

湍流热对流近底板流态与温度边界层特性

黄茂静 包芸

Characteristics of flow and thermal boundary layer in turbulent Rayleigh-Bénard convection

Huang Mao-Jing Bao Yun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 204702 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.204702

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.204702>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I20>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

无限薄平板边界层前缘感受性过程的数值研究

Numerical study of leading-edge receptivity on the infinite-thin flat-plate boundary layer

物理学报.2016, 65(19): 194701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.194701>

布朗运动和湍流扩散作用下槽流中纤维悬浮流动特性的研究

Flow property of fiber suspension in a turbulent channel flow under considering both Brownian and turbulent diffusions

物理学报.2016, 65(19): 194702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.194702>

三维湍流 Rayleigh-Bénard 热对流的高效并行直接求解方法

Direct solution method of efficient large-scale parallel computation for 3D turbulent Rayleigh-Bénard convection

物理学报.2015, 64(15): 154702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.154702>

低速湍流模拟的预处理技术研究

Study of precondition for simulating low-speed turbulence

物理学报.2015, 64(13): 134701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.134701>

高聚物减阻溶液对壁湍流输运过程的影响

Influence of polymer additives on the transport process in drag reducing turbulent flow

物理学报.2015, 64(9): 094703 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.094703>

## 湍流热对流近底板流态与温度边界层特性\*

黄茂静 包芸†

(中山大学力学系, 广州 510275)

(2016年4月7日收到; 2016年7月25日收到修改稿)

本文采用湍流热对流的并行直接数值模拟 (PDM-DNS), 计算了系列  $Ra$  数的二维方腔和三维扁方腔的 Rayleigh-Bénard 热对流. 针对平均场计算结果, 选取  $Ra = 10^9, 10^{10}, 5 \times 10^{10}$ , 讨论了二维方腔和展向平均三维扁方腔热对流流动特性. 发现二维方腔和三维扁方腔流动中都存在大尺度环流和角涡, 而且随着  $Ra$  数的增加, 大尺度环流的形状变圆, 角涡尺寸变小. 在二维方腔流动中, 大尺度环流呈椭圆形, 有四个角涡, 而展向平均三维扁方腔流动中, 大尺度环流呈梭形, 只有两个角涡. 由于角涡特性的不同, 二维方腔流动中羽流向上运动的范围比展向平均三维扁方腔流动更广, 造成二维流动局部区域温度分布高温层厚度变大. 温度边界层厚度  $\lambda_\theta$  与  $Ra$  数之间存在标度关系, 二维方腔和三维扁方腔热对流温度边界层变化的标度指数基本一致, 标度关系的系数稍有不同.

**关键词:** Rayleigh-Bénard 热对流, 温度边界层, 湍流, 并行直接数值模拟

**PACS:** 47.27.te

**DOI:** 10.7498/aps.65.204702

## 1 引言

热对流现象是自然界运动中的基本物理现象, 它广泛存在于天体、太阳、地球地幔、大气环流和海洋环流等自然界中, 以及核反应堆堆芯冷却系统、化工产品生产和电子元件设计等工程应用领域中. 湍流热对流物理和流动特性的研究可以深化认识自然界中的对流现象, 也可以对解决工程中的传热问题给出指导. Rayleigh-Bénard (RB) 对流系统是研究热对流现象最简单的物理模型之一<sup>[1]</sup>.

RB 对流系统中上下冷热底板上都存在边界层, 而边界层的特性决定系统的很多物理和流动特性以及动力学过程. 对 RB 热对流系统中的边界层特性研究已有许多成果. 有关 RB 系统湍流传热的理论研究几乎都是基于边界层理论, 例如边界层稳定理论<sup>[2]</sup>, Shraiman-Siggia(SS) 模型<sup>[3]</sup> 以及 Grossmann-Lohse (GL) 理论<sup>[4]</sup>. 因此, 湍流 RB 系

统的关键问题之一, 就是对近底板处的边界层特性的研究. 在湍流热对流系统中存在着两种边界层, 黏性边界层和温度边界层. 这两种边界层被认为都是由 RB 热对流中的大尺度环流在底板上的剪切而产生的<sup>[5]</sup>. 温度边界层中的热量传输是通过热传导, 因此整体热量输运与温度边界层的厚度紧密相关.

数值模拟是研究湍流热对流的重要手段之一. 真实流动都是三维的, 但由于直接数值模拟 (DNS) 计算规模的限制, 极高  $Ra$  数的三维计算目前很难实现. 所幸的是, 在二维和三维热对流中, 大尺度环流以及传热等物理特性具有很好的相似性. 本文采用 DNS 数值模拟分别计算了二维方腔和 1/4 厚度的三维扁方腔热对流系统. 对比二维方腔和展向平均三维扁方腔热对流的流态和温度边界层分布及特性, 研究二维方腔和三维扁方腔 RB 湍流热对流流动特性的共性和不同点, 为今后极高  $Ra$  数二维湍流热对流的数值模拟和流动特性分析奠定

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11372362, 11452002)、中央高校基本科研业务费 (批准号: 14lgjc02) 和国家自然科学基金委员会-广东省人民政府联合基金 (第二期) 超级计算科学应用研究专项 (批准号: nsfc2015\_570) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [stsby@mail.sysu.edu.cn](mailto:stsby@mail.sysu.edu.cn)

基础.

## 2 DNS数值计算及结果讨论

在 Oberbeck-Boussinesq 近似下, 无量纲化的热对流方程为

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \\ = -\nabla p + \frac{1}{\sqrt{Ra/Pr}} \nabla^2 \mathbf{u} + \theta \mathbf{k}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \theta = \frac{1}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} \nabla^2 \theta, \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{u}$  为无量纲速度矢量,  $\theta$  为无量纲温度,  $\mathbf{k}$  为单位垂向矢量,  $p$  为压力. 无量纲参数  $Ra = (\beta g \Delta \theta H^3) / (\kappa \nu)$  为瑞利数, 是浮力驱动力与阻碍运动的力两者相对大小,  $Pr = \nu / \kappa$  为普朗特数, 决定系统中黏性边界层和温度边界层的尺度比例, 宽高比  $\Gamma = W/H$  反映了对流系统的几何尺寸.  $\beta$  为热膨胀系数,  $g$  为重力加速度,  $\Delta \theta$  为上下壁面温差,  $H$  为系统装置的高度,  $W$  为系统装置的宽度,  $\nu$  为运动黏性系数,  $\kappa$  为热扩散率. 计算中的边界条件为所有固壁面均使用无滑移速度边界条

件, 在侧壁面使用绝热边界条件, 而在上底板和下底板设置恒温边界条件, 分别为  $-0.5$  和  $0.5$ .

不可压流动的湍流热对流 DNS 模拟计算采用投影法, 其中压力泊松方程采用直接求解而不是迭代计算 [6]. 用傅里叶变换解耦泊松方程成系列三对角方程, 求解三对角方程并通过 FFT 逆变换求解压力泊松方程, 建立湍流热对流 DNS 模拟的并行直接求解方法 (PDM-DNS) [7]. 使用“天河二号”超级计算机, 对 RB 热对流系统不同  $Ra$  系列的结果进行了高效并行 DNS 模拟, 包括二维方腔和三维扁方腔的结果. 获取时间平均场数据, 分析研究湍流热对流的传热特性以及其他物理特性.

RB 热对流系统研究的一个核心问题是, 由热浮力引起的湍流流动传输热量的能力, 用系统整体传热 Nusselt 数 ( $Nu$ ) 表示. 无量纲的  $Nu$  数计算公式如下

$$Nu = \sqrt{Ra \cdot Pr} \langle u_z \theta \rangle_A - \langle \partial \theta / \partial z \rangle_A, \quad (2)$$

其中  $\langle \dots \rangle_A$  表示横向平均.

由于湍流热对流是一个复杂的非定常流动过程, 利用系统的时间平均场物理量计算得出的整体传热  $Nu$  数, 也可以作为检验 DNS 模拟计算结果合理性的参数.

表1 三维模拟计算参数和  $Nu$  数

Table 1. Parameters of three dimensional simulation and Nusselt number.

$Pr$	$Ra$	$\Gamma$	$N_x \times N_y \times N_z$	$Nu$	Ref.
0.7	$2 \times 10^{10}$	1/2	$513 \times 129 \times 513$	171.79	Stevens <i>et al.</i> [8]
0.7	$2 \times 10^{10}$	1/2	$385 \times 257 \times 1025$	173.13	Stevens <i>et al.</i> [8]
0.7	$2 \times 10^{11}$	1/2	$769 \times 257 \times 1025$	373.64	Stevens <i>et al.</i> [8]
0.7	$2 \times 10^{11}$	1/2	$1081 \times 351 \times 1301$	352.67	Stevens <i>et al.</i> [8]
4.3	$3 \times 10^9$	1/4	$770 \times 220 \times 770$	89.20	Kaczorowski <i>et al.</i> [9]
4.3	$1 \times 10^{10}$	1/4	$1142 \times 326 \times 1142$	130.90	Kaczorowski <i>et al.</i> [9]
4.3	$1 \times 10^7$	1/4	$512 \times 64 \times 576$	16.30	Current work
4.3	$2 \times 10^7$	1/4	$512 \times 64 \times 576$	20.05	Current work
4.3	$5 \times 10^7$	1/4	$512 \times 64 \times 576$	26.14	Current work
4.3	$1 \times 10^8$	1/4	$512 \times 64 \times 576$	31.86	Current work
4.3	$5 \times 10^8$	1/4	$512 \times 64 \times 576$	50.78	Current work
4.3	$1 \times 10^9$	1/4	$512 \times 64 \times 576$	63.64	Current work
4.3	$5 \times 10^9$	1/4	$1024 \times 128 \times 1152$	104.67	Current work
4.3	$1 \times 10^{10}$	1/4	$1024 \times 128 \times 1152$	130.16	Current work
4.3	$2 \times 10^{10}$	1/4	$1024 \times 128 \times 1152$	166.64	Current work
4.3	$5 \times 10^{10}$	1/4	$1024 \times 128 \times 1152$	236.80	Current work

表 1 给出了本文所进行的三维扁方腔热对流数值模拟参数, 包括计算  $Pr$  数和  $Ra$  数及系统装置的宽高比, 并给出了其他研究者的计算情况. 本文计算的宽高比为 1/4 表示的是厚度为 1/4 的扁方腔. 表 1 给出了各个算例的计算网格数, 可以看到我们的计算网格数与其他研究者所用的网格数基本一致. 同时也给出了计算的传热  $Nu$  数, 方便比较, 所有计算结果的  $Nu$  数在图 1 中给出.

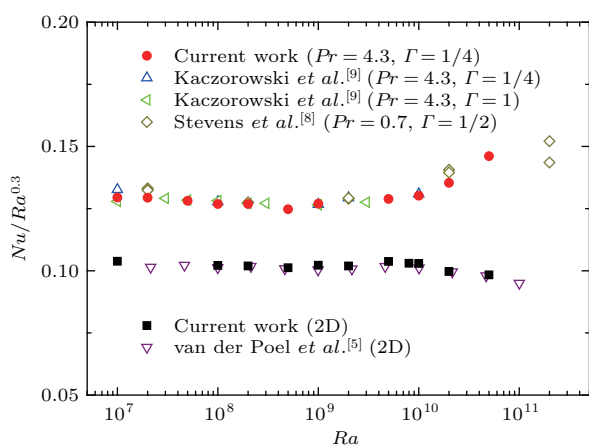


图 1 (网刊彩色)  $Nu$  数与  $Ra$  数的关系图

Fig. 1. (color online)  $Nu$  as a function of  $Ra$ .

图 1 中给出了三维扁方腔的计算  $Nu$  数结果, 同时也给出了我们计算的二维  $Nu$  数和其他研究者的结果对比. 三维数值模拟结果和 Kaczorowski 等 [9] 的结果符合良好, 二维数值模拟结果和 van der Poel 等 [5] 的结果基本一致, 由此可以表明我们的计算结果是合理可靠的. 从图 1 可以看到, 当  $Ra \leq 10^{10}$  时, 二维方腔的数据集中在 0.1 附近, 三维扁方腔的数据集中在 0.13 附近, 两者  $Nu$  数随  $Ra$  数的变化具有相近的标度关系. 当  $Ra > 10^{10}$  时, 二维方腔和三维扁方腔的  $Nu$  数随  $Ra$  数的变化有所不同, 二维方腔数据向下倾斜, 三维扁方腔数据向上倾斜. 较高  $Ra$  数的二维方腔和三维扁方腔传热  $Nu$  数随  $Ra$  数的标度关系发生改变的物理原因, 还有待更多的 DNS 结果出现以及对其物理和流动机理的更深入讨论.

### 3 二维方腔和三维扁方腔热对流平均场的流态特性及温度边界层特性

RB 热对流的传热  $Nu$  数特性与温度边界层的特性有直接的关联. 本文就图 1 中看到的现象, 选

取  $Ra = 10^9, 10^{10}, 5 \times 10^{10}$  三个典型算例的时间平均场, 通过比较二维方腔和展向平均(沿  $y$  方向取平均)三维扁方腔流动的流线图、下底板附近温度分布以及温度边界层特性, 研究讨论二维方腔和三维扁方腔 RB 热对流系统的共同点及差异性.

#### 3.1 二维方腔和展向平均三维扁方腔 RB 热对流的流态

图 2 给出了三个不同  $Ra$  数对应的二维方腔和展向平均三维扁方腔的流线图. 从图 2 中可以看到, 二维方腔和三维扁方腔的热对流平均场的共同点是都存在大尺度环流和角涡, 而且随着  $Ra$  数的增加, 大尺度环流的形状都越来越圆, 角涡尺寸变小.

在二维方腔流动中, 大尺度环流外都存在组成大小两对的四个角涡. 图 2(a) 中当  $Ra = 10^9$  时, 大尺度环流呈较规则的椭圆形, 椭圆长轴即为连接二维方腔左下角和右上角的对角线, 在方腔左下角和右上角存在两个尺度较小的角涡, 而在另两个角区存在两个尺寸较大的主角涡. 图 2(b) 和图 2(c) 中  $Ra = 10^{10}, 5 \times 10^{10}$  时, 大尺度环流近似呈现圆形, 仍有四个尺寸大小基本一致的角涡存在.

从图 2 中下排对应的展向平均三维扁方腔流线图可以看到, 与二维方腔流动相比, 大尺度环流的形状发生了变化, 呈现两头尖的梭状, 方腔的左下角和右上角被大尺度环流充满. 角涡变为了两个, 而且由二维方腔流动中在侧壁和底板的位置对称的角涡形状, 变为了展向平均三维扁方腔流动中角涡的形状在底板的位置远小于在侧壁的位置, 角涡形状被挤扁靠在侧壁上.

展向平均三维扁方腔流动中的大尺度环流如何变为梭状, 使得沿底板的大尺度环流可以直接达到装置的角区再向上运动, 应该回到三维流动中去探讨.

图 3(a) 给出了  $Ra = 10^9$  时三维扁方腔的平均场流线图, 可以看到清楚的大尺度环流和角涡, 同时发现在近底板附近大尺度环流的流线是螺旋状的. 采用漩涡判据  $Q$  值进行分析, 如图 3(b) 所示, 发现近底板螺旋状的流线形成近底板对涡, 和角涡一起组成了发卡状的角涡. 正是这个三维结构的发卡状角涡使流动螺旋状向前运动, 将流动直接送到了装置的角区. 在三维扁方腔流动的数据作展向平均时, 近底板对涡被平均掉了, 但保留了它对流动的影响.

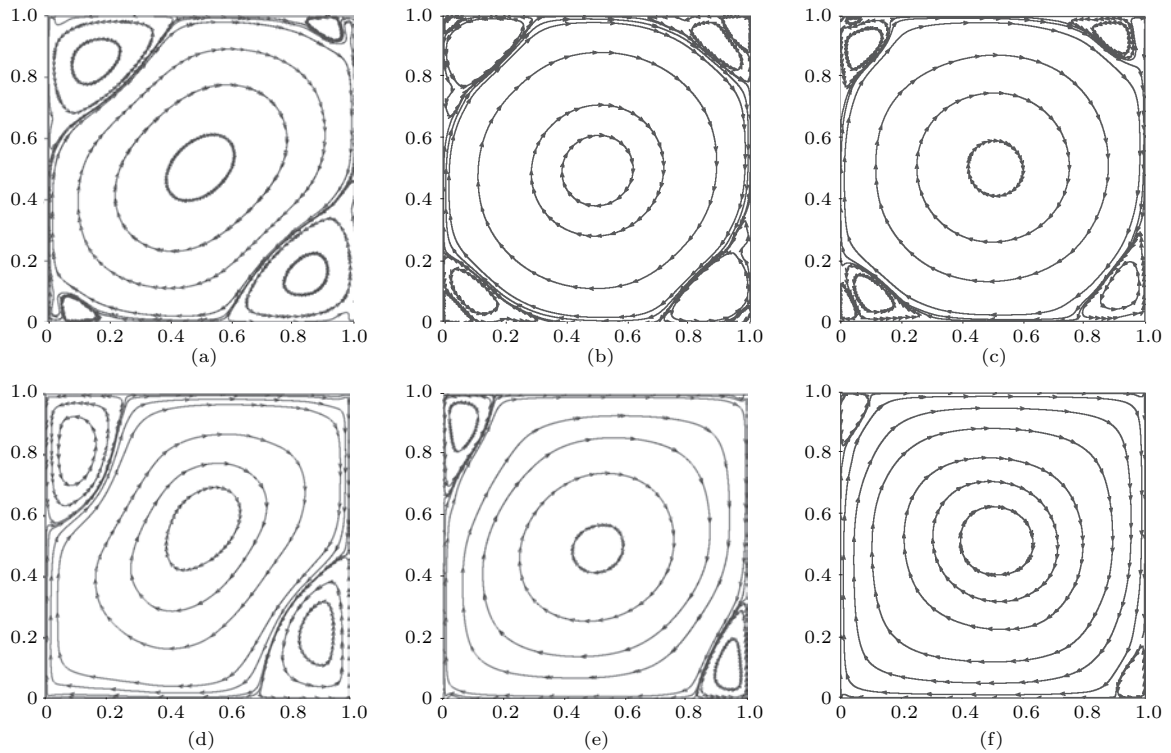


图2 二维方腔和展向平均三维扁方腔的流线图 上排为二维流动的流线, 其中 (a)  $Ra = 10^9$ , (b)  $Ra = 10^{10}$ , (c)  $Ra = 5 \times 10^{10}$ ; 下排为对应  $Ra$  数的展向平均三维扁方腔的流线, 对应的 (d)  $Ra = 10^9$ , (e)  $Ra = 10^{10}$ , (f)  $Ra = 5 \times 10^{10}$

Fig. 2. The streamlines of 2D cavity and spanwise averaged 3D narrow square cavity. Streamlines of 2D (top panel) and spanwise averaged 3D (bottom panel) for  $Ra = 10^9$  (left),  $Ra = 10^{10}$  (middle) and  $Ra = 5 \times 10^{10}$  (right).

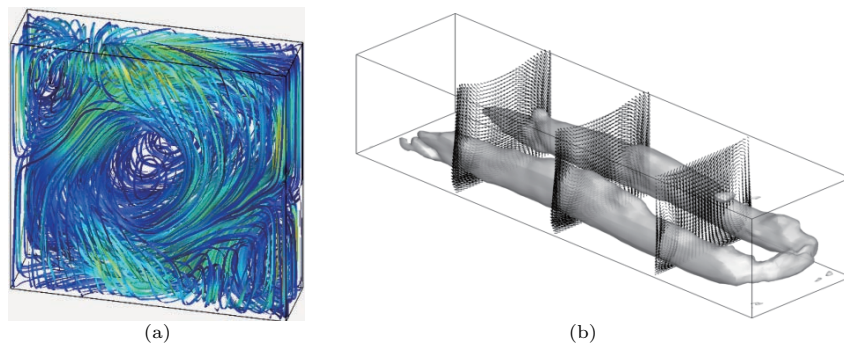


图3 (网刊彩色) 三维扁方腔流动平均场流线图以及近底板对涡和角涡组成的发卡状三维角涡 (a) 流线图; (b) 下底板处  $Q$  值反映的发卡状角涡

Fig. 3. (color online) Mean streamlines and the vortex-pair near plate in the narrow square cavity for  $Ra = 10^9$ : (a) Streamline; (b) the vortex-pair.

由上述分析可见, 二维方腔和三维扁方腔流动在宏观上都存在大尺度环流和角涡, 但三维扁方腔流动结构展向平均影响产生的大尺度环流的形状发生变化, 角涡的数量及形状也发生变化.

二维方腔和三维扁方腔不同的流动特性会影响到其装置整体的传热特性. 因此对近底板的平均温度场进行研究. 由于上下的流动基本形成反对称情况, 这里只讨论下底板处的流动特性以及对温度

边界层的影响.

图4给出了六个算例的下底板附近的平均温度场分布和对应的流线. 二维方腔和三维扁方腔流动中大尺度环流和角涡形状的不一样, 造成不同的近底板温度水平分布. 在相同  $Ra$  数情况下, 二维方腔和三维扁方腔流动中不同的角涡形状, 使得流动向下冲击边界层的位置在二维方腔中更靠近中部. 二维方腔流动中较小的角涡存在, 使得羽流向

上运动的范围比三维扁方腔流动中的范围大. 在二维方腔流动中较大范围的向上运动羽流使局部区域温度分布高温层变厚.  $Ra = 10^9$  和  $Ra = 10^{10}$  时这个现象都很显著, 当  $Ra = 5 \times 10^{10}$  时这个现象有所减弱. 具体地讲, 当  $Ra = 10^9$  时, 图 4(a) 中二维方腔流动的近底板温度分布可以看到, 在  $x < 0.3$  及  $x > 0.9$  都有很厚的高温层存在, 而在图 4(b) 所

变化基本平稳.  $Ra = 10^{10}$  的情况类似  $Ra = 10^9$  的情况, 只是向下冲击位置向右边偏移, 右边角涡的温度有所下降, 二维方腔左边角涡尺寸变大, 温度分布高温层区域向方腔中部移动. 当  $Ra = 5 \times 10^{10}$  时向下冲击的位置更靠右边, 二维方腔中左边角涡带起的温度已明显地减少, 局部温度分布高温层变厚的区域明显减小. 二维方腔和三维扁方腔的温度分布高温层的厚度随  $Ra$  数增加而变小.

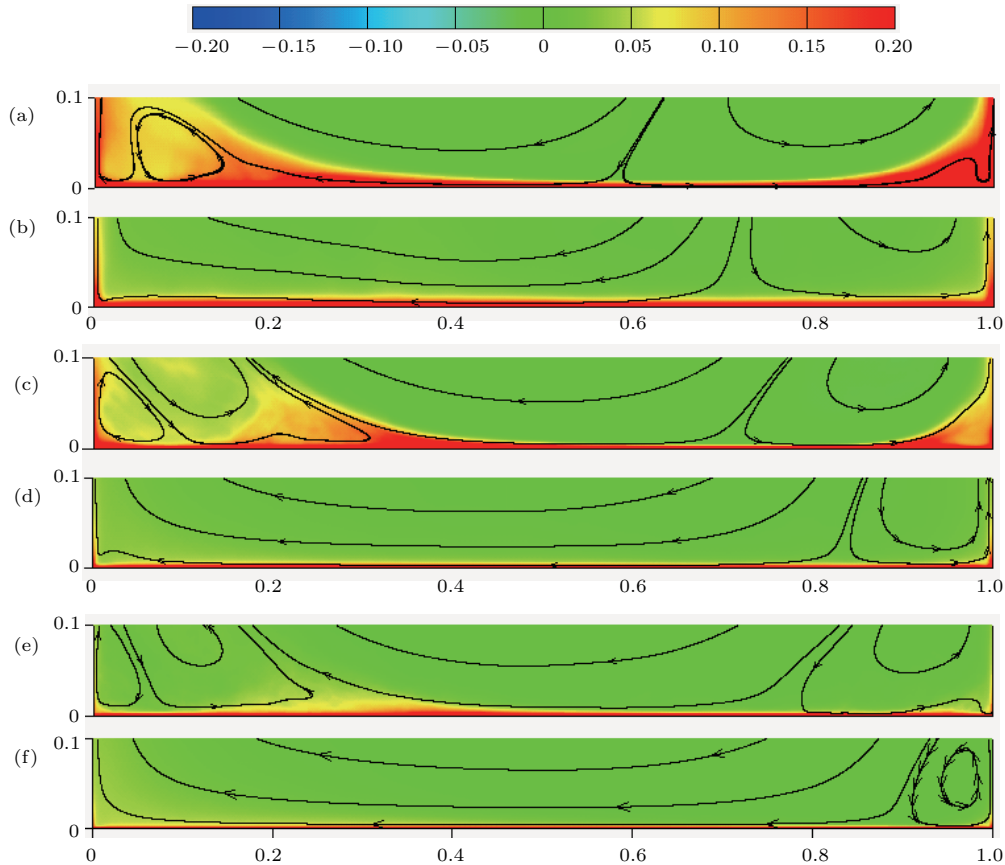


图 4 (网刊彩色) 平均温度场沿  $x$  方向分布 (a), (b) 为  $Ra = 10^9$ ; (c), (d) 为  $Ra = 10^{10}$ ; (e), (f) 为  $Ra = 5 \times 10^{10}$ ; 其中 (a), (c), (e) 为二维结果; (b), (d), (f) 为三维结果

Fig. 4. (color online) Mean temperature fields: (a), (b)  $Ra = 10^9$ ; (c), (d)  $Ra = 10^{10}$ ; (e), (f)  $Ra = 5 \times 10^{10}$ ; (a), (c), (e) two dimensional simulations; (b), (d), (f) three dimensional simulations.

### 3.2 温度边界层厚度

Zhou 等<sup>[10]</sup> 给出了湍流热对流中温度边界层厚度的定义. 温度边界层厚度  $\lambda_\theta$  定义为, 温度分布沿水平方向平均后, 近底板温度线性变化的拟合线和湍流体区域温度水平线的交点对应的  $z$  坐标值.

通过对二维方腔和三维扁方腔的整体平均温度剖面分布以及温度边界层厚度特性的研究, 对比二维方腔和三维扁方腔热对流系统的整体特性. 将

上述 6 个算例的时间平均场的温度分布作水平数据平均, 得到热对流整体温度沿  $z$  方向的分布. 取临近下底板的数据, 为了方便研究温度剖面, 引入无量纲温度  $\theta' = \theta^{\text{bot}} - \theta$ , 其中  $\theta^{\text{bot}}$  是下底板温度. 图 5 分别画出了不同  $Ra$  数的二维方腔和三维扁方腔流动中临近底板的温度剖面分布及所对应的温度边界层厚度.

从图 5 中可以看出, 三维扁方腔流动的温度  $\theta'$  比二维方腔流动中的温度更迅速地上升接近 0.5 的值. 这与本文前面分析的近底板温度分布在二维方

腔和三维扁方腔流动中的差异相关. 二维方腔流动大尺度环流和角涡带起的温度, 使得整体温度剖面分布相对于三维扁方腔流动中的温度剖面分布, 温度的变化变缓, 造成二维方腔流动的温度边界层厚度相比三维扁方腔的温度边界层厚度要大. 比较图 5(a)—图 5(c) 中的结果明显地看到, 随着  $Ra$  数

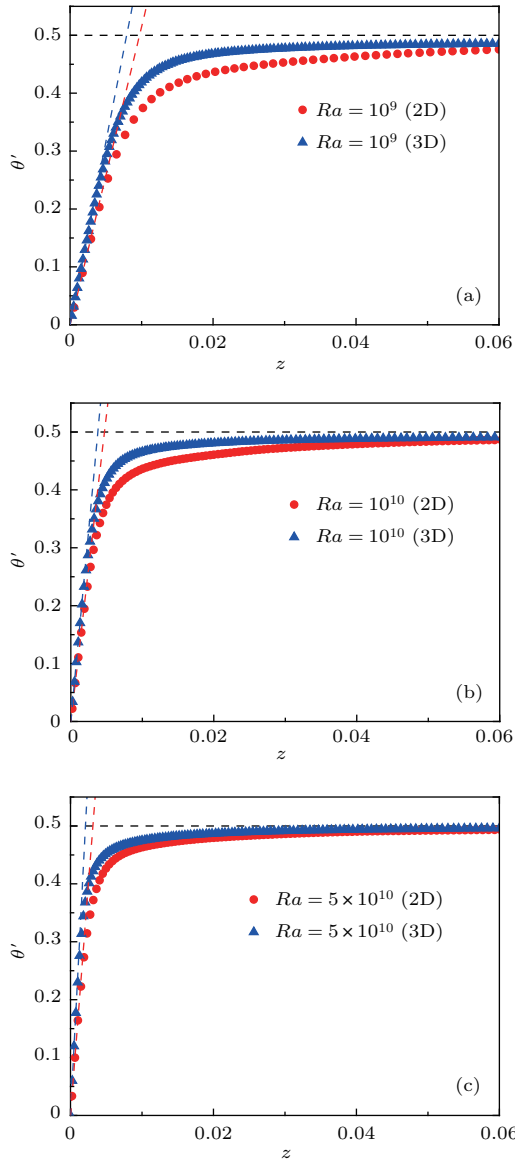


图 5 (网刊彩色) 整体温度剖面分布和温度边界层厚度. 其中蓝色三角符号表示三维温度剖面, 红色圆点表示二维温度剖面, 蓝色虚线和红色虚线分别为近底板处三维和二维温度剖面线性变化的拟合线, 其与黑色虚线的交点对应的  $z$  值为各自的温度边界层厚度.

Fig. 5. (color online) Thermal boundary layer profiles and thermal boundary layer thicknesses for two dimensions (red dots) and three dimensions (blue triangles). The tilted dashed lines are linear fits to the linear parts of the temperature  $z$ -profiles near the bottom plate and the horizontal dashed lines mark the bulk temperature  $\theta' = 0.5$ . The distances of the crossing points from the plate define the thermal boundary layer thicknesses  $\lambda_\theta$ .

的增加, 两个温度剖面分布都更贴近底板, 二维方腔和三维扁方腔的温度边界层厚度都变小. 这与 Shishkina 和 Thess<sup>[11]</sup> 的研究发现, 随着  $Ra$  数的增加温度边界层厚度会减小的结论是一致的.

### 3.3 温度边界层厚度随 $Ra$ 数的标度律

大量的研究发现, 温度边界层厚度与  $Ra$  之间存在标度关系.

图 6 给出了本文数值模拟结果的温度边界层厚度与  $Ra$  数的关系, 并由此分别计算出本文 DNS 模拟计算的二维方腔和三维扁方腔流动中的温度边界层厚度随  $Ra$  数的标度率. 温度边界层厚度随  $Ra$  数的标度律关系为  $\lambda_\theta = \lambda_{\theta_0} Ra^{\beta_\theta}$ . 通过图 6 中的结果, 可以得到

$$\lambda_\theta^{2D} = 4.860 Ra^{-0.30}, \quad (3)$$

$$\lambda_\theta^{3D, \Gamma=1/4} = 4.716 Ra^{-0.31}. \quad (4)$$

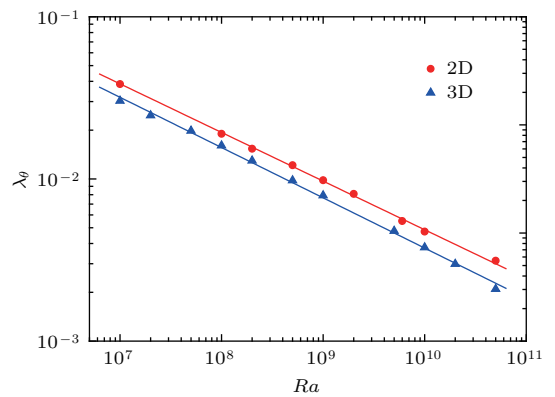


图 6 (网刊彩色) 温度边界层厚度与  $Ra$  的关系. 蓝色三角表示三维数值模拟数据, 红色圆点表示二维模拟数据. Fig. 6. (color online) Thermal boundary layer thicknesses  $\lambda_\theta$  versus  $Ra$ . The blue upward-pointing triangles indicate the results from 3D RB simulations. For two dimensions this is indicated by the red dots.

可以看到, 本文 DNS 模拟计算的二维方腔和三维扁方腔的温度边界层厚度  $\lambda_\theta$  与  $Ra$  数的标度律指数基本一致, 标度关系的系数略有不同. Sun 等<sup>[12]</sup> 对方腔进行研究, 在  $10^9 \leq Ra \leq 10^{10}$  的范围内得到  $\lambda_\theta$  和  $Ra$  数的标度律指数为  $-0.32 \pm 0.05$ . Wang 和 Xia<sup>[13]</sup> 的研究发现标度律指数为  $-0.28$ , Zhou 和 Xia<sup>[14]</sup> 通过实验研究得到的标度律指数为  $-0.33 \pm 0.03$ , Burnishev 等<sup>[15]</sup> 得到的标度律指数为  $-0.31 \pm 0.02$ , 系数为  $4.3 \pm 0.3$ . 表 2 列出了本文温度边界层厚度关于  $Ra$  数的标度律指数及标度关系系数和他人结果的对比情况, 除了 Current

表2 温度边界层厚度和  $Ra$  数的标度关系  
Table 2. Scaling of the thermal boundary layer thickness with  $Ra$ .

Group	Range of $Ra$	$Pr$	$\Gamma$	$\lambda_{\theta_0}$	$\beta_{\theta}$
Current work(2D)	$10^7-5 \times 10^{10}$	4.3		4.860	-0.30
Current work	$10^7-5 \times 10^{10}$	4.3	1/4	4.716	-0.31
Zhou <i>et al.</i> [14]	$2 \times 10^{10}-7 \times 10^{11}$	4.3	0.26	$6.85 \pm 0.70$	$-0.33 \pm 0.03$
Sun <i>et al.</i> [12]	$10^9-10^{10}$	4.3	0.29	6.10	$-0.32 \pm 0.05$
Stevens <i>et al.</i> [16]	$10^7-10^{12}$	0.7	1/2	—	-0.29
Scheel <i>et al.</i> [17]	$10^5-10^8$	0.7	1	$1.76 \pm 0.12$	$-0.25 \pm 0.01$
Burnishev <i>et al.</i> [15]	$10^8-10^{12}$	0.8	1	$4.3 \pm 0.3$	$-0.31 \pm 0.02$
Lui <i>et al.</i> [18]	$10^8-10^{10}$	$\approx 7$	1	—	$-0.285 \pm 0.04$

work(2D) 是二维结果外, 其他的数据都是三维数据. 从表2中可以看到, 本文的温度边界层厚度随  $Ra$  数的标度律与他人的研究结果是一致的, 也从另一方面表明本文的二维方腔和三维扁方腔湍流热对流的 DNS 数值模拟研究结果是合理的.

## 4 结 论

湍流热对流研究在当今物理学和流体力学中极具重要性, 热对流的传热特性及其温度边界层特性的研究是热门研究课题. DNS 数值模拟研究是湍流热对流研究的三大手段之一. 本文利用可高效并行计算的湍流热对流 DNS 模拟的直接求解方法, 计算了系列  $Ra$  数的二维方腔和三维扁方腔的 RB 热对流. 计算得到的湍流热对流传热  $Nu$  数与其他研究者的计算结果对比基本一致, 表明本文的计算结果是合理可靠的. 通过三组典型  $Ra$  数的二维方腔和展向平均三维扁方腔的流动特性对比研究, 得到以下结论.

1) 二维方腔和展向平均三维扁方腔热对流的平均场都存在大尺度环流和角涡, 而且随着  $Ra$  数的增加, 大尺度环流的形状变圆, 角涡尺寸变小. 二维方腔流动的大尺度环流形状为椭圆形, 有四个角涡, 而展向平均三维扁方腔流动的大尺度环流呈梭形, 只有两个角涡.

2) 二维方腔流动上升区存在较小的角涡, 使得羽流向上运动范围增大, 造成局部区域温度分布高温层增厚, 比展向平均三维扁方腔流动中的温度分布高温层厚度大很多. 随着  $Ra$  数的增加, 二维方腔流动温度分布高温层局部增厚的现象逐步减弱,

二维方腔和展向平均三维扁方腔底板附近温度分布差异减小.

3) 整体平均温度剖面分布以及温度边界层厚度特性的研究表明, 在近底板处三维扁方腔热对流的温度比二维方腔流动中的温度变化更迅速, 其温度边界层厚度比二维方腔流动的温度边界层厚度小. 随着  $Ra$  数的增加, 两者温度边界层厚度都变小. 温度边界层厚度与  $Ra$  数之间存在标度关系, 两者温度边界层厚度变化的标度律指数基本一致, 标度关系的系数略有不同.

## 参考文献

- [1] Ahlers G, Grossmann S, Lohse D 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 503
- [2] Malkus W V R 1954 *Proc. R. Soc. Lond. A* **225** 196
- [3] Siggia E D 1994 *Annu. Rev. Fluid Mech.* **26** 137
- [4] Grossmann S, Lohse D 2000 *J. Fluid Mech.* **407** 27
- [5] van der Poel E P, Stevens R J A M, Lohse D 2013 *J. Fluid Mech.* **736** 177
- [6] Xu W, Bao Y 2013 *Acta Mech. Sin.* **45** 1 (in Chinese) [徐炜, 包芸 2013 力学学报 **45** 1]
- [7] Zhang Y Z, Bao Y 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 154702 (in Chinese) [张义招, 包芸 2015 物理学报 **64** 154702]
- [8] Stevens R J A M, Verzicco R, Lohse D 2010 *J. Fluid Mech.* **643** 495
- [9] Kaczorowski M, Chong K L, Xia K Q 2014 *J. Fluid Mech.* **747** 73
- [10] Zhou Q, Stevens R J A M, Sugiyama K, Grossmann S, Lohse D, Xia K Q 2010 *J. Fluid Mech.* **664** 297
- [11] Shishkina O, Thess A 2009 *J. Fluid Mech.* **633** 449
- [12] Sun C, Cheung Y H, Xia K Q 2008 *J. Fluid Mech.* **605** 79
- [13] Wang J, Xia K Q 2003 *Eur. Phys. J. B* **32** 127
- [14] Zhou Q, Xia K Q 2013 *J. Fluid Mech.* **721** 199



- [15] Burnishev Y, Segre E, Steinberg V 2010 *Phys. Fluids* **22** 035108  
 [16] Stevens R J A M, Lohse D, Verzicco R 2011 *J. Fluid Mech.* **688** 31  
 [17] Scheel J D, Kim E, White K R 2012 *J. Fluid Mech.* **711** 281  
 [18] Lui S L, Xia K Q 1998 *Phys. Rev. E* **57** 5494

## Characteristics of flow and thermal boundary layer in turbulent Rayleigh-Bénard convection\*

Huang Mao-Jing Bao Yun<sup>†</sup>

(Department of Applied Mechanics and Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

( Received 7 April 2016; revised manuscript received 25 July 2016 )

### Abstract

The parallel direct method of direct numerical simulation (PDM-DNS) for Rayleigh-Bénard (RB) convection is used in this paper. The differences and similarities in flow characteristic between two-dimensional (2D) and three-dimensional (3D) turbulent RB convection are studied using mean field for  $Ra = 10^9$ ,  $10^{10}$ ,  $5 \times 10^{10}$ , and  $Pr = 4.3$ . Each of 2D and 3D cases has a large-scale circulation and corner rolls. The shape of large-scale circulation becomes round and the size of corner roll turns small as  $Ra$  increases. In 2D RB convection, there are four corner vortices at the corner of the square cavity and a stable large-scale circulation which is elliptical. For spanwise averaged 3D RB convection with two corner vortices, large-scale circulation reveals spindle shape. Due to the characteristic of the corner roll, the region plume dominating is wider in 2D RB convection than in the spanwise-averaged 3D case. Further, the  $Ra$ -dependence of thermal boundary layer properties is also studied. The thermal boundary layer thickness is scaled with  $Ra$  and the scaling exponents of  $\lambda_\theta$  with  $Ra$  in the 2D and 3D cases are very similar.

**Keywords:** Rayleigh-Bénard convection, thermal boundary layer, turbulence, PDM-DNS

**PACS:** 47.27.te

**DOI:** 10.7498/aps.65.204702

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11372362, 11452002), the Fundamental Research Fund for the Central Universities, China (Grant No. 14lgjc02), and the Joint Funds of National Natural Science Foundation of China-Guangdong Provincial People's Government (second phase) Super Computational Science Application Research (Grant No. nsfc2015\_570).

† Corresponding author. E-mail: [stsbymail.sysu.edu.cn](mailto:stsbymail.sysu.edu.cn)