_s N |\phi|^2 + \frac{M\omega_i^2}{2} X^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{F\hbar\omega_\perp\omega \cos(\omega\omega_\perp T/2)}{2} X \right] \phi. \end{aligned} \quad (4)$$

随后, 引入变量 $X = a_\perp x$, $T = 2t/\omega_\perp$, $\phi = \psi/\sqrt{a_\perp}$ ^[10], 代入方程(4), 可得

$$\begin{aligned} \mathrm{i}\psi_t &= -\psi_{xx} + 2g|\psi|^2\psi + \frac{\omega_i^2}{\omega_\perp^2}x^2\psi \\ &\quad + F\omega \cos(\omega t)x\psi, \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $g = 2Na_s/a_\perp$. 本文中考虑 BEC 中原子间为相互吸引作用 ($a_s < 0$), 轴向囚禁频率 $\omega_i = 0$, 即 BEC 被囚禁于周期性驱动线性势阱中.

3 达布变换法和 BEC 的双孤子解

为研究 BEC 中双孤子的动力学性质, 使用 Darboux 变换法^[46–54]求解非线性方程(5), 构造 Lax 对

$$\Phi_x = U\Phi = \lambda J\Phi + P\Phi, \quad (6a)$$

$$\Phi_t = V\Phi = \sum_{j=0}^n V_j \lambda^{n-j} \Phi. \quad (6b)$$

其中 λ 为谱参数,

$$\begin{aligned} \Phi &= \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ P &= \begin{pmatrix} 0 & p \\ q & 0 \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & -v_{11} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (7)$$

而 $p = \sqrt{g}\psi Q$, $q = -\sqrt{g}\bar{\psi}Q$, $v_{11} = 2\mathrm{i}\lambda^2 + ig|\psi|^2 + 2F \sin(\omega t)\lambda$, $v_{12} = 2\mathrm{i}\sqrt{g}\psi\bar{Q}\lambda + \mathrm{i}\sqrt{g}\psi_x\bar{Q} + F \sin(\omega t)\sqrt{g}\psi\bar{Q}$, $v_{21} = -2\mathrm{i}\sqrt{g}\bar{\psi}\bar{Q}\lambda + \mathrm{i}\sqrt{g}\bar{\psi}_x\bar{Q} - F \sin(\omega t)\sqrt{g}\bar{\psi}\bar{Q}$. 其中 $Q = \exp[-\mathrm{i}F \sin(\omega t)x - \mathrm{i}F^2(2\omega t - \sin 2\omega t)/(4\omega)]$. Lax 对满足: $U_t - V_x + [U, V] = 0$. 为求解 Lax 对(6)式, 选取方程(5)的一个初始平面波解

$$\psi_0 = \sqrt{g}Q \exp(2\mathrm{i}g^2t), \quad (8)$$

再将(6)式的解代入 Darboux 变换关系式^[46]

$$\psi_N = \psi_0 + 2 \sum_{n=1}^N (\lambda_n + \overline{\lambda_n}) \frac{\phi_1[n, \lambda_n] \overline{\phi_2}[n, \lambda_n]}{\Phi[n, \lambda_n]^T \bar{\Phi}[n, \lambda_n]} \frac{Q}{\sqrt{g}}, \quad (9)$$

其中,

$$\begin{aligned} \Phi[n, \lambda] &= (\lambda I - S[n-1]) \cdots (\lambda I - S[1]) \Phi[1, \lambda], \\ S_{l_1 l_2}[n'] &= -\overline{\lambda_{n'}} \delta_{l_1 l_2} + (\lambda_{n'} + \overline{\lambda_{n'}}) \\ &\quad \times \phi_{l_1}[n', \lambda_{n'}] \overline{\phi_{l_2}[n', \lambda_{n'}]] / (|\phi_1[n', \lambda_{n'}]|^2 \\ &\quad + |\phi_2[n', \lambda_{n'}]|^2), \end{aligned}$$

$n' = 1, 2, \dots, n-1$, $n = 2, 3, \dots, N$, $l_1, l_2 = 1, 2$.

当 $N = 2$ 时, (5)式的解为

$$\psi_2 = \psi_0(1 + 2F_1/F_2), \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} F_1 &= (\lambda_{01} + \lambda_{02})^2(h_1 + h_2)(k_1 + k_2) \\ &\quad - 4\lambda_{01}\lambda_{02}[h_1k_1 + h_2k_2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2h_3k_3 + 2\sqrt{\lambda_{01}^2 - 1}\sqrt{\lambda_{02}^2 - 1} \\
& \times \sin \varphi_1 \sin \varphi_2, \\
F_2 & = 2\lambda_{02}(\lambda_{02}^2 - \lambda_{01}^2)(h_1 + h_2) \\
& \times (k_3 + i\sqrt{\lambda_{02}^2 - 1} \sin \varphi_2) \\
& + 2\lambda_{01}(\lambda_{01}^2 - \lambda_{02}^2) \\
& \times (k_1 + k_2)(h_3 + i\sqrt{\lambda_{01}^2 - 1} \sin \varphi_1), \\
h_1 & = \cosh \theta_1 - \cos \varphi_1, \\
h_2 & = (2\lambda_{01}^2 - 1) \cosh \theta_1 + 2\lambda_{01} \\
& \times \sqrt{\lambda_{01}^2 - 1} \sinh \theta_1 - \cos \varphi_1, \\
k_1 & = \cosh \theta_2 - \cos \varphi_2, \\
h_3 & = -\lambda_{01} \cosh \theta_1 - \sqrt{\lambda_{01}^2 - 1} \sinh \theta_1 \\
& + \lambda_{01} \cos \varphi_1, \\
k_1 & = \cosh \theta_2 - \cos \varphi_2, \\
k_2 & = (2\lambda_{02}^2 - 1) \cosh \theta_2 + 2\lambda_{02} \sqrt{\lambda_{02}^2 - 1} \sinh \theta_2 \\
& - \cos \varphi_2, \\
k_3 & = -\lambda_{02} \cosh \theta_2 + \lambda_{02} \cos \varphi_2 \\
& - \sqrt{\lambda_{02}^2 - 1} \sinh \theta_2.
\end{aligned}$$

这里

$$\begin{aligned}
\varphi_i & = 4g^2t\sqrt{\lambda_{0i}^2 - 1}, \\
\theta_i & = 2\sqrt{\lambda_{0i}^2 - 1}[-(2gF \cos \omega t)/\omega + gx], \\
\lambda_i & = \lambda_{0i}g,
\end{aligned}$$

($i = 1, 2$, λ_{0i} 是大于 1 的常数).

4 结果分析

作为一个典型的例子, 考虑 BEC 由 2000 个⁷Li 原子形成. 根据当前实验条件, 横向囚禁频率选取为 $\omega_\perp = \pi \times 100$ Hz, 从而无量纲化后的单位长度和单位时间对应实际中的长度和时间分别是 5.4 μm 和 6.4 ms.

为研究原子间相互作用对 BEC 性质的影响, 首先选取 $a_s = -2.55a_B$ (a_B 是玻尔半径), 考虑势阱的驱动强度较弱 ($F = 0.1$), 同时势阱做快速变化 ($\omega = 20$), 谱参数 $\lambda_{01} = 2.0$ 和 $\lambda_{02} = 2.5$, 然后根据(10)式绘出图 1. 在 $t = 0$ 时刻 (初始时刻), 如图 1 所示, BEC 中出现两个亮孤子, 分别位于 $x \approx 1.0$ 和 $x \approx -8.0$ 处. 随着时间推移到 $t = 2$ 和

$t = 4$, 两个孤子的宽度、幅度和位置均没有发生变
化. 这表明: 在原子间相互作用较弱时, BEC 中的
双孤子可以保持局域稳定.

接下来增加原子间相互作用强度, 选取 $a_s = -5.1a_B$, 其他参数与图 1 一致, 根据解(10)式绘出图 2. 在 $t = 0$ 时刻 (初始时刻), 如图 2 所示, BEC 中两个亮孤子分别位于 $x \approx 0.5$ (右孤子) 和 $x \approx -4.2$ (左孤子) 处. 与图 1 相比, 两个孤子的幅度均增加, 而宽度均减小, 这是因为原子间相互作用强度增大导致的 [10]. 随着时间推移到 $t = 2$, 左右两孤子的位置分别位于 $x \approx -4.0$ 和 $x \approx 0.1$ 处. 两个孤子之间的距离在变小, 这表明随着原子间相互吸引作用强度增大, 两个孤子之间也呈相互吸引作用, 并产生一个相向运动. 此外, 与初始时刻

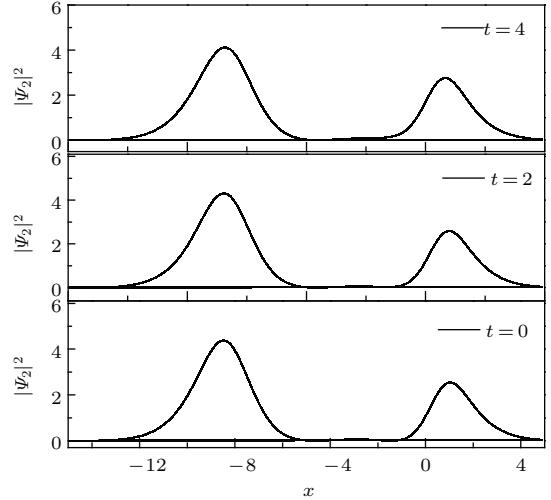


图 1 BEC 中稳定的亮孤子

Fig. 1. The stable and location bright solitons in BEC.

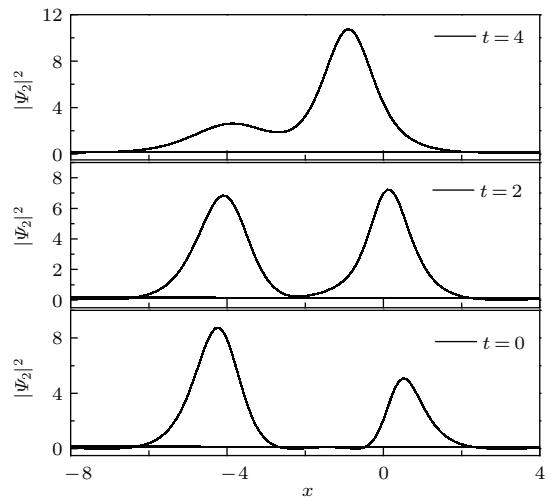


图 2 BEC 中双孤子之间的相互吸引作用

Fig. 2. The attractive interaction between the two bright solitons in the BEC.

相比, 左孤子的幅度减小, 而右孤子的幅度增加。这表明在孤子的相向运动过程中原子从左孤子转移到了右孤子。随着时间进一步推移到 $t = 4$, 左右孤子的位置分别位于 $x \approx -3.8$ 和 $x \approx -0.7$ 处, 并且左孤子中的原子几乎全部转移到右孤子中, 从而可实现两个孤子的融合。

综合图 1 和图 2 中的结果表明, S-波散射长度的绝对值存在一个临界值。为获得这个临界值, 保持谱参数和势阱参数与图 1 一致, 计算了不同 S-波散射长度下两孤子之间距离随时间的变化, 如图 3 所示。当 $|a_s| \leq 3.32a_B$ 时, 两孤子之间的距离都不随时间变化, 而当 $|a_s| > 3.32a_B$ 时, 两孤子之间的距离随时间的增加而变小, 表明孤子之间呈相互吸引作用, 两个孤子产生了相向运动。这是因为 BEC 中的亮孤子由原子组成, 当原子之间为相互吸引作用时, 周期性驱动线性势阱中的亮孤子也呈相互吸引。在 $|a_s| \leq 3.32a_B$ 时, 原子间吸引力非常弱, 从而亮孤子之间的吸引力也非常弱, 不足以驱使亮孤子产生相向运动; 随着 S-波散射长度绝对值的增大, 原子间相互吸引力也增大, 从而亮孤子之间的吸引力也增大, 吸引力大于临界值后驱使亮孤子产生相向运动。所以在此得到 S-波散射长度绝对值的临界值约为 $|a_s| = 3.32a_B$ 。

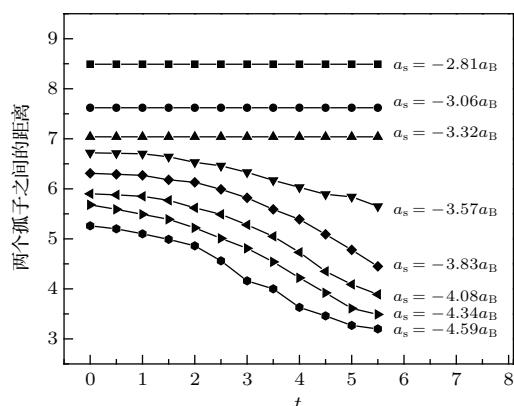


图3 不同S-波散射长度下两个孤子之间的距离随时间演化

Fig. 3. The evolution of distance between two bright solitons with different S-wave scattering length.

为了研究周期性驱动线性势对 BEC 中双孤子动力学性质的影响, 增加驱动强度 ($F = 0.5$) 并降低驱动频率 ($\omega = 0.8$), 同时选取 S-波散射长度 $a_s = -1.275a_B$, 谱参数保持和图 1 一致, 相应的孤子动力学行为如图 4 所示。在慢变化的周期势驱动下, 两个亮孤子随着时间的推移都产生了一个周期

性的振荡。并且由于原子间相互吸引作用较弱, 所以在传播过程中两个孤子的宽度、幅度及两个孤子之间的距离都未发生变化。

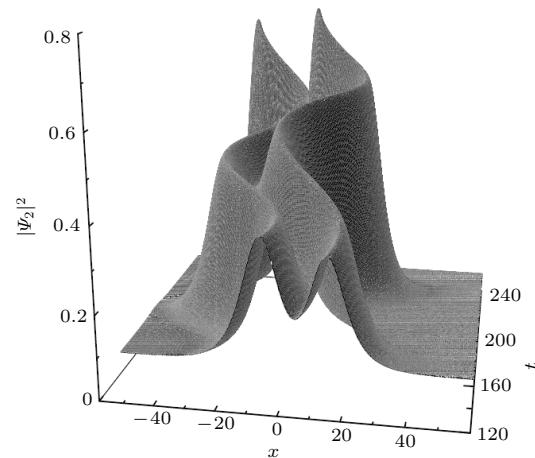


图4 BEC 中的双孤子的周期性振荡行为

Fig. 4. The periodic oscillation of two bright solitons in the BEC.

5 小结

考虑 BEC 被囚禁于周期性驱动线性势中, 使用 Darboux 变换法求解了一维无量纲化的 GP 方程。然后根据得到的解析解数字计算了 BEC 中孤子相互作用性质, 获得了 S-波散射长度的绝对值的临界值。当 S-波散射长度的绝对值小于临界值时, 两个亮孤子保持局域稳定; 当 S-波散射长度的绝对值大于临界值时, 两个亮孤子产生相互吸引作用并相向运动。在孤子相向运动过程中还出现了原子转移, 并最终可实现两个亮孤子融合, 这使得 BEC 在原子输运及量子信息方面有潜在的应用价值。此外, 在外部势阱的周期性驱动下, 两个亮孤子都产生了一个稳定的周期性振荡行为。相关结果可为 BEC 中的孤子实验提供指导。

参考文献

- [1] Strecker K E, Partridge G B, Truscott A G, Hulet R G 2002 *Nature* **417** 150
- [2] Zhang X F, Hu X H, Liu X X, Liu W M 2009 *Phys. Rev. A* **79** 033630
- [3] Liu X X, Pu H, Xiong B, Liu W M, Gong J B 2009 *Phys. Rev. A* **79** 013423
- [4] Pu H, Bigelow N P 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 1134
- [5] Huang G X, Li X Q, Szeftel J 2004 *Phys. Rev. A* **69** 065601

- [6] Wang D S, Hu X H, Liu W M 2010 *Phys. Rev. A* **82** 023612
- [7] Yu H Y, Pan L X, Yan J R, Tang J Q 2009 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **42** 025301
- [8] Luo M, Bao C G, Li Z B 2008 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **41** 245301
- [9] Sun Z Y, Gao Y T, Yu X, Liu W J, Liu Y 2009 *Phys. Rev. E* **80** 066608
- [10] Liang Z X, Zhang Z D, Liu W M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 050402
- [11] Bettina G, Billam T P, Blackley C L, Ruth L S C, Lev K, Cornish S L, Weiss C 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 100406
- [12] Helm J L, Billam T P, Gardiner S A 2012 *Phys. Rev. A* **85** 053621
- [13] Helm J L, Rooney S J, Christoph W, Gardiner S A 2014 *Phys. Rev. A* **89** 033610
- [14] Helm J L, Cornish S L, Gardiner S A 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 134101
- [15] Polo J, Ahufinger V 2013 *Phys. Rev. A* **88** 053628
- [16] Li S C, Fu L B, Duan W S, Liu J 2008 *Phys. Rev. A* **78** 063621
- [17] He Z M, Wang D L, Ding J W, Yan X H 2012 *Commun. Theor. Phys.* **58** 381
- [18] Liu X X, Zhang X F, Zhang P 2010 *Chin. Phys. Lett.* **27** 070306
- [19] Yan J R, Pan L X, Yu H Y, Ao S M 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 090301
- [20] Li L, Malomed B A, Mihalache D, Liu W M 2006 *Phys. Rev. E* **73** 066610
- [21] Cheng Y S 2009 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **42** 205005
- [22] Xiong B, Gong J B 2010 *Phys. Rev. A* **81** 033618
- [23] Xuan H N, Zuo M 2011 *Commun. Theor. Phys.* **56** 1035
- [24] He Z M, Wang D L, Ding J W, Yan X H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 230508 (in Chinese) [何章明, 王登龙, 丁建文, 颜晓红 2012 物理学报 **61** 230508]
- [25] Li L, Li Z D, Malomed B A, Mihalache D, Liu W M 2005 *Phys. Rev. A* **72** 033611
- [26] Zhao L C, He S L 2011 *Phys. Lett. A* **375** 3017
- [27] Wen L, Liu W M, Cai Y, Zhang J M, Hu J 2012 *Phys. Rev. A* **85** 043602
- [28] Chen Z, Wu B 2010 *Phys. Rev. A* **81** 043611
- [29] Wu L, Li L, Zhang J F 2009 *Phys. Rev. A* **80** 013617
- [30] Xue J K, Peng P 2006 *Chin. Phys. B* **15** 1149
- [31] Zhang C W, Liu J, Raizen M G, Niu Q 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 054101
- [32] Huang G X, Velarde M G, Makarov V A 2001 *Phys. Rev. A* **64** 013617
- [33] Chin C, Grimm R, Julienne P, Tiesinga E 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1225
- [34] Li B, Zhang X F, Li Y Q, Liu W M 2011 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **44** 175301
- [35] Zhang H Q, Tian Bo, Lu Xing, Li He, Meng X H 2009 *Phys. Lett. A* **373** 4315
- [36] Belmonte-Beitia J, Cuevas J 2009 *J. Phys. A: Math. Theor.* **42** 165201
- [37] Zhang X F, Yang Q, Zhang J F, Chen X Z, Liu W M 2008 *Phys. Rev. A* **77** 023613
- [38] Li S C, Dou F Q 2015 *Europhys. Lett.* **111** 30005
- [39] Yang Q, Zhang J F 2006 *Opt. Commun.* **258** 35
- [40] Yang Z Y, Zhao L C, Zhang T, Li Y H, Yue R H 2010 *Phys. Rev. A* **81** 043826
- [41] He X G, Zhao D, Li L, Luo H G 2009 *Phys. Rev. E* **79** 056610
- [42] Tian Q, Wu L, Zhang J F, Malomed B A, Mihalache D, Liu W M 2011 *Phys. Rev. E* **83** 016602
- [43] Wang S J, Jia C L, Zhao D, Luo H G, An J H 2003 *Phys. Rev. A* **68** 015601
- [44] Zong F D, Zhang J F 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2658 (in Chinese) [宗丰德, 张解放 2008 物理学报 **57** 2658]
- [45] Yan Z Y 2010 *Phys. Lett. A* **374** 4838
- [46] Li Z D, Li QY, Li L, Liu W M 2007 *Phys. Rev. E* **76** 026605
- [47] Xia T C, Chen X H, Chen D Y 2005 *Chaos Soliton. Fract.* **26** 889
- [48] Zhao D, He X G, Luo H G 2009 *Eur. Phys. J. D* **53** 213
- [49] Guo B L, Ling Li M, Liu Q P 2012 *Phys. Rev. E* **85** 026607
- [50] Tao Y S, He J S 2012 *Phys. Rev. E* **85** 026601
- [51] Yang G Y, Li Lu, Jia S T 2012 *Phys. Rev. E* **85** 046608
- [52] Qin Z Y, Mu G 2012 *Phys. Rev. E* **86** 036601
- [53] Wang L H, Porsezian K, He J S 2013 *Phys. Rev. E* **87** 053202
- [54] Ling L M, Zhao L C 2013 *Phys. Rev. E* **88** 043201

Controlling interactions between bright solitons in Bose-Einstein condensate*

He Zhang-Ming^{1)†} Zhang Zhi-Qiang²⁾

1) (College of Science, Hunan University of Technology, Zhuzhou 412007, China)

2) (Department of Basic Course, Zhengzhou College of Science and Technology, Zhengzhou 450064, China)

(Received 4 January 2016; revised manuscript received 22 February 2016)

Abstract

Considering the periodically driving linear potential, we study the interactions between two solitons in Bose-Einstein condensate (BEC). By using Darboux transformation, the double bright soliton solution of Gross-Pitaevskii equation is obtained. Then we numerically calculate the properties of interaction between the two bright solitons in BEC, and obtain a critical value of the S-wave scattering length (SL). It is shown that, when the SL is more than the critical value, the attractive interaction and the atom transfer between two bright solitons can be observed. While the SL is less than the critical value, two bright solitons can keep stable and localized. Furthermore, the stable periodic oscillations of two solitons can be observed by slowly changing the potential. These results will be conducive to the BEC soliton experiments.

Keywords: Bose-Einstein condensates, bright solitons, S-wave scattering length

PACS: 05.45.Yv, 03.75.Mn, 03.75.Lm

DOI: 10.7498/aps.65.110502

* Project supported by the National Nature Science Foundation of China (Grant Nos. 11447223, 11505054), the Research Foundation of Education Bureau of Hunan Province of China (Grant No. 14C0348), the Open Project Program of State Key Laboratory of Theoretical Physics, Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences (Grant No. Y4KF211CJ1), and the Research Foundation of Education Bureau of Henan Province of China (Grant No. 14B140014).

† Corresponding author. E-mail: hezm1982@163.com