

双分散颗粒体系在临界堵塞态的结构特征

张威 胡林 张兴刚

Structural features of critical jammed state in bi-disperse granular systems

Zhang Wei Hu Lin Zhang Xing-Gang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 024502 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.024502

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.024502>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I2>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

垂直载荷下颗粒物质的声波探测和非线性响应

Acoustic detection and nonlinear response of granular materials under vertical vibration

物理学报.2016, 65(2): 024501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.028901024501>

玻璃-橡胶混合颗粒的力学响应研究

Mechanical response study of glass-rubber particle mixtures

物理学报.2015, 64(15): 154502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.154502>

二维晶格颗粒堆积中侧壁的压力分布与转向系数

Lateral pressure distribution and steering coefficient in two-dimensional lattice pile of granular material

物理学报.2015, 64(13): 134502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.134502>

振动颗粒混合物中的周期性分聚现象与能量耗散

Energy dissipation and periodic segregation of vibrated binary granular mixtures

物理学报.2015, 64(13): 134503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.134503>

垂直振动激励下颗粒材料有效质量和耗散功率的研究

Dynamic effective mass and power dissipation of the granular material under vertical vibration

物理学报.2015, 64(4): 044501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.044501>

双分散颗粒体系在临界堵塞态的结构特征^{*}

张威 胡林[†] 张兴刚[‡]

(贵州大学物理系, 贵阳 550025)

(2015年5月19日收到; 2015年9月14日收到修改稿)

堵塞行为是颗粒体系中一种常见的现象, 其力学性质与堆积结构的关联非常复杂. 本文采用离散元法研究了由两种不同半径颗粒组成的二维双分散无摩擦球形颗粒体系在临界堵塞态所呈现的结构特征, 讨论了大小颗粒粒径比与大颗粒百分比对临界堵塞态的影响. 数值模拟结果表明, 当粒径比 λ 小于1.4时, 临界平均接触数与大颗粒百分比关系不大, 当粒径比 λ 大于1.4时随着大颗粒百分比的增大临界平均接触数先减小再增大. 而临界体积分数在粒径比 λ 小于1.8时随着大颗粒百分比的增加先减小后增大, 大于1.8时又基本不随大颗粒百分比而变化. 大颗粒百分比在接近0或1时, 系统近似为单分散体系, 临界平均接触数与体积分数基本不随半径比的增大而变化; 在接近0.5时, 临界平均接触数随着半径比的增大逐渐减小, 而临界体积分数则是先减小后增大. 文中对大-小颗粒这一接触类型的百分比也进行了探讨, 其值随着大颗粒百分比的增大呈二次函数的变化趋势, 粒径比对这一变化趋势只有较小的影响.

关键词: 堵塞态, 平均接触数, 体积分数, 接触类型

PACS: 45.70.-n, 46.70.Lk, 61.43.Bn

DOI: 10.7498/aps.65.024502

1 引言

在颗粒体系中, 体积分数是反映堆积状态的重要物理量, 当颗粒的体积分数足够小时, 颗粒堆表现为疏松态; 随着体积分数的逐渐增大, 体系可以承受一定的应力, 表现为堵塞态^[1,2]; 从疏松态到堵塞态的临界转变点处称为临界堵塞态. 1998年, Liu 和 Nagel 首次提出用相图来描述不同系统的堵塞状态, 相图表明是否发生堵塞主要取决于三个因素: 温度、密度和载荷, 这对于研究颗粒物质、胶体系统、泡沫材料等物质体系有重要的意义^[2]. 后来, 许多学者对零温度下颗粒体系处于临界堵塞态附近的性质进行了实验、计算机模拟以及理论研究. 如 O'Hern 等对二维双分散无摩擦球形颗粒堆的堵塞过程进行数值模拟, 发现颗粒体系从疏松态向堵塞态转变的过程中存在一临界体积分数 ϕ_C , 在该点处颗粒的平均接触数 Z 从0变为 $Z_C = 4$, 体

系的体弹性模量由0变为非0; 在临界点附近, 压强 P , $\Delta Z = Z - Z_C$ 都与 $\Delta\phi = \phi - \phi_C$ 成幂律增长关系^[3,4]; Majmudar 等利用光弹性颗粒进行实验研究, 得出类似的结论^[5]. 孙其诚等发现在微摩擦体系中临界堵塞态附近压强 P 与 $\Delta\phi$ 幂率关系依然满足; 只是与光滑颗粒不同, 表面粗糙的颗粒组成的体系临界体积分数 ϕ_C 不惟一, 其取值与颗粒摩擦系数、加载过程密切相关^[6]. 最近有研究者指出, 在颗粒堆受到单向压缩的过程中, 首先会出现只在压缩方向可以承受一定应力而不发生压力转向的状态, 称为脆性态, 随着压缩的进行压力发生转向, 各个方向都可以承受一定压力, 这时称系统达到堵塞态^[7]. 胡林小组也通过实验的方法给出二维晶格颗粒堆积中转向系数的饱和值随堆积角的增大而逐渐减小^[8]. 堵塞态处的几何结构与力学性质在我国也有很多学者研究. 例如, Xu 等就通过模拟的方法研究了颗粒间作用势分别为简谐势和赫兹势

^{*} 国家自然科学基金 (批准号: 11264006) 和贵州大学引进人才科研基金 (批准号: 201334) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: hulin53@sina.com

[‡] 通信作者. E-mail: sci.xgzhang@gzu.edu.cn

的堵塞颗粒堆在分别施加恒剪切和准静态剪切时体系屈服应力、剪切模量、力网结构的变化特征^[9]. 之前, Hu 小组也通过统计配位数、应力的概率分布研究了两种颗粒作用势下颗粒堆在不同堵塞时刻的几何与力学特征^[10]. 从前人的研究中我们发现: 对于单分散颗粒体系, 尤其是二维系统中当颗粒堆接近堵塞态时很容易出现晶格化, 因此研究者通常采用双分散颗粒体系获得无序的堆积结构. 在双分散颗粒体系中, 大小颗粒的粒径比 $\lambda = R/r$ 与大小颗粒的个数比 $\gamma = N_B/N_S$ 是两个重要的反映体系组成成分的参量. 前人的研究中^[3-9], 基本选取上述两个参量的一些典型取值 (例如 $\lambda = 1.4 : 1$, $\gamma = 1 : 1$) 进行了讨论.

为了进一步探讨双分散颗粒体系中组成成分对临界堵塞态体系结构的影响, 本文采用离散元法对不同粒径比 λ 以及个数比 γ 的二维双分散颗粒体系进行数值模拟, 研究了粒径比、个数比对临界堵塞态体系的平均接触数与体积分数的影响; 同时还讨论了接触类型的百分比随组成成分的变化关系, 并从概率的角度给出了解释.

2 DEM 模型

离散元法 (DEM) 已成为颗粒体系研究中普遍采用的模拟方法^[5,6,9-12]. 本文研究的体系由刚性、无黏结、光滑的二维球形颗粒随机堆积而成, 采用周期性边界条件, 在无重力的情况下通过逐步增大颗粒半径使系统由疏松态向堵塞态转变. 具体过程如下^[12,13]: 首先在 $1\text{ m} \times 1\text{ m}$ 的周期性边界内均匀随机地产生总个数为 $N = N_B + N_S$, 初始半径分别为 R_0, r_0 的大小颗粒组成的颗粒堆, 为方便讨论, 这里采用大颗粒占总颗粒数的百分比 $k_B = N_B/N$ 来控制两种颗粒在体系中的成分; 显然, 小颗粒的百分比为 $k_S = 1 - k_B$. 初始情况下, 大小颗粒的半径都比较小且颗粒间没有相互接触, 体系处于疏松态. 接下来, 逐步地使每一颗粒的半径按恒定增长率 η 增大 (将各个颗粒的半径都变为原来的 $1 + \eta$ 倍), 其中 $0 < \eta \ll 1$, 显然, 半径的增大并不会改变粒径比 λ . 但随着颗粒半径的逐渐增大, 颗粒间距变小直至互相接触, 颗粒系统的体积分数增大, 必然导致颗粒间相互作用力的逐渐增大, 进而影响整个体系的力学平衡. 因此, 颗粒半径增大一次就让体系发生一个带有能量耗散的动力学过程, 经过一

定的时间, 系统就会处于对应体积分数的力学平衡态. 随着体积分数的逐步增大, 体系会从疏松态进入到可以持续承受一定应力的堵塞态. 设定体系中压强的最大值, 当体系压强达到阈值时颗粒半径停止增大, 这样就得到了不同时刻对应体积分数的堆积样本. 最后, 改变粒径比 λ 与大颗粒百分比 k_B , 重复上述模拟过程, 结合颗粒半径增大过程中体系压强随体积分数变化曲线的分析, 就可以获得不同粒径比和大颗粒百分比条件下临界堵塞态的堆积样本. 图 1 中给出了双分散颗粒体系在临界堵塞态处的无序堆积的结构.

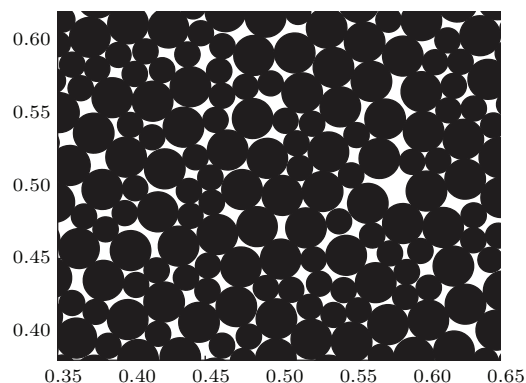


图 1 双分散体系在临界堵塞点处的堆积结构

Fig. 1. The bi-disperse packing structure of granular system at J point.

在本文的模拟中可设定的参量包括大小颗粒总数、刚度系数、增长率等. 表 1 给出了模拟过程中一些主要参量的取值. 体积分数描述是颗粒体系宏观几何性质的重要参量, 其计算公式为

$$\phi = \frac{\sum_{i=1}^{N_B} A_B + \sum_{j=1}^{N_S} A_S}{A} = \sum_{i=1}^{N_B} \pi R^2 + \sum_{j=1}^{N_S} \pi r^2, \quad (1)$$

其中 A_B, A_S 分别表示大、小颗粒的面积, A 表示系统边界所围的面积, 本文中 $A = 1$. 为了通过堆积样本中颗粒体系的接触结构及接触力计算体系的压强, 需要在颗粒体系中建立笛卡尔坐标系 $\{O; \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\}$. 设第 n 个颗粒的接触数为 Z_n , 该颗粒上第 i 个接触点的法向接触力大小为 F_{ni} , 接触点到该颗粒中心的距离为 r_{ni} , 接触角为 θ_{ni} , 则体系的总力矩张量为

$$\mathbf{S} = \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^{Z_n} F_{ni} r_{ni} (\cos \theta_{ni} \mathbf{e}_1 + \sin \theta_{ni} \mathbf{e}_2) \times (\cos \theta_{ni} \mathbf{e}_1 + \sin \theta_{ni} \mathbf{e}_2). \quad (2)$$

系统的压强 p 为

$$p = \frac{1}{2} \text{tr} \frac{\mathbf{S}}{A} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^{Z_n} F_{ni} r_{ni}. \quad (3)$$

根据 (1) 和 (3) 式计算颗粒半径增大过程中得到的静态堆积样本, 可以得到如图 2 所示的 p - ϕ 变化关系. 从图 2 中可以看到 [14], 随着体积分数的增大, 图中的 J 点处的体弹性模量由 0 突然变为非 0, 体系由非堵塞态转变为堵塞态, J 点即为临界转变点.

表 1 模拟过程的主要参数

Table 1. The major parameters used in the simulation.

可变参数	参数取值
颗粒总数 N /个	2050
大颗粒个数比 k_B	0.1—0.9
颗粒法向刚度 $k_n/\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$	1000
颗粒切向刚度 $k_s/\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$	0
大小颗粒半径比 λ	1.2—2
颗粒半径增长率 η	5×10^{-4}

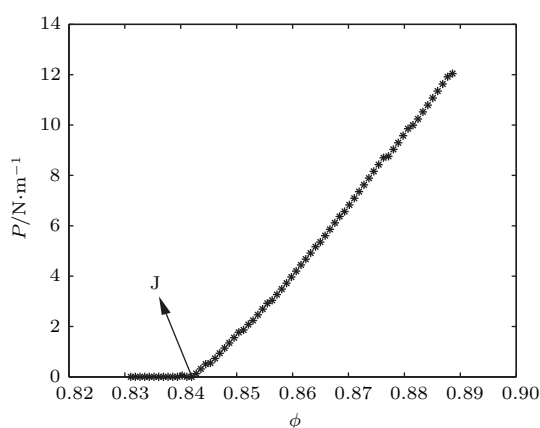


图 2 双分散体系中压强与体积分数的关系

Fig. 2. Pressure versus packing fraction for bi-disperse granular systems.

3 模拟结果与分析

3.1 平均接触数

平均接触数是反映堵塞态下颗粒体系接触网络拓扑结构的重要统计量, 它与体系的力学性质密切相关. 设大颗粒的平均接触数为 $\bar{Z}_B$, 小颗粒的平均接触数为 $\bar{Z}_S$, 则体系的平均接触数 Z_C 为

$$\begin{aligned} Z_C &= \frac{\bar{Z}_S \cdot N_S + \bar{Z}_B \cdot N_B}{N} \\ &= \bar{Z}_S + (\bar{Z}_B - \bar{Z}_S)k_B. \end{aligned} \quad (4)$$

(4) 式中当大颗粒百分比 k_B 取 0 或 1 时平均接触数 Z_C 为 $\bar{Z}_S$ 或 $\bar{Z}_B$, 即表示单分散颗粒的堆积; 对模拟结果进行统计发现, 随着大颗粒百分比的增加 $\bar{Z}_B$ 与 $\bar{Z}_S$ 均减小, 随着粒径比的增大 $\bar{Z}_B$ 增加而 $\bar{Z}_S$ 逐渐减小, 但总保持 $\bar{Z}_B > \bar{Z}_S$. 为了深入探究粒径比与大颗粒百分比对临界堵塞态结构特征的影响, 这里通过统计的方法对临界堵塞态处平均接触数进行研究. 图 3 给出了不同粒径比 λ 下平均接触数 Z_C 随大颗粒百分比 k_B 的变化关系. 模拟结果表明: 当粒径比 λ 小于 1.4 时, 平均接触数 Z_C 与大颗粒百分比的关系不大, 此时得到的结果与前人研究中粒径比 λ 为 1.4 时得出的 $Z_C \approx 4$ 相吻合 [3,6]. 当粒径比大于 1.4 时, 平均接触数 Z_C 随着大颗粒百分比 k_B 的增大先减小再逐渐增大, 在 $k_B = 0.5$ (即大小颗粒个数比 $\gamma = 1:1$) 时 Z_C 取最小值. 值得注意的是, 当大颗粒百分比接近于 0 或 1 时, 此时对应的颗粒体系近似于单分散的体系, 因此这两点处的平均接触数基本相同. 但大颗粒百分比接近 0.5 时, 临界平均接触数 Z_C 随着粒径比的增加逐渐减小.

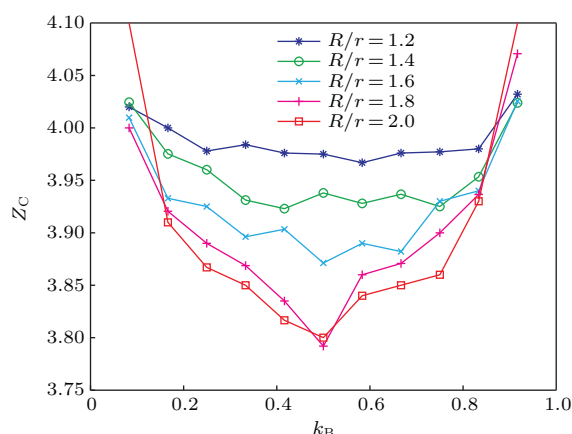


图 3 不同粒径比条件下的 Z_C - k_B 关系

Fig. 3. Average contact number at J point versus the percentage of larger particles for different particles-radius ratio.

3.2 体积分数

二维颗粒体系在单分散情况下容易形成规则的六角晶格, 而双分散体系一般会形成无序的堆积结构, 这就使得单分散体系的临界体积分数大于双分散体系. 由此可见, 颗粒体系的临界体积分数与体系的组成成分密切相关. 图 4 中给出了不同粒径比、大颗粒百分比下临界体积分数的统计结果. 从统计结果可以看到: 当粒径比 λ 大于 1.8 时, 临界体积分数 ϕ_C 与大颗粒百分比的关系不大; 当粒径比

小于1.8时, 临界体积分数随大颗粒百分比的增加先减小再增大, 在 $k_B = 0.5$ 时 ϕ_C 取最小值, 并在 λ 为1.4时与前人研究结果一致 [3,6]; 同样, 在 k_B 趋于0或1时体系可看成单分散系统, 因此临界体积分数 ϕ_C 在各种粒径比下都接近于0.85. 趋近于0.5时随粒径比的增大先减小再增大.

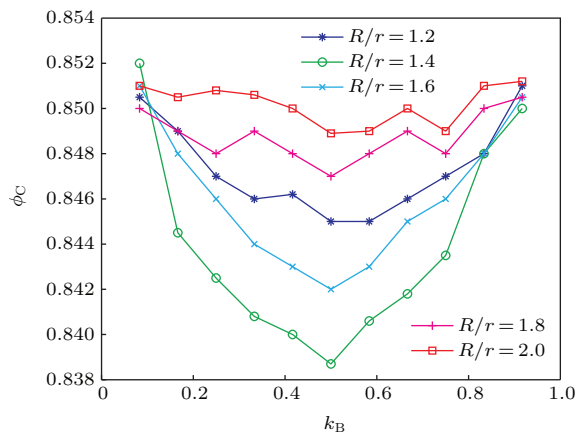


图4 不同粒径比条件下的 ϕ_C - k_B 关系

Fig. 4. packing fraction at J point versus the percentage of larger particles for different particles-radius ratio.

3.3 接触类型

接触类型的研究可对颗粒体系的接触结构有更深入的了解. 二维双分散颗粒体系中的接触类型有大颗粒与大颗粒接触(简称大-大型)、小-小型、大-小型三种接触类型, 将它们的个数分别记为: N_{BB} , N_{SS} , N_{BS} . 显然它们满足

$$N_{BB} + N_{SS} + N_{BS} = M, \quad (5)$$

$$\bar{Z}_B \cdot N_B = 2N_{BB} + N_{BS}, \quad (6)$$

$$\bar{Z}_S \cdot N_S = 2N_{SS} + N_{BS}, \quad (7)$$

其中 $M = Z_C \cdot N/2$ 表示总接触数. 这里主要对大-小接触类型占总接触数的百分比:

$$p_{BS} = N_{BS}/M. \quad (8)$$

随粒径比 λ 以及大颗粒百分比 k_B 的变化进行讨论. 由图5所示的模拟结果可以发现: 大-小接触类型的百分比 p_{BS} 与粒径比 λ 关系不大, 但随着大颗粒百分比 k_B 的增大先增大后减小; 在 $k_B = 0.5$ 处取得最大值 $p_{BS} = 0.5$. 可以从概率的角度对此进行解释, 对于任意的粒径比, 已知大小颗粒个数所占比例分别为 k_B , k_S . 初始情况下颗粒体系在周期性边界内均匀随机地分布, 如果把颗粒间接触点的形成

看成是通过两次随机选取颗粒的过程而形成的, 并且假定这两次选取颗粒是相互独立的. 那么, 第一次取到大球第二次取到小球或第一次取到小球第二次取到大球所形成的接触类型都是大-小型, 因此大-小接触类型出现的概率为

$$p_{BS} = 2k_B \cdot k_S, \quad (9)$$

将 $k_B + k_S = 1$ 代入得

$$p_{BS} = 2k_B - 2k_B^2. \quad (10)$$

(10) 式表明大-小接触类型百分比 p_{BS} 与大颗粒百分比 k_B 满足二次函数关系, 图5给出了模拟结果与该理论结果的对比. 可以看到, 粒径比 λ 较小时, 模拟结果与理论结果很接近; 粒径比 λ 较大时, 模拟结果与(10)式的理论结果有所偏差. 因为当粒径比较大时体系就会出现小颗粒包围大颗粒的特殊几何结构就不满足概率理论解释的随机条件, 因此 λ 较大时模拟结果与概率分析有一定偏离.

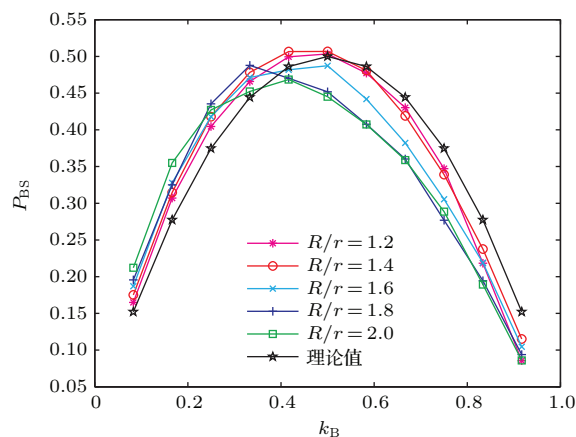


图5 不同粒径比条件下的 p_{BS} - k_B 关系

Fig. 5. The percentage of large-small contact type at J point versus the percentage of larger particles for different particles-radius ratio.

基于以上讨论还可对前人为何选取 $\lambda = 1.4 : 1$, $k_B = 0.5$ 研究给出解释. 从几何结构来看: 为了研究双分散体系, 所选取的大小颗粒的半径就要有明显的差异, 但如果粒径比取太大随着压缩的进行又会出现小颗粒包围大颗粒的特殊几何结构不能很好地反映随机堆积; 同时, 所选取的大小颗粒个数比应体现双分散系统的几何结构无序性, 显然当大小颗粒个数相等时体系无序度最大(即 $k_B = k_S = 0.5$). 从数据研究结果来看: 当 λ 小于1.4时, Z_C 随 k_B 基本不变、 p_{BS} 几乎与 λ 无关; 而 ϕ_C 随 λ 的逐渐增大先减小再增大, 在 $\lambda = 1.4 : 1$ 时

取得极小值;同时平均接触数 Z_C 、临界体积分数 ϕ_C 、大小颗粒接触类型百分比 p_{BS} 在 $k_B = 0.5$ 时均取得极值.因此,在 $\lambda = 1.4 : 1$, $k_B = 0.5$ 时既满足了几何结构的要求又具有性质研究的代表性,故前人就多选取 $\lambda = 1.4 : 1$, $k_B = 0.5$ 进行研究.那么,对于不同初始条件下临界堵塞态附近的幂率关系是否依然满足?通过进一步研究发现:压强 P 与体积分数变化量 $\Delta\phi$ 依然满足 $P \propto (\phi - \phi_C)^\psi$ 的幂率关系,并在不同初始条件下 $\psi = 1.05 \pm 0.1$ 与前人所得 $\psi = 1$ 基本一致^[3,5];平均接触数也符合 $Z - Z_C \propto (\phi - \phi_C)^\beta$ 的变化趋势且 β 取值均接近文献^[3—5]中所得指数0.5.其中 Z_C 与 ϕ_C 取值与初始条件相对应.因此,在二维双分散无摩擦系统中粒径比、大小颗粒个数比对临界堵塞态附近的幂率规律几乎无影响.

4 结 论

本文采用DEM模拟研究二维双分散无摩擦球形颗粒体系在临界堵塞态处的结构特征,对不同的粒径比、大颗粒百分比进行了讨论.通过对模拟结果的统计发现,临界平均接触数 Z_C 与临界体积分数 ϕ_C 随大颗粒百分比 k_B 的增加有相类似的变化趋势,都是先减小再增加;这是因为随着 k_B 的增大,体系由接近单分散变为远离单分散的双分散体系,然后又变为接近单分散的体系.但是粒径比 λ 对 Z_C 与 ϕ_C 产生的影响效果却不同,随着粒径比的增大,临界平均接触数逐渐减小,而临界体积分数却先减小后增大.大-小这一接触类型的百分比 p_{BS} 随大颗粒百分比的增大近似地呈二次函数的变

化趋势,而粒径比对这一变化趋势只有较小的影响.同时根据研究结果对前人研究双分散体系所取典型值进行了解释并发现不同初始条件下临界堵塞态附近的幂率关系依然满足.本文的研究结果对于进一步探讨堵塞态颗粒体系的宏观性质与微观结构的联系有一定的意义.

参考文献

- [1] Ouyang H W, Huang S C, Peng Z, Wang Q, Lin Z M 2008 *Materials Science and Engineering of Powder Metallurgy* **13** 260 (in Chinese) [欧阳鸿武, 黄誓成, 彭政, 王琼, 刘卓民 2008 粉末冶金材料科学与工程 **13** 260]
- [2] Liu A J, Nagel S R 1998 *Nature* **396** 21
- [3] O'Hern C, Langer S A, Liu A J, Nagel S R 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 075507
- [4] O'Hern C, Silbert L E, Liu A J, Nagel S R 2003 *Phys. Rev. E* **68** 011306
- [5] Maimudar T S, Sperl M, Luding S, Behringer R P 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 058001
- [6] Zhang G H, Sun Q C, Huang F F, Jing F 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 124502 (in Chinese) [张国华, 孙其诚, 黄芳芳, 金峰 2011 物理学报 **60** 124502]
- [7] Bi D P, Zhang J, Behringer R P 2011 *Nature* **480** 355
- [8] Yang L, Hu L, Zhang X G 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 134502 (in Chinese) [杨林, 胡林, 张兴刚 2015 物理学报 **64** 134502]
- [9] Liu H, Tong H, Xu N 2014 *Chin. Phys. B* **23** 116105
- [10] Hu M B, Jiang R, Wu Q S 2013 *Chin. Phys. B* **22** 066301
- [11] Corwin E L, Jaeger H M 2005 *Nature* **03698** 1075
- [12] Zhang X G, Hu L 2012 *Chin. J. Comput. Phys.* **29** 627 (in Chinese) [张兴刚, 胡林 2012 计算物理 **29** 627]
- [13] Feng X, Zhang G H, Sun Q C 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 184501 (in Chinese) [冯旭, 张国华, 孙其诚 2013 物理学报 **62** 184501]
- [14] Zhang Z X, Xu N 2009 *Nature* **07998** 230

Structural features of critical jammed state in bi-disperse granular systems*

Zhang Wei Hu Lin[†] Zhang Xing-Gang[‡]

(College of Science, Guizhou University, Guiyang 550025, China)

(Received 19 May 2015; revised manuscript received 14 September 2015)

Abstract

A jammed state is a common phenomenon in complex granular systems, in which the relationship between the mechanical properties and the geometric structures is very complicated. The critical jammed state in a two-dimensional particle system is studied by numerical simulation. The system is composed of 2050 particles with two different radii, whose distribution is random. Initially the particles with a smaller radius are of a looser distribution in the given space. When the radius increases, a transition from the looser state to the jammed state happens. The particle dimension-radius ratio λ and the percentage of large particles k_B play primary roles in this system, which are discussed in detail based on the statistical analysis of the average contact number, packing fraction, and contact type. By analyzing the relationship between pressure and packing fraction of the granular system, the critical jammed point for the applied pressure to the boundary can be found. Numerical simulation result shows that no obvious connection exists between the average contact number and the percentage of large particles for the case that the particle dimension-radius ratio is less than 1.4. The average contact number approximate to 4 when $\lambda = 1.4$, which is consistent with previous conclusions. The average contact number first decreases and then increases when the percentage of large particles become larger in the case $\lambda > 1.4$. A minimum value $\phi_C = 0.84$ is obtained when $k_B = 0.5$. When the percentage of large particles increases, the critical packing fraction decreases first and then increases in the case $\lambda < 1.8$, but it almost keeps constant for $\lambda > 1.8$. When the percentage of large particles is close to either 0% or 100%, the granular system is approximately mono-disperse. In this case, the average contact number and packing fraction become constant. When the percentage is close to 50%, the critical average contact number decreases all the time with larger particles-radius ratio, while the critical packing fraction decreases first and then increases. The percentage of large-small contact type is also discussed. The value varies following a quadratic function with the increase of the percentage of large particles, while the particles-radius ratio has slight impact on this variation. Specifically, we have calculated the percentage of large-small contact type based on probabilistic method, and the result agrees well with the simulation results. We give the reason why previous researchers studied the case of $\lambda = 1.4 : 1$ and $k_B = 0.5$ on the basis of results in this paper, and find that the values of λ and k_B have no influence on the power-law relation around the critical jammed state.

Keywords: jammed state, average contact number, packing fraction, contact type

PACS: 45.70.-n, 46.70.Lk, 61.43.Bn

DOI: 10.7498/aps.65.024502

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11264006) and the Introduced Talents of Scientific Research Foundation of Guizhou University, China (Grant No. 201334).

[†] Corresponding author. E-mail: hulin53@sina.com

[‡] Corresponding author. E-mail: sci.xgzhang@gzu.edu.cn