

Yangian 代数在混合介子态的纠缠和衰变中的应用

秦立国 田立君 吴士超

Applications of Yangian algebra in the entanglement and the decay channels of the mixed meson state

Qin Li-Guo Tian Li-Jun Wu Shi-Chao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 020201 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.020201

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.020201>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I2>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于轨道角动量的多自由度 W 态纠缠系统

Entangled W state of multi degree of freedom system based on orbital angular momentum

物理学报.2015, 64(14): 140301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.140301>

Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用和内禀消相干对基于两量子比特 Heisenberg 自旋系统的量子密集编码的影响

Effects of Dzyaloshinskii-Moriya interaction and intrinsic decoherence on quantum dense coding via a two-qubit Heisenberg spin system

物理学报.2015, 64(8): 080302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.080302>

非均匀磁场和杂质磁场对自旋 1 系统量子关联的影响

Effects of inhomogeneous magnetic field and magnetic impurity on the quantum correlation of spin-1 system

物理学报.2015, 64(3): 030301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.030301>

有效液滴模型对超铅区结团放射性的研究

Systematic calculations on cluster radioactivity half-lives of trans-lead nuclei with effective liquid drop model

物理学报.2014, 63(16): 162302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.162302>

复杂分子振动谱中的对称性

Symmetry in the vibration spectrum of complicated molecule

物理学报.2014, 63(6): 060201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.060201>

Yangian代数在混合介子态的纠缠和衰变中的应用*

秦立国^{1)2)3)†} 田立君³⁾ 吴士超²⁾³⁾

1)(上海开放大学嘉定分校, 上海 201800)

2)(中国科学院上海高等研究院, 上海 201210)

3)(上海大学物理系, 上海 200444)

(2015年9月2日收到; 2015年10月18日收到修改稿)

Yangian代数是超出李代数更大的无穷维代数, 是研究非线性量子完全可积系统的新对称特性的有力数学工具. 基于介子态中夸克-味 $su(3)$ 对称性和 Yangian 代数生成元的跃迁特性, 本文研究了 Yangian 代数 $Y(su(3))$ 生成元在三种正反介子态 (π^\pm , K^\pm , K^0 和 \bar{K}^0) 各自组成的三种混合介子态 (π , K 和 K_i^0) 衰变中的作用. 将 $Y(su(3))$ 代数的八个生成元 (\tilde{I}^\pm , \tilde{U}^\pm , \tilde{V}^\pm , \tilde{I}^3 和 \tilde{I}^8) 作为跃迁算子, 作用在混合介子态上, 研究其可能的衰变道, 以及衰变前后纠缠度的变化. 结果表明: 1) 在李代数范围内的生成元 \tilde{I}^3 和 \tilde{I}^8 作用下, 三种混合介子态衰变后组成成分没有发生变化, 其中混合介子态 π 在 \tilde{I}^8 作用下衰变前后纠缠无变化, 其他衰变纠缠度发生了变化; 2) 在其他的六个 (\tilde{I}^\pm , \tilde{U}^\pm 和 \tilde{V}^\pm) 超出李代数的生成元的作用下, 三种混合介子态衰变前后组成成分发生了变化, 其中两个衰变后变成单态, 纠缠度为零; 两个衰变不存在; 剩余两个衰变后纠缠度发生了变化, 此外在带电 (K) 和中性 (K_i^0) 两类 K 型混合介子态的六种可能的衰变中, 两种类型的末态的纠缠度两两相同; 3) 三种混合介子态之间可以通过 \tilde{I}^\pm , \tilde{U}^\pm 和 \tilde{V}^\pm 算子循环转化, 具有明显的对称性. 本文从具有的对称性上提供了一种探索混合介子态可能衰变的方法, 并且可以用此方法去预测可能的未知衰变粒子和解释已测得的衰变问题.

关键词: Yangian 代数, 衰变道, 量子纠缠

PACS: 02.20.-a, 23.70.+j, 03.65.Ud

DOI: 10.7498/aps.65.020201

1 引言

作为一种非局域量子关联的量子纠缠是量子信息中最令人神迷的主题之一^[1], 是量子计算^[2]、量子隐形传输^[3]、量子密码术^[4] 和量子密钥分配^[5] 等的核心, 在其中起着至关重要的作用. 然而, 制约量子信息发展的关键就是退相干, 因为一个真实的量子系统不可避免地与其周围环境相互作用, 环境等因素会诱导系统发生关联衰减, 甚至发生退相干和退纠缠等, 正是这种原因阻碍了量子计算^[6]

和量子信息操作^[7] 的实现. 所以研究系统的纠缠变化情况, 尤其是对称演化下的纠缠就变得非常重要. 随着对量子信息不断的深入研究, 人们发现两体三态系统在量子信息领域有着重大的优势, 它可以使计算更强大^[8], 通信及编码更安全^[9,10], 减少通信复杂度^[11], 量子门更有效^[12], 并且是量子机理的新奇检测方式^[13]. 而介子态的正好是三态系统, 可以由 u , d 和 s 三种夸克及其反夸克组成, 例如人们所熟悉的介子单态和八重态等. 混合介子态的研究一直是研究的热点问题^[14-17], 人们还发现介子可以应用于高能量子隐形传态中^[18,19]. 这就

* 上海远程教育集团学科研究课题“量子代数在量子关联和量子保真度中的应用”(批准号: JF1406) 和国家自然科学基金(批准号: 11347147, 11075101) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: lgqin@foxmail.com

为量子信息和粒子物理的联系提供了可能性, 这种联系具有新奇有趣的特性. 因此研究介子态可能的衰变及其纠缠变化对量子信息和粒子物理就显得非常重要和有意义.

Yangian 代数及其表示论是从量子系统中发展出来的新型代数工具, Yangian 代数的对称性和跃迁特性是研究量子物理系统性质非常重要的方法 [20]. 其中一方面可以描述量子完全可积模型问题中一类非线性相互作用模型特有的对称性. 我们知道对称性越大简并度越多, Yangian 代数有比李代数更大的对称性, 因此描述对称性上可能更完美. 很多模型中如 Calogero-Sutherland 模型 [21]、一维 Hubbard 模型 [22]、Heisenberg 模型 [23] 等都证明有 Yangian 对称性存在, 知道系统的对称性将有助于我们对能谱信息的获取. 另一个重要应用是 Yangian 算符在跃迁中的作用. 由于 Yangian 代数表示的空间是张量空间, 其生成元可以使不同权态之间发生跃迁, 而李代数只能在相同权各态之间跃迁 [24,25]. 这就意味着用李代数方法处理一些物理高阶效应将会被忽略掉, 用 Yangian 代数的方法去研究物理问题可以更好地解释物理上的一些新奇实验现象和了解到系统的物理本质. 随着 Yangian 代数的深入研究, 一些复杂现象将得以揭示, 这对数理科学的发展将有一定的理论意义. 用 Yangian 的方法去研究长程相互作用已经取得显著的成功 [26-30], 其中 Haldane-Shastry 模型被认为是长程相互作用的自旋链 $su(n)$ 的代表 [28]. 最近 $Y(sl(2))$ 和 $Y(su(3))$ 代数被用来研究量子纠缠、量子保真度和介子衰变等 [20,24,25,31,32]. 此外 $Y(su(3))$ 代数被证明可以实现轻赭标介子的强衰变道和预言了在衰变道中的未知粒子, 并做了解释 [33]. 本文中我们将进一步研究 $Y(su(3))$ 代数的生成元组成的跃迁算子对正反介子组成的混合介子态的衰变道和纠缠度的影响, 并且发现了一些之前没有发现的有趣现象.

2 Yangian 代数 $Y(su(3))$

具有基本粒子对称的 $su(3)$ 代数是 Yangian 代数 $Y(su(3))$ 的子代数 [34,35], Yangian 代数可以用一套生成元定义 $\{I^a, J^a\}$, 其中 $\{I^a\}$ 表示 $su(3)$ 的生成元. 对两体系统, $Y(su(3))$ 可以表示为

$$I^a = \sum_i F_i^a,$$

$$Y^a = \mu F_1^a + \nu F_2^a + \frac{i\lambda}{2} f_{abc} \sum_{i \neq j} \omega_{ij} F_i^b F_j^c, \quad (i, j = 1, 2), \quad (1)$$

其中下标 i 表示不同的格点, I^a 通过 f_{abc} 和 $\{F_i^a, a = 1, 2, \dots, 8\}$ 在第 i 个点上形成局域的 $su(3)$ 代数, 并满足对易关系: $[F_i^a, F_j^b] = i f_{abc} \delta_{ij} F_i^c$, 这里 $a, b, c = 1, 2, \dots, 8$; 结构常数 f_{abc} 是反对称的: $f_{123} = 1, f_{458} = f_{678} = \sqrt{3}/2, f_{147} = f_{246} = f_{257} = f_{345} = -f_{156} = -f_{367} = 1/2$; μ, ν, λ 是参数或 casimir 算符; $\omega_{ij} = -\omega_{ji}$ 且满足

$$\omega_{ij} = \begin{cases} 1, & i > j, \\ -1, & i < j, \\ 0, & i = j. \end{cases}$$

(1) 式在解释一些量子群理论表示的物理意义上具有重要的作用 [36-38]. 现在我们引入下面的关系和记号:

$$\begin{aligned} \tilde{I}^\pm &= Y^1 \pm iY^2, & \tilde{U}^\pm &= Y^6 \pm iY^7, \\ \tilde{V}^\pm &= Y^4 \pm iY^5, & \tilde{I}^3 &= Y^3, & \tilde{I}^8 &= \frac{2}{\sqrt{3}}Y^8, \\ \tilde{U}^3 &= -\frac{1}{2}\tilde{I}^3 + \frac{3}{4}\tilde{I}^8, & \tilde{V}^3 &= -\frac{1}{2}\tilde{I}^3 - \frac{3}{4}\tilde{I}^8. \end{aligned} \quad (2)$$

所以 $Y(su(3))$ 可以实现为

$$\begin{aligned} \tilde{I}^\pm &= \mu I_1^\pm + \nu I_2^\pm \pm \lambda \sum_{i \neq j} \omega_{ij} \left(I_i^\pm I_j^3 + \frac{1}{2} U_i^\mp V_j^\mp \right), \\ \tilde{U}^\pm &= \mu U_1^\pm + \nu U_2^\pm \mp \frac{\lambda}{2} \sum_{i \neq j} \omega_{ij} \left[U_i^\pm \left(I_j^3 - \frac{3}{2} Y_j \right) + I_i^\mp V_j^\mp \right], \\ \tilde{V}^\pm &= \mu V_1^\pm + \nu V_2^\pm \mp \frac{\lambda}{2} \sum_{i \neq j} \omega_{ij} \left[V_i^\pm \left(I_j^3 + \frac{3}{2} Y_j \right) + U_i^\mp I_j^\mp \right], \\ \tilde{I}^3 &= \mu I_1^3 + \nu I_2^3 - \frac{\lambda}{2} \sum_{i \neq j} \omega_{ij} \left[I_i^+ I_j^- - \frac{1}{2} \left(U_i^+ U_j^- + V_i^+ V_j^- \right) \right], \\ \tilde{I}^8 &= \mu I_1^8 + \nu I_2^8 - \frac{\lambda}{2} \sum_{i \neq j} \omega_{ij} \left(U_i^+ U_j^- - V_i^+ V_j^- \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Yangian 代数生成元具有跃迁特性, 八个生成元中 \tilde{I}^3 和 \tilde{I}^8 是李代数范围内的, 可以在同权态之间的跃迁; 其余 $\tilde{I}^\pm, \tilde{U}^\pm$ 和 \tilde{V}^\pm 是超出李代数范围的, 可以在不同权态之间的跃迁, 是 Yangian 代数超出李代数的更本质的特性. 利用 Yangian 代数生

成元这些跃迁特性, 八个生成元可以作为跃迁算子作用在量子态上, 这里我们研究混合介子态在 Yangian 对称下衰变前后的变化问题.

3 $Y(su(3))$ 代数在混合介子态的纠缠和衰变中的应用

正负介子在低能 QCD 中起到了非常重要的作用, 而且其混合介子系统一直是最引人注意的问题之一. 例如: 由 u , d 和 s 三个夸克及其反夸克组成的正反介子通过混合组成的混合介子. 下面我们研究这些混合介子在 Yangian 代数的作用下不同的衰变道和衰变前后纠缠的变化. 由于三种正反介子以相同的形式组成混合介子态, 为了更好地对比三种混合介子态衰变前后的变化, 可设三种混合介子态混合系数是一致的, 即

$$\begin{aligned} |\pi\rangle &= -\alpha_1|\pi^+\rangle + \alpha_2|\pi^-\rangle, \\ |K\rangle &= \alpha_1|K^+\rangle + \alpha_2|K^-\rangle, \\ |K_i^0\rangle &= \alpha_1|K^0\rangle + \alpha_2|\bar{K}^0\rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 α_1 和 α_2 是实系数且满足归一化条件 $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 = 1$, 正反介子的混合角 θ 满足 $\tan\theta = \alpha_1/\alpha_2$, 所以在初始的三种混合介子态中三种正反介子的组成比例是一样的. 由 u , d 和 s 正反夸克组成的介子态分别可以表示为单态 $|\eta^{0'}\rangle = |\Omega^0\rangle = 1/\sqrt{3}(|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle + |s\bar{s}\rangle)$, 八重态: $|\eta^0\rangle = 1/\sqrt{6}(-|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle + 2|s\bar{s}\rangle)$, $|\pi^0\rangle = 1/\sqrt{2}(|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle)$, $|\pi^+\rangle = -|u\bar{d}\rangle$, $|\pi^-\rangle = |d\bar{u}\rangle$, $|K^+\rangle = |u\bar{s}\rangle$, $|K^-\rangle = |s\bar{u}\rangle$, $|K^0\rangle = |d\bar{s}\rangle$, $|\bar{K}^0\rangle = |s\bar{d}\rangle$. 为了计算方便, 混合介子态 $|\pi\rangle$ 中 α_1 前的负号是由于 $|\pi^+\rangle$ 的负号才引入的.

我们知道对于 N 个粒子的纠缠纯态, 可以利用它的平均熵来衡量它的纠缠度 [39]:

$$C_\eta^{(N)} = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i, & S_i \neq 0 \forall i, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (5)$$

其中 $S_i = -\text{Tr}((\rho)_i \log_3(\rho)_i)$ 是对第 i 个粒子的约化部分 von Neumann 熵, 对其他的 $N-1$ 求迹, $(\rho)_i$ 是第 i 个粒子的约化密度矩阵. 在本文中讨论的是两体三态, 所以 $N=2$. 由于方程 (4) 中三个混合介子态的混合系数是相同的, 所以经计算三个初始混合介子态的纠缠度都为

$$C_i = -\alpha_1^2 \log_3 \alpha_1^2 - \alpha_2^2 \log_3 \alpha_2^2, \quad (6)$$

其纠缠度随着 α_1 的具体变化如图 1 所示. 由归一化条件知: $0 \leq \alpha_1 \leq 1$. 当 $\alpha_1 = 0$ 或 1 时, 三个混合态变为单态, 纠缠度为 0 . 经过计算纠缠度的表达式 (即方程 (6)) 的最大值, 我们发现: 当 $\alpha_1 = \alpha_2 = 1/\sqrt{2}$ 时 (即正反介子以相同的比例混合), 初态的纠缠度达到最大值为 $C_i^{\max} = \log_3 2$. 所以随着 α_1 的值从 0 增加到 1 的过程中, 初态的纠缠度从 0 先缓慢增加到最大值 $\log_3 2$, 后迅速减小到 0 .

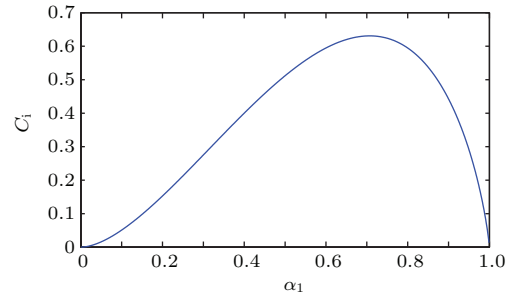


图 1 初始混合介子态纠缠度随着 α_1 的变化

Fig. 1. The change of the initial mixed meson state vs α_1 .

当 Yangian 代数 $Y(su(3))$ 生成元作为跃迁算子 P 作用在混合介子态上时, 初始混合介子态将发生衰变, 即

$$|\psi\rangle_{\text{fin}} = P|\psi\rangle_{\text{ini}}. \quad (7)$$

下面我们研究其中不同跃迁算子对混合介子态衰变态 $|\psi\rangle_{\text{fin}}$ 的影响及其衰变后纠缠度的变化. 当初态为 $|\pi\rangle$ 时, 跃迁后变化情况见表 1.

表 1 中末态 $|\pi_i\rangle$ ($i=1, 2, \dots, 8$) 在归一化条件下分别为

$$\begin{aligned} |\pi_1\rangle &= |u\bar{u}\rangle = \frac{1}{6} \left(2\sqrt{3}|\eta^{0'}\rangle - \sqrt{6}|\eta^0\rangle + 3\sqrt{2}|\pi^0\rangle \right), \\ |\pi_2\rangle &= |d\bar{d}\rangle = \frac{1}{6} \left(2\sqrt{3}|\eta^{0'}\rangle - \sqrt{6}|\eta^0\rangle - 3\sqrt{2}|\pi^0\rangle \right), \\ |\pi_3\rangle &= 0, \\ |\pi_4\rangle &= \left(\nu\alpha_1 + \frac{\lambda}{2}\alpha_2 \right) |K^+\rangle + \left(-\frac{\lambda}{2}\alpha_1 + \mu\alpha_2 \right) |K^-\rangle, \\ |\pi_5\rangle &= \left(\frac{\lambda}{2}\alpha_1 + \nu\alpha_2 \right) |K^0\rangle + \left(\mu\alpha_1 - \frac{\lambda}{2}\alpha_2 \right) |\bar{K}^0\rangle, \\ |\pi_6\rangle &= 0, \\ |\pi_7\rangle &= \left[-\frac{\mu-\nu}{2}\alpha_1 + \frac{\lambda}{2}\alpha_2 \right] |\pi^+\rangle \\ &\quad + \left[\frac{\lambda}{2}\alpha_1 - \frac{\mu-\nu}{2}\alpha_2 \right] |\pi^-\rangle, \\ |\pi_8\rangle &= |\pi\rangle. \end{aligned} \quad (8)$$

表 1 $|\pi\rangle$ 介子衰变道和纠缠
Table 1. The decay channels and the entanglement of $|\pi\rangle$.

初态 $ \pi\rangle$	跃迁算子 P	末态 $ \pi\rangle_{\text{fin}}$	末态纠缠 C_{fin}	衰变
$-\alpha_1 \pi^+\rangle + \alpha_2 \pi^-\rangle$	\tilde{I}^+	$ \pi_1\rangle$	0	$\pi \rightarrow \eta^{0'}\eta^0\pi^0$
	\tilde{I}^-	$ \pi_2\rangle$	0	$\pi \rightarrow \eta^{0'}\eta^0\pi^0$
	\tilde{U}^+	$ \pi_3\rangle$	0	0
	\tilde{U}^-	$ \pi_4\rangle$	C_{π_1}	$\pi \rightarrow K^+K^-$
	\tilde{V}^+	$ \pi_5\rangle$	C_{π_2}	$\pi \rightarrow K^0\bar{K}^0$
	\tilde{V}^-	$ \pi_6\rangle$	0	0
	\tilde{I}^3	$ \pi_7\rangle$	C_{π_3}	$\pi \rightarrow \pi^+\pi^-$
	\tilde{I}^8	$ \pi_8\rangle$	C_{ini}	$\pi \rightarrow \pi^+\pi^-$

表 1 中末态的纠缠为

$$\begin{aligned}
 C_{\pi_1} &= -\left(\nu\alpha_1 + \frac{\lambda}{2}\alpha_2\right)^2 \log_3\left(\nu\alpha_1 + \frac{\lambda}{2}\alpha_2\right)^2 \\
 &\quad - \left(-\frac{\lambda}{2}\alpha_1 + \mu\alpha_2\right)^2 \log_3\left(-\frac{\lambda}{2}\alpha_1 + \mu\alpha_2\right)^2, \\
 C_{\pi_2} &= -\left(\frac{\lambda}{2}\alpha_1 + \nu\alpha_2\right)^2 \log_3\left(\frac{\lambda}{2}\alpha_1 + \nu\alpha_2\right)^2 \\
 &\quad - \left(\mu\alpha_1 - \frac{\lambda}{2}\alpha_2\right)^2 \log_3\left(\mu\alpha_1 - \frac{\lambda}{2}\alpha_2\right)^2, \\
 C_{\pi_3} &= -\left[-\frac{\mu-\nu}{2}\alpha_1 + \frac{\lambda}{2}\alpha_2\right]^2 \\
 &\quad \times \log_3\left[-\frac{\mu-\nu}{2}\alpha_1 + \frac{\lambda}{2}\alpha_2\right]^2 \\
 &\quad - \left[\frac{\lambda}{2}\alpha_1 - \frac{\mu-\nu}{2}\alpha_2\right]^2 \\
 &\quad \times \log_3\left[\frac{\lambda}{2}\alpha_1 - \frac{\mu-\nu}{2}\alpha_2\right]^2. \tag{9}
 \end{aligned}$$

初态为 $|K\rangle$ 时, 跃迁后的变化情况见表 2. 表 2 中末态 $|K_i\rangle$ ($i = 1, 2, \dots, 8$) 在归一化条件下分别为

$$\begin{aligned}
 |K_1\rangle &= 0, \\
 |K_2\rangle &= \left(\mu\alpha_1 - \frac{\lambda}{2}\alpha_2\right)|K^0\rangle \\
 &\quad + \left(\frac{\lambda}{2}\alpha_1 + \nu\alpha_2\right)|\bar{K}^0\rangle, \\
 |K_3\rangle &= -\left(\nu\alpha_1 + \frac{\lambda}{2}\alpha_2\right)|\pi^+\rangle \\
 &\quad + \left(-\frac{\lambda}{2}\alpha_1 + \mu\alpha_2\right)|\pi^-\rangle, \\
 |K_4\rangle &= 0, \\
 |K_5\rangle &= |s\bar{s}\rangle = \frac{1}{3}\left(\sqrt{3}|\eta^{0'}\rangle + \sqrt{6}|\eta^0\rangle\right), \\
 |K_6\rangle &= |u\bar{u}\rangle = \frac{1}{6}\left(2\sqrt{3}|\eta^{0'}\rangle - \sqrt{6}|\eta^0\rangle + 3\sqrt{2}|\pi^0\rangle\right), \\
 |K_7\rangle &= \left(\mu\alpha_1 - \frac{\lambda}{2}\alpha_2\right)|K^+\rangle + \left(\frac{\lambda}{2}\alpha_1 + \nu\alpha_2\right)|K^-\rangle,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |K_8\rangle &= \left[(\mu - 2\nu)\alpha_1 - \frac{3\lambda}{2}\alpha_2\right]|K^+\rangle \\
 &\quad + \left[\frac{3\lambda}{2}\alpha_1 + (-2\mu + \nu)\alpha_2\right]|K^-\rangle. \tag{10}
 \end{aligned}$$

表 2 中末态的纠缠为

$$\begin{aligned}
 C_{K_1} &= C_{K_3} = C_{\pi_2}, \quad C_{K_2} = C_{\pi_1}, \\
 C_{K_4} &= -\left[(\mu - 2\nu)\alpha_1 - \frac{3\lambda}{2}\alpha_2\right]^2 \\
 &\quad \times \log_3\left[(\mu - 2\nu)\alpha_1 - \frac{3\lambda}{2}\alpha_2\right]^2 \\
 &\quad - \left[\frac{3\lambda}{2}\alpha_1 + (-2\mu + \nu)\alpha_2\right]^2 \\
 &\quad \times \log_3\left[\frac{3\lambda}{2}\alpha_1 + (-2\mu + \nu)\alpha_2\right]^2. \tag{11}
 \end{aligned}$$

初态为 $|K_i^0\rangle$ 时, 跃迁后的变化情况见表 3. 表 3 中末态 $|K_i^0\rangle$ ($i = 1, 2, \dots, 8$) 在归一化条件下分别为

$$\begin{aligned}
 |K_1^0\rangle &= \left(\mu\alpha_1 - \frac{\lambda}{2}\alpha_2\right)|K^+\rangle + \left(\frac{\lambda}{2}\alpha_1 + \nu\alpha_2\right)|\bar{K}^-\rangle, \\
 |K_2^0\rangle &= 0, \\
 |K_3^0\rangle &= |d\bar{d}\rangle = \frac{1}{6}\left(2\sqrt{3}|\eta^{0'}\rangle - \sqrt{6}|\eta^0\rangle - 3\sqrt{2}|\pi^0\rangle\right), \\
 |K_4^0\rangle &= |s\bar{s}\rangle = \frac{1}{3}\left(\sqrt{3}|\eta^{0'}\rangle + \sqrt{6}|\eta^0\rangle\right), \\
 |K_5^0\rangle &= 0, \\
 |K_6^0\rangle &= -\left(-\frac{\lambda}{2}\alpha_1 + \mu\alpha_2\right)|\pi^+\rangle \\
 &\quad + \left(\nu\alpha_1 + \frac{\lambda}{2}\alpha_2\right)|\pi^-\rangle, \\
 |K_7^0\rangle &= \left(\mu\alpha_1 - \frac{\lambda}{2}\alpha_2\right)|K^0\rangle + \left(\frac{\lambda}{2}\alpha_1 + \nu\alpha_2\right)|\bar{K}^0\rangle, \\
 |K_8^0\rangle &= \left[(\mu - 2\nu)\alpha_1 - \frac{3\lambda}{2}\alpha_2\right]|K^0\rangle \\
 &\quad + \left[\frac{3\lambda}{2}\alpha_1 + (-2\mu + \nu)\alpha_2\right]|\bar{K}^0\rangle. \tag{12}
 \end{aligned}$$

表2 $|K\rangle$ 介子衰变道和纠缠
Table 2. The decay channels and the entanglement of $|K\rangle$.

初态 $ K\rangle$	跃迁算子 P	末态 $ K\rangle_{\text{fin}}$	末态纠缠 C_{fin}	衰变
$\alpha_1 K^+\rangle + \alpha_2 K^-\rangle$	\tilde{I}^+	$ K_1\rangle$	0	0
	\tilde{I}^-	$ K_2\rangle$	C_{K1}	$K \rightarrow K^0 \bar{K}^0$
	\tilde{U}^+	$ K_3\rangle$	C_{K2}	$K \rightarrow \pi^+ \pi^-$
	\tilde{U}^-	$ K_4\rangle$	0	0
	\tilde{V}^+	$ K_5\rangle$	0	$K \rightarrow \eta^{0'} \eta^0$
	\tilde{V}^-	$ K_6\rangle$	0	$K \rightarrow \eta^{0'} \eta^0 \pi^0$
	\tilde{I}^3	$ K_7\rangle$	C_{K3}	$K \rightarrow K^+ K^-$
	\tilde{I}^8	$ K_8\rangle$	C_{K4}	$K \rightarrow K^+ K^-$

表3 $|K_i^0\rangle$ 介子衰变道和纠缠
Table 3. The decay channels and the entanglement of $|K_i^0\rangle$.

初态 $ K_i^0\rangle$	跃迁算子 P	末态 $ K_i^0\rangle_{\text{fin}}$	末态纠缠 C_{fin}	衰变
$\alpha_1 K^0\rangle + \alpha_2 \bar{K}^0\rangle$	\tilde{I}^+	$ K_1^0\rangle$	$C_{K^0_1}$	$K_i^0 \rightarrow K^+ K^-$
	\tilde{I}^-	$ K_2^0\rangle$	0	0
	\tilde{U}^+	$ K_3^0\rangle$	0	$K_i^0 \rightarrow \eta^{0'} \eta^0 \pi^0$
	\tilde{U}^-	$ K_4^0\rangle$	0	$K_i^0 \rightarrow \eta^{0'} \eta^0$
	\tilde{V}^+	$ K_5^0\rangle$	0	0
	\tilde{V}^-	$ K_6^0\rangle$	$C_{K^0_2}$	$K_i^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$
	\tilde{I}^3	$ K_7^0\rangle$	$C_{K^0_3}$	$K_i^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$
	\tilde{I}^8	$ K_8^0\rangle$	$C_{K^0_4}$	$K_i^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$

表3中末态的纠缠为

$$C_{K^0_1} = C_{K^0_3} = C_{K1} = C_{K3},$$

$$C_{K^0_2} = C_{K2}, \quad C_{K^0_4} = C_{K4}. \quad (13)$$

上面三种混合介子态在 $Y(su(3))$ 生成元的作用下, 混合介子衰变后纠缠和衰变道具有以下特点: 1) 纠缠度方面, 在每个混合介子态的八种衰变中, 末态纠缠度都有四个非零和四个为零纠缠(包括两个单态和两个不存在的衰变), 而非零纠缠度中三种混合介子衰变中有两个是相同纠缠度的, 即 $C_{\pi_1} = C_{K2} = C_{K^0_2}$, $C_{\pi_2} = C_{K1} = C_{K3} = C_{K^0_1} = C_{K^0_3}$; 而对 $|K\rangle$ 和 $|K_i^0\rangle$ 两混合介子态衰变后的四个非零纠缠是两两相同的, 即方程(13); 2) 衰变方面, 在每个混合介子态的八种衰变中, 都有两个衰变是不存在的, 即三个表格中为0的衰变; \tilde{I}^\pm , \tilde{U}^\pm 和 \tilde{V}^\pm 为不同权态之间的跃迁, 而 \tilde{I}^3 和 \tilde{I}^8 为同权之间的跃迁, 所以在 \tilde{I}^3

和 \tilde{I}^8 作用之后的衰变, 其衰变前后介子的成分没有变, 而其他的衰变前后成分发生了变化. 此外我们还发现了如图2所示的衰变规律, 三种介子成分可以在不同生成元作用下循环转化. 这对我们研究介子的衰变道和对称性可能具有非常重要的作用和意义.

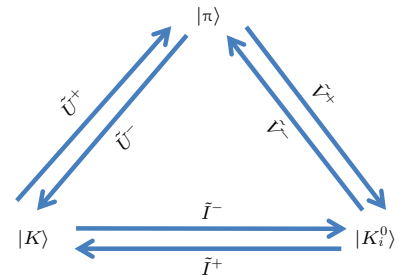


图2 三种混合介子态 $|\pi\rangle$, $|K\rangle$ 和 $|K_i^0\rangle$ 在生成元 \tilde{I}^\pm , \tilde{U}^\pm 和 \tilde{V}^\pm 作用下的相互转化.

Fig. 2. The interactive transformations of the three different mixed meson states $|\pi\rangle$, $|k\rangle$ and $|k_i^0\rangle$ with the generators \tilde{I}^\pm , \tilde{U}^\pm and \tilde{V}^\pm .

4 结 论

根据夸克介子态的 $su(3)$ 对称, 本文研究了三种不同混合介子态在 Yangian 代数 $Y(su(3))$ 八个生成元作用下, 其衰变前后纠缠度的变化和可能存在的衰变道. 研究结果显示: 1) 从纠缠角度上, 相同纠缠的三个不同混合介子态衰变后, 除 $|\pi\rangle$ 在 \tilde{T}^8 作用下纠缠没有变化外, 其他都发生了变化, 其变化中也有完全相同变化的, 例如, 带电 (K) 和中性 (K_i^0) 两类 K 混合介子态衰变后的非零纠缠度两两相同; 2) 从衰变上, 三个不同混合介子态的八种可能的衰变中, 有两种是不存在的, 另外六种可能的衰变中, \tilde{I}^3 和 \tilde{I}^8 作用其衰变成分前后没有变化, 而 \tilde{I}^\pm , \tilde{U}^\pm 和 \tilde{V}^\pm 作用下介子态的成分发生了全新的变化; 此外更重要的是我们发现了三种不同的混合介子态在 \tilde{I}^\pm , \tilde{U}^\pm 和 \tilde{V}^\pm 作用下可以循环转变. 这些研究结果也说明了三种混合介子态之间存在 I^- , U^- 和 V^- 对称性, 即 $|\pi\rangle$ 和 $|K\rangle$ 混合介子态之间存在着 \tilde{U}^\pm 对称性, $|\pi\rangle$ 和 $|K_i^0\rangle$ 混合介子态之间存在着 \tilde{V}^\pm 对称性, $|K\rangle$ 和 $|K_i^0\rangle$ 混合介子态之间存在着 \tilde{I}^\pm 对称性. 这种关系可能为今后介子的衰变和对称性等问题提供可能的物理和数学解释, 我们也期望 Yangian 代数能在粒子物理的其他方面发挥更重要的作用.

感谢上海大学杨国宏教授、姜颖教授和张爱林教授及其研究生非常有益的讨论和帮助.

参考文献

- [1] Horodecki R, Horodecki P, Horodecki M, Horodecki K 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 865
- [2] Nielsen M A, Chuang I L 2000 *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [3] Bennett C H, Brassard G, Crépeau C, Jozsa R, Peres A, Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [4] Bennett C H, Wiesner S J 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 2881
- [5] Curty M, Lewenstein M, Lükenhaus N 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 217903
- [6] Beige A, Braun D, Tregenna B, Knight P L 2001 *Phys. Rev. Lett.* **85** 1762
- [7] Viola L, Knill E, Lloyd S 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 4888
- [8] Childs A M, Chuang I L 2000 *Phys. Rev. A* **63** 012306
- [9] Langford N K, Dalton R B, Harvey M D, Brien J L, Pryde G J, Gilchrist A, Bartlett S D, White A G 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 053601
- [10] Pasquinucci H B, Peres A 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 3313
- [11] Brukner Č, Zukowski M, Zeilinger A 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 197901
- [12] Ralph T C, Resch K, Gilchrist A 2007 *Phys. Rev. A* **75** 022313
- [13] Collins D, Gisin N, Linden N, Massar S, Popescu S 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 040404
- [14] Gell-Mann M, Pais A 1955 *Phys. Rev.* **97** 1387
- [15] Feldmann T, Kroll P 1998 *Phys. Rev. D* **58** 114006
- [16] Magiera A, Machner H 2000 *Nucl. Phys. A* **674** 515
- [17] Kroll P 2005 *Modern Phys. Lett. A* **20** 2667
- [18] Shi Y 2006 *Phys. Lett. B* **641** 75
- [19] Shi Y, Wu Y L 2008 *Eur. Phys. J. C* **55** 477
- [20] Tian L J, Jin Y L, Jiang Y, Qin L G 2011 *Eur. Phys. J. C* **71** 1528
- [21] Uglov D 1998 *Commun. Math. Phys.* **191** 663
- [22] Kundu A 1998 *Phys. Lett. A* **249** 126
- [23] Bernard D 1993 *Inter. J. Modern Phys. B* **7** 3517
- [24] Tian L J, Qin L G, Jiang Y, Zhang H B, Xue K 2010 *Commun. Theor. Phys.* **53** 1039
- [25] Tian L J, Qin L G 2010 *Eur. Phys. J. D* **57** 123
- [26] Polychronakos A 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 703
- [27] Haldane F D M, Ha Z N C, Talstra J C, Bernard D, Pasquier V 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 2021
- [28] Haldane F D M 1994 arXiv:cond-mat/9401001v3
- [29] Wadati M 1988 *Phys. Rev. Lett.* **60** 635
- [30] Ge M L, Wang Y 1995 *Phys. Rev. E* **51** 2919
- [31] Qin L G, Tian L J, Yang G H 2012 *Eur. Phys. J. C* **72** 1934
- [32] Qin L G, Tian L J, Jiang Y, Zhang H B 2012 *Chin. Phys. B* **21** 057101
- [33] Tian L J, Jin Y L, Jiang Y 2010 *Phys. Lett. B* **686** 207
- [34] Gell-Mann M 1962 *Phys. Rev.* **125** 1067
- [35] Neéman Y 1961 *Nucl. Phys.* **26** 222
- [36] Chari V, Pressley A 1990 *Yangian and R-Matrix. L'Enseignement Mathématique* **36** p267
- [37] Chari V, Pressley A 1994 *A Guide to Quantum Groups* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [38] Bai C M, Ge M L, Xue K 1998 *Physical meaning of Yangian Representation of Chari and Pressley*, TH 1998-07, Tianjin, China
- [39] Pan F, Lu G Y, Draayer J P 2006 *Inter. J. Modern Phys. B* **20** 1333

Applications of Yangian algebra in the entanglement and the decay channels of the mixed meson state*

Qin Li-Guo^{1)2)3)†} Tian Li-Jun³⁾ Wu Shi-Chao²⁾³⁾

1) (Jiading Campus, Shanghai Open University, Shanghai 201800, China)

2) (Shanghai Advanced Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201210, China)

3) (Department of Physics, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

(Received 2 September 2015; revised manuscript received 18 October 2015)

Abstract

Yangian, as an algebra beyond the Lie algebra, is an infinite dimensional algebra and a powerful mathematical method for investigating the new symmetry of quantum systems which are nonlinear and integrable. Based on the $su(3)$ symmetry of the quark-flavor in the meson states and the transition property of the generators in Yangian algebra, we study the applications of Yangian algebra $Y(su(3))$ in the decay of three mixed meson states (π , K and K_i^0) composed of the three positive and negative meson states (π^\pm , K^\pm , K^0 and \bar{K}^0). As the transition operators, the eight generators (\tilde{I}^\pm , \tilde{U}^\pm , \tilde{V}^\pm , \tilde{I}^3 and \tilde{I}^8) of Yangian algebra $Y(su(3))$ are acting on the three mixed meson states, respectively. Then, the possible decay channels and the changes of the entanglement are studied. Results show: 1) Under the effects of \tilde{I}^3 and \tilde{I}^8 within the Lie algebra on the three mixed meson states, the compositions of the final states after decays of the three mixed meson states are not changed as compared with the initial state; the entanglement is not changed for the decay of the mixed meson state π with the effect of \tilde{I}^8 , and the others are changed; 2) under the effects of the other six generators (\tilde{I}^\pm , \tilde{U}^\pm and \tilde{V}^\pm) beyond the Lie algebra on the three mixed meson states, the compositions of the final states after the decay are changed compared with the initial state; in the six possible decay channels, the two final states become single states without entanglement; two decay channels are absent; and the entanglements of the final states in the remaining two decays are changed. In addition, the entanglement of the final meson states in the possible six decay channels of the two types K mixed meson states, the charged (K^+ , K^-) and neutral (K^0 , \bar{K}^0) meson states, are the same two by two; 3) The three mixed meson states can be circularly transferred by the operators \tilde{I}^\pm , \tilde{U}^\pm and \tilde{V}^\pm , implying the obvious symmetry. In this paper the Yangian method is presented to study the possible decay channels of the mixed meson states and may be used to present a possible interpretation of the new unknown or known particle in the decay of the mixed meson.

Keywords: Yangian algebra, the decay channel, quantum entanglement

PACS: 02.20.-a, 23.70.+j, 03.65.Ud

DOI: 10.7498/aps.65.020201

* Project supported by the Shanghai Distance Education Group Discipline Research Subject, China (Grant No. JF1406) and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11347147, 11075101).

† Corresponding author. E-mail: lgqin@foxmail.com