

凝聚炸药爆轰波在高声速材料界面上的折射现象分析

于明 刘全

Refraction of detonation wave at interface between condensed explosives and high sound-speed material

Yu Ming Liu Quan

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 65, 024702 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.024702

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.024702>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I2>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

爆轰波在炸药-金属界面上的折射分析

[Analysis on refraction of detonation wave at the explosive-metal interface](#)

物理学报.2015, 64(11): 114702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.114702>

混合物状态方程的计算

[Calculation of equation of state of a material mixture](#)

物理学报.2015, 64(6): 064702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.064702>

炸药爆轰的连续介质本构模型和数值计算方法

[A continuum constitutive model and computational method of explosive detonation](#)

物理学报.2014, 63(22): 224702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.224702>

来流边界层效应下斜坡诱导的斜爆轰波

[Ramp-induced oblique detonation wave with an incoming boundary layer effect](#)

物理学报.2014, 63(20): 204701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.204701>

# 凝聚炸药爆轰波在高声速材料界面上的 折射现象分析\*

于明 刘全<sup>†</sup>

(北京应用物理与计算数学研究所, 计算物理重点实验室, 北京 100094)

(2015年7月11日收到; 2015年10月10日收到修改稿)

凝聚炸药爆轰在边界高声速材料约束下传播时, 爆轰波会在约束材料界面上产生复杂的折射现象。本文针对凝聚炸药爆轰波在高声速材料界面上的折射现象展开理论和数值模拟分析。首先通过建立在爆轰ZND模型上的改进爆轰波极曲线理论给出爆轰波折射类型, 然后发展一种求解爆轰反应流动方程的基于特征理论的二阶单元中心型Lagrange计算方法来数值模拟典型的爆轰波折射过程。从改进爆轰波极曲线理论和二阶Lagrange方法数值模拟给出的结果看出, 凝聚炸药爆轰波在高声速材料界面上的折射类型有四种: 反射冲击波的正规折射、带束缚前驱波的非正规折射、带双Mach反射的非正规折射、带 $\lambda$ 波结构的非正规折射。

**关键词:** 爆轰波, 高声速材料, 折射, 爆轰ZND模型

**PACS:** 47.40.Rs, 40.40.Nm, 47.70.Fw, 82.40.Fp

**DOI:** 10.7498/aps.65.024702

## 1 引言

凝聚炸药爆轰在边界惰性材料约束下传播时, 约束材料的可压缩性质会显著地影响爆轰波传播状态, 特别地, 如果约束材料的声速高于爆轰波速度, 爆轰波会在约束材料界面上产生复杂的折射现象。这些复杂折射现象在军事工业和民用工程均能够广泛见到, 如武器装置中炸药爆轰波在铍金属界面上的折射、矿业爆破中炸药爆轰波在岩石界面上的折射。这些复杂的爆轰波折射作用, 直接决定炸药爆轰的冲击压缩性能和驱动做功性能。凝聚炸药爆轰波在低声速材料界面上的折射现象已经认识得相当清楚了<sup>[1,2]</sup>, 但对高声速材料而言, 由于爆轰波在其界面上的折射具有更强烈的非线性耦合作用, 这种折射现象仍存在许多不清楚的地方。因此, 分析凝聚炸药爆轰波在高声速材料界面上的折射现象, 不但对于揭示爆轰物理规律具有理论价值, 而且对于爆轰工程应用具有实用意义。

凝聚炸药爆轰波在高声速材料界面上的折射

现象研究, 最早采用实验手段进行, 有三个很有代表性的实验: 1) 英国原子武器研究院的Eden和Belcher<sup>[3]</sup>考察了HMX基的EDC35炸药爆轰波与铍的相互作用; 2) 法国原子能委员会的Aveille<sup>[4]</sup>考察了TATB基的T2炸药爆轰波与氧化铝的相互作用; 3) 俄罗斯新西伯利亚大学的Balagansky等<sup>[5]</sup>考察了Comp. B炸药爆轰波与碳化硅陶瓷的相互作用。这些实验均发现在炸药-高声速材料界面附近存在炸药爆轰波速度增加的现象, 并且高声速材料内部出现比炸药爆轰波传播得更快的前驱波(precursor wave)。同时, 数值模拟手段也用来进行凝聚炸药爆轰波在高声速材料界面上的折射研究, 典型数值模拟见Aveille<sup>[4]</sup>, Aslam和Bdzil<sup>[6,7]</sup>的工作。这些数值模拟由于精度低(时空仅一阶)、网格粗导致难以获得精确的折射流动图像。

本文针对凝聚炸药爆轰波在高声速材料界面上的折射现象展开理论和数值模拟分析。首先, 通过分析炸药爆轰波的折射过程, 指出爆轰化学反应过程会对爆轰波折射产生重要作用, 由此建立了

\* 国家自然科学基金(批准号: 11272064)资助的课题。

† 通信作者。E-mail: liuquan@iapcm.ac.cn。

基于爆轰ZND模型的改进爆轰波极曲线理论, 同时给出炸药爆轰波折射类型。然后, 为了更加准确地了解爆轰波折射冲击情况以及爆轰化学反应流动情况, 考虑到爆轰波在高声速材料界面上的折射过程存在冲击波、稀疏波、化学反应等复杂流动及其相互作用, 采用具有高精度、高分辨率性质的Lagrange计算方法进行数值模拟是十分必要的, 由此发展了一种基于特征理论的二阶单元中心型Lagrange方法来数值求解爆轰反应流动控制方程, 并对一个典型的炸药爆轰波折射过程进行了数值模拟。

## 2 炸药爆轰波折射的理论分析

爆轰波极曲线理论能够分析凝聚炸药爆轰波在高声速材料界面上的折射作用性质。通过爆轰波极曲线与高声速材料折射冲击波极曲线相交方式的形态, 可以确定不同的爆轰波折射类型。

经典爆轰波极曲线理论中, 爆轰波极曲线基于爆轰CJ模型获得, 爆轰波被视为一个无厚度的间断面, 爆轰过程的化学反应区不予考虑。相关分析表明<sup>[2]</sup>, 这种经典爆轰波极曲线理论不能准确描述爆轰波在材料界面上的折射作用。

考虑到炸药爆轰波具有一定的空间结构, 爆轰由更为合理的ZND模型描述, 爆轰波视为由前导冲击波及其紧随的化学反应区组成, 前导冲击波具有von Neumann (VN) 尖峰值。爆轰ZND模型确定的平面一维流场特点是: 相对前导冲击波为超声速的来流, 通过前导冲击波以后变成亚声速状态, 经化学反应膨胀在声速线处变成声速状态(CJ状态), 然后经过Taylor稀疏波继续膨胀变成为超声速状态。当爆轰波在材料界面折射时, 首先是爆轰前导冲击波对材料进行折射冲击作用, 因此分析爆轰波折射必须围绕爆轰前导冲击波开展。这样, 基于爆轰ZND模型的改进爆轰波极曲线理论描述的爆轰波折射过程的主要特点为: 1) 以VN尖峰压力值对材料进行冲击作用; 2) 爆轰波极曲线由固体未反应炸药状态方程决定; 3) 不同爆轰波入射时, 爆轰前导冲击波后的化学反应流动相对爆轰前导冲击波可能出现亚声速、声速、超声速等多种流动状态; 4) 由于爆轰前导冲击波后流动相对爆轰前导冲击波可能出现亚声速状态, 因此可能出现爆轰前导冲击波没有反射波的情况。

凝聚炸药爆轰前导冲击波极曲线关系式是根

据质量守恒、动量守恒、能量守恒以及炸药状态方程联立推导获得的流线转角 $\theta$ 与波后压力 $p$ 之间的关系式。针对目前工程应用与理论分析中凝聚炸药最常用的Jones-Wilkins-Lee (JWL) 形式状态方程, 爆轰前导冲击波极曲线关系式可以写成如下表达式:

$$p = \frac{2\rho_0[b(1)a(\bar{v}) - b(\bar{v})a(1)]}{2\rho_0b(1) - (1 - \bar{v})b(1)b(\bar{v})},$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sqrt{\rho_0 D_{\text{CJ}}^2 p(1 - \bar{v}) - p^2}}{\rho_0 D_{\text{CJ}}^2 - p}, \quad (1)$$

式中,  $\bar{v} = \frac{v}{v_0}$ ,  $a(\bar{v}) = A\left(1 - \frac{\omega}{R_1 \bar{v}}\right) \exp(-R_1 \bar{v}) + B\left(1 - \frac{\omega}{R_2 \bar{v}}\right) \exp(-R_2 \bar{v})$ ,  $b(\bar{v}) = \frac{\omega \rho_0}{\bar{v}}$ ,  $\rho_0 = \frac{1}{v_0}$  和  $D_{\text{CJ}}$  是炸药密度和CJ爆速;  $A$ ,  $B$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $\omega$  是与炸药种类相关的常数。

炸药爆轰稀疏波的关系式是根据定常流动的Bernoulli方程、等熵流动的Riemann不变量以及炸药爆轰状态方程联立推导获得的流线转角 $\theta$ 与波后压力 $p$ 之间的关系式, 在采用JWL形式状态方程下, 炸药爆轰稀疏波关系式为

$$\frac{dp}{d\bar{v}} = -\frac{c^2}{v_0 \bar{v}^2},$$

$$\frac{dq^2}{d\bar{v}} = \pm \frac{2c^2}{\bar{v}},$$

$$\frac{d\theta}{d\bar{v}} = \mp \frac{\sqrt{c^2(q^2 - c^2)}}{\bar{v}q^2}, \quad (2)$$

式中,  $c$  是炸药爆轰流场声速,  $q$  是局部坐标下流动速度。

高声速材料折射冲击波极曲线关系式是根据质量守恒、动量守恒、能量守恒以及材料状态方程联立推导获得的流线转角 $\theta$ 与波后压力 $p$ 之间的关系式。针对目前工程应用与理论分析中最常用的 $p(\rho, T)$  形式状态方程, 高声速材料折射冲击波极曲线关系式可以表示成

$$E - E_0 = \frac{1}{2}(p + p_0)\left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho}\right),$$

$$\operatorname{tg} \theta = \pm \frac{1}{\rho_0 D^2 - (p - p_0)} \times \left[ (\rho_0 D)^2(p - p_0)\left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho}\right) - (p - p_0)^2 \right]^{1/2},$$

$$p = p(\rho, T), \quad E = E(\rho, T), \quad (3)$$

式中  $\rho_0$ ,  $p_0$ ,  $D$  分别是高声速材料密度、初始压力及爆轰波速度, 压力  $p(\rho, T)$  及内能  $E(\rho, T)$  的表达式可见文献 [8].

首先通过计算 TATB 基的 PBX9502 炸药在铜金属板面上的滑移爆轰传播时的爆轰边缘角(前导冲击波与金属表面的夹角)来验证改进爆轰波极曲线理论的准确性, 结果见表 1, 可见改进爆轰波极曲线理论结果与实验结果符合良好.

表 1 爆轰边缘角比较

Table 1. Comparison about edge angles of detonation.

	本文理论值	实验值 [9]
边缘角/(°)	78.8	78.5

本文着重考察 PBX9502 炸药爆轰波(CJ 爆速约为  $0.76 \text{ cm}/\mu\text{s}$ )在铍金属(标准状态声速约为  $0.80 \text{ cm}/\mu\text{s}$ )界面折射情况. 由改进爆轰波极曲线理论给出四种不图折射类型, 见图 1 所示, 图中红实线为炸药爆轰前导冲击波极曲线, 蓝实线为炸药爆轰反射冲击波曲线, 黑实线为铍金属折射冲击波极曲线, 且点“VN”为炸药 von Neumann 尖峰点, “CE”为未反应炸药声速点, “CB”为铍介质

声速点, “CS”为炸药爆轰稀疏波声速点, “IP”为炸药爆轰反射冲击波后状态点, “PW”为炸药 Mach 冲击波后状态点, “PR”为炸药 Mach 冲击波对铍介质折射冲击波后状态点. 图 1(a) 中, 由炸药 von Neumann 尖峰点发出的反射冲击波极曲线与铍介质折射冲击波极曲线相交于铍介质折射冲击波极曲线的超声速段, 该类型的折射是一种正规折射; 图 1(b) 中, 由炸药 von Neumann 尖峰点发出的反射冲击波极曲线与铍介质折射冲击波极曲线相交于铍介质折射冲击波极曲线的亚声速段, 该类型的折射形态表示开始出现非正规折射; 图 1(c) 中, 随着入射角增大, 铍介质折射冲击波极曲线急剧缩小, 同时炸药 von Neumann 尖峰状态变成亚声速状态, von Neumann 尖峰状态经过膨胀(图中虚线所示)变成声速态后产生反射冲击波与炸药前导冲击波相交, 这种相互作用构成一个 Mach 反射结构, 与之相应地, 炸药 PW 点发出的反射冲击波与炸药本身的前导冲击波极曲线存在交点, 同时也与铍介质折射冲击波极曲线存在交点, 这种相互作用构成另一个 Mach 反射结构, 该类型的折射是一种具有

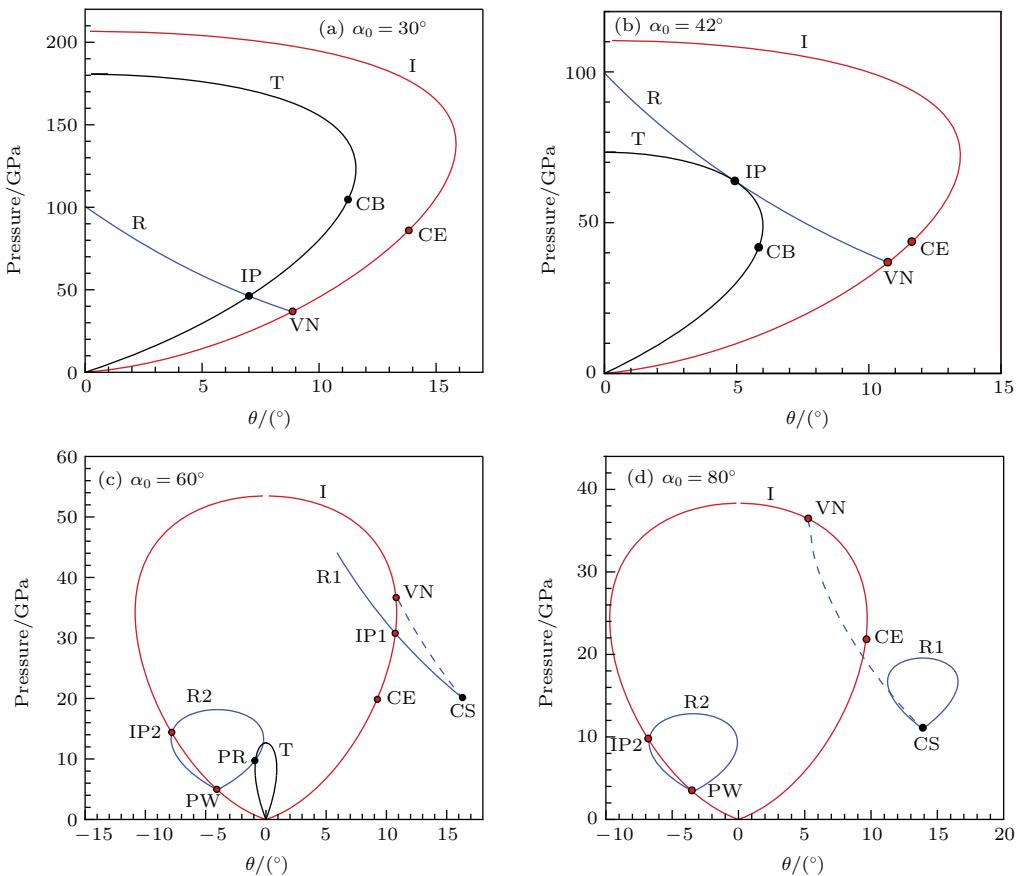


图 1 PBX9502 炸药爆轰波在铍界面的折射类型

Fig. 1. Refraction styles of PBX9502 detonation wave at beryllium interface.

两个Mach结构的非正规折射; 图1(d)中, 随着入射角变得更大, 镍介质折射冲击波极曲线逐渐退化而最终消失, 炸药 von Neumann 尖峰状态经过膨胀(图中虚线所示)变成声速态后产生的反射冲击波与炸药前导冲击波不再相交, 意味着炸药前导冲击波不再具有反射波, 与之相应地, 炸药 PW 点发出的反射冲击波也只与炸药本身的前导冲击波极曲线存在交点, 与镍介质极曲线不再存在交点, 这种相互作用构成一个Mach反射结构, 该类型的折射是一种具有一个Mach结构的非正规折射.

### 3 炸药爆轰波折射的数值模拟分析

#### 3.1 炸药爆轰反应流动的数值模拟方法

##### 3.1.1 炸药爆轰反应流动控制方程

对炸药爆轰波折射这种多物质流体动力学过程, 运用Lagrange计算方法进行数值模拟具有良好效果. 为了更好捕捉爆轰波折射图像的精细结构, 采用单元中心型格式是合适的, 这是一种有限体积离散形式的Lagrange方法.

在Lagrange系统下, 二维爆轰反应流动控制方程可写成如下积分型表达式:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \mathbf{u} dS + \int_{\partial\Omega} \mathbf{H} \cdot \mathbf{n} dl = \int_{\Omega} \mathbf{r} dS, \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{u} = [-1, \rho u, \rho v, \rho E, \rho \lambda]^T$  是守恒变量矢量, 其中  $\rho$  为密度,  $u, v$  为速度,  $E$  为总能量,  $\lambda$  为化学反应质量组分;  $\mathbf{H} = \mathbf{F}\mathbf{i} + \mathbf{G}\mathbf{j}$  是对流通量张量, 其中  $\mathbf{F} = (u, p, 0, pu, 0)^T$ ,  $\mathbf{G} = (v, 0, p, pv, 0)^T$ ,  $p$  为压力;  $\mathbf{r} = [0, 0, 0, 0, \rho r]^T$  是源项,  $r$  为化学反应率;  $\Omega(t)$  为控制体体积,  $\partial\Omega(t)$  为控制体边界,  $\mathbf{n} = n_x \mathbf{i} + n_y \mathbf{j}$  为控制体单位外法向矢量,  $dl$  为控制体边界的微分长度; 控制体面积为  $A_{\Omega} = \int_{\Omega} dS$ . 针对考虑化学反应的ZND模型, 本文的化学反应率采用Ignition-Growth化学反应模型<sup>[10]</sup>, 该反应模型能够很好地描述炸药起爆过程中经历的热点形成及点火、孤立热点的化学燃烧及增长、反应热点的汇合及快速完成等主要特征阶段, 并对各种爆轰问题具有一定程度的普适性; 相应地, 爆轰反应流动采用JWL形式状态方程.

在Lagrange系统下, 控制体与流体的运动速度相同, 控制体内的质量保持守恒. 记控制体  $\Omega(t)$  内流体质量为  $m_{\Omega}$ , 并定义控制体中心处的任一物

理量  $f$  的质量平均值为  $\bar{f}_{\Omega} = \frac{1}{m_{\Omega}} \int_{\Omega} \rho f dS$ , 这样, (4)式可写为便于进行离散处理的如下积分形式:

$$\frac{d}{dt} \bar{\mathbf{u}}_{\Omega} + \frac{1}{m_{\Omega}} \int_{\partial\Omega} \mathbf{H} \cdot \mathbf{n} dl = \bar{\mathbf{r}}_{\Omega}, \quad (5)$$

其中,  $\bar{\mathbf{u}}_{\Omega} = (-\tau_{\Omega}, u_{\Omega}, v_{\Omega}, E_{\Omega}, \lambda_{\Omega})^T$ ,  $\bar{\mathbf{r}}_{\Omega} = (0, 0, 0, 0, r_{\Omega})^T$ ,  $\tau_{\Omega} = A_{\Omega}/m_{\Omega}$ .

##### 3.1.2 炸药爆轰反应流动控制方程离散方案

对任意四边形控制体, 空间方向的离散采用有限体积格式时可表述为

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \bar{\mathbf{u}}_{\Omega} = & - \frac{1}{m_{\Omega}} \sum_{k=1}^4 \int_{I_k} \mathbf{H}_k (E_0 R_{\Omega} \bar{\mathbf{u}}_{\Omega}) \cdot \mathbf{n}_k dl \\ & + \bar{\mathbf{r}}_{\Omega}, \end{aligned} \quad (6)$$

其中, 符号  $R_{\Omega}$  为重构算子; 符号  $E_0$  为瞬时演化算子, 表示由  $t_n$  时刻获得  $t_n^+ = t_n + 0$  时刻物理量解的计算方案;  $\mathbf{H}_k$  及  $\mathbf{n}_k$  为界面  $I_k$  上的通量函数及外法线单位矢量.

时间方向的离散求解采用二阶精度的显隐离散形式的Runge-Kutta格式来处理非刚性的对流通量离散和刚性的源项离散. 在对流通量积分采用中点公式进行回路积分条件下, 时、空二阶的Lagrange有限体积格式可表述为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}}_{\Omega}^{(*)} = & \bar{\mathbf{u}}_{\Omega}^{(n)} - \frac{\Delta t}{m_{\Omega}} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 [\mathbf{H}_i (E_0^i R_{\Omega} \bar{\mathbf{u}}_{\Omega}^{(n)}) \right. \\ & \left. + \mathbf{H}_{i+1} (E_0^{i+1} R_{\Omega} \bar{\mathbf{u}}_{\Omega}^{(n)})] \cdot \mathbf{n}_{i,i+1} \Delta l_{i,i+1} \right\} \\ & + \frac{\Delta t}{2} \bar{\mathbf{r}}_{\Omega}^{(*)}, \\ \bar{\mathbf{u}}_{\Omega}^{(n+1)} = & \frac{1}{2} \bar{\mathbf{u}}_{\Omega}^{(n)} + \frac{1}{2} \left\{ \bar{\mathbf{u}}_{\Omega}^{(*)} \right. \\ & \left. - \frac{\Delta t}{m_{\Omega}} \left[ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 [\mathbf{H}_i (E_0^i R_{\Omega} \bar{\mathbf{u}}_{\Omega}^{(n)}) \right. \right. \\ & \left. \left. + \mathbf{H}_{i+1} (E_0^{i+1} R_{\Omega} \bar{\mathbf{u}}_{\Omega}^{(n)})] \cdot \mathbf{n}_{i,i+1} \Delta l_{i,i+1} \right] \right\} \\ & + \frac{\Delta t}{2} \bar{\mathbf{r}}_{\Omega}^{(n+1)}, \end{aligned} \quad (7)$$

式中  $i$  为四边形网格单元的节点编号,  $E_0^i$  表示网格单元节点处的瞬时演化算子.

可以看出, 只要给出由单元中心物理量求解  $t_n^+ = t_n + 0$  瞬时时刻单元节点物理量的瞬时演化算子  $E_0^i$  以及由单元中心物理量确定单元分布物理量的重构方案  $R_{\Omega}$ ,  $(n+1)$  时刻网格单元中心的物理量  $\bar{\mathbf{u}}_{\Omega}^{(n+1)}$  即可由  $n$  时刻物理量  $\bar{\mathbf{u}}_{\Omega}^{(n)}$  计算获得.

本文中, 瞬时演化算子利用二维一阶偏微分方程组的特征理论获得, 重构方案采用分片线性插值方式进行以保证离散格式的二阶精度<sup>[2]</sup>.

### 3.1.3 瞬时演化算子

瞬时演化算子用于求解瞬时时刻单元节点物理量, 对 Lagrange 方法仅需解出节点速度和压力即可. 特征理论求解瞬时时刻物理量的基本思想是<sup>[1]</sup>, 根据非线性双曲守恒型偏微分方程组的瞬时演化解与其 Jacobi 矩阵系数按照初始状态进行冻结处理获得的线性化双曲偏微分方程组的瞬时演化解相同这一数学性质, 首先, 将不能求出解析解的非线性的爆轰反应流动方程按照初始状态进行冻结处理, 由此获得能够求出解析解的线性化方程, 然后, 按照二维一线性偏微分方程组的特征理论, 该线性化方程沿每个特征方向上任意演化时间的理论解能够解析求出, 最后, 通过对求出的理论解进行无限小时间上的极限运算处理, 从而获得该线性化方程关于初始时刻的瞬时演化解, 此解即是原始非线性方程关于初始时刻的瞬时演化解. 为方便计, 理论解的解析求解过程按照爆轰反应流动方程的原始变量进行.

Lagrange 系统下矢量-矩阵形式的关于原始变量的爆轰反应流动控制方程为

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} + \mathbf{A}_1(\mathbf{q}) \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x} + \mathbf{A}_2(\mathbf{q}) \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial y} = \mathbf{r}_q, \quad (8)$$

式中,

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \rho \\ u \\ v \\ p \\ \lambda \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_1(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 0 & \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\rho} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho c_\lambda^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_2(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \rho & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\rho} & 0 \\ 0 & 0 & \rho c_\lambda^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ r \frac{\partial p}{\partial \lambda} \\ r \end{bmatrix},$$

$c_\lambda$  为化学反应冻结声速.

设在初始时刻的时空点  $\tilde{P} = (x, y, t)_{t=t_n}$  处有参考状态  $\tilde{\mathbf{q}} = (\rho, u, v, p, \lambda)_{t=t_n}$ , 通过冻结由此参考状态确定的(8)式中的 Jacobi 矩阵而进行线性化处理过程, 则得到(8)式的常系数线性化系统:

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} + \mathbf{A}_1(\tilde{\mathbf{q}}) \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x} + \mathbf{A}_2(\tilde{\mathbf{q}}) \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial y} = \mathbf{r}_q. \quad (9)$$

(9) 式中的 Jacobi 矩阵  $\mathbf{A}_1(\tilde{\mathbf{q}})$  和  $\mathbf{A}_2(\tilde{\mathbf{q}})$  分别均具有五条特征线:  $\beta_{l,1} = \tilde{c}_\lambda$ ,  $\beta_{l,(2,3,4)} = 0$ ,  $\beta_{l,5} = -\tilde{c}_\lambda$  ( $l = 1, 2$ ), 且这些特征线均为直线. 则由二维一阶偏微分方程的特征理论可知, (9) 式在任意时空点  $P = (x, y, t)_{t=t_n+\tau}$  处的演化解能够解析获得, 对速度和压力理论解表达式为

$$u(P) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[ -\frac{p(\tilde{Q})}{\tilde{\rho} \tilde{c}_\lambda} \cos \theta + u(\tilde{Q}) \cos^2 \theta + v(\tilde{Q}) \sin \theta \cos \theta \right] d\theta \\ + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{t_n}^{t_n+\tau} S[\mathbf{z} + \tilde{c}_\lambda(t_n + \tau - \xi) \mathbf{n}(\theta), \xi, \theta] \cos \theta d\xi d\theta \\ + \frac{1}{2} u(\tilde{P}) - \frac{1}{2\tilde{\rho}} \int_{t_n}^{t_n+\tau} \frac{\partial p(\mathbf{z}, \xi)}{\partial x} d\xi, \quad (10)$$

$$v(P) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[ -\frac{p(\tilde{Q})}{\tilde{\rho} \tilde{c}_\lambda} \sin \theta + u(\tilde{Q}) \cos \theta \sin \theta + v(\tilde{Q}) \sin^2 \theta \right] d\theta \\ + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{t_n}^{t_n+\tau} S[\mathbf{z} + \tilde{c}_\lambda(t_n + \tau - \xi) \mathbf{n}(\theta), \xi, \theta] \sin \theta d\xi d\theta \\ + \frac{1}{2} v(\tilde{P}) - \frac{1}{2\tilde{\rho}} \int_{t_n}^{t_n+\tau} \frac{\partial p(\mathbf{z}, \xi)}{\partial y} d\xi, \quad (11)$$

$$p(P) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [p(\tilde{Q}) - \tilde{\rho} \tilde{c}_\lambda u(\tilde{Q}) \cos \theta - \tilde{\rho} \tilde{c}_\lambda v(\tilde{Q}) \sin \theta] d\theta \\ - \frac{1}{2\pi} \tilde{\rho} \tilde{c}_\lambda \int_0^{2\pi} \int_{t_n}^{t_n+\tau} S[\mathbf{z} + \tilde{c}_\lambda(t_n + \tau - \xi) \mathbf{n}(\theta), \xi, \theta] d\xi d\theta, \quad (12)$$

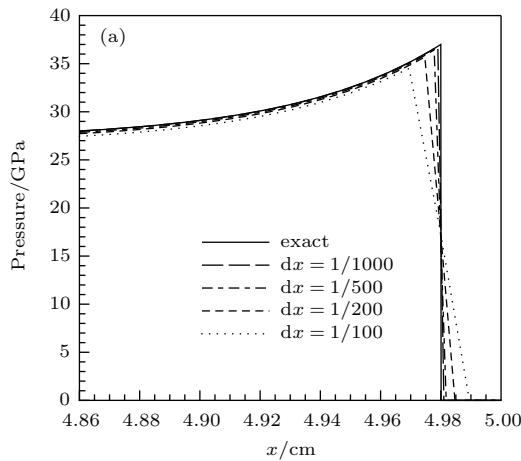
式中,  $\tilde{Q}$  表示初始时刻时空点  $(x - c_\lambda \tau \cos \theta, y - c_\lambda \tau \sin \theta, t)_{t=t_n}$  位置,  $\mathbf{n}(\theta) = (\cos \theta, \sin \theta)$ ,  $\theta$  为任意角度,

$$\begin{aligned} S(\mathbf{z}, t, \theta) \\ = -\frac{\tilde{c}_\lambda}{2} \left[ \frac{\partial u(\mathbf{z}, t, \theta)}{\partial y} + \frac{\partial v(\mathbf{z}, t, \theta)}{\partial x} \right] \sin(2\theta) \\ + \tilde{c}_\lambda \left[ \frac{\partial v(\mathbf{z}, t, \theta)}{\partial y} \cos^2 \theta + \frac{\partial u(\mathbf{z}, t, \theta)}{\partial x} \sin^2 \theta \right], \\ \mathbf{z} = (x, y). \end{aligned}$$

在四边形离散网格单元中, 假设点  $\tilde{P} = (x, y, t)_{t=t_n}$  是待求物理量理论解所在的网格单元节点, 显然在内部流场中该节点是四个离散网格单元的公共节点, 并设  $\theta_{ka}$  和  $\theta_{kb}$  为第  $k$  ( $k \leq 4$ ) 个网格单元中以  $\tilde{P}$  为公共节点的两条边与  $x$  轴的夹角 (逆时针为正), 并且注意到离散过程中每个网格单元内物理量为常数, 再对任意演化时间进行  $\tau \rightarrow 0$  的极限运算处理, 则可获得离散网格单元上速度和压力的显式理论解:

$$\begin{aligned} u(t_n^+) = \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^4 \left[ -\frac{\tilde{p}_k}{\tilde{\rho} \tilde{c}_\lambda} (\sin \theta_{kb} - \sin \theta_{ka}) \right. \\ \left. + \tilde{u}_k \left( \frac{\theta_{kb} - \theta_{ka}}{2} + \frac{\sin(2\theta_{kb}) - \sin(2\theta_{ka})}{4} \right) \right. \\ \left. - \tilde{v}_k \frac{\cos(2\theta_{kb}) - \cos(2\theta_{ka})}{4} \right], \quad (13) \end{aligned}$$

$$v(t_n^+) = \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^4 \left[ \frac{\tilde{p}_k}{\tilde{\rho} \tilde{c}_\lambda} (\cos \theta_{kb} - \cos \theta_{ka}) \right. \\ \left. - \tilde{u}_k \frac{\cos(2\theta_{kb}) - \cos(2\theta_{ka})}{4} \right]$$



$$+ \tilde{v}_k \left( \frac{\theta_{kb} - \theta_{ka}}{2} - \frac{\sin(2\theta_{kb}) - \sin(2\theta_{ka})}{4} \right) \Big], \quad (14)$$

$$\begin{aligned} p(t_n^+) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^4 & [\tilde{p}_k (\theta_{kb} - \theta_{ka}) \\ & - \tilde{\rho} \tilde{c}_\lambda \tilde{u}_k (\sin \theta_{kb} - \sin \theta_{ka}) \\ & + \tilde{\rho} \tilde{c}_\lambda \tilde{v}_k (\cos \theta_{kb} - \cos \theta_{ka})]. \end{aligned} \quad (15)$$

可以看出, 瞬时演化算子表达的是爆轰反应流动控制方程  $t_n$  时刻的初始间断在  $t_n^+ = t_n + 0$  时刻分解产生的各种波系的综合作用, 这是 Godunov 提出的一维气体动力学 Riemann 间断分解思想<sup>[12]</sup> 在二维双曲守恒系统的推广.

### 3.1.4 多物质界面处理

由于本文着重关注炸药爆轰波阵面附近的流动状况, 此处流场变形不大, 因此炸药与高声速物质的界面采用点对点约束处理, 这种束缚滑移线处理方式能够有效减少离散误差.

### 3.1.5 数值算例验证

首先数值模拟 PBX9502 炸药平面一维定常爆轰波结构. 选取炸药计算域长度为 5.0 cm, 左端以 CJ 条件起爆, 计算获得爆轰达到定常状态时化学反应区内的压力和速度分布, 见图 2 所示, 图中所用离散网格为  $\Delta x = 1/100, 1/200, 1/500, 1/1000$  cm. 从计算结果看出, 随着网格加密, 数值解逐渐逼近精确解, 格式的收敛性良好; 爆轰前导冲击波间断附近没有出现非物理振荡, 格式的分辨率良好; 当采用  $\Delta x = 1/200$  cm 或更小的网格时, 计算获得的数值解与精确解符合良好<sup>[13]</sup>.

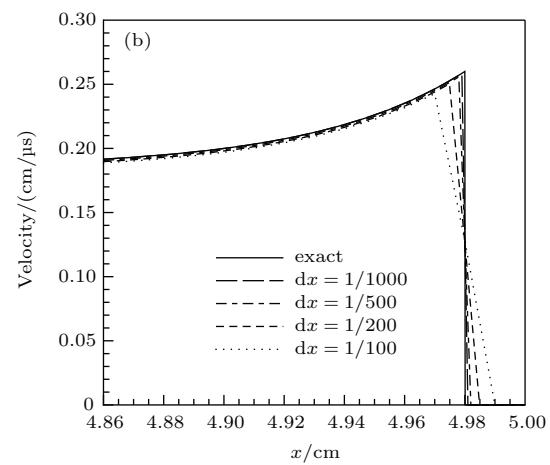


图 2 PBX9502 炸药化学反应区内物理量分布

Fig. 2. Profile of physical variables in chemical reaction zone for PBX9502.

然后数值模拟PBX9502炸药在铁板上的滑移爆轰传播实验。实验中, 4.0 cm厚的炸药被上下两块0.5 cm厚的铁板夹住, 炸药一端以平面冲击起爆, 另一端安置高速摄影相机来记录炸药中爆轰波阵面形状和铁板中折射冲击波阵面形状。计算域

取一半尺寸, 离散网格为1/200 cm边长的正方形。图3(a)给出实验获得的照相底片, 图3(b)给出计算获得的压力分布, 同时给出实验拟合的波阵面(黑色实线), 可以看到, 计算给出的压力阵面(冲击波阵面)与实验给出的波阵面一致。

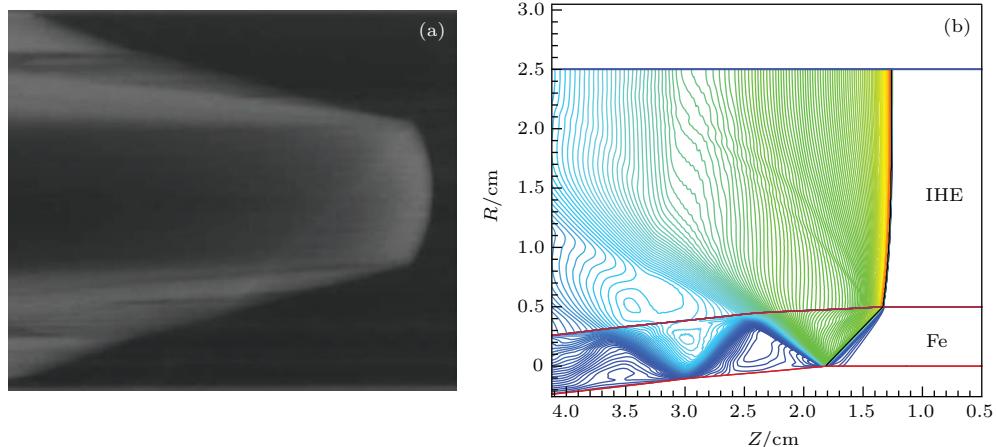


图3 数值模拟和实验的波阵面比较

Fig. 3. Comparisons of shock fronts between the simulation and experiment.

### 3.2 典型的炸药爆轰波折射过程分析

数值模拟PBX9502炸药爆轰波在铍金属界面上的折射冲击作用过程。数值模拟时, 炸药和铍的长度均取7.0 cm, 厚度分别取2.0和0.2 cm; 离散网格划分为 $\Delta x = \Delta y = 1/200$  cm。

数值模拟给出爆轰波入射角为 $30^\circ$ ,  $42^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $80^\circ$ 条件下的四种爆轰波折射类型流场特征, 见图4所示, 这四种爆轰波折射类型与改进爆轰波极曲线理论给出的情形相对应。图4(a)中, 炸药爆轰前导冲击波阵面是平直的, 炸药内部的爆轰反应流动和铍介质内部的流动均为超声速状态, 炸药爆轰前导冲击波后出现反射冲击波, 铍介质出现折射冲击波, 并且折射冲击波使得在铍介质内出现交替压缩与膨胀的流动状态; 图4(b)中, 炸药爆轰前导冲击波阵面仍是平直的, 炸药内部的爆轰反应流动为超声速状态, 但铍介质内部出现亚声速流动, 炸药爆轰前导冲击波后出现反射冲击波, 铍介质出现折射冲击波, 并且折射冲击波在材料界面作用点处与界面几乎垂直, 这意味着出现了束缚前驱折射波; 图4(c)中, 炸药爆轰前导冲击波阵面在材料界面附近变成前凹的, 炸药内部的爆轰反应流动和铍介质内部的流动均出现亚声速状态, 特别地, 爆轰流场中离材料界面一定距离处亚声速区范围最宽, 这是

Mach杆使得前方超声速来流被显著减速, 在Mach杆上方和下方, 各有一个Mach反射结构, 同时铍介质出现传播速度比爆轰波更快的折射冲击波, 它被称为前驱折射波, 显然, 爆轰流场下方Mach反射的入射波是由铍介质前驱折射波在炸药中折射引起; 图4(d)中, 炸药爆轰前导冲击波阵面前凹范围进一步扩大, 爆轰流场的亚声速流动范围也进一步扩大, 导致反应区后的反射冲击波消失, 而爆轰流场下方Mach反射仍存在, 爆轰流场出现 $\lambda$ 结构的波系, 同时铍介质的折射冲击波退化, 铍介质内部流动均为亚声速状态。结合前面改进爆轰波极曲线理论可以看出, 爆轰波在铍金属界面上的折射类型主要有四种: 反射冲击波的正规折射、带束缚前驱波的非正规折射、带双Mach反射的非正规折射、带 $\lambda$ 波结构的非正规折射。

值得指出的是, 在图4(c), (d)中, 爆轰流场下方Mach反射结构对炸药会产生预压(precompression)作用, 这种预压作用对炸药性能存在有利和有弊两个方面的影响: 有利的是, 由高声速材料前驱波传输进来更多的能量来支持爆轰传播, 有弊的是, 预压可能导致非均质炸药形成热点的数目减小而降低起爆能力<sup>[14]</sup>。这两个方面的综合影响目前仍不清楚, 需要进一步研究。

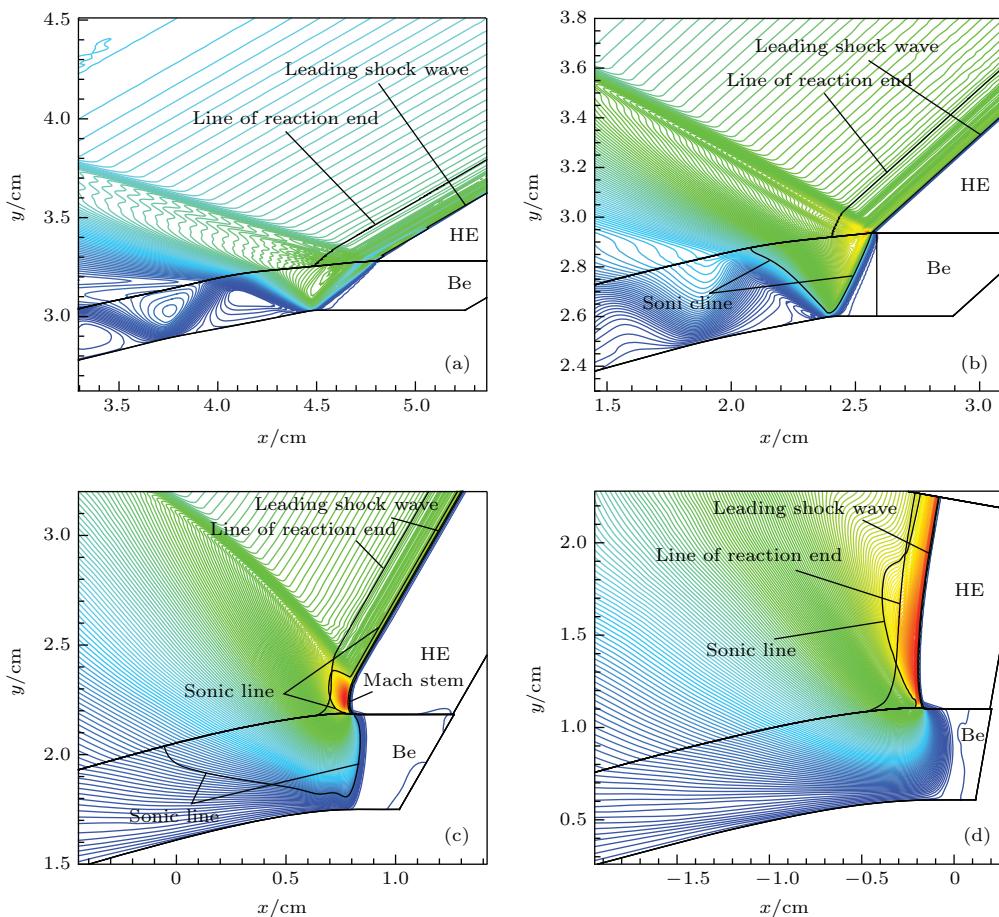
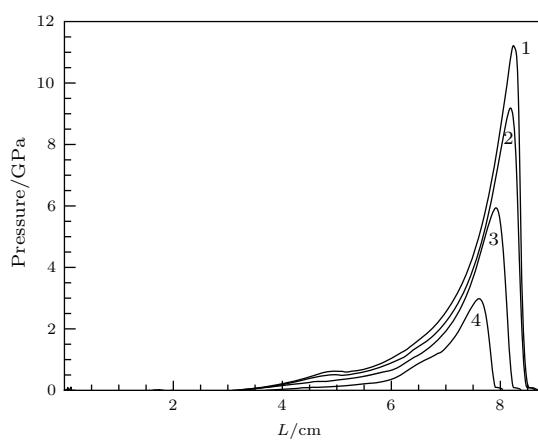


图4 四种爆轰波折射类型的流场特征

Fig. 4. Flowfield character of four kinds of detonation refraction.

在带 $\lambda$ 波结构的非正规折射中,由于铍介质内部流动均为亚声速状态,因此铍内部并不出现冲击波,其内部流动均为光滑连续流动,典型流线上的压力分布见图5所示。图中1, 2, 3, 4分别表示离未扰动相交界面距离为0.025, 0.05, 0.10, 0.15 cm的四条流线。

图5 带 $\lambda$ 波结构的非正规折射的铍内压力分布Fig. 5. Pressure distribution in Be under the irregular refraction with  $\lambda$ -wave structure.

## 4 结 论

通过基于爆轰ZND模型的改进爆轰波极曲线理论以及基于二维双曲型偏微分方程特征理论的二阶单元中心型Lagrange计算模拟给出凝聚炸药爆轰波在高声速材料界面上的折射类型有四种:反射冲击波的正规折射、带束缚前驱波的非正规折射、带双Mach反射的非正规折射、带 $\lambda$ 波结构的非正规折射。

## 参考文献

- [1] Walsh J M 1987 *Shock Waves in Condensed Matter* (Amsterdam: Elsevier Science Publisher) BV.3–10
- [2] Yu M, Sun Y T, Liu Q 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 114702 (in Chinese) [于明, 孙宇涛, 刘全 2015 物理学报 **64** 114702]
- [3] Eden J, Belcher R A 1989 *The 9th Symposium (International) on Detonation* Portland, Oregon, pp830–841
- [4] Aveille J 1989 *The 9th Symposium (International) on Detonation* Portland, Oregon, pp842–851

- [5] Balagansky I A, Hokamoto K, Manikandan P 2011 *J. Appl. Phys.* **110** 123516
- [6] Aslam T D, Bdzel J B 2002 *The 12th Symposium (International) on Detonation* San Diego, California, 483–488
- [7] Aslam T D, Bdzel J B 2006 *The 13th Symposium (International) on Detonation* Norfolk, VA, 761–770
- [8] Jing F Q 1999 *Introduction to Experimental Equation of State* (2nd Ed.), (Beijing: Science Press) (in Chinese)  
[经福谦 1999 实验状态方程导引 (北京: 科学出版社)]
- [9] Bdzel J B, Stewart D S 1981 *Journal of Fluid Mechanics* **108** 195
- [10] Tarver C M, McGuire E M 2002 *The 12th Symposium (International) on Detonation* San Diego, California, pp641–649
- [11] Lukáčová-Medvid'ová M, Saibertová J, Warnecke G 2002 *J. Comp. Phys.* **183** 533
- [12] Godunov S 1959 *Math. Sb.* **47** 271
- [13] Sun C W 2000 *Applied Detonation Physics* (Beijing: Defense Industry Press) (in Chinese) [孙承纬 2000 应用爆轰物理 (北京: 国防工业出版社)]
- [14] Schoch S, Nikolaos N, Lee B J 2013 *Physics of Fluids* **25** 086102

# Refraction of detonation wave at interface between condensed explosives and high sound-speed material\*

Yu Ming Liu Quan<sup>†</sup>

(National Key Laboratory of Computational Physics, Institute of Applied Physics and Computational Mathematics,  
Beijing 100094, China)

(Received 11 July 2015; revised manuscript received 10 October 2015)

## Abstract

The detonation of condensed explosives is very vulnerable to be influenced by the character of its confinement material. Confinements of different materials on the condensed explosives can remarkably change the shock locus and propagation speed of the detonation wave. Especially, when the confinement material has a higher sound-speed than the CJ velocity of explosives, some highly complicated refraction phenomena of detonation waves would take place near the explosives-material interface. This paper aims at analyzing the refraction phenomena of detonation waves in condensed explosives in theoretical and numerical ways. Firstly, an improved shock polar theory based on ZND model of detonation is built to give the styles of the refraction in detonation waves in order to provide a leading-order prediction of the confinement interaction. The improved shock polar is established at the leading shock wave of explosives detonation, and the refraction interaction is determined by the polar curve of the leading shock waves within the unreacted explosives and the polar curve of the refraction shock waves within the confinement material. Secondly, a second-order cell-centered Lagrangian hydrodynamics method, based on the characteristics theory for two-dimensional hyperbolic partial differential equations, is developed to solve the chemically reactive flow equations by the three-term ignition-growth chemistry reaction law. The main character of this method is that the finite volume discretization is adopted and an instantaneous evolution solver from an approximate Galerkin evolution operator is applied to compute the velocity and pressure of a grid vertex in order to update the grid coordinates and evaluate the numerical flux across the cell interface. A representative experiment about the propagation of a slipping detonation wave is numerically simulated. From the theoretical and numerical results about the refraction of detonation waves while the PBX9502 explosives interacting with beryllium interface, there exist four kinds of refraction styles of the detonation wave at high sound-speed material interface: the regular refraction with reflecting shock wave, the irregular refraction with bound precursor wave, the irregular refraction with twin Mach reflection, and the irregular refraction with  $\lambda$ -wave structure. In the first style, the front of the leading shock wave is straight, the flows in the detonation reactive zone and beryllium are both supersonic, and a reflecting shock wave appears behind the leading shock wave and a refracting shock wave appears within beryllium. In the second style, the front of the leading shock wave is also straight, the flow in the detonation reactive zone is supersonic but the one in beryllium is subsonic, so a reflecting shock wave appears behind the leading shock wave and a refracting shock wave appears within beryllium too; moreover, the refracting shock wave is almost perpendicular to the material interface, that is a bound precursor wave. In the third style, the front of the leading shock wave becomes forward curve, and the flows in the detonation reactive zone and beryllium are both subsonic, i.e., a Mach item is produced at some distance above the material interface where there are two Mach reflection structures on the top and the bottom of the Mach item respectively. Obviously, the bottom Mach reflection is a free precursor wave from the refracting shock wave within beryllium. In the fourth style, the forward curve range of the front of the leading shock wave becomes very broad, and accordingly, the range of subsonic flows in the detonation reactive zone becomes very wide. This makes the top Mach reflection disappear but the bottom one still exist, so the whole structure of the reflection wave seems to be like the Greek alphabet “ $\lambda$ ”; meanwhile, the flow within beryllium may be all in a subsonic state.

**Keywords:** detonation wave, high sound-speed material, refraction, ZND model

**PACS:** 47.40.Rs, 40.40.Nm, 47.70.Fw, 82.40.Fp

**DOI:** 10.7498/aps.65.024702

\* Project supported by National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11272064).

† Corresponding author. E-mail: liuquan@iapcm.ac.cn.