

像散正弦-高斯光束的分数傅里叶变换与椭圆空心光束产生

朱洁 朱开成

Fractional Fourier transform of astigmatic sine-Gaussian beams and generation of dark hollow light beams with elliptic geometry

Zhu Jie Zhu Kai-Cheng

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 204204 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.204204

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.204204>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I20>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

像散飞秒贝塞尔光在石英玻璃中刻写双芯光波导的研究

[Double-core optical waveguides fabricated by astigmatic femtosecond Bessel beam in silica glass](#)

物理学报.2016, 65(19): 194210 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.194210>

四瓣高斯光束的 Gyrator 变换性质和矩形空心光束的产生

[Gyrator transform of four-petal Gaussian beam and generation of rectangular hollow beam](#)

物理学报.2016, 65(12): 124204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.124204>

利用 Kagome 光纤实现多芯光子晶体光纤的输出合束

[The beam combination of multi-core photonic crystal fiber by using the Kagome fiber](#)

物理学报.2016, 65(2): 024206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.024206>

熔石英损伤修复坑下游光场调制的数值模拟与实验研究

[Study of downstream light intensity modulation induced by mitigated damage pits of fused silica using numerical simulation and experimental measurements](#)

物理学报.2016, 65(2): 024205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.024205>

广义双曲正弦-高斯光束 Gyrator 变换性质和暗空心光束产生

[Gyrator transform of generalized sinh-Gaussian beam and generation of dark hollow light beam with vortex](#)

物理学报.2014, 63(10): 104210 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.104210>

像散正弦-高斯光束的分数傅里叶变换与椭圆空心光束产生*

朱洁¹⁾ 朱开成^{2)†}

1) (贵州理工学院理学院, 贵阳 550003)

2) (中南大学物理与电子学院, 长沙 410083)

(2016年4月6日收到; 2016年7月31日收到修改稿)

基于分数傅里叶变换 (FrFT) 关系, 推导了像散正弦-高斯光束场分布的解析表达式, 利用所得结果和数值方法研究了像散正弦-高斯光束在 FrFT 平面上的光强分布与位相特性. 理论和数值分析结果都表明: 像散的存在使得正弦-高斯光束在 FrFT 过程中从初始输入具有边缘位错的多斑花样转换为具有涡旋的暗空心椭圆花样, 且其拓扑荷指数为一, 而在这种转换中像散起着关键控制作用. 此外, 适当选择光束参数与 FrFT 系统结构参数, 暗空心椭圆花样的长轴可以是短轴的百余倍, 因此利用这一方案可获得相当细长的暗空心椭圆光束.

关键词: 像散正弦-高斯光束, 分数傅里叶变换, 椭圆暗空心光束, 位相奇异性

PACS: 42.60.Jf, 42.55.-f, 42.15.Eq, 42.25.-p

DOI: 10.7498/aps.65.204204

1 引言

分数傅里叶变换 (FrFT) 是经典傅里叶变换的推广, 它突破了传统傅里叶变换的局限. FrFT 的数学定义和性质是 1980 年由 Namias^[1] 提出并用于求解量子力学物理问题. 1993 年 Ozaktas 等^[2] 将 FrFT 引入光学, 提出了用平方折射率光波导实现 FrFT 的方案. 其后, Lohmann 等^[3] 设计了这一变换的级次连续可变的 FrFT 的单透镜模式和双透镜模式, 并将 FrFT 应用于光学和光信息处理等领域^[2,3]. 自此之后, 分数傅里叶光学引起人们的普遍关注, 成为光学理论和应用的研究热点, 研究表明, FrFT 对光束特性分析和光束整形等领域提供了方便而有效的技术手段^[2].

实际上, 中心光强为零的空心光束因其特殊性质和应用日益引起人们的关注与研究^[4]. 人们设计了各种方法产生了各种空心光束, 不同的空心光

束有各自独特的性质及潜在应用, 如椭圆空心光束介于圆形和矩形空心光束之间, 其对粒子转动具有较优控制能力因而备受研究工作者关注^[5-18]. 另外, 正弦(双曲正弦)-高斯光束是厄米-正弦类-高斯光束类中的重要成员^[19,20]. 直到目前对正弦(双曲正弦)-高斯光束等在自由空间或大气湍流中的传输、经过光学系统等光束性质的演变都有详细的探讨^[21-30]. 就笔者所知, 尽管对余弦-高斯光束经 FrFT 系统的性质变化有诸多研究^[31-35], 但对正弦-高斯光束的类似讨论还没有文献报道, 而已有的关于传输的讨论也往往限于光束具有理想波面的情形, 实际中的光束或多或少地具有像散(也可因需要而引入)^[36,37]. 因此在本文中, 不同于利用 FrFT 系统分析空心光束的性质变化^[38-42], 我们首次利用 FrFT 系统实现了从非空心光束到空心光束特别是椭圆空心光束转变. 按照 FrFT 理论, 在获得像散正弦-高斯光束经过 FrFT 系统后的光场解析表达式基础上, 分析了经 FrFT 系统后实现

* 贵州理工学院高层次人才引进科研启动费资助的课题.

† 通信作者. E-mail: kcztu058@csu.edu.cn

椭圆空心光束的像散正弦-高斯光束参数及FrFT系统控制条件, 数值分析了FrFT输出平面上的光强分布与位相分布, 结果与理论分析一致, 这为实验中实现像散正弦-高斯光束到椭圆空心光束的转换提供了光束参数和变换系统调节与控制条件的参考.

2 像散正弦-高斯光束的FrFT公式

设在入射平面上像散正弦-高斯光束的场的复振幅分布形式为^[15-17]

$$E_0(x, y) = \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2} + \frac{ik}{2} \left(\frac{x^2}{R_x} + \frac{y^2}{R_y} \right) \right] \times \sin \left(\frac{\beta_x x + \beta_y y}{w_0} \right), \quad (1)$$

其中, w_0 为基模高斯光束的束腰宽度, β_x 和 β_y 是与正弦部分有关的实参数, R_x 和 R_y 是分别沿 x 和 y 方向的曲率半径, $k = 2\pi/\lambda$ 是波数, λ 是光波波长. $R_x = R_y$ 时光波无像散, 其为有限时对应于球面波而当为无限时对应着平面波, 但 $R_x \neq R_y$ 时光波具有像散^[36,37]. 显然, 横平面上的直线 $\beta_x x + \beta_y y = 0$ 是像散正弦-高斯光束的边缘位错线(之一), 在其两边的场的复振幅有 π 的相差. 实验中这类光束可由像散高斯光束通过正弦型振幅光栅实现.

当用透镜系统实现FrFT时, FrFT的定义式为^[3]

$$E(x, y) = \iint dx_0 dy_0 E(x_0, y_0) \times \exp \left[\frac{i\pi}{\lambda f_s \tan \phi} (x_0^2 + y_0^2 + x^2 + y^2) - \frac{2i\pi}{\lambda f_s \sin \phi} (xx_0 + yy_0) \right], \quad (2)$$

式中, $\phi = p\pi/2$ 是变换角, 而 p 是FrFT的阶, $p = 4n + 1$ 代表通常的傅里叶变换 (n 是整数), f_s 是变换系统的标准焦距.

将(1)式代入FrFT(2)式得:

$$E(x, y) = \frac{1}{2} \exp \left[\frac{iF_N}{\tan \phi} (x_w^2 + y_w^2) \right] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 dy_0 \times \exp \left[- (1 - i\alpha_x) \frac{x_0^2}{w_0^2} - (1 - i\alpha_y) \frac{y_0^2}{w_0^2} \right] \times \left\{ \exp \left[i(\beta_x - 2Bx_w) \frac{x_0}{w_0} \right. \right.$$

$$\left. + i(\beta_y - 2By_w) \frac{y_0}{w_0} \right] - \exp \left[- i(\beta_x + 2Bx_w) \frac{x_0}{w_0} - i(\beta_y + 2By_w) \frac{y_0}{w_0} \right] \right\}, \quad (3)$$

其中

$$B = \frac{F_N}{\sin \phi}, \quad \alpha_q = \left(\frac{1}{\tan \phi} + \frac{f_s}{R_q} \right) F_N \quad (q = x, y), \quad (4)$$

而 $F_N = \frac{\pi w_0^2}{\lambda f_s}$ 是Fresnel常数, $q_w = q/w_0$ ($q = x, y$) 是FrFT输出平面上的横向标度坐标.

利用高斯积分公式:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\alpha x^2 + \beta x) dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \exp \left(\frac{\beta^2}{4\alpha} \right), \quad \text{Re}(\alpha) > 0, \quad (5)$$

完成(3)式中的积分并整理后可得

$$E(x, y) = E_0 \exp \left[\frac{iF_N}{\tan \phi} (x_w^2 + y_w^2) - \frac{B^2 x_w^2}{1 - i\alpha_x} - \frac{B^2 y_w^2}{1 - i\alpha_y} \right] \times \sin \left(\frac{B\beta_x x_w}{\alpha_x + i} + \frac{B\beta_y y_w}{\alpha_y + i} \right), \quad (6)$$

其中

$$E_0 = \frac{\pi w_0^2}{\sqrt{(1 - i\alpha_x)(1 - i\alpha_y)}} \times \exp \left[-\frac{\beta_x^2}{4(1 - i\alpha_x)} - \frac{\beta_y^2}{4(1 - i\alpha_y)} \right]$$

是FrFT输出平面上的全局因子.

显然, 像散正弦-高斯光束经FrFT后形式上仍是具有像散正弦-高斯光束形式. 方程(6)是本文的主要结果, 在余下部分将依据(6)式讨论具有像散的正弦-高斯光束经FrFT后在变换平面上的光强分布及光波位相分布等特性.

3 像散正弦-高斯光束在FrFT平面上的光强分布与相位特性

首先, 由(1)式知像散正弦-高斯光束在输入平面上的强度分布是由暗直线 $\beta_x x + \beta_y y = 0$ 分隔的两斑或多斑花样结构, $\beta_x x + \beta_y y = 0$ 是边缘位错线(两侧场复振幅具有 π 相差), 且 R_x 和 R_y 异号时原点处还具有涡旋特性(因场复振幅的零虚

部线 $x = \pm\sqrt{|R_x|y}/\sqrt{|R_y|}$ 过原点). 若无像散时, $\alpha_x = \alpha_y = \alpha$, (6) 式成为

$$E(x, y) = E_0 \exp \left[\left(\frac{iF_N}{\tan \phi} - \frac{B^2}{1 - i\alpha} \right) (x_w^2 + y_w^2) \right] \times \sin \left[\frac{B(\beta_x x_w + \beta_y y_w)}{\alpha + i} \right], \quad (7)$$

因而类似于输入平面上强度分布, FrFT 输出平面上的光强度仍是由暗直线 $\beta_x x + \beta_y y = 0$ 分隔的两斑或多斑亮花样, 直线 $\beta_x x_w + \beta_y y_w = 0$ 仍是边缘位错线.

当像散存在时 (6) 式可一般地写为

$$E(x, y) = E_0 \exp \left[\frac{iF_N}{\tan \phi} (x_w^2 + y_w^2) - \frac{B^2 x_w^2}{1 - i\alpha_x} - \frac{B^2 y_w^2}{1 - i\alpha_y} \right] \times \sin \left[B \left(\frac{\beta_x x_w}{1 + \alpha_x^2} + \frac{\beta_y y_w}{1 + \alpha_y^2} \right) - iB \left(\frac{\alpha_x \beta_x x_w}{1 + \alpha_x^2} + \frac{\alpha_y \beta_y y_w}{1 + \alpha_y^2} \right) \right]. \quad (8)$$

由于场强度分布花样结构主要取决于正弦函数因子且基于复正弦函数性质 $\sin(u + iv) = \sin u \cosh v + i \cos u \sinh v$ (u, v 是实数), 其场分布区域出现零场强度的坐标条件是两方程

$$\begin{aligned} \frac{\beta_x x_w}{1 + \alpha_x^2} + \frac{\beta_y y_w}{1 + \alpha_y^2} &= 0, \\ \frac{\alpha_x \beta_x x_w}{1 + \alpha_x^2} + \frac{\alpha_y \beta_y y_w}{1 + \alpha_y^2} &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

同时满足, 显然只有惟一解 $x_w = y_w = 0$ (坐标原点), 即像散正弦-高斯光束经 FrFT 后其强度由输

入平面上过原点的零强度暗线演变成了输出平面上的孤立零强度暗点. 孤立零强度暗点的出现意味着像散正弦-高斯光束经 FrFT 后光场演变出了涡旋位相奇异! 而像散的存在是正弦-高斯光束由过中心原点的零强度线经 FrFT 后转换成位于中心原点涡旋结构的关键条件.

特别地, 若像散满足 $R_x = -R_y = f_s \tan \phi$ 的特定条件, 则 $\alpha_y = 0$ 而 (8) 式简化成:

$$E(x, y) = E_0 \exp \left[\frac{iF_N}{\tan \phi} (x_w^2 + y_w^2) - \frac{B^2 x_w^2}{1 - i\alpha} - B^2 y_w^2 \right] \times \sin \left(\frac{B\beta_x x_w}{1 + \alpha^2} + B\beta_y y_w - \frac{i\alpha B\beta_x x_w}{1 + \alpha^2} \right), \quad (10)$$

此处 $\alpha = 2F_N / \tan \phi$. 显然只有原点 ($x = y = 0$) 才是 FrFT 输出平面上的光强度为零的孤立点, 这时光束强度花样结构主要取决于参数 F_N , ϕ 及 $\beta_x(\beta_y)$, 而与标准焦距 f_s , $R_x(R_y)$ 无直接关系 (注意 $R_x(R_y)$ 与 ϕ 相关, 实际中可根据波面曲率半径 R_x 确定 FrFT 变换角 ϕ).

按照 (10) 式, 恰当地选择光束参数 $\beta_x(\beta_y)$, Fresnel 数 F_N 和变换角 ϕ 后, 模拟结果如图 1 所示. 在 FrFT 平面上, 像散正弦-高斯光束的场强分布呈现了理想的椭圆形空心结构 (注意 x, y 坐标的尺度不同), 即沿亮围线强度分布几乎是相同或均匀的, 而位相分布表明在环中心处出现了拓扑荷指数为一的正则光涡旋 (过原点的实、虚线各只一条且正交).

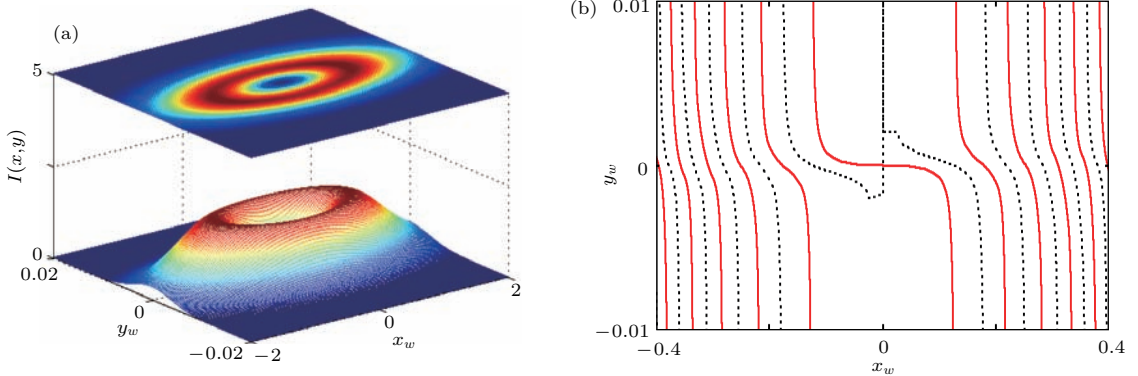


图 1 (网刊彩色) 像散正弦-高斯光束在 FrFT 面上的光强 $I(x, y)$ (a) 与场复振幅零实部 (实线) 和零虚部 (虚线) 线 (b), 这里 $\beta_x = \beta_y = 1/3$, $F_N = 100$, $R_x = -R_y = f_s \tan \phi$, $\phi = \pi/4$

Fig. 1. (color online) Intensity distribution (a) and the corresponding real and imaginary zero contours (b) of sine-Gaussian beams with astigmatism in the FrFT planes when $\beta_x = \beta_y = 1/3$, $F_N = 100$, $R_x = -R_y = f_s \tan \phi$ and $\phi = \pi/4$. The positions of the vortices are determined by the crossing of the zero contours $\text{Re}[E(x, y)] = 0$ (solid lines) and $\text{Im}[E(x, y)] = 0$ (dashed lines).

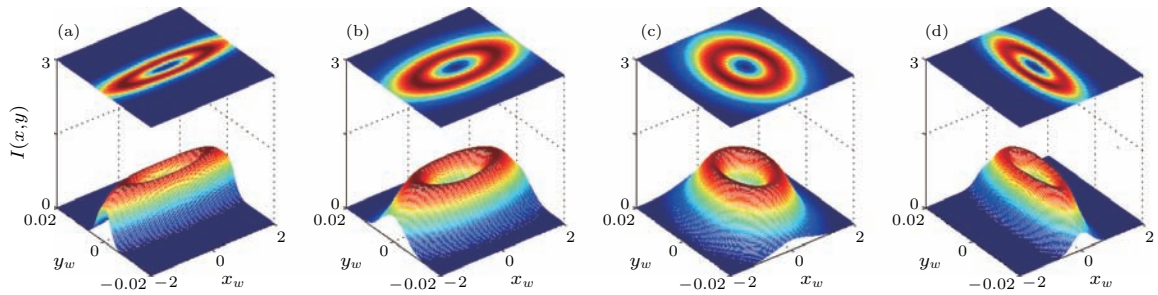


图2 (网刊彩色) 不同变换角 ϕ 和像散 ($R_x = -R_y = f_s \tan \phi$) 条件下正弦-高斯光束在 FrFT 面上的光强 $I(x, y)$ 分布, 这里 $\beta_x = \beta_y = 1/3$, $F_N = 60$, 而 $\phi = \pi/12$ (a); $\pi/6$ (b), $\pi/3$ (c) 和 $5\pi/12$ (d)
 Fig. 2. (color online) Dependence of intensity pattern configurations of sin-Gaussian beams with astigmatism ($R_x = -R_y = f_s \tan \phi$) in the FrFT plane on transforming angles $\phi = \pi/12$ (a), $\pi/6$ (b), $\pi/3$ (c) and $5\pi/12$ (d). The other parameters are $\beta_x = \beta_y = 1/3$ and $F_N = 60$.

实际上, 在此特定像散条件下, 计算表明只要 $|\beta_x|$ ($|\beta_y|$) 小于 $1/2$, 适当选择其他参数都可获得椭圆空心光束输出. 而 Fresnel 数、系统变换角 ϕ 可在相当大范围内取值, 且对于 F_N , ϕ 等的不同取值, 所形成的涡旋结构其拓扑荷指数基本相同, 差异表现在椭圆空心光斑大小与椭率 (即椭圆短轴与长轴的比值), 如图 2 所示. 这里 F_N , β_x (β_y) 相同, 而变换后所得椭圆形空心光束的椭率及大小明显不同, 显然变换角越大对应的 R_x ($|R_y|$) 值也越大 ($R_x = -R_y = f_s \tan \phi$), 而变换光强度花样的椭率也越大. 但椭率增加的方式在 $\phi \leq \pi/4$ 时主要是因短轴 (y 方向) 的增加 (如图 2 (a) 和图 2 (b) 所示), 而在 $\phi > \pi/4$ 时则是因长轴 (x 方向) 的变短 (如图 2 (c) 和图 2 (d) 所示).

图 3 进一步分析了椭圆空心光斑结构对 Fresnel 数和光束参数 β_x (β_y) 的依赖关系. 对于给定的变换角和 $|\beta_x| = |\beta_y|$ 情形, 椭率则随 Fresnel 数的减

小而变大, 见图 3 (a) 和 (b). 而光束参数 β_x (β_y) 主要影响亮围线光强度的均匀性, $|\beta_x|$ 与 $|\beta_y|$ 接近或相等时可产生围线具有均匀亮度的理想暗空心花样, 但当 $|\beta_x|$ 与 $|\beta_y|$ 相差越大时, 均匀性失去得越严重, 如图 3 (b), (c) 和 (d) 所示. 有趣的是, 在给出的此参数条件下椭圆空心光束的长轴和短轴可以相差百倍之多, 即形成一相当细长的暗空心椭圆花样.

应当指出, 上述讨论中没有直接讨论光波长 λ 、束腰宽度 w_0 、系统标准焦距 f_s 的影响, 这是因为它们已整合为 Fresnel 数, 这一整合使结果更具普遍性. 如对 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 的激光, $F_N = 100$, $f_s = 50 \text{ mm}$ 时, 其对应的束腰宽度是 $w_0 \approx 1.0 \text{ mm}$; 而 $f_s = 100 \text{ mm}$ 时, $w_0 \approx 1.4 \text{ mm}$ 等. 这些也契合目前激光束或系统参数的典型值, 实验中是容易实现的.

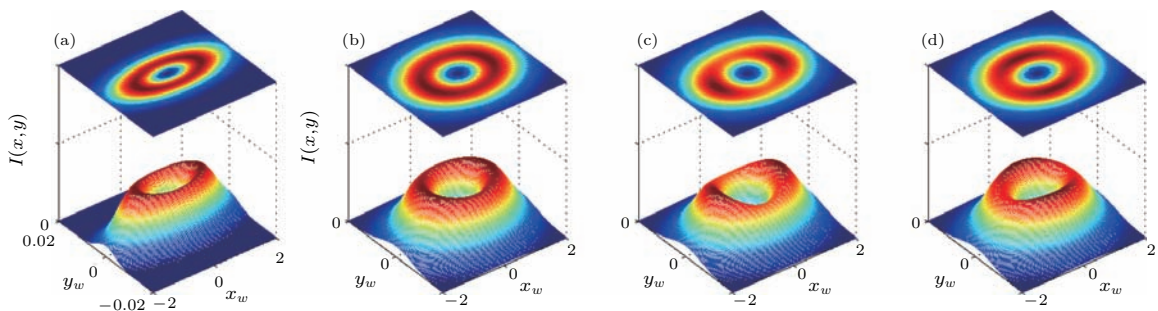


图3 (网刊彩色) 像散正弦-高斯光束在 FrFT 面上的光强 $I(x, y)$ 分布, 这里 $\phi = \pi/4$, $\beta_x = 2/5$ 及 (a) $\beta_y = 2/5$, $F_N = 100$; (b) $\beta_y = 2/5$, $F_N = 60$; (c) $\beta_y = 0.36$, $F_N = 60$; (d) $\beta_y = 0.44$, $F_N = 60$
 Fig. 3. (color online) Variations of intensity pattern configurations of sin-Gaussian beams with astigmatism ($R_x = -R_y = f_s \tan \phi$) in the FrFT planes with different Fresnel number F_N and beam parameters β_x (β_y): (a) $\beta_y = 2/5$, $F_N = 100$; (b) $\beta_y = 2/5$, $F_N = 60$; (c) $\beta_y = 0.36$, $F_N = 60$; (d) $\beta_y = 0.44$, $F_N = 60$. The other parameters are $\phi = \pi/4$, and $\beta_x = 2/5$.

4 结 论

本文建议了利用FrFT系统实现具有涡旋位相奇异的环形或椭圆形光束的方案, 基于FrFT公式, 推导了像散正弦-高斯光束的FrFT场分布解析表达式, 研究了像散正弦-高斯光束的光强分布与位相特性. 结果表明: 无像散时正弦-高斯光束经FrFT后其场强度分布基本结构仍是由暗场边缘位错线 $\beta_x x + \beta_y y = 0$ 分隔的两斑或多斑花样. 有像散时与光束参数及系统结构参数相关, 像散正弦-高斯光束在FrFT过程中能转换出多种强度花样结构及位相奇异特性, 如FrFT光束可呈现具有边缘位错的扭曲多光斑强度花样、也能演变成中央部分具有涡旋位相奇异的椭圆率不同的椭圆形空心结构花样. 同时对影响FrFT场分布结构的光束参数及变换系统参数进行了分析讨论, 并用数值分析证实了讨论结果. 特别地, 像散是正弦-高斯光束经FrFT后转换成圆环形或椭圆形空心光束的关键条件. 鉴于椭圆空心光束在引导原子等方面比圆形空心光束更有优势, 这一讨论更进一步丰富了FrFT在光波转换与光束整形方面的应用, 所得主要结论对利用FrFT系统产生椭圆形空心涡旋光束的实际光学系统的设计有参考价值.

参考文献

- [1] Namias V 1980 *IMA J. Appl. Math.* **25** 241
- [2] Ozaktas H, Kutay M, Zalevsky Z 2001 *The Fractional Fourier Transform with Applications in Optics and Signal Processing* (New Jersey: Wiley) pp 319–386
- [3] Lohmann A W 1993 *J. Opt. Soc. Am. A* **10** 2181
- [4] Yin J, Gao W, Zhu Y 2003 *Prog. Opt.* **45** 119
- [5] Ottl A, Ritter S, Kohl M, Esslinger T 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 090404
- [6] Volyar A, Shvedov V, Fadeyeva T, Desyatnikov A S, Neshev D N, Krolikowski W, Kivshar Y S 2006 *Opt. Express* **14** 3724
- [7] Xie Q, Zhao D 2007 *Opt. Commun.* **275** 394
- [8] Liu Z, Dai J, Zhao X, Sun X, Liu S, Ahmad M A 2009 *Opt. Lasers Eng.* **47** 1250
- [9] Nie Y, Li X, Qi J, Ma H, Liao J, Yang J, Hu W 2012 *Opt. Laser Technol.* **44** 384
- [10] Lu S, You K, Chen L, Wang Y, Zhang D Y 2013 *Optik* **124** 3301
- [11] Zhu S, Zhao C, Chen Y, Cai Y 2013 *Optik* **124** 5271
- [12] Wei C, Lu X, Wu G, Wang F, Cai Y 2014 *Appl. Phys. B* **115** 55
- [13] Chakraborty R, Ghosh A 2006 *J. Opt. Soc. Am. A* **23** 2278
- [14] Zhao C, Lu X, Wang L, Chen H 2008 *Opt. Laser Technol.* **40** 575
- [15] Tang H Q, Zhu K C 2013 *Opt. Laser Technol.* **54** 68
- [16] Zhu K C, Tang H Q, Tang Y, Xia H 2014 *Opt. Laser Technol.* **64** 11
- [17] Zhu K C, Tang H Q, Zheng X J, Tang Y 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 104210 (in Chinese) [朱开成, 唐慧琴, 郑小娟, 唐英 2014 物理学报 **63** 104210]
- [18] Anguianomoraes M, Salaspeimbert D P, Trujilloschi-affino G, Corralmartínez L F, Garduñowilches I 2015 *Opt. Quant. Electron.* **47** 2983
- [19] Casperson L W, Hall D G, Tovar A A 1997 *J. Opt. Soc. Am. A* **14** 3341
- [20] Casperson L W, Tovar A A 1998 *J. Opt. Soc. Am. A* **15** 954
- [21] Wang X Q, Lü B D 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 247 (in Chinese) [王喜庆, 吕百达 2002 物理学报 **51** 247]
- [22] Eyyuboğlu H T, Baykal Y 2005 *J. Opt. Soc. Am. A* **22** 2709
- [23] Eyyuboğlu H T 2007 *Optik* **118** 289
- [24] Lu Z 2007 *Chin. Phys.* **16** 1320
- [25] Ding P, Qu J, Meng K, Cui Z 2008 *Opt. Commun.* **281** 395
- [26] Li J H, Yang A L, Lü B D 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 674 (in Chinese) [李晋红, 杨爱林, 吕百达 2009 物理学报 **58** 674]
- [27] Yahya B 2012 *J. Opt.* **14** 075707
- [28] Xu Y 2014 *Optik* **125** 3465
- [29] Huang Y, Wang F, Gao Z, Zhang B 2015 *Opt. Express* **23** 1088
- [30] Gerçekcioğlu H, Baykal Y 2014 *Opt. Commun.* **320** 1
- [31] Zhao D, Mao H, Liu H, Wang S, Jing F, Wei X 2004 *Opt. Commun.* **236** 225
- [32] Du X, Zhao D 2007 *Phys. Lett. A* **366** 271
- [33] Zhou G Q, Chu X X 2009 *Opt. Express* **17** 10529
- [34] Zhou G Q 2009 *J. Mod. Opt.* **56** 886
- [35] Chen S, Zhang T, Feng X 2009 *Opt. Commun.* **282** 1083
- [36] Serna J, Nemeş G 1993 *Opt. Lett.* **18** 1774
- [37] Gregor I, Enderlein J 2005 *Opt. Lett.* **30** 2527
- [38] Zheng C 2006 *Phys. Lett. A* **355** 156
- [39] Zheng C 2009 *Optik* **120** 274
- [40] Lu X, Wei C, Liu L, Wu G, Wang F, Cai Y 2014 *Opt. Laser Technol.* **56** 92
- [41] Wang X, Liu Z, Zhao D 2014 *Opt. Eng.* **53** 086112
- [42] Tang B, Jiang S, Jiang C, Zhu H 2014 *Opt. Laser Technol.* **59** 116

Fractional Fourier transform of astigmatic sine-Gaussian beams and generation of dark hollow light beams with elliptic geometry*

Zhu Jie¹⁾ Zhu Kai-Cheng^{2)†}

1) (School of Science, Guizhou Institute of Technology, Guiyang 550003, China)

2) (School of Physical Science and Technology, Central South University, Changsha 410083, China)

(Received 6 April 2016; revised manuscript received 31 July 2016)

Abstract

In this work, we develop a novel method of creating dark hollow beam with vortex by converting a sine-Gaussian beam (SeGB) with edge-dislocation and astigmatism through using fractional Fourier transform (FrFT) optical system. On the basis of the definition of the FrFT, an analytical transformation formula is derived for an astigmatic SeGB passing through such a transform system. By use of the derived formulae, the changes of the intensity distribution and the corresponding phase properties associated with the transforming astigmatic SeGBs are analytically discussed in detail. It is found that for an input SeGB without astigmatism, there is still a dark line or an edge dislocation associated with the intensity distribution of the FrFT beam along the initial dislocation line, similar to that of the input SeGB. However, when the input SeGB astigmatically passes through an FrFT optical system, the dark line of the intensity distribution of the input SeGB can be converted into a solitary zero point, or in other words, a dark hollow beam with a single-charge vortex can be produced by SeGB with an edge dislocation. The results reveal that the astigmatism plays a critical role in transforming a SeGB into a dark hollow one through the FrFT optical system. Furthermore, some numerical calculation results based on the derived formula are presented and discussed graphically. It is shown that for appropriate beam parameters and carefully adjusting the transform angle of FrFT, dark hollow beams with single-charge vortex and elongated elliptic geometry can be realized with astigmatic SeGBs. The influences of the beam parameters and the transform angle of FrFT optical system on the generation of perfect dark hollow beams are also investigated. The results demonstrate that the linear eccentricity of the dark hollow beam, which is roughly defined as the ratio of semi-minor axis to semi-major one of the intensity pattern, mainly depends on the Fresnel number. And the optimal linear eccentricity may be relatively large under carefully selecting the beam and optical system parameters. Moreover, optimal parameter values corresponding to perfect dark hollow beam configurations which can be experimentally accessed are presented. As is well known, there are two types of pure phase defects or dislocations in the optical fields: one is screw dislocation or vortex and the other is edge-dislocation. Due to their important applications, the propagation dynamics of optical vortices or edge dislocations are extensively studied both theoretically and experimentally. The vortex-edge dislocation interaction is investigated in detail. However, there are fewer reports on the direct conversion between a single edge dislocation and a vortex. Therefore, the results obtained in this paper represent a significant step forward in understanding the transformation dynamics between beams with pure edge dislocation and vortex, and also opens possibilities for their potential applications, e.g., in generating dark hollow beams with elliptic geometry using FrFT systems.

Keywords: astigmatic sine-Gaussian beams, fractional Fourier transform (FrFT), dark hollow beam with elliptic geometry, phase singularity

PACS: 42.60.Jf, 42.55.-f, 42.15.Eq, 42.25.-p

DOI: 10.7498/aps.65.204204

* Project supported by the High Level Introduction of Talent Research Start-up Fund of Guizhou Institute of Technology, China.

† Corresponding author. E-mail: kczhu058@csu.edu.cn