

光纤中单光子传输方程的求解及分析

陶在红 秦媛媛 孙斌 孙小菡

Perturbed solution and analyses for single photon transmission equation in optical fiber

Tao Zai-Hong Qin Yuan-Yuan Sun Bin Sun Xiao-Han

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 130301 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.130301

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.130301>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I13>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

一种基于分层的量子分组传输方案及性能分析

A scheme of quantum packet transmission and its performance analysis based on hierarchical  
物理学报.2016, 65(13): 130302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.130302>

时域脉冲平衡零拍探测器的高精度自动平衡

Highprecision auto-balance of the time-domain pulsed homodyne detector  
物理学报.2016, 65(10): 100303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.100303>

基于低 Q 腔光子 Faraday 旋转的远程态制备

Remote state preparation via photonic Faraday rotation in low-Q cavities  
物理学报.2016, 65(2): 020302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.020302>

降雨背景下诱骗态协议最优平均光子数的变色龙自适应策略

Optimal mean photon number of decoy state protocol based on chameleon self-adaptive strategy under  
the background of rainfall

物理学报.2016, 65(2): 020303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.020303>

多跳噪声量子纠缠信道特性及最佳中继协议

Characteristics of multi-hop noisy quantum entanglement channel and optimal relay protocol  
物理学报.2015, 64(24): 240304 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.240304>

# 光纤中单光子传输方程的求解及分析\*

陶在红<sup>1)2)</sup> 秦媛媛<sup>1)</sup> 孙斌<sup>1)</sup> 孙小菡<sup>1)†</sup>

1) (东南大学光传感/通信综合网络国家研究中心, 南京 210096)

2) (南京信息工程大学电子信息与工程学院, 南京 210044)

(2016年3月5日收到; 2016年4月3日收到修改稿)

量子信息在光纤中传输时, 会受到光纤损耗、色散、非线性效应等多因素的影响, 将产生传输态的演化与能量转移. 本文以单模光纤传输方程以及电磁场量子化理论为基础, 对单模光纤中基模模场进行量子化处理, 推导并建立了考虑损耗、色散、非线性效应后的单光子传输方程. 基于微扰法对单光子非线性传输方程进行了求解, 给出了稳定解存在的必要条件及其所满足的色散方程. 深入讨论了广域光功率随微扰频率的变化关系, 并且分析了光纤色散、非线性效应对解的影响. 为量子光纤传输系统性能的深入研究奠定了理论基础.

**关键词:** 单模光纤, 光量子, 传输方程, 色散

**PACS:** 03.67.Hk

**DOI:** 10.7498/aps.65.130301

## 1 引言

众所周知, 光具有较好的量子特性, 易于获得量子态, 并对其进行操控和检测. 近些年来, 量子光学得到了充分的发展, 量子通信、量子传感及量子计算等技术研究方兴未艾. 量子动力学的发展<sup>[1,2]</sup>, 促使人们从量子层面来研究各类不同的光量子系统, 其中光量子传输是必须研究的一个重要问题.

光量子传输问题首先在分子级电子器件中得到充分研究<sup>[3-5]</sup>. 在纳米电路中设计了四端分子桥模型, 通过求解系统的量子波动方程, 对电子在模型中的量子传输特性进行了研究. 选择了不同材料的分子模型, 探索了分子器件与电极间的耦合对电子传输特性的影响<sup>[6]</sup>. 此外, 对碳纳米管构成的分子器件的量子传输也进行了深入研究<sup>[7]</sup>. 这些研究为进一步设计制作和应用纳米分子器件奠定了理论基础. 尽管分子级电子器件的研究得到了较好的成果, 但却无法用于长距离、大容量的量子通信和量子传感系统.

针对量子通信、量子传感等系统, 研究者开展

了一系列工作. 对量子直接通信方案进行了大量的理论研究<sup>[8-12]</sup>. 在实际量子直接传输系统中, 量子信号的保真度受到环境噪声的影响, 通过量子态避错传输等方法可以避免<sup>[13]</sup>, 信号传输也会受到实验条件的限制, 通过量子中继来实现量子信号的远距离传输<sup>[14]</sup>. 针对环境辅助和退相辅助的量子传输系统进行研究<sup>[15,16]</sup>, 发现系统与环境之间的相互作用能提高量子传输效率, 从而可以利用可控的退相干提高光网络中的量子传输效率. 量子态的隐形态传输也是量子传输的一个重要研究方向<sup>[17-22]</sup>. 在实验上, 量子通信的传输距离不断增长, 实现了143 km量子态隐形传态最远距离<sup>[23]</sup>. 纠缠分发距离达到300 km<sup>[24]</sup>, 量子密钥分配的安全距离达到200 km<sup>[25]</sup>, 并成功实现了多自由度量子体系的隐形传态. 此外, 与量子传输相关的量子游走<sup>[26]</sup>、光纤中混沌现象<sup>[27]</sup>等方面均有一系列报道. 尽管以上系统大多基于光纤构建, 但大量工作集中研究接收、发送端的问题, 对光量子在光纤中传输情况的分析较少. 实际上, 量子通信、量子传感信息在光纤中传输时, 受光纤损耗、色散、已知和未知非线性效应的影响, 导致量子信息产生传输衰

\* 国家自然科学基金(批准号: 60271206)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: xhsun@seu.edu.cn

落, 增加检测难度. 因此, 必须建立光纤中光量子信息传输的理论模型.

本文基于 Maxwell 理论和光量子动力学, 对光纤中电磁波工作模式量子化, 建立单光子传输模型, 基于微扰法对单光子传输方程进行模拟求解, 并且对光量子在光纤传输过程中受到光纤损耗、色散、非线性效应的影响做了全面讨论.

## 2 光纤模式量子化

已知光纤中各工作模式具有正交性, 故光纤中的总电场强度  $\mathbf{E}$  是各模式电场强度的总和. 通过分离变量, 展开为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = - \sum_l \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0}} p_l(t) \mathbf{E}_l(\mathbf{r}), \quad (1)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \sum_l \frac{1}{\sqrt{\mu_0}} \omega_l q_l(t) \mathbf{H}_l(\mathbf{r}), \quad (2)$$

式中  $\omega_l = k_l / \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ ,  $l$  表示第  $l$  个工作模式.

简正模描述了光腔内电磁场的空间分布不随时间变化, 也不因为腔内是否有电磁场而变化. 所以在上述展开式中, 系数  $p_l(t)$  和  $q_l(t)$  唯一地确定了腔内电磁场的状态. 可见, 展开系数集  $\{p_l(t), q_l(t)\}$  是表征腔内电磁场动力学行为变量. 故腔内所含的电磁能量可表示为

$$W = \sum_l \frac{1}{2} (p_l^2 + \omega_l^2 q_l^2), \quad (3)$$

(3) 式表明, 光场的总能量与一组线性谐振子能量相等. 将  $p_l$  和  $q_l$  视为在形式上等价于量子力学谐振子的动量和坐标. 可见一种光模式与经典力学中质量为 1, 动量为  $p_l$ , 坐标为  $q_l$  的一种线性谐振子相当.

要将光辐射场量子化, 就是将光场总能量算符化. (3) 式就是将  $p_l$  和  $q_l$  算符化. 引入量子力学中产生算符  $a^+$  和湮没算符  $a$ :

$$a_l^+(t) = \left( \frac{1}{2\hbar\omega_l} \right)^{\frac{1}{2}} [\omega_l q_l(t) - ip_l(t)], \quad (4)$$

$$a_l(t) = \left( \frac{1}{2\hbar\omega_l} \right)^{\frac{1}{2}} [\omega_l q_l(t) + ip_l(t)], \quad (5)$$

算符  $a^+ a$  的平均值为

$$\langle n_l | a_l a_l^+ | n_l \rangle = n_l. \quad (6)$$

上式中  $a_l^+$  是第  $l$  个光模式的光子产生算符,  $a_l$  是光子湮没算符,  $n_l$  则为第  $l$  个光模式中的光子数目.

这样,  $p_l$  和  $q_l$  的表达式为

$$p_l(t) = i \left( \frac{\hbar\omega_l}{2} \right)^{\frac{1}{2}} [a_l^+(t) - a_l(t)], \quad (7)$$

$$q_l(t) = \left( \frac{\hbar}{2\omega_l} \right)^{\frac{1}{2}} [a_l^+(t) + a_l(t)], \quad (8)$$

代入 (3) 式, 可以得到用产生算符和湮没算符表示的总能量:

$$W = \sum_l \hbar\omega_l \left( a_l^+ a_l + \frac{1}{2} \right). \quad (9)$$

单模光纤 (single mode fiber, SMF) 中仅存在 LP<sub>01</sub> 模. 将模式场做变量分离, 表示为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = C_0 p(t) F(z) \exp[i(\beta_0 z - \omega_0 t)] F(x, y), \quad (10)$$

式中,  $C_0$  为常数系数,  $F(z)$  是  $z$  的慢变函数,  $p(t)$  是  $t$  的慢变函数.

将  $p(t) = i \left( \frac{\hbar\omega}{2} \right)^{\frac{1}{2}} [a^+(t) - a(t)]$  代入, 整理得

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = C [a^+(z, t) - a(z, t)] \times \exp[i(\beta_0 z - \omega_0 t)] F(x, y). \quad (11)$$

## 3 单光子传输方程的模型

利用傅里叶变换, 得到电场在频域内的分离变量形式, 亥姆霍兹方程可变为横向和纵向两个方程:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + [\varepsilon(\omega) k_0^2 - \tilde{\beta}^2] F = 0, \quad (12)$$

$$2i\beta_0 \left( \frac{\partial a^+}{\partial z} - \frac{\partial a}{\partial z} \right) + (\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2) (a^+ - a) = 0. \quad (13)$$

推导过程中, 由于假定  $a^+(z, \omega - \omega_0)$  和  $a(z, \omega - \omega_0)$  为  $z$  的慢变函数, 所以忽略了其二阶偏导数. 并且对方程考虑到微扰的影响, 本征值  $\tilde{\beta}$  将变为  $\tilde{\beta} = \beta(\omega) + \Delta\beta$ . 将  $\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2$  近似为  $2\beta_0(\tilde{\beta} - \beta_0)$ , 方程变为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial a^+}{\partial z} - \frac{\partial a}{\partial z} \\ &= i [\beta(\omega) + \Delta\beta - \beta_0] \\ & \times [a^+(z, \omega - \omega_0) - a(z, \omega - \omega_0)]. \end{aligned} \quad (14)$$

在频率  $\omega_0$  处把  $\beta(\omega)$  做泰勒级数展开, 并忽略展开式中的三次项及更高次项. 利用傅里叶反变换, 得到:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial a^+}{\partial z} - \frac{\partial a}{\partial z} + \beta_1 \left( \frac{\partial a^+}{\partial t} - \frac{\partial a}{\partial t} \right) \\ & + \frac{i}{2} \beta_2 \left( \frac{\partial^2 a^+}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} \right) + \frac{\alpha}{2} (a^+ - a) \end{aligned}$$

$$= i\gamma |a^+ - a|^2 (a^+ - a), \quad (15)$$

方程(15)可以拆分为

$$\frac{\partial a^+}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial a^+}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 a^+}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} a^+ = i\gamma |a^+ - a|^2 a^+, \quad (16)$$

$$\frac{\partial a}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} a = i\gamma |a^+ - a|^2 a. \quad (17)$$

(15)式表明,单模光纤中电磁波传送过程,可以用单个光子产生、湮没算符表征.由于光振幅量子化,光粒子在产生和湮没算符互相作用下,将能量交替地向前传输,这个过程也与光纤色散、损耗以及非线性效应有关.产生、湮没算符的变化需联解(16),(17)式获得.

经典光传输方程,单模光纤中工作的电磁波能量以波动形式传播,用模式表征.通过求解该方程,获得模式分布及其色散特性,可知光纤色散、损耗以及非线性效应对其的影响.这与(15)式有着本质区别.

## 4 模拟分析

一个光子在光纤中传输时,产生算符和湮没算符在同一频率上产生,它们具有相同的色散系数.令 $a^+ = u^+ \exp(-\alpha z/2)$ ,  $a = u \exp(-\alpha z/2)$ ,这里 $u^+$ ,  $u$ 是 $z, t$ 的函数, $\exp(-\alpha z/2)$ 为光子传输受到光纤损耗的影响.

将 $a^+, a$ 代入单光子传输方程(16),(17),可得:

$$\frac{\partial u^+}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial u^+}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 u^+}{\partial t^2} = i\gamma \exp(-\alpha z) |u^+ - u|^2 u^+, \quad (18)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = i\gamma \exp(-\alpha z) |u^+ - u|^2 u. \quad (19)$$

此方程组的稳态解为

$$\bar{u}^+(z, t) = \sqrt{P^+} \exp \left\{ i\gamma \int_0^z [P^+ \exp(-\alpha z')] + P \exp(-\alpha z')] dz' \right\}, \quad (20)$$

$$\bar{u}(z, t) = \sqrt{P} \exp \left\{ i\gamma \int_0^z [P^+ \exp(-\alpha z')] + P \exp(-\alpha z')] dz' \right\}, \quad (21)$$

式中 $P^+, P$ 分别对应于产生和湮没算符的功率.引入微扰项 $d^+(z, t) + \sqrt{P^+}$ ,  $d(z, t) + \sqrt{P}$ ,代入单

光子传输方程,并使弱扰动 $d^+(z, t)$ ,  $d(z, t)$ 线性化,可得到微扰所满足的方程组.通过化简该方程组,就可得到方程组有解时应该满足的色散方程:

$$(s - \Omega\beta_1)^2 - \left( \frac{1}{2} \beta_2 \Omega^2 \right)^2 = \gamma \exp(-\alpha z) \beta_2 \Omega^2 \left( \sqrt{P^+} - \sqrt{P} \right)^2, \quad (22)$$

式中, $s$ 是光子沿纵向传播的待定系数, $\Omega$ 是微扰频率. $s$ 可为实数,也可为复数.

下面我们分别讨论在 $s$ 为实数和复数的情况下,光子传输受色散、非线性等因素的影响.设 $s = s' + js''$ ,  $\left( \sqrt{P^+} - \sqrt{P} \right)^2 = (p' + jp'')^2$ ,代入(22)式当 $z = 0$ 时,得到关于 $p'^2, p''^2$ 的方程:

$$\begin{aligned} & (\gamma\beta_2\Omega^2 p'^2)^2 - s''^2 (s' - \Omega\beta_1)^2 \\ & = (s'^2 - s''^2 - 2s'\Omega\beta_1 + \Omega^2\beta_1^2 \\ & \quad - \frac{1}{4}\beta_2^2\Omega^4)\gamma\beta_2\Omega^2 p'^2, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & s''^2 (s' - \Omega\beta_1)^2 - (\gamma\beta_2\Omega^2 p''^2)^2 \\ & = (s'^2 - s''^2 - 2s'\Omega\beta_1 + \Omega^2\beta_1^2 \\ & \quad - \frac{1}{4}\beta_2^2\Omega^4)\gamma\beta_2\Omega^2 p''^2. \end{aligned} \quad (24)$$

下面进行微扰解的讨论.

### 4.1 当 $P^+P < 0$ 时, $\sqrt{P^+} - \sqrt{P}$ 为复数

1) 讨论色散的影响.我们选取以下参数:标准SMF参数 $\gamma = 10 \text{ W}^{-1}/\text{km}$ ,  $n = 1.45$ ,  $\beta_1 = 4.87 \times 10^6 \text{ ps}/\text{km}$ .

工作在正常色散区,工作波长为1200, 1250, 1300 nm,对应 $\beta_2$ 分别为15, 5, 0.5 ps<sup>2</sup>/km.图1,图2显示在正常色散区,光子的产生和湮没算符的功率均方差为复数时随微扰频率变化的情况.分别用功率均方差的实部、虚部表示.从图中可以看出,随着微扰频率增大,功率减小,当微扰频率减小到零时,功率趋于无穷大.随着波长的增大,功率增大.这是由于在正常色散区内,随着波长接近1310 nm时,群速度色散(group velocity dispersion, GVD)参量值减小,直至接近0.这时,光子传输受到光纤色散影响随之减小.

工作在反常色散区,工作波长为1450, 1500, 1550 nm,对应 $\beta_2$ 分别为-15, -20, -25 ps<sup>2</sup>/km.图3,图4显示在反常色散区,光子的产生和湮没算符的功率均方差为复数时随微扰频率变化的情况.可以看出,随微扰频率增大,功率减小,当微扰频

率为零时, 功率趋于无穷大. 随着波长的增大, 功率减小. 这是由于在反常色散区内, 随着波长远离 1310 nm, GVD 参量负向增大. 光子传输受到光纤色散影响随之增大.

2) 讨论非线性效应的影响.

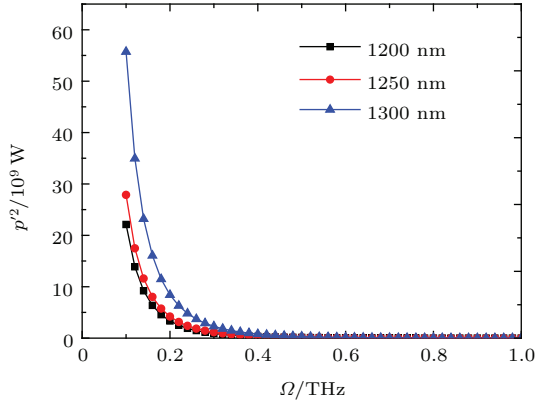


图1 (网刊彩色)  $\beta_2$  分别为 15, 5, 0.5 时  $p''^2$  随  $\Omega$  的关系  
Fig. 1. (color online)  $p''^2$  vs.  $\Omega$  when  $\beta_2$  is 15, 5 and 0.5.

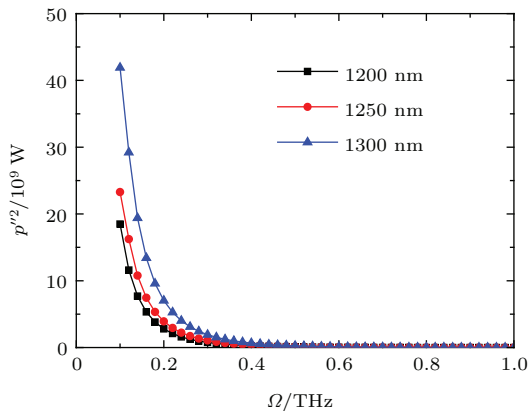


图2 (网刊彩色)  $\beta_2$  分别为 15, 5, 0.5 时  $p''^2$  随  $\Omega$  关系  
Fig. 2. (color online)  $p''^2$  vs.  $\Omega$  when  $\beta_2$  is 15, 5 and 0.5.

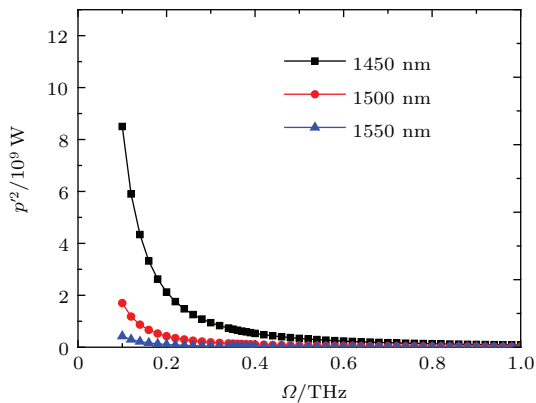


图3 (网刊彩色)  $\beta_2$  为 -15, -20, -25 时  $p''^2$  随  $\Omega$  的关系  
Fig. 3. (color online)  $p''^2$  vs.  $\Omega$  when  $\beta_2$  is -15, -20 and -25.

选取参数:  $\beta_1 = 4.87 \times 10^6$  ps/km,  $\beta_2 = 15$  ps<sup>2</sup>/km,  $\gamma$  分别为 10, 20, 30 W<sup>-1</sup>/km. 如图 5 和图 6 所示, 光子的功率会随着  $\gamma$  的增大而减小. 这说明在量子传输过程中, 能量受非线性效应的影响而衰减.

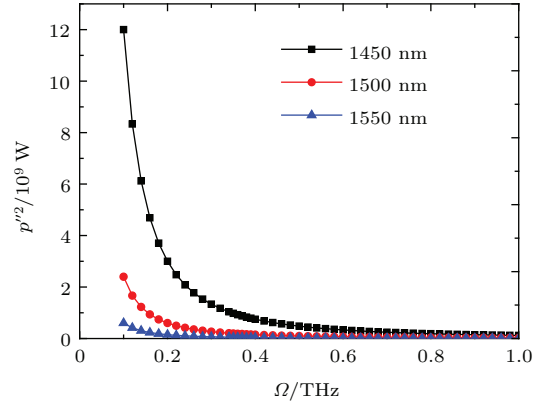


图4 (网刊彩色)  $\beta_2$  分别为 -15, -20, -25 时  $p''^2$  随  $\Omega$  的关系  
Fig. 4. (color online)  $p''^2$  vs.  $\Omega$  when  $\beta_2$  is -15, -20 and -25.

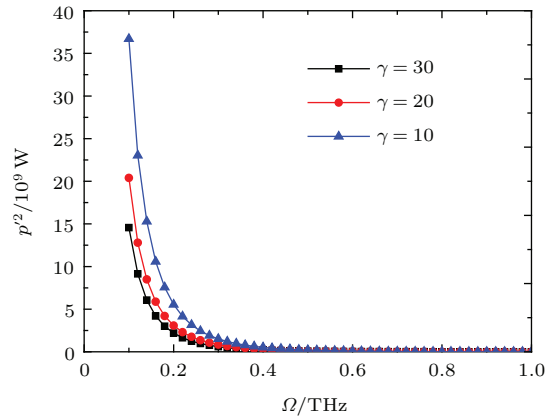


图5 (网刊彩色)  $\gamma$  分别为 10, 20, 30 时  $p''^2$  与  $\Omega$  的关系  
Fig. 5. (color online)  $p''^2$  vs.  $\Omega$  when  $\gamma$  is 10, 20 and 30.

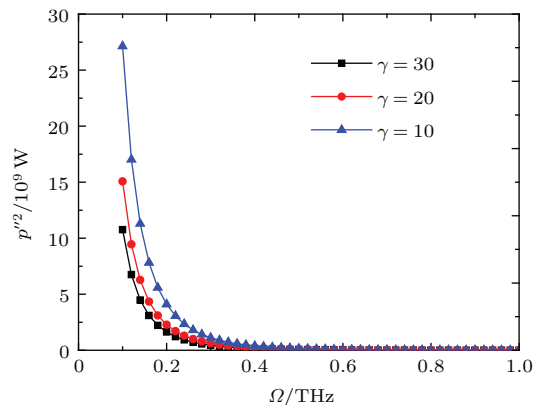


图6 (网刊彩色)  $\gamma$  分别为 10, 20, 30 时  $p''^2$  与  $\Omega$  的关系  
Fig. 6. (color online)  $p''^2$  vs.  $\Omega$  when  $\gamma$  is 10, 20 and 30.

4.2 当  $P^+P > 0$  时,  $\sqrt{P^+} - \sqrt{P}$  为实数  
或  $\sqrt{P^+} - \sqrt{P}$  为纯虚数

1)  $s'' = 0$ , 则  $s$  为实数.

由色散关系得到, 当  $z = 0$  时

$$\left(\sqrt{P^+} - \sqrt{P}\right)^2 = \frac{\left(\frac{n}{c} - \beta_1\right)^2 - \frac{1}{4}\beta_2^2\Omega^2}{\gamma\beta_2}. \quad (25)$$

选取标准 SMF, 参数为  $\gamma = 10 \text{ W}^{-1}/\text{km}$ ,  $n = 1.45$ ,  $\beta_1 = 4.88 \times 10^6 \text{ ps}/\text{km}$ ,  $\Omega$  是微扰频率,  $s$  选取在  $10^3 \text{ m}^{-1}$  数量级上. 正常色散区  $\beta_2$  为 15, 5, 0.5  $\text{ps}^2/\text{km}$ , 分别对应工作波长在 1200, 1250, 1300 nm 处. 反常色散区  $\beta_2$  为 -15, -20, -25  $\text{ps}^2/\text{km}$ , 分别对应工作波长在 1450, 1500, 1550 nm 处.

将  $\left(\sqrt{P^+} - \sqrt{P}\right)^2$  记为  $P$ , 图 7 给出了  $s$  为实数时, 在正常色散区不同的波长段, 单光子功率的均方差与微扰频率的关系. 功率的均方差随微扰频率的增大而减小, 微扰频率为零时, 均方差功率最大. 截止频率  $\Omega_c = 2|n/c - \beta_1|/|\beta_2|$ , 当  $\Omega = \Omega_c$  时, 均方差功率衰减为零. 随着波长的增大, 功率变大. 这是由于在正常色散区, 随着波长增大接近 1310 nm, GVD 色散系数减小至接近 0, 单光子的传输受到光纤色散影响减小. 图 8 给出了  $s$  为实数时, 在反常色散区不同波长段单光子功率的均方差与微扰频率的关系. 功率的均方差随微扰频率的增大而增大, 随波长的增大, 功率变小. 这是由于在反常色散区, 随着波长增大远离 1310 nm, GVD 色散系数变为负数, 单光子的传输受到光纤色散影响增大.

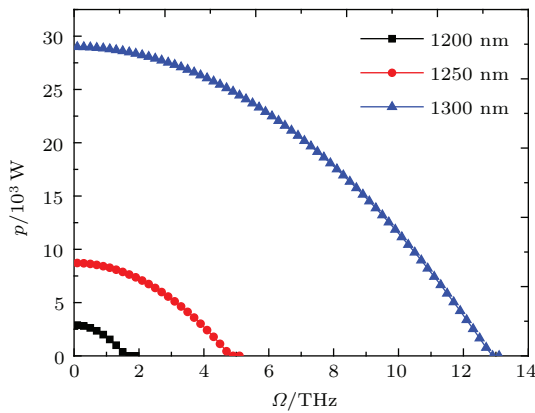


图 7 (网刊彩色)  $s$  为实数时,  $\beta_2$  分别为 15, 5, 0.5 时功率与  $\Omega$  的关系

Fig. 7. (color online)  $P$  vs.  $\Omega$  when  $s$  is real,  $\beta_2$  is 15, 5 and 0.5.

2) 当  $s' = \Omega\beta_1$ ,  $s'' \neq 0$  时, 计算可得:  
正常色散区

$$p''^2 = \frac{s''^2 + \frac{1}{4}\beta_2^2\Omega^4}{\gamma\beta_2\Omega^2}, \quad p' = 0. \quad (26)$$

反常色散区

$$p'^2 = \frac{-s''^2 - \frac{1}{4}\beta_2^2\Omega^4}{\gamma\beta_2\Omega^2}, \quad p'' = 0. \quad (27)$$

图 9 给出了正常色散区, 当  $s' = \Omega\beta_1$ ,  $s'' \neq 0$  时, 功率随微扰频率的变化关系. 与功率是复数的情况下类似, 随微扰频率增大, 功率减小, 当微扰频率为零时, 功率趋于无穷大. 随着波长的增大, 功率增大. 这是由于在正常色散区内, 随着波长接近 1310 nm, GVD 参量减小, 直至接近 0. 这时, 光子传输受到光纤色散影响随之减小. 图 10 给出了反常色散区, 当  $s' = \Omega\beta_1$ ,  $s'' \neq 0$  时, 功率随微扰频率的变化关系. 随微扰频率增大, 功率减小, 当微扰频

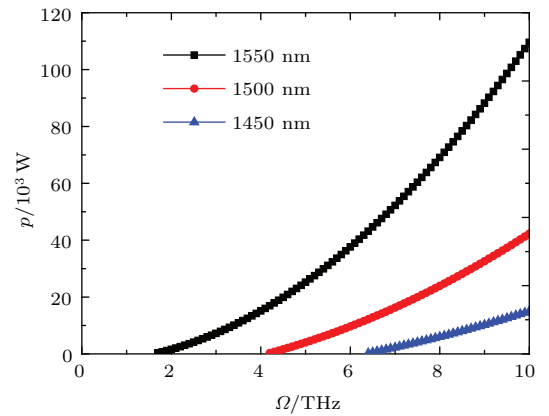


图 8 (网刊彩色)  $s$  为实数时,  $\beta_2$  分别为 -15, -20, -25 时功率与  $\Omega$  的关系

Fig. 8. (color online)  $P$  vs.  $\Omega$  when  $s$  is real,  $\beta_2$  is -15, -20 and -25.

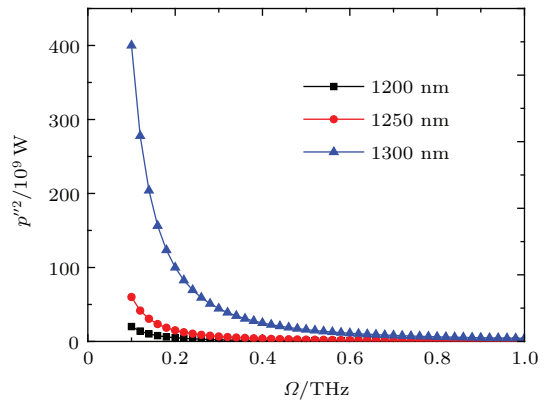


图 9 (网刊彩色)  $s' = \Omega\beta_1$ ,  $s'' \neq 0$  时, 正常色散区功率与  $\Omega$  的关系

Fig. 9. (color online)  $P$  vs.  $\Omega$  in the normal dispersion regime when  $s' = \Omega\beta_1$ ,  $s'' \neq 0$ .

率为零时, 功率趋于无穷大. 随着波长的增大, 功率减小. 这是由于在反常色散区内, 随着波长远离 1310 nm, GVD 参量负向增大. 这时, 光子传输受到光纤色散影响, 随之增大.

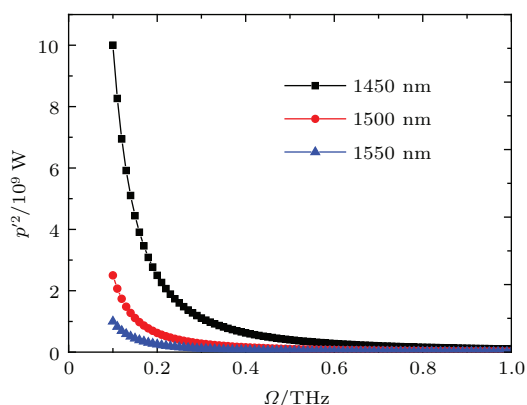


图 10 (网刊彩色)  $s' = \Omega\beta_1$ ,  $s'' \neq 0$  时, 反常色散区功率与  $\Omega$  的关系

Fig. 10. (color online)  $P$  vs.  $\Omega$  in the abnormal dispersion regime when  $s' = \Omega\beta_1$ ,  $s'' \neq 0$ .

## 5 结 论

本文建立了单光子传输方程, 给出了试探解, 并引入微扰项的方法对传输方程进行了求解, 得到了有解时必须满足的色散方程. 从这个色散方程出发, 讨论了光功率表征分别为复数和实数时随微扰频率的变化关系, 分析了光纤色散、非线性效应在其中的影响. 光功率随着微扰频率的增大而减小, 当微扰频率为零时, 光功率最大. 同时光功率也会受光纤色散的影响, 随着 GVD 参量的远离零色散点而减小. 由计算结果可以得到光功率随  $\gamma$  增大而减小, 非线性效应对光能量有衰减作用.

## 参考文献

[1] Vance R W C 2007 *J. Opt. Soc. Am. B* **24** 000928  
 [2] Vance R W C 2007 *J. Opt. Soc. Am. B* **24** 000942  
 [3] Andres R P, Bein T, Dorogi T, Feng S, Henderson J I 1996 *Science* **272** 1323  
 [4] Datta S, Tian W 1997 *Phys. Rev. B* **55** R1914  
 [5] Taylor J, Guo H, Wang J 2001 *Phys. Rev. B* **63** 245407  
 [6] Wang L G, Chen L, Yu D W, Li Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6526 (in Chinese) [王利光, 陈蕾, 郁鼎文, 李勇 2007 物理学报 **56** 6526]

[7] Wang C, Huo X X, Zhang X M, Wang L G 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 4955 (in Chinese) [王畅, 霍新霞, 张秀梅, 王利光 2010 物理学报 **59** 4955]  
 [8] Pirandola S, Braunstein S L, Mancini S, Lloyd S 2008 *Eur. Phys. Lett.* **84** 20013  
 [9] Meslouhi A, Hassouni Y 2013 *Quantum Inf. Process.* **12** 2603  
 [10] Wang C, Deng F G, Long G L 2005 *Opt. Commun.* **253** 15  
 [11] Shi J, Gong Y X, Xu P, Zhu Y B 2011 *Commun. Theor. Phys.* **56** 83  
 [12] Banerjee A, Patha A 2012 *Phys. Lett. A* **376** 2944  
 [13] Li X H, Zeng Z, Wang C 2014 *J. Opt. Soc. Am. B* **31** 002334  
 [14] Wang T J, Song S Y, Long G L 2012 *Phys. Rev. A* **85** 062311  
 [15] Rebentrost P, Mohseni M, Kassar I, Lloyd S 2009 *New J. Phys.* **11** 033003  
 [16] Chin A, Datta A, Caruso F, Huelga S 2010 *New J. Phys.* **12** 065002  
 [17] Bartlett S D, Munro W J 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 117901  
 [18] Pan J W, Bouwmeester D, Weinfurter H, Zeilinger A 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 3891  
 [19] Inagaki T, Matsuda N, Tadanaga O, Asobe M, Takesue H 2013 *Opt. Express* **21** 23241  
 [20] Bouwmeester D, Pan J W, Mattle K, Weinfurter H, Zeilinger A 1997 *Nature* **390** 575  
 [21] Liu J, Wang Q, Kuang L M, Zeng H S 2010 *Chin. Phys. B* **19** 030313  
 [22] Zhou N R, Zeng B Y, Wang L J, Gong L H 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2193 (in Chinese) [周南润, 曾宾阳, 王立军, 龚黎华 2010 物理学报 **59** 2193]  
 [23] Ma X S, Herbst T, Scheidl T, Wang D Q, Kropatschek S, Naylor W, Wittmann B, Meck A, Kofler J, Anisimova E, Makarov V, Jennewein T, Ursin R, Zeilinger A 2012 *Nature* **489** 7415  
 [24] Inagaki T, Matsuda N, Tadanaga O, Takesue H 2013 *Opt. Express* **21** 23241  
 [25] Tang Y L, Yin H L, Chen S J, Liu Y, Zhang W J, Jiang X, Zhang L, Wang J, You L X, Guan J Y, Yang D X, Wang Z, Liang H, Zhang Z, Zhou N, Ma X F, Chen T Y, Zhang Q, Pan J W 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 190501  
 [26] Filippo C, Francesco M, Hammam Q, Ebrahim K, Sergei S, Domenico P, Corrado L, Fabio S, Enrico S, Robert W B, Lorenzo M 2015 *Sci. Adv.* **1** 1500087  
 [27] Martin P, Tomas T, Tomas C 2015 *Nature Photonics* **9** 529

# Perturbed solution and analyses for single photon transmission equation in optical fiber\*

Tao Zai-Hong<sup>1)2)</sup> Qin Yuan-Yuan<sup>1)</sup> Sun Bin<sup>1)</sup> Sun Xiao-Han<sup>1)†</sup>

1) (National Research Center for Optical Sensing/Communications Integrated Networking, Southeast University, Nanjing 210096, China)

2) (School of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China)

( Received 5 March 2016; revised manuscript received 3 April 2016 )

## Abstract

As is well known, quantum optics has developed significantly in recent years and advanced several hot research topics, such as quantum communications, quantum sensing, quantum calculations, etc. Among these researches, it is important to understand the quantum information transmitting in optical fiber. For realizing longer transmission distance and better transmission quality, great effort has devoted to the researches of encoding and decoding at the transmitter and the receiver end. However, less attention was paid to the fading of signal in the transmission channel. In this work, we mainly focus on the transmission model of optical quantum transmission and the influences of loss, dispersion and nonlinear effect on fiber transmission of optical quantum information are also discussed.

Quantum information transmission can be influenced by loss, dispersion and nonlinear effect in optical fiber, leading to transmission state evolution and energy transfer. Based on the transmission equation of single mode fiber and quantum theory of electromagnetic field, the fundamental mode field of single mode fiber is quantized. A quantum transmission equation is deduced from the classical optical transmission equation through quantizing the amplitude of electromagnetic field. Compared with classic wave theory, the photon transmission equation quantizing the slowly-varying amplitude in the coupled nonlinear Schrödinger equation is obtained. In the classic wave equation, light is interpreted as energy which propagates as waves. The photon transmission equation is obtained by quantizing the slowly-varying amplitude of light, that is, the particle nature of light. The energy propagates through alternative interaction between creation and annihilation operator on photons. The transmission equations show that photons will interact with the transmission medium during propagation and be influenced by dispersion, nonlinear effect, loss, etc. By giving a trail solution and introducing a perturbation term, the transmission equation is solved for the complicated case where the dispersion, loss and nonlinear effect are all involved. A dispersion equation that should be satisfied for nontrivial solution is then obtained. From this dispersion equation, the relation between photon power and perturbation frequency is calculated and analyzed. The change of photon power in generalized field with perturbation frequency is discussed, and the influences of fiber dispersion and nonlinearity on the solution are analyzed.

Some conclusions are obtained by perturbed solution and analyses of single photon transmission equation in optical fiber. It is found that photon power decreases with the increase of perturbation frequency  $\Omega$  and reaches its maximum value for zero perturbation frequency. At the same time, the optical power is affected by the dispersion of the optical fiber. Photon power decreases with the group velocity dispersion coefficient far from the zero dispersion point. It is also found that photon power decreases with the increase of nonlinear coefficient. This work may contribute to the research of the properties of quantum fiber transmission system.

**Keywords:** single mode optical fiber, optical quantum, transmission equation, dispersion

**PACS:** 03.67.Hk

**DOI:** 10.7498/aps.65.130301

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60271206).

† Corresponding author. E-mail: [xhsun@seu.edu.cn](mailto:xhsun@seu.edu.cn)