

量子热声微循环的优化性能

舒安庆 吴锋

Optimization of the performance of quantum thermoacoustic micro-cycle

Shu An-Qing Wu Feng

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 164303 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.164303

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.164303>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I16>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

超声场下刚性界面附近溃灭空化气泡的速度分析

Velocity analysis for collapsing cavitation bubble near a rigid wall under an ultrasound field

物理学报.2016, 65(4): 044304 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.044304>

基于温度梯度分布的宽频带声聚焦效应

Broadband acoustic focusing effect based on temperature gradient distribution

物理学报.2016, 65(4): 044303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.044303>

基于自适应加权约束最小二乘法的麦克风阵列稳健频率不变波束形成算法

Adaptive weighted constrained least squares algorithm based microphone array robustness beamforming algorithm

物理学报.2015, 64(17): 174303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.174303>

匀强磁场对水中气泡运动的影响

Effect of magnetic field on single-bubble in water

物理学报.2015, 64(12): 124301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.124301>

声单向操控研究进展

Recent advances in acoustic one-way manipulation

物理学报.2015, 64(9): 094305 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.094305>

量子热声微循环的优化性能*

舒安庆¹⁾²⁾ 吴锋^{2)†}

1) (武汉理工大学能源与动力工程学院, 武汉 430070)

2) (武汉工程大学理学院, 武汉 430205)

(2016年2月22日收到; 2016年6月15日收到修改稿)

热声技术以无运动部件和采用与环境友好的工质这两个突出特点, 催生着动力和机械装置的重大变革. 量子力学是揭示微观世界本质规律的有力工具, 为了揭示热声微循环的本质规律, 根据量子力学基本原理对量子热声微循环的优化性能进行了较深入的研究. 把热声微团看作是许多服从量子力学规律的热声子, 建立了热声微循环的量子力学理论模型. 借助于二能级谐振子系统薛定谔方程的能量解以及 Gibbs 热平衡概率分布导出了量子热声微循环输出功率、热效率以及临界温度梯度的解析表达式, 得到了无量纲输出功率和热效率的优化关系. 量子热声微循环输出功率关于热效率、高温端温度和低温端温度都存在极大值. 所得结果不但为热声理论提供了一个新的研究方法, 而且拓宽了量子热力学的应用领域.

关键词: 热声微循环, 量子力学, 输出功率, 优化关系

PACS: 43.35.+d, 46.40.-f, 62.30.+d, 46.15.Cc

DOI: 10.7498/aps.65.164303

1 引言

在自然中存在着许许多多奇妙的物理现象, 热声效应就是其中之一^[1-4]. 研究表明, 热声效应是一种自激振荡^[5,6]. 如果系统能够维持某种非线性和非平衡的条件, 热能就可能直接转换为有序的声能, 或者反向进行. 能够实现“热制声”的装置, 被称为热声热机(发动机), 利用输入声功来制冷的装置被称为热声制冷机. 热声热机和热声制冷机具有两个最突出的特点, 其一是不需要连杆曲轴之类的运动部件, 这就使得它结构简单且系统振动减小; 其二是工质采用氮气、氦气、空气、水等环保气体或液体, 为“绿色”动力装置的应用提供了一个可靠的选项^[2].

根据热声振荡特性, 可以把热声装置(热声发动机和热声制冷机)的工质看作是由许多流体微团组成. 这些微团的相干协同就决定了整机的热声转换特性. 每一微团和声通道固体器壁发生热接触,

完成热力学循环^[1]. 这一热力学过程被称为热声微循环. 很明显, 微循环的方式直接影响热声装置的整机性能. Swift 把热声微循环简化为由两个等压过程和两个等容过程组成的循环, 即经典布雷顿理想循环. 以此为基础, 很多研究者对热声微循环的性能进行了研究, 得到了一些有意义的结果^[7,8].

我们知道, 量子力学是揭示微观世界本质规律的有力工具. 最近, 很多学者已经把量子力学和量子统计理论应用到热力学过程和热力学循环的研究中^[9-16]. 我们可以把热声微团看做是许多热声子的行为, 这些热声子的演化必然服从量子力学^[17]. 为了揭示热声微循环的本质规律, 本文根据量子力学的基本原理, 对量子热声微循环的优化性能进行了较为深入的研究.

我们建立了热声微循环的量子力学理论模型(我们称之为量子热声微循环). 借助于二能级谐振子系统薛定谔方程的能量解以及 Gibbs 热平衡概率分布^[15,18], 求得了量子热声微循环输出功率的解析表达式, 并导出了无量纲输出功率和热效率的

* 国家自然科学基金(批准号: 51176143)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wufeng@wit.edu.cn

优化关系. 本文结果不但为热声理论提供了一个新的研究方法, 而且拓宽了量子热力学的应用领域.

2 理论模型

如前所述, 热声振荡的基本单元是介观尺度的热声微团, 它是经典热声微热力学循环的基础. 这些微团是由具有统计意义的大量分子或原子(如工质流体的氮分子、氦分子等)所组成. 我们所考虑的量子热声微循环, 研究的基础仍是热声微团, 其工质是由许多全同的微观粒子(如氮分子、氦分子等)组成. 这些微观粒子在声场的作用下, 具有简谐振动的特性. 在量子声学中, 量子化的声波称为声量子或声子. 因此, 我们把这些微观粒子称为热声子. 热声子属于波色系统, 每一个热声子的演化服从量子力学的薛定谔方程. 我们知道, 在热声效应中, 借助于简谐声波的作用, 可以把纵向温度梯度调制成横向热波加入系统^[19], 即所谓的声波调制热波. 在量子力学中, 对微观粒子的作用可以用势函数来描述. 与之相对应, 在量子热声微循环中, 我们把热声效应的声波调制用一个宽度为 L 的谐振子势阱来表示. 在热声子的演化过程中, 谐振子势阱的宽度 L 不断变化, 其最小值为 L_1 , 最大值为 L_3 . 对于单个热声子, 我们用力来代替经典循环中的压力. 如图 1 所示, 量子热声微循环中 1—2 过程和 3—4 过程为两个常数力过程, 2—3 过程和 4—1 过程是两个量子绝热过程. 此处量子绝热过程的定义为: 过程中势阱宽度可变, 每个能级的能量本征值改变, 但粒子占有数不变, 即没有能级跃迁, 其间系统与外界有功的交换. 由于热声的振荡特性, 循环中工质最高温度 $T_1 = T_x + T_m$, 最低温度 $T_3 = T_x - T_m$. 此处 T_m 为温度波幅值, T_x 为当地

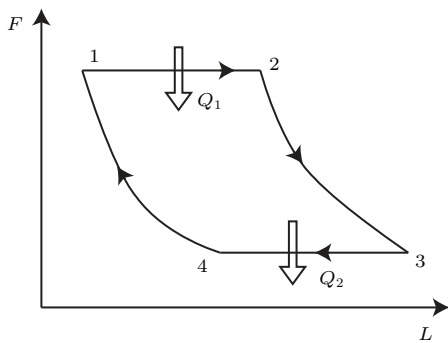


图1 量子热声微循环示意图

Fig. 1. The schematic diagram of quantum micro-thermoacoustic cycle.

平均温度, 下标 x 表示声子的当地坐标. 为方便起见, 我们只考虑二能级系统, 即每个声子只有两个量子能级. 对于由许多这样的全同粒子组成的整个微团, 我们假设热声子处于基态能级的概率服从 Gibbs 分布.

3 输出功率和热效率

与热声效应中声波的调制作用相对应, 在我们的量子力学模型中, 粒子(热声子)系统所处的谐振子势场为^[12]

$$U(x) = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2x^2, \quad (1)$$

此处 $\omega = \sqrt{K/m}$ 为本征圆频率, K 为振子的弹性系数, m 为粒子质量. 按照量子力学的基本规则, 力学量是用算符(算子)表示的, 系统的能量算符就是系统的 Hamiltonian. 由 (1) 式, 系统的 Hamiltonian 可以写为^[20]

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2x^2, \quad (2)$$

这里, p_x 为动量算符. 求解该体系的薛定谔方程, 可以得到系统的能量本征值:

$$E_n = (n + \frac{1}{2})\omega\hbar \quad (n = 1, 2, \dots, \infty),$$

此处 \hbar 为约化普朗克常数. 将谐振子势阱的特征长度与圆频率的关系 $L = \sqrt{\hbar/(m\omega)}$ 代入上式可得^[21]

$$E_n = (n + 1/2)\frac{\hbar^2}{mL^2} \quad (n = 1, 2, \dots, \infty). \quad (3)$$

显然, 系统以一定的概率同时处于各能量本征态, 它们都具有确定的概率分布, 因而有确定的平均值. 这样, 系统的能量可以写为

$$E = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 E_n = \sum_{n=0}^{\infty} p_n E_n, \quad (4)$$

此处 $|a_n|^2 = p_n$ ($n = 1, 2, \dots, \infty$) 是系统的占有概率, 且满足归一化条件

$$\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|^2 = \sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1. \quad (5)$$

对于二能级系统, 由于 $n = 0, 1$, 故由上述各式可得系统在态 i 的能量为

$$E_i = \sum_{n=0}^1 P_{in} E_{in} = \frac{\hbar^2}{2mL_i^2} (3 - 2p_{i0}) \quad (i = 1, 2, 3, 4), \quad (6)$$

式中 p_{i0} 为声子在态 i 处于基态能级的概率. 对于量子绝热过程 2—3 和 4—1, 有^[18,22]:

$$p_{3n} = p_{2n}, \quad p_{4n} = p_{1n} \quad (n = 0, 1). \quad (7)$$

由(6)式和(7)式可得到声子在态 1, 2, 3 和 4 的能量分别为:

$$E_1 = \frac{\hbar^2}{2mL_1^2}(3 - 2p_{10}), \quad (8)$$

$$\begin{aligned} E_2 &= \frac{\hbar^2}{2mL_2^2}(3 - 2p_{20}) \\ &= \frac{\hbar^2}{2mL_2^2}(3 - 2p_{30}), \end{aligned} \quad (9)$$

$$E_3 = \frac{\hbar^2}{2mL_3^2}(3 - 2p_{30}), \quad (10)$$

$$\begin{aligned} E_4 &= \frac{\hbar^2}{2mL_4^2}(3 - 2p_{40}) \\ &= \frac{\hbar^2}{2mL_4^2}(3 - 2p_{10}). \end{aligned} \quad (11)$$

对于二能级系统, 声子在势阱中受到的力可由下式计算:

$$\begin{aligned} F &= -\frac{dW}{dL} = -\sum_{n=0}^1 p_n \frac{\partial E_n}{\partial L} \\ &= \sum_{n=0}^1 \frac{\hbar^2}{mL^3} p_n, \end{aligned} \quad (12)$$

式中 W 为功, 由此可得在态 1, 2, 3, 4 受力分别为:

$$F_1 = \frac{\hbar^2}{mL_1^3}(3 - 2p_{10}), \quad (13)$$

$$F_2 = \frac{\hbar^2}{mL_2^3}(3 - 2p_{30}), \quad (14)$$

$$F_3 = \frac{\hbar^2}{mL_3^3}(3 - 2p_{30}), \quad (15)$$

$$F_4 = \frac{\hbar^2}{mL_4^3}(3 - 2p_{10}). \quad (16)$$

由 $F_1 = F_2$ 和 $F_3 = F_4$, 可得:

$$L_2 = L_1 \left(\frac{3 - 2p_{30}}{3 - 2p_{10}} \right)^{1/3}, \quad (17)$$

$$L_4 = L_3 \left(\frac{3 - 2p_{10}}{3 - 2p_{30}} \right)^{1/3}. \quad (18)$$

根据热力学第一定律, 系统在过程 1—2 吸热, 在过程 3—4 放热的大小分别为 $Q_1 = Q_{12} = E_2 - E_1 + \int_{L_1}^{L_2} F dL$, $Q_2 = |Q_{12}| = |E_4 - E_3 + \int_{L_3}^{L_4} F dL|$. 令 $y = L_1/L_3$, 并将(17)式

和(18)式代入, 有

$$Q_1 = \frac{3\hbar^2}{2mL_1^2} [(3 - 2p_{30})^{1/3} (3 - 2p_{10})^{2/3} - (3 - 2p_{10})], \quad (19)$$

$$Q_2 = \frac{3\hbar^2}{2mL_3^2} [(3 - 2p_{30}) - (3 - 2p_{10})^{1/3} (3 - 2p_{30})^{2/3}]. \quad (20)$$

设 \bar{v} 表示势阱宽度 L 变化的平均速率, 则系统经历循环过程 1—2—3—4—1 所需的时间, 即循环周期为^[12]

$$\tau = \frac{2(L_3 - L_1)}{\bar{v}} = \frac{2L_1(1 - y)}{\bar{v}y}. \quad (21)$$

联立(19)—(21)式, 可得循环的输出功率为

$$\begin{aligned} P &= \frac{Q_1 - Q_2}{\tau} \\ &= \frac{3\hbar^2 y \bar{v}}{4mL_1^3(1 - y)} [(3 - 2p_{30})^{1/3} (3 - 2p_{10})^{2/3} \\ &\quad + y^2 (3 - 2p_{30})^{2/3} (3 - 2p_{10})^{1/3} \\ &\quad - (3 - 2p_{10}) - y^2 (3 - 2p_{30})], \end{aligned} \quad (22)$$

由(22)式, 无量纲输出功率可表示为

$$\begin{aligned} P^* &= \frac{y}{(1 - y)} [(3 - 2p_{30})^{1/3} - (3 - 2p_{10})^{1/3}] \\ &\quad \times [(3 - 2p_{10})^{2/3} - y^2 (3 - 2p_{30})^{2/3}], \end{aligned} \quad (23)$$

循环的热效率应为

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - y^2 \left(\frac{3 - 2p_{30}}{3 - 2p_{10}} \right)^{2/3}. \quad (24)$$

量子热声微循环的工质是由众多满足上述演化规律的全同粒子(热声子)组成, 设热声子处于基态能级的概率满足 Gibbs 分布, 即有^[15,18]:

$$p_{10} = \left[1 + \exp \left(\frac{\hbar^2}{2mL_1^2 k T_1} \right) \right]^{-1}, \quad (25)$$

$$p_{30} = \left[1 + \exp \left(\frac{\hbar^2 y^2}{2mL_1^2 k T_3} \right) \right]^{-1}, \quad (26)$$

式中 k 为玻尔兹曼常数. 从(23)—(26)式可知, 如果考虑 Gibbs 分布, 则输出功率和热效率是高低温端温度 T_1 和 T_3 、势阱宽度 L_1 和 L_3 的函数.

4 讨 论

4.1 热效率与输出功率的关系

由(23)式, 如果给定其他参数, 则 P^* 与 y 相关, 由 $dp^*/dy = 0$, 可求得 P^* 关于 y 的极大值. 令

$a = \hbar^2/(2mkL_1^2)$, 联立 (23) 式—(26) 式, 可求出无量纲输出功率和效率的关系. 如图 2 所示, P^* - η 关系为抛物线, P^* 对应于 η 有一最大值. 计算中当地壁温取回热器中部 $T_x = 550$ K, 温度波幅值取为 $T_m = 40$ K, 即取 $T_1 = 590$ K, $T_3 = 510$ K. 由图 2 可知, 输出功率和效率都随 L_1 的增大 (即 a 的减小) 而减小.

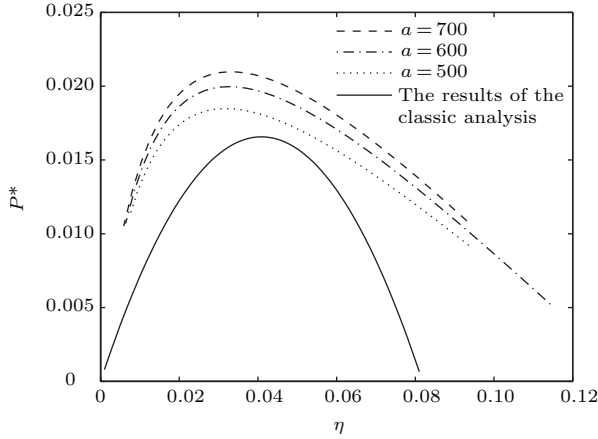


图 2 输出功率与热效率的关系

Fig. 2. The relation of output power and thermal efficiency.

4.2 输出功率与高温端温度

从 (23) 式可知, 如果给定 L_1 , y 和 T_3 等参数, 则 P^* 是 T_1 的函数. 注意仅 p_{10} 与 T_1 有关, 故令

$$\begin{aligned} x(T_1) &= (3 - 2p_{10})^{1/3}, \\ z(T_3) &= (3 - 2p_{30})^{1/3}, \end{aligned} \quad (27)$$

代入 (23) 式, 可得

$$P^* = \frac{y(z-x)(x^2 - y^2z^2)}{(1-y)}. \quad (28)$$

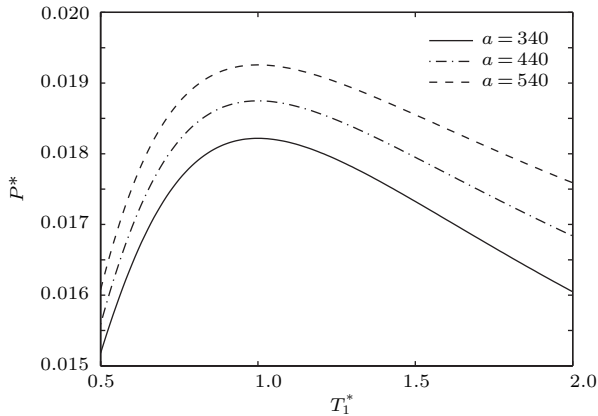


图 3 输出功率与高温端温度的关系

Fig. 3. The relation of output power and high temperature.

令 $\partial P^*/\partial x = 0$, 解得 $x_0 = (1 + \sqrt{1 + 3y^2})(z/3)$. 由 (27) 式可求得高温端最佳温度为

$$T_{10} = \frac{\hbar^2}{2mkL_1^2} \left[\ln \frac{(1 + \sqrt{1 + 3y^2})^3 z^3 - 27}{81 - (1 + \sqrt{1 + 3y^2})^3 z^3} \right]^{-1}. \quad (29)$$

图 3 给出了输出功率和高温端温度的关系, 其中 $T_1^* = T_1/T_{10}$ 为无量纲高温端温度, $y = 0.7$, $T_3 = 350$ K. 曲线为抛物线形, 输出功率关于高温端温度有极大值.

4.3 输出功率与低温端温度

同理, 给定 L_1 , y 和 T_1 , 则 P^* 是 T_3 的函数. 令 $\partial P^*/\partial z = 0$, 由 (27) 式可求得低温端最佳温度为

$$T_{30} = \frac{\hbar^2 y^2}{2mkL_1^2} \left[\ln \frac{\left(1 + \sqrt{1 + \frac{3}{y^2}}\right)^3 x^3 - 27}{81 - \left(1 + \sqrt{1 + \frac{3}{y^2}}\right)^3 x^3} \right]^{-1}. \quad (30)$$

图 4 给出了输出功率和低温端温度的关系, 其中 $T_3^* = T_3/T_{30}$ 为无量纲低温端温度, $y = 0.9$, $T_1 = 450$ K. 曲线为抛物线形, 输出功率关于低温端温度有极大值.

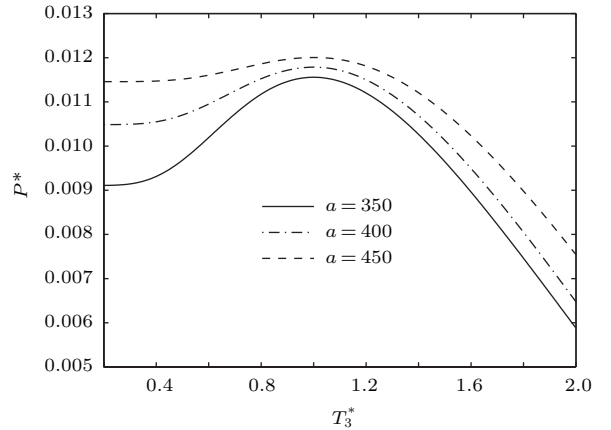


图 4 输出功率与低温端温度的关系

Fig. 4. The relation of output power and low temperature.

4.4 临界温度梯度

由式 $\frac{dT_x}{dx} = \frac{T_1 - T_3}{L_3 - L_1} = \frac{2T_m}{L_3 - L_1} = \frac{2yT_m}{(1-y)L_1}$ 可以看出, 温度波幅值 T_m 受制于温度梯度. 由 (19) 式, 为使 $Q_1 > 0$, 须有 $(3 - 2p_{30}) > (3 - 2p_{10})$, 代入 (25) 式和 (26) 式, 即有 $\frac{T_1}{T_3} > \frac{1}{y^2} = \frac{L_3^2}{L_1^2}$.

由此得到热声效应的临界温度梯度

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_{\text{ex}} = \left(\frac{T_1 - T_3}{L_3 - L_1}\right)_{\text{ex}} > \frac{(L_3 + L_1)}{L_1^2} T_3. \quad (31)$$

如果温度梯度小于(31)式确定的值,则热声微循环不能运行.

4.5 与经典结果的比较

本课题组曾对热声微循环的经典热力学模型进行过研究[8,23].利用有限时间热力学的分析方法,我们求得经典热声微循环无量纲输出功率为[23]

$$P_* = \frac{\eta}{1 + \gamma} \left(\frac{2\xi_m}{T_x} \frac{dT_x}{dx} - \eta \right), \quad (32)$$

式中, γ 为两绝热过程和两等压过程的历经时间之比, ξ_m 为微团振荡位移幅值. 为便于比较,经典热声微循环输出功率与热效率的关系也被绘于图2中.

从图2可以看出:量子力学模型和经典模型所得到的输出功率与热效率的关系曲线均为抛物线型,即输出功率随热效率变化的规律基本相同.这也说明了本文的模型是可靠的.

将(23)式和(24)式与经典结果(32)式比较,可以发现:在经典分析中,输出功率和热效率仅是温度和温度梯度的函数.而本文所得到的输出功率和热效率不仅与温度和温度梯度相关,而且受势阱宽度 L_1 和 L_3 (即参数 $a = \hbar^2 / (2mkL_1^2)$ 和 $y = L_1 / L_3$) 的制约,这里 L_1 和 L_3 反映了势场对声子的作用.在图2中,随着 a 的取值不同(即 L_1 的取值不同),输出功率和热效率值有较大的变化.由此可见,量子模型比经典模型能够更深入地揭示热声微循环的本质.

5 结 论

量子系统与外界(环境)的能量通道,体现为系统与外界的偶联作用,这种偶联可以是热偶联、功偶联、电磁偶联等等.其热功偶联形式为建立热声循环的量子热力学模型提供了基础.本文建立了热声微循环的量子力学模型,即由两个常数力过程和两个量子绝热过程组成的量子热声微循环.在两个常数力过程中,系统和外界有热功偶联;在两个量子绝热过程中,系统和外界有功偶联.该循环的工

质为处于一维谐振子势阱中的全同粒子(热声子),其演化规律服从薛定谔方程.通过对热声子的能量本征值和受力的推演,求得了量子热声微循环输出功率和热效率的解析表达式.得到如下结论.

1) 分析表明,量子热声微循环输出功率和热效率的关系为抛物线,存在一最佳的热效率,使输出功率达到极大值;同时,输出功率和效率都随谐振子势阱最小宽度的增大而减小.

2) 输出功率和高温端温度的关系为抛物线,存在一最佳的高温端温度,使输出功率达到极大值;同样,输出功率和低温端温度的关系也为抛物线,存在一最佳的低温端温度,使输出功率达到极大值.

3) 经推演得到了量子热声微循环的临界温度梯度.如果施加于热声装置的温度梯度小于临界温度梯度,则热声微循环不能运行.

参考文献

- [1] Swift G W 1988 *J. Acoust. Soc. Am.* **84** 1145
- [2] Wu F, Li Q, Guo F Z, Shu A Q 2012 *J. Wuhan Inst. Tech.* **34** 1 (in Chinese) [吴锋, 李青, 郭方中, 舒安庆 2012 武汉工程大学学报 **34** 1]
- [3] Wu F, Shu A Q, Guo F Z, Wang T 2014 *Energy* **68** 370
- [4] Yang Z C, Wu F, Guo F Z, Zhang C P 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 084303 (in Chinese) [杨志春, 吴锋, 郭方中, 张春萍 2011 物理学报 **60** 084303]
- [5] Wang T, Wu F, Li D Y, Chen H, Lin J 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 044301 (in Chinese) [汪拓, 吴锋, 李端勇, 陈浩, 林杰 2015 物理学报 **64** 044301]
- [6] Li Q, Wu F, Guo F Z, Wu C, Wu J 2003 *Open Syst. Inf. Dyn.* **10** 391
- [7] Wang T, Wu F, Fei J H, Lin J 2013 *J. Mech. Eng.* **49** 183 (in Chinese) [汪拓, 吴锋, 费景华, 林杰 2013 机械工程学报 **49** 183]
- [8] Kan X X, Wu F, Zheng X Q, Shu A Q 2009 *J. Wuhan Univ. Tech.* **31** 130 (in Chinese) [阚绪献, 吴锋, 张晓青, 舒安庆 2009 武汉理工大学学报 **31** 130]
- [9] Liu X W, Chen L G, Wu F, Sun F R 2014 *J. Energy Inst.* **87** 69
- [10] Himangshu P G, Upendra H 2013 *Phys. Rev. A* **88** 013842
- [11] Ronnie K 2013 *Entropy* **15** 2100
- [12] Wang J H, Xiong S Q, He J Z, Liu J T 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 080509 (in Chinese) [王建辉, 熊双全, 何济州, 刘江涛 2012 物理学报 **61** 080509]
- [13] Wu F, Wang T, Chen L G, Liu X W 2014 *J. Mech. Eng.* **50** 150 (in Chinese) [吴锋, 汪拓, 陈林根, 刘晓威 2014 机械工程学报 **50** 150]
- [14] Lin B, Chen J 2005 *Phys. Scr.* **71** 12

- [15] Wu F, Yang Z, Chen L G, Liu X W, Wu S 2010 *J. Therm. Sci.* **14** 879
- [16] Massimiliano E, Maicol A O, Michael G 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 080602
- [17] Wu F, Chen L, Li D 2009 *Appl. Energy* **86** 1119
- [18] Tien D, Kieu 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 140403
- [19] Guo F Z, Li Q 2007 *Heat Dynamics* (Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press) p198 (in Chinese) [郭方中, 李青 2007 热动力学 (武汉: 华中科技大学出版社) 第 198 页]
- [20] Zeng J Y 2000 *Quantum Mechanics* (Vol. 1) (3th Ed.) (Beijing: Science Press) pp109–113 (in Chinese) [曾谨言 2000 量子力学 (卷I) (第三版)(北京: 科学出版社) 第 109—113 页]
- [21] Xiong H W, Liu S J, Huang G X, Xu Z X 2002 *Phys. Rev. A* **65** 033609
- [22] Bender, C M, Brody D C, Meister B K 2000 *J. Phys. A: Math. Gen.* **33** 4427
- [23] Wu F, Chen L G, Sun F R, Yu J Y 2008 *Study of Finite-time Thermodynamics on Stirling Machines* (Beijing: Chemical Industry Press) pp185–188 (in Chinese) [吴锋, 陈林根, 孙丰瑞, 喻九阳 2008 斯特林机的有限时间热力学优化 (北京: 化学工业出版社) 第 185—188 页]

Optimization of the performance of quantum thermoacoustic micro-cycle*

Shu An-Qing¹⁾²⁾ Wu Feng^{2)†}

1) (School of Energy and Power Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

2) (School of Science, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430205, China)

(Received 22 February 2016; revised manuscript received 15 June 2016)

Abstract

The purpose of this paper is to optimize the performance of a quantum thermoacoustic micro-cycle. Thermoacoustic devices, such as thermoacoustic engines, thermoacoustic refrigerators, and thermoacoustic heat pumps are a new class of mechanical equipments without moving part and pollution. The thermoacoustic technology associated with these devices will hasten significant revolution in power engineering and mechanical devices. The work substance of a thermoacoustic device is composed of a number of parcels of fluid. Each parcel consists of a lot of molecules or atoms. The thermodynamic cycle is realized by the heat exchange between the parcel and the solid wall of the channel. The thermodynamic cycle of the parcel of fluid is called the thermoacoustic micro-cycle. The thermodynamic behavior of a thermoacoustic system may be described by studying that of the thermoacoustic micro-cycle. It is necessary to study the model and performance of the thermoacoustic micro-cycle in order to promote the development of thermoacoustic technology. The quantum mechanics, which was one of the great achievements in the 20 th century, can reveal the secret of the micro particle world. Quantum thermodynamics is an inter-discipline that combines quantum dynamics and thermodynamics. It provides a useful tool for analyzing the quantum cycles and devices. In this paper, the method of the quantum thermodynamics is employed to analyze the performance of a quantum thermoacoustic micro-cycle. The thermoacoustic parcel is modeled as a gas composed of many micro particles, which abide by the quantum mechanics. These particles are referred to as thermal phonons. Thermal phonons are bosons. The evolution of each thermal phonon must satisfy the Schrödinger equation in quantum mechanics. The quantum mechanics model of the thermoacoustic micro-cycle, which is called the quantum thermoacoustic micro-cycle, is established in this paper. The quantum thermoacoustic micro-cycle consists of two constant force processes and two quantum adiabatic processes. The quantum thermodynamical behavior and evolution of the thermal phonon in a one-dimensional harmonic trap are investigated based on the Schrödinger equation and the two-eigenstates system. The energy eigenvalue of the thermal phonon are employed. The analytical expressions of the optimal dimensionless power output P^* , the thermal efficiency η and the critical temperature gradient $(dT/dx)_{ex}$ for the quantum thermoacoustic micro-cycle are derived by considering Gibbs probability distribution. The optimal relationship between dimensionless power output P^* and thermal efficiency η is obtained. The analysis shows that both the power output and the thermal efficiency decrease with the increase of width of the harmonic trap L_1 . One can find that the characteristic curve of P^* - η is parabolic-shaped. There exist a maximum dimensionless power output P^* and the corresponding frequency η . It is noteworthy that there is a critical temperature gradient for the quantum thermoacoustic micro-cycle. The critical temperature gradient is important because it is the boundary between the heat engine and the heat pump. The optimal design and these operating conditions for the quantum thermoacoustic micro-cycle are determined in this paper. The results provide a new method for studying the thermoacoustics by means of the quantum thermodynamics, thereby broadening the application range of the quantum thermodynamic.

Keywords: thermoacoustic micro-cycle, quantum mechanics, power output, optimization

PACS: 43.35.+d, 46.40.-f, 62.30.+d, 46.15.Cc

DOI: 10.7498/aps.65.164303

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51176143).

† Corresponding author. E-mail: wufeng@wit.edu.cn