

频域图像下的强场非序列电离过程

金发成 王兵兵

Frequency-domain view of nonsequential double ionization in intense laser fields

Jin Fa-Cheng Wang Bing-Bing

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 224205 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.224205

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.224205>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I22>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

1.5 $\mu\text{m}$  光通信波段明亮压缩态光场的产生及其 Wigner 函数的重构

Generation of bright squeezed light at 1.5  $\mu\text{m}$  telecommunication band and its Wigner function reconstruction

物理学报.2016, 65(4): 044203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.044203>

原子系统中远失谐脉冲光束对的群速度操控

Group velocity manipulation of far off-resonant pulse-pair in atomic system

物理学报.2015, 64(9): 094208 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.094208>

循环跃迁的  $\Delta$  型三能级系统中的无反转激光

Laser without inversion in a  $\Delta$ -configuration three-level system with cyclic transition

物理学报.2012, 61(14): 144205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.144205>

二能级原子与高品质因子腔的自发辐射特性

Characteristics of spontaneous emission from a two-level atom in a very high Q cavity

物理学报.2011, 60(10): 104204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.60.104204>

量子点腔系统中抽运诱导受激辐射与非谐振腔量子电动力学特性的研究

Study of characteristics for pump-induced emission and anharmonic cavity-QED in quantum dot-cavity systems

物理学报.2011, 60(4): 044202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.60.044202>

专题: 超快强激光驱动下的原子分子过程

## 频域图像下的强场非序列电离过程\*

金发成<sup>1)2)</sup> 王兵兵<sup>1)2)†</sup>

1) (中国科学院物理研究所, 北京凝聚态物理国家重点实验室, 光物理重点实验室, 北京 100190)

2) (中国科学院大学物理科学学院, 北京 100049)

(2016年9月18日收到; 2016年11月6日收到修改稿)

自20世纪60年代激光发明以来, 激光与物质的相互作用就一直成为物理学领域的一个重要研究方向. 通过最近几十年激光技术的发展, 大大拓展了激光的频率、强度及脉宽范围, 使得复杂体系在激光场中的激发、辐射及电离过程得到更精细而深入的研究. 本文总结了处理单色和双色激光场中双电子原子非序列电离的频域理论; 归纳了碰撞-电离和碰撞-激发-电离两种机理下原子非序列电离在单色和双色激光场中的动量谱分布, 并对动量谱上的干涉条纹利用量子通道相干的理论进行了分析; 归纳了前向碰撞和背向碰撞在不同激光场条件下对非序列电离的不同贡献, 以及高频激光场在非序列电离中所起的作用.

关键词: 频域, 强激光场, 非序列双电离, 多电子原子

PACS: 42.50.Ct, 34.50.Fa, 33.20.Xx

DOI: 10.7498/aps.65.224205

## 1 引言

经过三十多年的研究, 人们对强激光场与物质相互作用过程已经有了非常深入的认识<sup>[1]</sup>, 特别是低频强激光场中原子和分子的电离及辐射过程使我们对强场阈上电离(ATI)<sup>[2-8]</sup>、高次谐波(HHG)<sup>[9-18]</sup>及非序列双电离(NSDI)<sup>[19-30]</sup>等新现象有了全面和细致的理解. 正因如此, 人们也利用这些新的物理过程发展出新的探测物质结构和动力学过程的技术和手段, 例如, 利用电离电子的重散射机理探测分子结构<sup>[31-33]</sup>、利用多个原子态的相干效应提高高次谐波产生效率<sup>[34]</sup>等, 其中最重要的进展之一就是利用高次谐波得到了阿秒激光脉冲光源<sup>[35,36]</sup>.

随着激光技术的进一步发展, 特别是最近自由电子激光技术<sup>[37,38]</sup>的快速进步, 为科学研究提供了由远红外低频到X射线高频的宽带激光光源. 由此, 人们对激光与物质相互作用的研究也进入到高频激光场的非线性区域. 对于低频强激光场, 人们

可以在大光子数近似下将激光场作为经典场处理, 并且在这样的低频强激光场中原子或分子的电离和辐射产生过程可以由半经典量子力学方法来处理, 电子电离的重碰过程也可以形象地用强场三步模型来解释<sup>[39]</sup>: 原子或分子中的电子在激光场中电离, 然后在激光场的驱动下返回母离子并与之发生重碰, 如果电子被母离子重新俘获并将其携带的能量转化为一个大能量的光子释放出去, 这个过程就是HHG的产生过程; 如果电离电子与母离子发生弹性碰撞, 则电子会在碰撞过程中从激光场中吸收更多的光子从而增加动能, 这个过程就是高阶阈上电离(HATI); 而如果电离电子与母离子发生非弹性碰撞并在碰撞过程中将部分能量传递给另一个电子并使其电离的过程, 称为NSDI. 然而, 随着激光场频率的增加, 特别是当单光子能量远大于电子的电离阈值时, 这个重碰三步模型图像将不再适用: 因为在这种高频激光场中, 即使电子只吸收一个光子, 其获得的动能也非常大, 因而激光的经典电场无法驱使电离电子返回到母离子附近发生重

\* 国家自然科学基金(批准号: 61275128, 11474348)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wbb@aphy.iphy.ac.cn

撞过程. 因此, 随着激光场频率的增加, 特别是当单光子能量远大于电子的电离势时, 激光场作为量子场的处理方法将更为合适和方便.

基于非微扰量子电动力学基础上的频域理论产生于求解 Dirac 方程<sup>[40]</sup>. 它对激光场的处理是量子化的, 激光场与物质的相互作用由量子跃迁过程来描述该方法具有很强的适应性, 因此我们可以通过应用不同的物理近似处理感兴趣的问题. 最近, 我们课题组发展了该理论, 成功处理了低频强激光场中的三大重碰现象<sup>[41-46]</sup>, 即 HHG<sup>[41,42]</sup>, HATI<sup>[43-45]</sup> 及 NSDI<sup>[46]</sup> 过程, 建立了重碰过程的全量子力学频域方法. 我们研究了时域理论与频域理论的对应关系, 并用频域图像明确解释了 HHG 的平台原因<sup>[41,42]</sup>: 它反映的是电子在激光场中的能谱特点. 我们还建立了 HATI 的频域理论并提出利用 HATI 探测分子结构时存在电荷分布效应<sup>[43-45]</sup>. 特别地, 我们最近推导了原子在单色激光场和双色激光场中 NSDI 的全量子频域理论, 证明了电子的散射过程在单色激光场和双色激光场下对 NSDI 贡献的差异<sup>[46,47]</sup>. 本文对 NSDI 的频域理论进行综述, 并总结不同激光场下不同的 NSDI 谱结构及其形成的原因(本文采取原子单位制, atomic units, a.u.).

## 2 原子在强激光场中电离的频域理论

建立在非微扰量子电动力学理论基础上的强场原子电离理论是基于 KFR (Keldysh, Faisal, Reiss) 理论<sup>[48-51]</sup> 发展起来的. 在 20 世纪 80 年代, Guo 等<sup>[52-54]</sup> 重新推导了自由电子在激光场中的量子 Volkov 态并以此为末态得到了原子在激光场中电离过程的跃迁矩阵公式, 后来 Guo 等<sup>[40]</sup> 又利用该方法处理了 ATI 过程. 最近该方法被推广到处理 HHG 的产生过程, 建立了 HHG 与 ATI 的基本联系<sup>[41,42]</sup>. 这种方法进一步得到发展, 解决了 HATI 及 NSDI 的全量子(即激光场和原子体系都是量子化处理) 计算过程. 至此, 建立起了描述强激光场中重碰过程的全量子频域理论. 下面我们对频域理论给出一般性的描述并给出应用于 NSDI 过程的跃迁公式.

在频域理论中, 原子与激光场形成一个孤立系统, 原子与光子相互作用的每一步跃迁过程都会保持能量守恒, 因此我们可以利用形式散射理论来研究原子与激光场的相互作用. 根据形式散射理论,

在原子与激光场相互作用前及相互作用后, 系统的状态处于原子和激光场相互独立的状态; 在原子与激光场发生相互作用时, 系统在相应的相互作用算符的作用下由碰撞前的状态跃迁到碰撞后的状态. 原子-激光场作为一个孤立系统, 其哈密顿量可表示为  $H = H_0 + U + V$ , 其中  $H_0 = \mathbf{p}^2/2 + N_a$ , 表示自由电子的动能算符和激光场的光子数目算符,  $U$  为原子中电子与核的库仑势,  $V$  为电子与激光场的相互作用势.

当时间为负无穷时, 原子和激光场没有相互作用, 体系所处状态表示为  $|\psi_i\rangle$ , 对应的能量为  $E_i$ , 则在任意时间该初态波函数可以表示为

$$|\psi_i^+\rangle = |\psi_i\rangle + \frac{1}{E_i - H + i\epsilon} V |\psi_i\rangle, \quad (1)$$

其中  $\epsilon$  为无穷小量. 另一方面, 当时间为正无穷时, 原子-激光体系也不再存在相互作用, 体系处于状态  $|\psi_f\rangle$ , 对应的能量为  $E_f$ , 则在任意时间该末态波函数可以表示为

$$|\psi_f^-\rangle = |\psi_f\rangle + \frac{1}{E_f - H - i\epsilon} U |\psi_f\rangle. \quad (2)$$

因此, 由形式散射理论可得跃迁公式<sup>[46]</sup>

$$\begin{aligned} & \langle \psi_f^- | \psi_i^+ \rangle \\ &= \delta_{fi} - 2i\pi\delta(E_f - E_i) \left[ \langle \psi_f | V | \psi_i \rangle \right. \\ & \quad + \langle \psi_f | U \frac{1}{E_f - H + i\epsilon} V | \psi_i \rangle \\ & \quad + \langle \psi_f | V \frac{1}{E_f - H - i\epsilon} U \frac{1}{E_i - H + i\epsilon} V | \psi_i \rangle \left. \right] \\ & \quad + \dots, \end{aligned} \quad (3)$$

(3) 式包含了原子与激光场相互作用的所有跃迁过程. 我们可以通过设定不同的初态和末态来选择不同的物理过程, 例如电离、激发以及强激光场中发生的重碰和多次重碰过程. 正因为频域理论能够在同一的框架下对强激光场动力学所有过程进行理论计算, 我们可以通过该方法考察在相同物理条件下不同动力学过程的发生概率及它们之间的内在关联.

### 2.1 原子在激光场中的电离及 HATI

原子中的电子在激光场的电离过程可以用图 1 所示的跃迁过程表示<sup>[55]</sup>. 在原子与激光场的相互作用前, 电子处于原子基态, 只受库仑势  $U$  的作用; 在激光场与原子相互作用时, 电子同时受库仑势  $U$  和电子与激光场的相互作用势  $V$  的作用; 当

电子电离后, 电子处在激光场中, 只受电子与激光场的相互作用势  $V$  的作用 (这里我们利用了强场近似). 对于原子-激光体系, 在原子与激光场相互作用前, 其初态波函数  $|\psi_i\rangle = |\Phi_i(\mathbf{r})\rangle \otimes |n_i\rangle$ , 其中  $|\Phi_i\rangle$  为原子基态波函数,  $|n_i\rangle$  为激光场的光子态函数; 在原子与激光场相互作用后, 原子中的电子成为在激光场中的自由电子, 所以体系的末态  $|\psi_f\rangle$  为 Volkov 态.

自由电子在激光场中运动的量子化态是 Volkov [56] 在 1935 年基于量子电动力学理论推导出来的. Guo 等 [52-54] 重新推导了激光场作为量子场的单色光和双色光两种情况的 Volkov 态. 在频率为  $\omega$  的单色激光场中的 Volkov 态为

$$|\psi_{pk}\rangle = V_e^{-1/2} \sum_{j=-k}^{\infty} \exp\{i[\mathbf{p} + (u_p - j)\mathbf{k}] \cdot \mathbf{r}\} \times J_j^*(\zeta, \eta) |k + j\rangle, \quad (4)$$

对应 Volkov 态的能量为  $E_{pk} = \mathbf{p}^2/2 + (k + 1/2)\omega + u_p\omega$ ,  $V_e$  为空间归一化常数,  $\mathbf{p}$  为电子的内禀动量,  $J_j(\zeta, \eta)$  为单色激光场下的贝塞尔函数,  $\zeta$  和  $\eta$  为该贝塞尔函数的宗量,  $|k + j\rangle$  为激光场的光子态函数,  $\mathbf{k}$  为激光场的波矢,  $u_p = U_p/\omega$ ,  $U_p$  为电子在频率为  $\omega$  的激光场中获得的有质动力能.

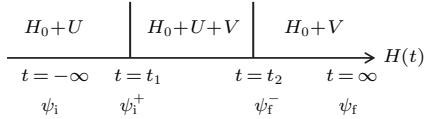


图 1 原子中电子电离过程的形式散射理论跃迁示意图 [55]

Fig. 1. The schematic diagram of formal scattering theory in electron ionization process of atom (reprinted with permission from Ref. [55]).

当激光场是频率为  $\omega_1$  和  $\omega_2$  的双色激光场时, 一个自由电子在这样的复合场中的 Volkov 态为 [52-54]

$$|\psi_{pk_1k_2}\rangle = V_e^{-1/2} \exp\{i[(\mathbf{p} + u_{p_1}\mathbf{k}_1 + u_{p_2}\mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}]\} \times \sum_{\substack{j_1=-k_1, \\ j_2=-k_2}}^{\infty} \exp\{-i[j_1(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \phi_1) + j_2(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \phi_2)]\} \mathfrak{N}_{j_1j_2}^*(\xi) \times |k_1 + j_1, k_2 + j_2\rangle, \quad (5)$$

其中  $\mathfrak{N}_{j_1j_2}(\xi)$  为双色激光场下的贝塞尔函数,  $\xi$  为对应贝塞尔函数的宗量,  $\mathbf{k}_1$  和  $\mathbf{k}_2$  分别为两激光场的波矢,  $\phi_1$  和  $\phi_2$  分别为两激光场的初始相位.

利用跃迁 (3) 式, 并只取跃迁矩阵方程的前两项, 得到 [43-45]:  $T_{fi} = T_{ATI} + T_{HATI}$ , 其中  $T_{ATI} = \langle \psi_f | V | \psi_i \rangle$ ,

$$T_{HATI} = \langle \psi_f | U \frac{1}{E_f - H - i\epsilon} V | \psi_i \rangle.$$

在这里,  $T_{ATI}$  表示原子发生 ATI 过程的跃迁矩阵元,  $T_{HATI}$  描述原子发生 HATI 过程的跃迁矩阵元.

对于频率为  $\omega$  的单色激光场, 原子发生 ATI 过程的跃迁矩阵元为 [44, 52-54]

$$T_{ATI} = V_e^{-1/2} \omega (u_p - j) J_j(\zeta, \eta) \Phi_i(\mathbf{p}), \quad (6)$$

其中  $\Phi_i(\mathbf{p})$  为动量空间中的原子初态波函数,  $j$  表示电子在 ATI 过程中吸收的光子数. 值得注意的是, 在上述和后面的推导过程中, 我们在大光子数近似 [52-54] 下忽略了光子动量的影响, 即  $\mathbf{p} - j\mathbf{k} + u_p\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{p}$ . 因此, 我们在 (6) 式中将  $\Phi_i(\mathbf{p} - j\mathbf{k} + u_p\mathbf{k})$  表示为  $\Phi_i(\mathbf{p})$ . 对于双色激光场, 相应的 ATI 过程的跃迁矩阵元为 [52-54, 58]

$$T_{ATI} = V_e^{-1/2} (u_{p_1}\omega_1 + u_{p_2}\omega_2 - q_1\omega_1 - q_2\omega_2) \times \mathfrak{N}_{q_1q_2}(\zeta) \Phi_i(\mathbf{p}), \quad (7)$$

其中  $q_1$  和  $q_2$  分别为电子在 ATI 过程中从两束激光场中吸收的光子数. 另一方面, 原子发生 HATI 的过程可以看作是两步跃迁过程: 直接电离后的激光辅助碰撞过程. 在频率为  $\omega$  的激光场中, HATI 过程的跃迁矩阵元为 [43-45]

$$T_{HATI} = -i\pi \sum_{p'_1n_1} \langle \psi_{pfn} | U | \psi_{p'_1n_1} \rangle \langle \psi_{p'_1n_1} | V | \psi_i \rangle \times \delta(E_{pfn} - E_{p'_1n_1}). \quad (8)$$

根据上式可以得到 HATI 谱中吸收  $q_2$  个光子 (其中第一步跃迁吸收  $j_1$  个光子) 的电子跃迁矩阵元为 [43-45]

$$T_{HATI}^{q_2} = i\pi V_e^{-3/2} \sum_{p'_1j_1} \omega (u_p - j_1) \Phi_i(\mathbf{p}'_1) \langle \mathbf{p}_f | U | \mathbf{p}'_1 \rangle \times J_{j_1}(\zeta'_1, \eta) J_{q_2-j_1}(\zeta'_1 - \zeta_f) \times \delta(E_{pfn} - E_{p'_1n_1}), \quad (9)$$

其中  $\mathbf{p}'_1$  和  $\mathbf{p}_f$  分别为电子在 ATI 过程中和 HATI 过程后的动量.

当激光场为双色场时, 电子在 HATI 过程中的跃迁矩阵元为 [55]

$$T_{HATI}^{q_2} = -i\pi V_e^{-3/2} \sum_{p'_1s_1s_2} (\omega_1 u_{p_1} + \omega_2 u_{p_2})$$



$$\begin{aligned}
 & -s_1\omega_1 - s_2\omega_2) \Phi_1(\mathbf{p}'_1) \langle \mathbf{p}_f | U | \mathbf{p}'_1 \rangle \\
 & \times \mathcal{N}_{s_1 s_2}(\zeta'_1) \mathcal{N}_{q_1 - s_1 q_2 - s_2}(\zeta_f - \zeta'_1) \\
 & \times \delta(E_{\mathbf{p}_f n_1 n_2} - E_{\mathbf{p}'_1 m_1 m_2}). \quad (10)
 \end{aligned}$$

## 2.2 NSDI的频域理论

NSDI过程可以用重碰撞模型解释<sup>[39]</sup>, 根据原子种类和激光场的条件, NSDI的机理通常可以分为两类<sup>[1]</sup>: 碰撞-电离和碰撞-激发-电离. 一个电子首先在激光场的作用下被电离, 然后在激光场的作用下加速获得能量并返回母核附近与另一个束缚电子碰撞且把部分能量传递给该束缚电子. 若两电子在碰撞后有足够的能量克服电离势便可以直接被电离, 这个过程称为碰撞-电离(CI)过程; 若其中一个电子在碰撞后具有较低能量并处在某一激发态上, 随后在激光场的作用下被电离, 这个过程为碰撞-激发-电离(CEI)过程. 下面将简述原子在红外(IR)激光场和双色激光场——红外激光和深紫外激光(IR+XUV双色激光)下由该两种机理引起的NSDI过程的频域理论.

### 2.2.1 CI过程

#### 2.2.1.1 原子在IR激光场中的CI过程的频域理论

原子在频率为 $\omega_1$ 的IR激光场中的哈密顿量为<sup>[40]</sup>

$$H = H_0 + U + V, \quad (11)$$

其中自由电子的动能算符和激光场的光子数目算符 $H_0 = (-i\nabla_1)^2/2 + (-i\nabla_2)^2/2 + \omega_1 N_{a1}$ ,  $U = U_1 + U_2 + U_{12}$ ,  $U_1$ 和 $U_2$ 为每个电子与原子核之间的库仑势,  $U_{12}$ 为两电子之间的相互作用势,  $N_{a1}$ 为光子数目算符. 另外,  $V = V_1 + V_2$ 为电子与激光场的相互作用势, 其中

$$\begin{aligned}
 V_j = & -\mathbf{A}_1(-\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_j) \cdot (-i\nabla_j) + \frac{\mathbf{A}_1^2(-\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_j)}{2} \\
 & (j = 1, 2), \quad (12)
 \end{aligned}$$

上式中 $\mathbf{A}_1$ 为波矢为 $\mathbf{k}_1$ 的激光场矢势. 根据(3)式, CI机理引起的跃迁矩阵元为

$$T_{\text{CI}} = \langle \psi_f | U_{12} \frac{1}{E_i - H + i\epsilon} V_1 | \psi_i \rangle, \quad (13)$$

其中 $|\psi_i\rangle$ 为该系统的初态波函数,  $|\psi_i\rangle = |\Phi_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)\rangle \otimes |n_1\rangle$ ,  $E_i$ 是对应初态的能量,  $\Phi_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ 为氢原子的初态波函数. 系统的末态 $|\psi_f\rangle =$

$|\psi_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \mathbf{k}}\rangle$ 用两电子的Volkov态表示为<sup>[27]</sup>

$$\begin{aligned}
 & |\psi_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \mathbf{k}}\rangle \\
 & = V_e^{-1} \sum_{j_1=-k}^{\infty} \exp\{i[\mathbf{p}_1 + (u_{\mathbf{p}_1} - j_1)\mathbf{k}_1] \cdot \mathbf{r}_1\} \\
 & \times J_{j_1}^*(\zeta_1, \eta) \sum_{j_2=-k-j_1}^{\infty} \exp\{i[\mathbf{p}_2 + (u_{\mathbf{p}_1} \\
 & - j_2)\mathbf{k}_1] \cdot \mathbf{r}_2\} J_{j_2}^*(\zeta_1, \eta) |k + j_1 + j_2\rangle, \quad (14)
 \end{aligned}$$

对应末态的能量为 $E_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \mathbf{k}} = \mathbf{p}_1^2/2 + \mathbf{p}_2^2/2 + (k + 1/2)\omega_1 + 2u_{\mathbf{p}_1}\omega_1$ . 在(14)式中,  $u_{\mathbf{p}_1} = U_{\mathbf{p}_1}/\omega_1$ ,  $U_{\mathbf{p}_1}$ 为电子在IR激光场中获得的有质动力能. 利用中间态的完备性, (13)式变为

$$\begin{aligned}
 T_{\text{CI}} = & -i\pi \sum_{\mathbf{p}'_1 m} \langle \psi_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \mathbf{k}} | U_{12} | \psi_{\mathbf{p}'_1 m} \Phi_1(\mathbf{r}_2) \rangle \\
 & \times \langle \psi_{\mathbf{p}'_1 m} \Phi_1(\mathbf{r}_2) | V_1 | \psi_i \rangle \\
 & \times \delta(E_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \mathbf{k}} - E_{\mathbf{p}'_1 m}). \quad (15)
 \end{aligned}$$

在上式中, 中间态表示为 $|\psi_{\mathbf{p}'_1 m} \Phi_1(\mathbf{r}_2)\rangle = |\psi_{\mathbf{p}'_1 m}\rangle \otimes |\Phi_1(\mathbf{r}_2)\rangle$ , 即一个电子被电离用Volkov态 $|\psi_{\mathbf{p}'_1 m}\rangle$ 表示, 而另一个电子处在 $\text{He}^+$ 离子的基态 $|\Phi_1(\mathbf{r}_2)\rangle$ . 值得注意的是:  $\langle \psi_{\mathbf{p}'_1 m} \Phi_1(\mathbf{r}_2) | V_1 | \psi_i \rangle$ 表示第一个电子在IR激光场中吸收 $s$ 个光子发生阈上电离, 这个过程称为ATI;  $\langle \psi_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \mathbf{k}} | U_{12} | \psi_{\mathbf{p}'_1 m} \Phi_1(\mathbf{r}_2) \rangle$ 表示第一个电离电子在IR激光场的协助下与束缚电子碰撞发生双电离, 该过程称为激光协助碰撞(LAC). 进一步, 把(4)式和(14)式代入(15)式, 我们得到<sup>[46]</sup>

$$\begin{aligned}
 T_{\text{CI}} = & -i\pi V_e^{-2} \sum_{\mathbf{p}'_1 s} J_{q_1+q_2-s}(\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1, \eta) \\
 & \times \omega_1 (u_{\mathbf{p}_1} - s) J_s(\zeta'_1, \eta) \Phi'(\mathbf{p}'_1) \\
 & \times \iint d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \exp[-i(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}'_1) \cdot \mathbf{r}_1] \\
 & \times \exp(-i\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r}_2) U_{12} \Phi_1(\mathbf{r}_2) \\
 & \times \delta(E_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \mathbf{k}} - E_{\mathbf{p}'_1 m}), \quad (16)
 \end{aligned}$$

其中, 在计算过程中 $\Phi'(\mathbf{p}'_1)$ 用氢原子基态动量波函数近似,  $\mathbf{p}'_1$ 表示电子在ATI过程后的动量. (16)式即为原子在单色场下由CI机理引起的NSDI的跃迁矩阵元.

#### 2.2.1.2 原子在IR+XUV激光场中的CI过程的频域理论

原子在频率为 $\omega_1$ 的IR激光场和频率为 $\omega_2$ 的XUV激光场中的哈密顿量为 $H = H_0 + U + V$ , 其

中  $H_0 = (-i\nabla_1)^2/2 + (-i\nabla_2)^2/2 + \omega_1 N_{a1} + \omega_2 N_{a2}$ . 另外,  $V = V_1 + V_2$ , 其中

$$\begin{aligned} V_j = & -[\mathbf{A}_1(-\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_j) \cdot (-i\nabla_j)] \\ & + \mathbf{A}_2(-\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}_j) \cdot (-i\nabla_j)] \\ & + \frac{1}{2}[\mathbf{A}_1(-\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_j) + \mathbf{A}_2(-\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}_j)]^2 \\ & (j = 1, 2). \end{aligned} \quad (17)$$

在上式中,  $N_{a2}$ ,  $\mathbf{A}_2$  和  $\mathbf{k}_2$  分别表示 XUV 激光场的光子数目算符、矢势和波矢. 该系统的初态波函数  $|\psi_i\rangle = |\Phi_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)\rangle \otimes |n_1\rangle \otimes |n_2\rangle$ , 对应的能量为  $E_{in_1n_2}$ , 系统的末态波函数  $|\psi_f\rangle = |\psi_{p_1p_2k_1k_2}\rangle$ , 对应的能量为  $E_{p_1p_2k_1k_2}$ , 其中

$$\begin{aligned} & |\psi_{p_1p_2k_1k_2}\rangle \\ = & V_e^{-1} \exp\{i[(\mathbf{p}_1 + u_{p_1}\mathbf{k}_1 + u_{p_2}\mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}_1 \\ & + (\mathbf{p}_2 + u_{p_1}\mathbf{k}_1 + u_{p_2}\mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}_2]\} \\ & \times \sum_{\substack{j_1=-k_1, \\ j_2=-k_2}}^{\infty} \exp\{-i[j_1(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_1 + \phi_1) \\ & + j_2(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}_1 + \phi_2)]\} \aleph_{j_1j_2}^*(\xi_1) \\ & \times \sum_{\substack{j_3=-k_1-j_1, \\ j_4=-k_2-j_2}}^{\infty} \exp\{-i[j_3(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_2 + \phi_1) \\ & + j_4(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}_2 + \phi_2)]\} \aleph_{j_3j_4}^*(\xi_2) \\ & \times |k_1 + j_1 + j_3, k_2 + j_2 + j_4\rangle. \end{aligned} \quad (18)$$

另外, 双色激光场下的中间态表示为<sup>[52-54]</sup>

$$\begin{aligned} & |\psi_{p'_1m_1m_2}\rangle \\ = & V_e^{-1/2} \sum_{\substack{j_1=-m_1, \\ j_2=-m_2}}^{\infty} \exp\{i[\mathbf{p}'_1 + (u_{p_1} - j_1)\mathbf{k}_1 \\ & + (u_{p_2} - j_2)\mathbf{k}_2] \cdot \mathbf{r}_1\} \times \aleph_{j_1j_2}^*(\xi'_1) \\ & \times \exp[-i(j_1\phi_1 + j_2\phi_2)] |m_1 + j_1, m_2 + j_2\rangle. \end{aligned} \quad (19)$$

利用中间态的完备性, 双色场下的跃迁矩阵元为

$$\begin{aligned} T_{CI} = & -i\pi \sum_{p'_1m_1m_2} \langle \psi_{p_1p_2k_1k_2} | U_{12} | \psi_{p'_1m_1m_2} \Phi_1(\mathbf{r}_2) \rangle \\ & \times \langle \psi_{p'_1m_1m_2} \Phi_1(\mathbf{r}_2) | V_1 | \psi_i \rangle \\ & \times \delta(E_{p'_1m_1m_2} - E_{in_1n_2}). \end{aligned} \quad (20)$$

把(18)式和(19)式代入(20)式, 我们得到<sup>[47]</sup>

$$\begin{aligned} T_{CI} = & -4i\pi^2 V_e^{-2} \sum_{s_1s_2} \aleph_{q_1q_2}(\xi_1 + \xi_2 - \xi'_1) \\ & \times [\omega_1(u_{p_1} - s_1) + \omega_2(u_{p_2} - s_2)] \mathbf{p}'_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \aleph_{s_1s_2}(\xi'_1) \Phi'_1(\mathbf{p}'_1) \iint d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \\ & \times \exp[-i(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}'_1) \cdot \mathbf{r}_1] \exp(-i\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r}_2) \\ & \times U_{12} \Phi_1(\mathbf{r}_2). \end{aligned} \quad (21)$$

上式即为原子在双色场下由 CI 机理引起的 NSDI 的跃迁矩阵元, 其中  $\Phi'_1(\mathbf{p}'_1)$  用氢原子基态动量波函数近似. 另外,  $s_1$  和  $s_2$  表示电子在 ATI 过程中吸收的 IR 和 XUV 光子数,  $q_1$  和  $q_2$  表示电子在 LAC 过程中吸收的 IR 和 XUV 光子数.

根据(15)式和(20)式, 原子无论在单色激光场还是双色激光场中, 由 CI 机理引起的 NSDI 过程都可以看成两步过程: 电子首先发生 ATI 过程, 然后在激光场的作用下发生 LAC 过程.

## 2.2.2 CEI 过程

### 2.2.2.1 原子在 IR 激光场中的 CEI 过程的频域理论

由(3)式, 原子在频率为  $\omega_1$  的 IR 激光场中由 CEI 机理引起的 NSDI 的跃迁矩阵元为

$$T_{CEI} = \langle \psi_f | V_2 \frac{1}{E_f - H - i\varepsilon} U_{12} \frac{1}{E_i - H + i\varepsilon} V_1 | \psi_i \rangle. \quad (22)$$

相比 CI 机理而言, CEI 机理还需要一个中间态: 一个电子处在连续态而另一个电子处在  $\text{He}^+$  离子的激发态. 在本文的计算中, 我们发现第一激发态对 NSDI 的贡献远大于其他激发态的贡献. 因此, 本文主要考虑第一激发态的贡献. 此时, 该中间态表示为  $|\psi_{p'_1}\Phi_2(\mathbf{r}_2)\rangle = |\psi_{p'_1}\rangle \otimes |\Phi_2(\mathbf{r}_2)\rangle$ , 该态对应的能量为  $E_{p'_1}$ , 其中  $|\Phi_2(\mathbf{r}_2)\rangle$  表示电子处在  $\text{He}^+$  离子的第一激发态的波函数. 利用中间态的完备性, CEI 机理下的跃迁矩阵元为

$$\begin{aligned} T_{CEI} = & \pi^2 \sum_{p'_1} \sum_{p'_1m} \langle \psi_{p_1p_2k} | V_2 | \psi_{p'_1}\Phi_2(\mathbf{r}_2) \rangle \\ & \times \langle \psi_{p'_1}\Phi_2(\mathbf{r}_2) | U_{12} | \psi_{p'_1m}\Phi_1(\mathbf{r}_2) \rangle \\ & \times \langle \psi_{p'_1m}\Phi_1(\mathbf{r}_2) | V_1 | \psi_i \rangle \\ & \times \delta(E_{p_1p_2k} - E_{p'_1}) \delta(E_{p'_1} - E_{p'_1m}). \end{aligned} \quad (23)$$

在(23)式中,  $\langle \psi_{p'_1m}\Phi_1(\mathbf{r}_2) | V_1 | \psi_i \rangle$  为第一个电子在激光场的作用下发生阈上电离, 此过程称为第一个电子的阈上电离(ATI1);  $\langle \psi_{p'_1}\Phi_2(\mathbf{r}_2) | U_{12} | \psi_{p'_1m}\Phi_1(\mathbf{r}_2) \rangle$  为第一个电离电子在激光场的协助下与第二个电子碰撞后并使其处在第一激发态上, 这个过程称为激光协助碰撞激发(LACE);  $\langle \psi_{p_1p_2k} | V_2 | \psi_{p'_1}\Phi_2(\mathbf{r}_2) \rangle$  为第二个电子

发生阈上电离, 此过程称为第二个电子的阈上电离 (ATI2). 进一步, (23) 式变为<sup>[46]</sup>

$$\begin{aligned}
 T_{\text{CEI}} &= \pi V_e^{-2} \sum_{p'_1 s} J_{q_1-s}(\zeta_1 - \zeta'_1) J_{q_2}(\zeta_2, \eta) \\
 &\times \omega_1^2(u_{p_1} - s)(u_{p_1} - q_2) \\
 &\times \Phi'(\mathbf{p}'_1) \Phi_2(\mathbf{p}_2) J_s(\zeta'_1, \eta) \delta(E_{p_1 p_2 k} - E_{p_1}) \\
 &\times \delta(E_{p_1} - E_{p'_1 m}) \iint d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \\
 &\times \exp[-i(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}'_1) \cdot \mathbf{r}_1] U_{12} \Phi_1(\mathbf{r}_2) \Phi_2(\mathbf{r}_2), \quad (24)
 \end{aligned}$$

其中  $|\Phi_2(\mathbf{p}_2)\rangle$  为  $\text{He}^+$  离子的第一激发态在动量空间的波函数. 此公式表示原子在单色激光场下由 CEI 机理引起的 NSDI 过程的跃迁矩阵元.

### 2.2.2.2 原子在 IR+XUV 激光场中的 CEI 过程的频域理论

同样地, 从单色激光场下的跃迁矩阵元 (23) 式推广到双色激光场下的跃迁矩阵元为

$$\begin{aligned}
 T_{\text{CEI}} &= \pi^2 \sum_{p'_1 l_1 l_2} \sum_{p'_1 m_1 m_2} \langle \psi_{p_1 p_2 k_1 k_2} | V_2 | \psi_{p'_1 l_1 l_2} \Phi_2(\mathbf{r}_2) \rangle \\
 &\times \langle \psi_{p'_1 l_1 l_2} \Phi_2(\mathbf{r}_2) | U_{12} | \psi_{p'_1 m_1 m_2} \Phi_1(\mathbf{r}_2) \rangle \\
 &\times \langle \psi_{p'_1 m_1 m_2} \Phi_1(\mathbf{r}_2) | V_1 | \psi_i \rangle \delta(E_{p'_1 l_1 l_2} - E_{i n_1 n_2}) \\
 &\times \delta(E_{p'_1 m_1 m_2} - E_{i n_1 n_2}). \quad (25)
 \end{aligned}$$

利用两电子在双色激光场中的 Volkov 态<sup>[46]</sup>, 进一步把 (25) 式变为

$$\begin{aligned}
 T_{\text{CEI}} &= -4\pi^3 V_e^{-2} \sum_{q_1 q_2} \sum_{s_1 s_2} \mathbf{p}_1 [\omega_1(u_{p_1} - s_1) \\
 &+ \omega_2(u_{p_2} - s_2)] \mathcal{N}_{s_1 s_2}(\xi_2) \Phi_2(\mathbf{p}_2) \\
 &\times \mathcal{N}_{d_1 d_2}(\xi_1 - \xi'_1) \mathbf{p}'_1 [\omega_1(u_{p_1} - q_1) \\
 &+ \omega_2(u_{p_2} - q_2)] \mathcal{N}_{q_1 q_2}(\xi'_1) \Phi'_1(\mathbf{p}'_1) \\
 &\times \iint d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \exp[-i(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}'_1) \cdot \mathbf{r}_1] \\
 &\times \Phi_2^*(\mathbf{r}_2) U_{12} \Phi_1(\mathbf{r}_2). \quad (26)
 \end{aligned}$$

在上式中,  $q_1$  和  $q_2$  分别为电子在 ATI1 过程中吸收的 IR 和 XUV 光子数,  $d_1$  和  $d_2$  分别为电子在 LACE 过程中吸收的 IR 和 XUV 光子数,  $s_1$  和  $s_2$  分别为电子在 ATI2 过程中吸收的 IR 和 XUV 光子数. (26) 式即为原子在双色激光场下由 CEI 机理引起的 NSDI 过程的跃迁矩阵元.

根据 (23) 式和 (25) 式, 原子无论在单色激光场还是双色激光场中由 CEI 机理引起的 NSDI, 该电离过程都可以看成三步过程: 第一个电子首先在激光场的作用下发生 ATI1 过程, 接着在激光场的作用下碰撞第二个电子后离开母核, 并使得第二个电子处在  $\text{He}^+$  离子的第一激发态, 最后第二个电子在激光场的作用下发生 ATI2 过程.

## 3 原子在激光场中的非序列电离过程

### 3.1 CI 过程

#### 3.1.1 单色激光场中由 CI 机理引起的 NSDI 过程

首先考虑氢原子在 IR 激光场中由 CI 机理引起的 NSDI 过程. 选取的激光强度为  $I_1 = 7 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$ , 波长为  $\lambda_1 = 800 \text{ nm}$ . 图 2 给出了两电子沿着激光极化方向出射时的动量谱. 该结果在定性上符合了 Eremina 等<sup>[57]</sup> 的实验结果. 从图 2 还可以看到: 1) NSDI 的概率主要是由两电子沿着相同方向出射时主导的; 2) 动量谱呈现出复杂的干涉条纹. 基于这些现象, 我们将通过通道分析进一步解释该动量谱的形成.

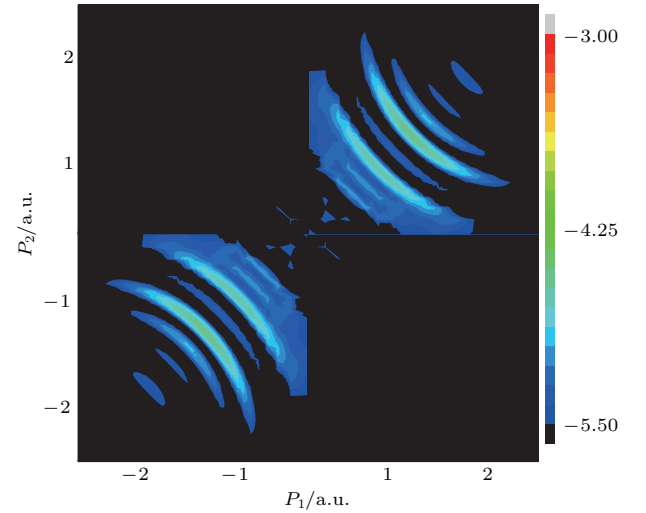


图 2 两电离电子沿着激光极化方向出射时由 CI 机理引起的 NSDI 动量谱, 该图采用对数标度<sup>[46]</sup>

Fig. 2. The NSDI momentum spectra of two ionized electrons with their momenta along the laser polarization direction, where the NSDI is caused by the CI mechanism in an IR laser field. In a logarithmic scale (reprinted with permission from Ref. [46]).

根据频域理论, 图 2 给出的动量谱来自于所有 ATI 通道的相干叠加. 由 (16) 式, 每个 ATI 通道的

贡献表示为

$$T_{\text{CI}}^k = \Gamma_{\text{LAC}}^k \Gamma_{\text{ATI}}^k \propto I(P) J_{q_1+q_2-s}(\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1, \eta) \Gamma_{\text{ATI}}^k, \quad (27)$$

其中  $k = s - [E_1/\omega_1 + u_p]$  是 ATI 通道的阶数,  $\Gamma_{\text{ATI}}^k = V_e^{-1/2} \omega(u_p - s) \Phi_1(\mathbf{p}'_1) J_s(\zeta'_1, \eta)$  为  $k$  阶 ATI 通道的跃迁矩阵元,

$$I(P) = \iint d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \exp[-i(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}'_1) \cdot \mathbf{r}_1] \times \exp(-i\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r}_2) U_{12} \Phi_1(\mathbf{r}_2).$$

由(27)式可见,干涉条纹来自于LAC过程.因此,我们下面主要分析(27)式中的贝塞尔函数  $J_{q_1+q_2-s}(\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1, \eta)$ .

一般地,该贝塞尔函数写成积分形式为

$$J_{q_1+q_2-s}(\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1, \eta)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi \exp\{i[(\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1) \sin \varphi + \eta \sin(2\varphi) + (q_1 + q_2 - s)\varphi]\}, \quad (28)$$

其中,宗量  $\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1 = 2\sqrt{u_{p_1}/\omega_1}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}'_1) \cdot \hat{\mathbf{e}}_1$ ,  $\hat{\mathbf{e}}_1$  为 IR 激光极化的单位矢量.该宗量依赖于碰撞前和碰撞后的电子动量的方向.如果碰撞前电子的动量  $\mathbf{p}'_1$  的方向与碰撞后该电子的动量  $\mathbf{p}_1$  的方向夹角小于  $90^\circ$ ,该过程称为前向碰撞;如果它们的夹角大于  $90^\circ$ ,则称之为背向碰撞.

图3(a)–(d)分别给出了两电子沿着激光极化方向出射时通道1, 5, 11和23的动量谱.从图3(a)–(d)中可以看出:1)随着  $k$  的增加,动量谱的分布区域减少,并且低阶的通道对 NSDI 过程起主要贡献;2)对低阶的 ATI 通道而言,动量谱的

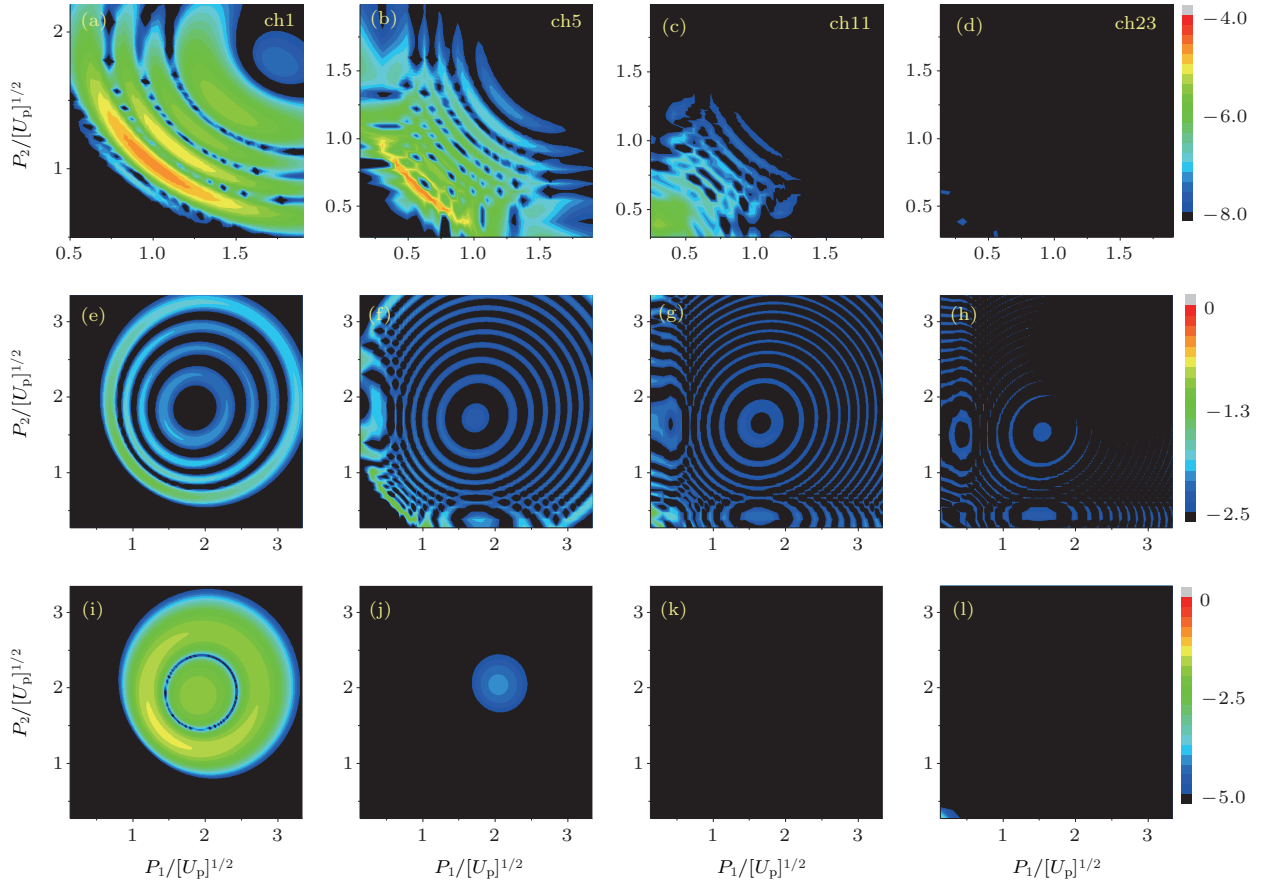


图3 (a)–(d) 两电子沿着相同方向出射时的通道贡献; (e)–(h) 不同通道下在背向碰撞时  $|J_{q_1+q_2-s}(\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1, \eta)|^2$  的动量谱分布; (i)–(l) 在前向碰撞时  $|J_{q_1+q_2-s}(\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1, \eta)|^2$  的动量谱分布, 通道阶数  $k$  为 1 [(a), (e) 和 (i)], 5 [(b), (f) 和 (j)], 11 [(c), (g) 和 (k)] 和 23 [(d), (h) 和 (l)]; 该图采用对数标度 [46]

Fig. 3. Channel contributions of NSDI momentum spectra with the final momenta of the two ionized electrons along the same direction. (e)–(h) present  $|J_{q_1+q_2-s}(\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1, \eta)|^2$  for the backward collision; (i)–(l) present  $|J_{q_1+q_2-s}(\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1, \eta)|^2$  for the forward collision. The orders of these channels are 1 [(a), (e) and (i)], 5 [(b), (f) and (j)], 11 [(c), (g) and (k)] and 23 [(d), (h) and (l)], respectively. In a logarithmic scale (reprinted with permission from Ref. [46]).



分布主要集中在高能区域, 而对高阶的 ATI 通道而言, 动量谱的分布主要集中在低能区域. 为了解释这些现象, 图 3(e)—(h) 给出了电子发生背向碰撞时贝塞尔函数  $|J_{q_1+q_2-s}(\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1, \eta)|^2$  的动量分布, 图 3(i)—(l) 给出了前向碰撞时  $|J_{q_1+q_2-s}(\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1, \eta)|^2$  的动量分布. 从图 3 可以看出: 当两电子沿着相同方向出射时, 背向碰撞对 NSDI 过程起主导作用, 并且图 3(a)—(d) 中干涉条纹的特征主要来自于对应通道下的背向碰撞的贡献.

为了进一步理解图 3 的结果, 我们利用鞍点近似方法分析贝塞尔函数  $J_{q_1+q_2-s}(\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1, \eta)$ . 电子在经典激光场中的作用量为<sup>[58]</sup>:

$$S_c(t, \mathbf{p}) = \frac{1}{2} \int_0^t dt' [\mathbf{p} + \mathbf{A}_1(t')]^2 = \left(\frac{1}{2} \mathbf{p}^2 + U_{p_1}\right)t + 2\sqrt{\frac{u_{p_1}}{\omega_1}} |\mathbf{p} \cdot \hat{\mathbf{e}}_1| \sin(\omega_1 t) + \frac{u_{p_1}}{2} \sin(2\omega_1 t).$$

该贝塞尔函数可以写成

$$J_{q_1+q_2-s}(\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1, \eta) = \frac{\omega_1}{2\pi} \int_0^T dt \exp\{-i[\Delta S_{CI}(t) + I_{p_2}t]\}, \quad (29)$$

其中  $I_{p_2}$  表示氦原子的第二电离势,  $\Delta S_{CI}(t) = S_c(t, \mathbf{p}_1) + S_c(t, \mathbf{p}_2) - S_c(t, \mathbf{p}'_1)$  和  $T_1 = 2\pi/\omega_1$ . 利用鞍点近似, (29) 式变为

$$J_{q_1+q_2-s}(\zeta, \eta) = \frac{\omega_1}{2\pi} \sum_{t_0} \sqrt{\frac{2\pi}{i\Delta S''_{CI}(t_0)}} \exp\{-i[\Delta S_{CI}(t_0) + I_{p_2}t_0]\} = \frac{2\omega_1}{\pi\sqrt{\zeta \sin(\omega_1 t_0) + 4\eta \sin(2\omega_1 t_0)}} \cos \Theta, \quad (30)$$

其中  $\Theta = \zeta \sin(\omega_1 t_0) + \eta \sin(2\omega_1 t_0) + (q_1 + q_2 - s)\omega_1 t_0$  和  $\zeta = \zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1$ . 因此, 鞍点  $t_0$  满足的能量守恒方程为

$$\frac{[\mathbf{p}'_1 - \mathbf{A}_1(t_0)]^2}{2} - \frac{[\mathbf{p}_1 - \mathbf{A}_1(t_0)]^2}{2} - \frac{[\mathbf{p}_2 - \mathbf{A}_1(t_0)]^2}{2} = I_{p_2}. \quad (31)$$

从 (30) 式中看到 NSDI 的跃迁矩阵元正比于  $\sqrt{\frac{2\pi}{i\Delta S''_{CI}(t_0)}}$ , 即  $J_{q_1+q_2-s}(\zeta, \eta) \propto 1/\sqrt{f_1}$ , 其中对于背向碰撞时  $f_1 = -|\mathbf{p}_1| - |\mathbf{p}_2| - |\mathbf{p}'_1| + 2\sqrt{2\omega_1 u_{p_1}} |\cos(\omega_1 t_0)|$ , 而前向碰撞时  $f_1 = -|\mathbf{p}_1| -$

$|\mathbf{p}_2| + |\mathbf{p}'_1| + 2\sqrt{2\omega_1 u_{p_1}} |\cos(\omega_1 t_0)|$ . 如果  $f_1$  的值越小, 那么  $J_{q_1+q_2-s}(\zeta, \eta)$  的值越大. 在一定的  $f_1$  下, 对背向碰撞而言, 随着  $k$  的增加, 两电离电子的动量之和  $|\mathbf{p}_1| + |\mathbf{p}_2|$  随之减小, 正如图 3(e)—(h) 所示. 对前向碰撞而言, 随着  $k$  的增加, 两电离电子的动量之和也随之增加, 正如图 3(i)—(l) 所示. 另一方面, 如果两电离电子的动量越大, 那么电子在电离过程中需要吸收的光子越多, 根据微扰理论, NSDI 的概率越低. 因此, 背向碰撞对 NSDI 过程起了主导作用.

另一方面, 图 4(a)—(d) 分别给出了两电离电子沿着相反方向出射时通道 1, 15, 23 和 41 的动量谱. 从图 4 可以看到: 1) 低阶的通道对 NSDI 过程几乎没有贡献, 但 15 到 35 阶的通道对 NSDI 过程起了主要的贡献; 2) 前向碰撞和背向碰撞对 NSDI 过程有相同的贡献.

为了解释图 4 的现象, 我们分析 (30) 式并把该贝塞尔函数表示为  $J_{q_1+q_2-s}(\zeta, \eta) \propto 1/\sqrt{f_1}$ , 其中  $f_1$  变为  $f_1 = -|\mathbf{p}_1| + |\mathbf{p}_2| - |\mathbf{p}'_1| + 2\sqrt{2\omega_1 u_{p_1}} |\cos(\omega_1 t_0)|$ . 令  $f_1 = 0$ , 那么  $|\mathbf{p}_1| = |\mathbf{p}_2| - |\mathbf{p}'_1| + 2\sqrt{2\omega_1 u_{p_1}} |\cos(\omega_1 t_0)|$ . 对于较低阶的通道而言,  $|\mathbf{p}'_1| \approx 0$ ,  $|\mathbf{p}_1|$  有最小值  $2\sqrt{2\omega_1 u_{p_1}} |\cos(\omega_1 t_0)|$ . 随着  $k$  的增加,  $|\mathbf{p}'_1|$  的值也随之增加, 但最小值  $|\mathbf{p}_1| = -|\mathbf{p}'_1| + 2\sqrt{2\omega_1 u_{p_1}} |\cos(\omega_1 t_0)|$  随之减小. 由于最后电离电子的能量越大, NSDI 的概率就越低, 所以, 对低阶的 ATI 通道而言, NSDI 的概率较低, 并且 NSDI 的概率随着通道阶数的增加而增加. 对于中间阶数的通道, 为了使得  $f_1$  保持较小值,  $|\mathbf{p}_2|$  必须保持不变, 正如图 4(f) 所示; 随着通道阶数的增加,  $|\mathbf{p}'_1|$  的值变大, 那么  $|\mathbf{p}_2|$  的值也需要增加, 如图 4(f)—(h) 所示. 另一方面, 由于两电离电子的不可分辨性, 前向碰撞的动量谱 [如图 4(j)—(l) 所示] 也可以理解.

图 2 和图 4 的分析表明, 干涉条纹来自于所有通道贡献的相干叠加, 因此动量谱的干涉归根于每个 ATI 通道下的 LAC 过程. 从 (30) 式可见干涉条纹来自于函数  $\cos \Theta$ . 若  $\cos \Theta = 0$ , 则动量谱出现干涉相消, 正如图 5(a) 和图 5(b) 中的黑点所示. 从图 5 可见这些黑点的位置与量子计算结果符合得很好. 这说明图 2 中的干涉条纹来自于不同碰撞时刻  $t_0$  和  $2\pi/\omega_1 - t_0$  处两条轨道的量子相干, 而两个轨道的相位差导致了函数  $\cos \Theta$  的出现.

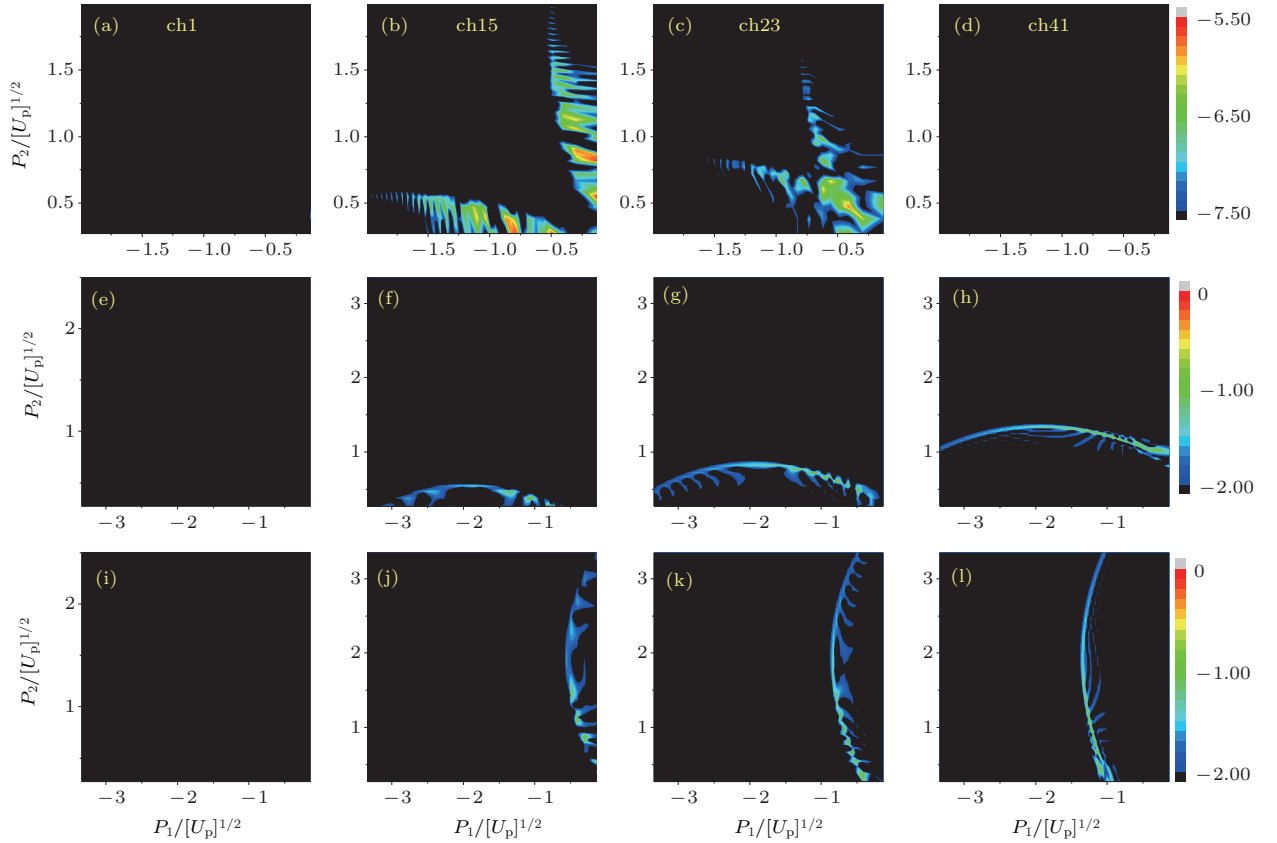


图4 (a)—(d) 两电子沿着相反方向出射时不同通道的贡献; (e)—(h) 不同通道在背向碰撞时  $|J_{q_1+q_2-s}(\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1, \eta)|^2$  的动量谱分布; (i)—(l) 在前向碰撞时  $|J_{q_1+q_2-s}(\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1, \eta)|^2$  的动量谱分布; 通道阶数  $k$  为 1 [(a), (e) 和 (i)], 15 [(b), (f) 和 (j)], 23 [(c), (g) 和 (k)] 和 41 [(d), (h) 和 (l)]; 该图采用对数标度 [46]

Fig. 4. (a)–(d) Channel contributions of NSDI momentum spectra with the final momenta of the two ionized electrons along the opposite directions; (e)–(h) present  $|J_{q_1+q_2-s}(\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1, \eta)|^2$  for the backward collision; (i)–(l) present  $|J_{q_1+q_2-s}(\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1, \eta)|^2$  for the forward collision. The orders of these channels are 1 [(a), (e) and (i)], 15 [(b), (f) and (j)], 23 [(c), (g) and (k)] and 41 [(d), (h) and (l)], respectively. In a logarithmic scale (reprinted with permission from Ref. [46]).

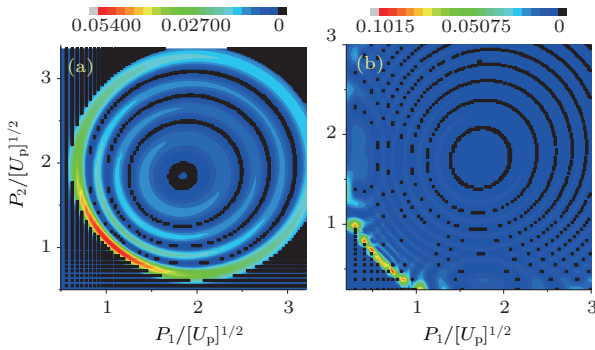


图5 通道 1 (a) 和 (b) 的干涉条纹 黑点表示函数  $\cos \theta = 0$  的位置 [46]

Fig. 5. Interference fringes on the NSDI momentum distributions for (a) channel 1 and (b) channel 5. The solid squares show the positions where the function  $\cos \theta = 0$  (reprinted with permission from Ref. [46]).

### 3.1.2 双色激光场中由 CI 机理引起的 NSDI 过程

现在考虑氦原子在 IR+XUV 双色激光场下由 CI 机理引起的 NSDI 过程. 选取的激光参数为: 激

光强度为  $I_1 = I_2 = 3.6 \times 10^{13} \text{ W/cm}^2$ , 频率为  $\omega_1 = 1.165 \text{ eV}$  和  $\omega_2 = 75\omega_1$ , 并且两束激光场的极化方向相同, 初始相位为 0. 图 6 给出了两电离电子沿着激光极化方向出射时的动量谱. 从图 6 可见: 1) 动量谱呈现出两个平台结构, 其中第一个平台的电离概率比第二个平台的电离概率高约 5 个量级; 2) IR+XUV 双色激光场下的动量谱与 IR 单色激光场下的结果完全不同. 下面, 我们将讨论动量谱的形成过程.

基于前面的研究发现, XUV 激光场在一定程度上可以提高 NSDI 的电离概率, 这说明 XUV 激光在电离过程中扮演了关键的角色 [58–61]. 为了解释 NSDI 的动量谱, 我们定义了通道  $(s_2, q_2)$ , 其中  $s_2$  和  $q_2$  分别表示电子在 ATI 和 LAC 过程中吸收 XUV 光子的数目. 通过通道分析, 我们发现图 6 所示的动量谱的第一和第二个平台分别来自于通道  $(1, 0)$  和  $(1, 1)$  的贡献 [47]. 通过对通道  $(1, 0)$

和(1, 1)分析表明: 若电子在LAC过程中不吸收XUV光子, 则该过程对应动量谱的第一个平台; 若电子在LAC过程中吸收1个XUV光子, 则对应动量谱的第二个平台. 另外, 从图6还可以看到: 两电离电子因出射方向不同会形成不同的动量谱.

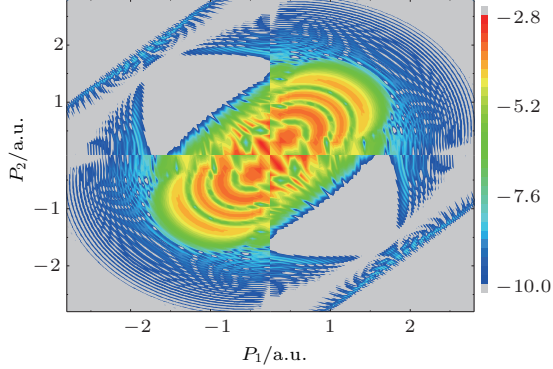


图6 两电离电子沿着激光极化方向出射时由CI机理引起的NSDI动量谱, 该图采用对数标度<sup>[47]</sup>

Fig. 6. The NSDI momentum spectra of two ionized electrons with their momenta along the lasers polarization direction, where the NSDI is caused by the CI mechanism in IR+XUV two-color laser fields. In a logarithmic scale (reprinted with permission from Ref. [47]).

为了进一步解释动量谱中干涉条纹的形成原因, 我们定义了子通道( $s_2|s_1, q_2$ ), 其中 $s_1$ 表示电子在ATI过程中吸收( $s_1 > 0$ )或者放出( $s_1 < 0$ )的IR光子数目. 首先考虑当两电离电子沿着相同方向出射时第一个平台的动量谱(在图6中第一和第三象限的第一个平台). 以子通道 $(1|-20, 0)$ ,  $(1|0, 0)$ ,  $(1|20, 0)$ 和 $(1|40, 0)$ 为例, 图7(a)—(d)给出了两电离电子沿着相同方向出射时的通道贡献. 从图可见: 电子在ATI过程中吸收的IR光子越多, 碰撞后获得的能量越大, 但对应通道的电离概率越低. 为了更详细地研究这些动量谱的干涉条纹, 图7(e)—(h)和图7(i)—(l)分别给出了对应通道下的前向碰撞和背向碰撞的动量谱. 通过图7的比较发现: 当 $s_1$ 较小时, 背向碰撞对NSDI过程起主要贡献, 而当 $s_1$ 较大时, 前向碰撞对NSDI过程起主导作用; 另一方面, 背向碰撞的贡献随着 $s_1$ 的增加而迅速降低. 这是由于电子在ATI过程中吸收IR光子越多, 它越有足够的能量通过前向碰撞使得另一个束缚电子电离. 比较图6和图7(a)—(d)可

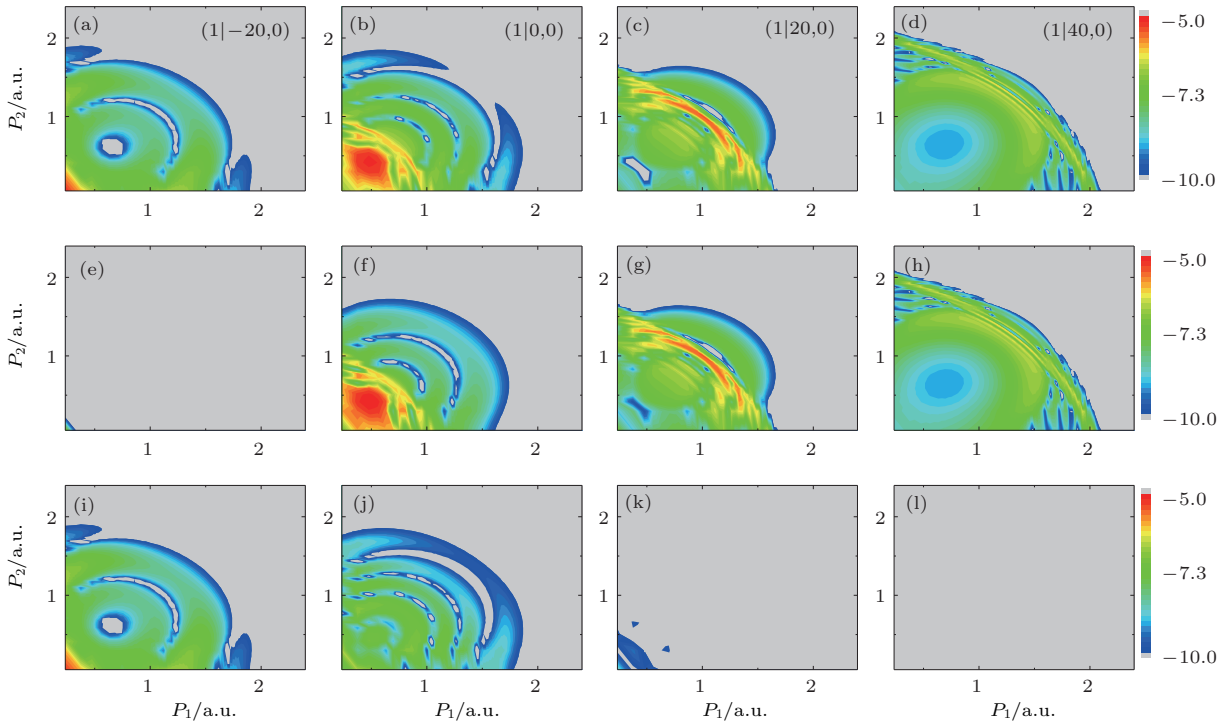


图7 (a)—(d) 两电离电子沿着相同方向出射时的通道贡献; (e)—(h) 前向碰撞对NSDI过程的贡献; (i)—(l) 背向碰撞对NSDI过程的贡献; 通道为 $(1|-20, 0)$  [(a), (e)和(i)],  $(1|0, 0)$  [(b), (f)和(j)],  $(1|20, 0)$  [(c), (g)和(k)]和 $(1|40, 0)$  [(d), (h)和(l)]; 该上图采用对数标度<sup>[47]</sup>

Fig. 7. (a)—(d) Channel contributions of NSDI momentum spectra with the final momenta of the two ionized electrons along the same direction; (e)—(h) present the contribution of forward collision to the NSDI; (i)—(l) present the contribution of backward collision to the NSDI. These channels are  $(1|-20, 0)$  [(a), (e) and (i)],  $(1|0, 0)$  [(b), (f) and (j)],  $(1|20, 0)$  [(c), (g) and (k)] and  $(1|40, 0)$  [(d), (h) and (l)], respectively. In a logarithmic scale (reprinted with permission from Ref. [47]).

以看到: 当两电离电子沿着相同方向出射时第一个平台的动量谱来自于所有子通道共同贡献的结果。

同样地, 我们对两电离电子沿着相同方向出射时的第二个平台的动量谱做了分析<sup>[47]</sup>. 通过对子通道的分析发现: 随着电子在 ATI 过程中吸收 IR 光子的增加, 电子的动能随之增加, 但 NSDI 的概率迅速降低. 另外, 前向碰撞在 NSDI 过程中起主导作用, 但背向碰撞的贡献几乎可以忽略. 相比第一个平台而言: 由于电离电子在碰撞束缚电子时吸收了另一个 XUV 光子, 所以第二个平台的能量区域远大于第一个平台的能量区域。

另一方面, 图 8 给出了两电离电子沿着相反方向出射时的子通道  $(1|-20, 0)$ ,  $(1|0, 0)$ ,  $(1|20, 0)$  和  $(1|40, 0)$  的贡献, 其中图 8 (e)—(h) 表示前向碰撞的贡献和图 8 (i)—(l) 表示背向碰撞的贡献. 从图 8 (e)—(h) 和图 8 (i)—(l) 可以看出, 随着电子在 ATI 过程中吸收 IR 光子的增加, 电子的能量随之增加, 但电离概率随之降低, 另外, 前向碰撞和背向

碰撞对 NSDI 过程的贡献是相等的, 这与图 7 的情况完全不同. 这是由于两电子的不可分辨性引起的. 进一步比较图 6 和图 8 可以发现: 在图 6 中两电离电子沿着相反方向出射时的动量谱的第一个平台来自于图 8 (a)—(d) 这些子通道的干涉结果。

通过分析两电离电子沿着相反方向出射时的第二个平台, 我们同样地看到: 前向碰撞和背向碰撞对 NSDI 过程具有相等的贡献<sup>[47]</sup>. 通过与图 8 比较发现, 在相同  $s_1$  的情况下, 两电离电子在子通道  $(1|s_1, 1)$  下的能量远大于在子通道  $(1|s_1, 0)$  下的能量, 但子通道  $(1|s_1, 1)$  的电离概率远小于相应子通道  $(1|s_1, 0)$  的概率. 这是由于电子在碰撞过程中吸收了 1 个 XUV 光子。

为了进一步理解子通道的干涉条纹, 我们利用鞍点近似来分析 (21) 式中的贝塞尔函数  $N_{q_1 q_2}(\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1)$ . 该贝塞尔函数简化为

$$N_{q_1 q_2}(\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta'_1) \approx J_{-q_1}(\zeta_{s1}, \zeta_{s3}) J_{-q_2}(\zeta_{s2}), \quad (32)$$

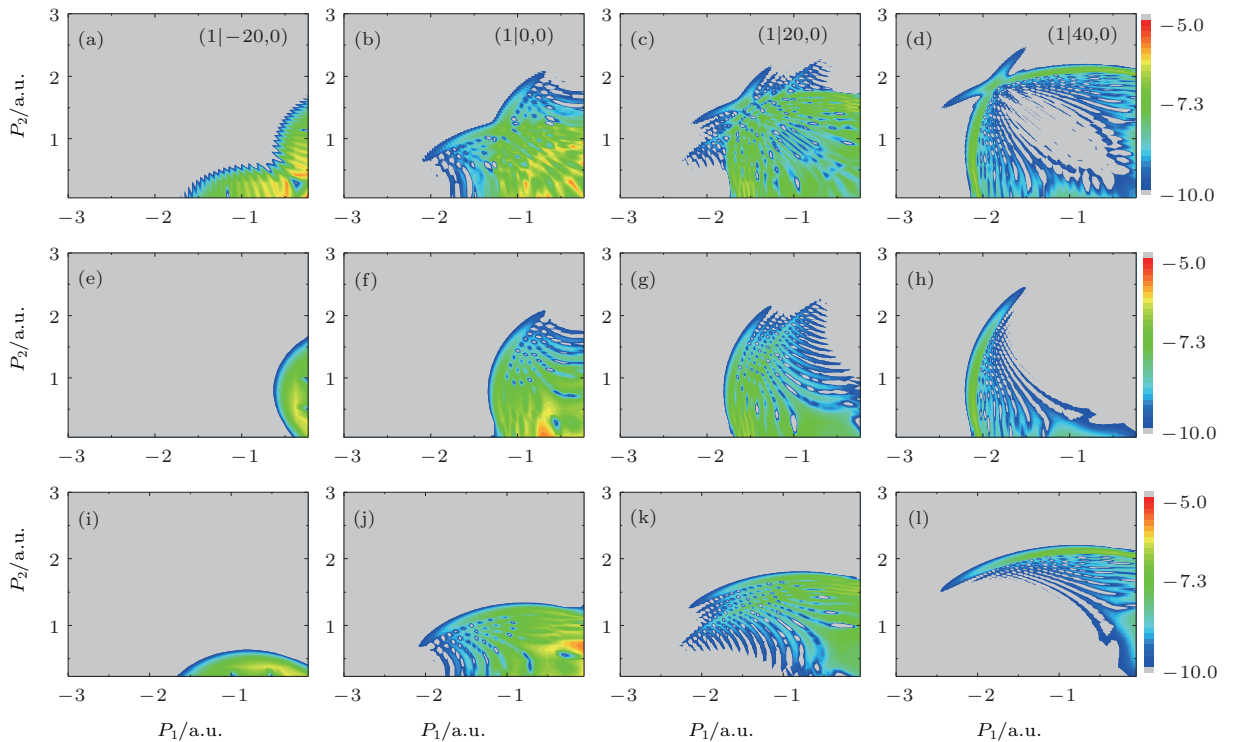


图 8 (a)—(d) 两电离电子沿着相反方向出射时的通道贡献; (e)—(h) 前向碰撞对 NSDI 过程的贡献; (i)—(l) 背向碰撞对 NSDI 过程的贡献. 通道为  $(1|-20, 0)$  [(a), (e) 和 (i)],  $(1|0, 0)$  [(b), (f) 和 (j)],  $(1|20, 0)$  [(c), (g) 和 (k)] 和  $(1|40, 0)$  [(d), (h) 和 (l)]; 该图采用对数标度<sup>[47]</sup>

Fig. 8. (a)–(d) Channel contributions of NSDI momentum spectra with the final momenta of the two ionized electrons along the opposite direction; (e)–(h) present the contribution of forward collision to the NSDI; (i)–(l) present the contribution of backward collision to the NSDI. These channels are  $(1|-20, 0)$  [(a), (e) and (i)],  $(1|0, 0)$  [(b), (f) and (j)],  $(1|20, 0)$  [(c), (g) and (k)] and  $(1|40, 0)$  [(d), (h) and (l)], respectively. In a logarithmic scale (reprinted with permission from Ref. [47]).



其中

$$\begin{aligned}\zeta_{s1} &= 2\sqrt{\frac{u_{p1}}{\omega_1}} |\mathbf{p}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_1 + \mathbf{p}_2 \cdot \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_1 - \mathbf{p}'_1 \cdot \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_1|, \\ \zeta_{s2} &= 2\sqrt{\frac{u_{p2}}{\omega_2}} |\mathbf{p}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_2 + \mathbf{p}_2 \cdot \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_2 - \mathbf{p}'_1 \cdot \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_2|, \\ \zeta_{s3} &= \frac{1}{2}u_{p1}.\end{aligned}\quad (33)$$

这个贝塞尔函数  $J_{-q_1}(\zeta_{s1}, \zeta_{s3})$  可以写成积分形式为

$$\begin{aligned}J_{-q_1}(\zeta_{s1}, \zeta_{s3}) &= \frac{1}{T_1} \int_{-T_1/2}^{T_1/2} dt \exp\{i[\zeta_{s1} \sin(\omega_1 t) \\ &+ \zeta_{s3} \sin(2\omega_1 t) + q_1 \omega_1 t]\}.\end{aligned}\quad (34)$$

另一方面, 利用电子在 IR 激光场中的经典作用量, 该贝塞尔函数变为

$$\begin{aligned}J_{-q_1}(\zeta_{s1}, \zeta_{s3}) &= \frac{1}{T_1} \int_{-T_1/2}^{T_1/2} dt \exp\{i[\Delta S_{CI} - (q_2 \omega_2 - I_{p2})t]\}.\end{aligned}\quad (35)$$

利用鞍点近似, (35) 式进一步写成

$$\begin{aligned}J_{-q_1}(\zeta_{s1}, \zeta_{s3}) &= 4\sqrt{\pi}/[T_1 \sqrt{f''(t_0)}] \cos[f(t_0) - \pi/4],\end{aligned}\quad (36)$$

其中  $f(t) = \Delta S_{CI} - (q_2 \omega_2 - I_{p2})t$ . 鞍点  $t_0$  满足  $f'(t_0) = 0$ , 这导致了能量守恒方程

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\{[\mathbf{p}_1 + \mathbf{A}_1(t_0)]^2 + [\mathbf{p}_2 + \mathbf{A}_1(t_0)]^2 \\ - [\mathbf{p}'_1 + \mathbf{A}_1(t_0)]^2\} = q_2 \omega_2 - I_{p2},\end{aligned}\quad (37)$$

则两电离电子满足的轨道方程为

$$\begin{aligned}[\mathbf{p}_1 + \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_1 2\sqrt{U_{p1}} \cos(\omega_1 t_0)]^2 \\ + [\mathbf{p}_2 + \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_1 2\sqrt{U_{p1}} \cos(\omega_1 t_0)]^2 \\ = [\mathbf{p}'_1 + \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_1 2\sqrt{U_{p1}} \cos(\omega_1 t_0)]^2 \\ + 2(q_2 \omega_2 - I_{p2}).\end{aligned}\quad (38)$$

该方程被看成是圆的方程, 其中圆心为  $[-2\sqrt{U_{p1}} \cos(\omega_1 t_0), -2\sqrt{U_{p1}} \cos(\omega_1 t_0)]$ , 半径为  $R = \sqrt{[\mathbf{p}'_1 + \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_1 2\sqrt{U_{p1}} \cos(\omega_1 t_0)]^2 + 2(q_2 \omega_2 - I_{p2})}$ . 在特定的动量  $\mathbf{p}'_1$  和鞍点  $t_0$  下, 两电离电子满足 (38) 式所示的能量轨道方程. 此时, LAC 可以看成这样一个过程: ATI 过程电离的且具有特定动量的电子  $\mathbf{p}'_1$ , 在 IR 和 XUV 激光场的作用下碰撞母核, 使得原子发生 NSDI 过程, 其中  $\mathbf{p}'_1$  的大小可表

示为  $|\mathbf{p}'_1| = \sqrt{2[(s_1 \omega_1 + s_2 \omega_2) - I_{p1} - U_{p1} - U_{p2}]}$ , 这里  $I_{p1}$  为氦原子的第一电离势. 图 9 给出了动量  $\mathbf{p}'_1$  沿着与激光极化相同方向时的能量轨道, 其中  $s_1 = 0$ ,  $s_2 = 1$  和  $q_2 = 0$ . 从图 9 可以看出, 这些经典能量轨道很好地预言了量子计算的结果. 该结果表明 NSDI 动量谱来自于所有不同  $\mathbf{p}'_1$  贡献的相干叠加. 当  $\mathbf{p}_1$  和  $\mathbf{p}_2$  沿着相同方向出射时, 从 (38) 式知道, 随着半径  $R$  的增加, 圆心沿着直线  $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2$  移动. 这导致了前向碰撞的轨道被限制在相对低能区域, 而背向碰撞的轨道被扩展到高能区域, 正如图 9 (b) 和图 9 (c) 所示. 这说明电子在背向碰撞过程中比在前向碰撞过程中吸收了更多的 IR 光子, 所以前向碰撞对 NSDI 过程的贡献大于背向碰撞的贡献. 另一方面, 当  $\mathbf{p}_1$  和  $\mathbf{p}_2$  沿着相反方向出射时, 如图 9 (a) 和图 9 (d) 所示, 由于电子的不可分辨性, 前向碰撞和背向碰撞对 NSDI 过程的贡献是相同的. 另外, 我们看到 (38) 式把前向碰撞和背向碰撞联结在一起, 这为我们理解第一个平台的形成过程提供了新的图像: 一个电子首先吸收 1 个 XUV 光子和许多 IR 光子发生电离, 然后在 IR 激光场的协助下与另一个束缚电子碰撞并发生双电离, 其中 IR 激光场在碰撞的过程中提供了能量轨道的圆心和半径.

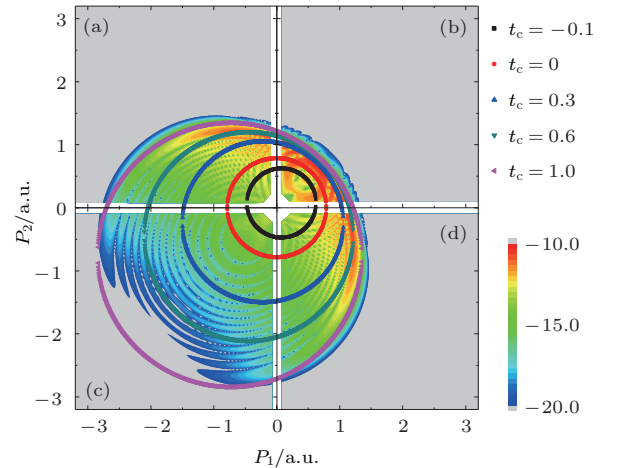


图 9 动量  $\mathbf{p}'_1$  沿着与激光极化相同方向时的能量轨道, 其中  $s_1 = 0$ ,  $s_2 = 1$ ,  $q_2 = 0$  和  $t_c = \cos(\omega_1 t_0)$ ; (a), (c) 背向碰撞; (b), (d) 前向碰撞; 该图采用对数标度 [47].  
Fig. 9. The energy circles for  $\mathbf{p}'_1$  along the same direction of the laser's electric polarization and for  $s_1 = 0$ ,  $s_2 = 1$ ,  $q_2 = 0$  and  $t_c = \cos(\omega_1 t_0)$ , which indicates that (a) and (c) are backward collisions and (b) and (d) are forward collisions. In a logarithmic scale (reprinted with permission from Ref. [47]).

图 10 给出了动量  $\mathbf{p}'_1$  沿着与激光极化相同方向时的能量轨道, 其中  $s_1 = 0$ ,  $s_2 = 1$  和  $q_2 = 1$ . 从图 10 可见, 这些经典能量轨道与量子分布相一致. 这说明 NSDI 的动量谱来自于所有这些轨道的干涉结果. 通过图 10 和图 9 的比较, 表明通道 (1, 1) 主导着高能区域并形成了第二个平台, 这是由于电离电子在碰撞过程中吸收了 1 个 XUV 光子.

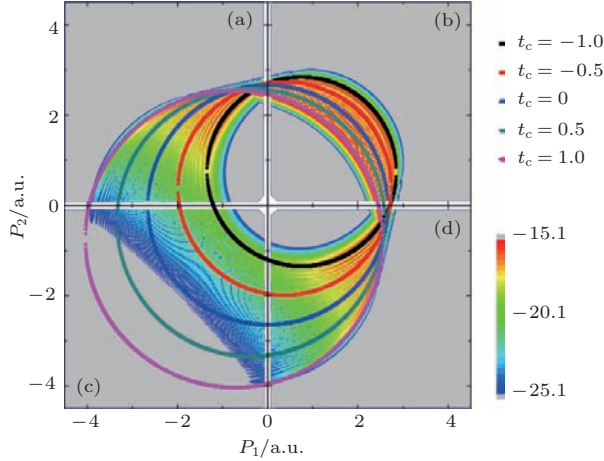


图 10 动量  $\mathbf{p}'_1$  沿着与激光极化相同方向时的能量轨道, 其中  $s_1 = 0$ ,  $s_2 = 1$ ,  $q_2 = 1$  和  $t_c = \cos(\omega_1 t_0)$ ; (a), (c) 背向碰撞; (b), (d) 前向碰撞; 该图采用对数标度 [47]

Fig. 10. The energy circles for  $\mathbf{p}'_1$  along the same direction of the laser's electric polarization and for  $s_1 = 0$ ,  $s_2 = 1$ ,  $q_2 = 1$  and  $t_c = \cos(\omega_1 t_0)$ , which indicates that (a) and (c) are backward collisions and (b) and (d) are forward collisions. In a logarithmic scale (reprinted with permission from Ref. [47]).

通过前面的通道分析表明, 图 10 中的动量谱来自于每个 ATI 通道中的电离电子通过碰撞另一个束缚电子的干涉结果. 另外, (36) 式表明干涉来自于函数  $\cos[f(t_0) - \pi/4]$ , 即来自于不同时刻  $t_0$  和  $2\pi/\omega_1 - t_0$  碰撞的结果. 当  $\cos[f(t_0) - \pi/4] = 0$  时, 动量谱出现干涉相消, 正如图 11 所示的黑点的位置. 从图 11 可以看出, 黑点的分布与干涉相消的位置是一致的, 这说明动量谱来自于两电子在  $t_0$  和  $2\pi/\omega_1 - t_0$  碰撞后干涉的结果.

通过比较原子在 IR 单色激光场下和在 IR+XUV 双色激光场下的 NSDI 动量谱, 我们看到: 两种情况下的动量谱有着明显的差异, 正如图 2 和图 6 所示. 这表明 XUV 激光场在 NSDI 过程中有很重要的作用. 进一步通过通道分析发现, 当两电离电子沿着相同方向出射时, 在 IR 单色激光场的情况下, 背向碰撞对 NSDI 过程起主导作用; 但在 IR+XUV 双色激光场的情况下, 若 ATI 过程电离的电子能量较低时, 背向碰撞起主要贡献, 若电子能量较高时, 前向碰撞起主要贡献, 正如

图 3 和图 7 所示. 通过利用鞍点近似, 我们发现: 无论原子在 IR 单色激光场下还是 IR+XUV 双色激光场下, 动量谱的干涉条纹都来自于两电子在  $t_0$  和  $2\pi/\omega_1 - t_0$  碰撞后干涉的结果. 到目前为止, IR+XUV 双色激光场下的 NSDI 的研究工作还较少, 将来在实验上可以通过控制两束激光场的强度、相位差等条件来研究它们对 NSDI 过程的影响, 以此来加深人们对 NSDI 过程的理解.

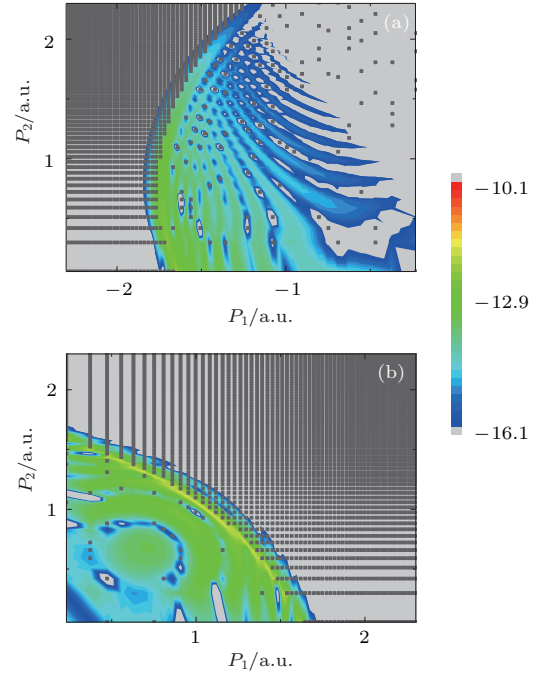


图 11 子通道 (1|20, 0) 在前向碰撞贡献下的干涉条纹, 黑点表示  $\cos[f(t_0) - \pi/4] = 0$  的位置; 该图采用对数标度 [47]

Fig. 11. Interference patterns on the NSDI momentum distributions of subchannel (1|20, 0) for the forward collision. The solid squares show the positions where the function  $\cos[f(t_0) - \pi/4] = 0$ . In a logarithmic scale (reprinted with permission from Ref. [47]).

## 3.2 CEI 过程

### 3.2.1 单色激光场中由 CEI 机理引起的 NSDI 过程

现在讨论由 CEI 机理引起的 NSDI 过程. 选取的激光强度为  $I_1 = 2.2 \times 10^{14}$  W/cm<sup>2</sup>, 波长为  $\lambda_1 = 800$  nm. 图 12 给出了由 CEI 机理引起的 NSDI 的动量谱. 从图 12 可见, 两电离电子沿着相同方向出射时的概率与它们沿着相反方向出射时的概率相当. 为了理解这个现象, (24) 式写成

$$T_{\text{CEI}}^k = \Gamma_{\text{ATI}2}^k \Gamma_{\text{LACE}}^k \Gamma_{\text{ATI}1}^k \propto I'(P) J_{q_1-s}(\zeta'_1 - \zeta_1) \Gamma_{\text{ATI}2}^k \Gamma_{\text{ATI}1}^k, \quad (39)$$

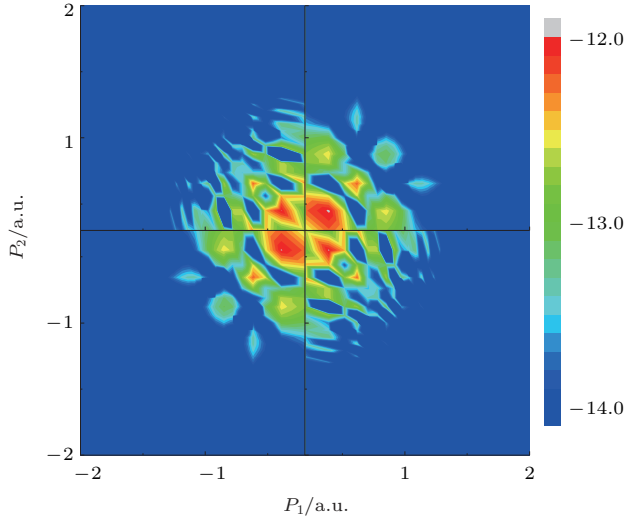


图 12 两电离电子沿着激光极化方向出射时由 CEI 机理引起的 NSDI 动量谱; 该图采用对数标度 [46]

Fig. 12. The NSDI momentum spectra of two ionized electrons with their momenta along the lasers polarization direction, where the NSDI is caused by the CEI mechanism in an IR laser field. In a logarithmic scale (reprinted with permission from Ref. [46]).

其中  $\Gamma_{\text{ATI1}}^k$  和  $\Gamma_{\text{ATI2}}^k$  表示两电子的 ATI 过程,  $\Gamma_{\text{LACE}}^k \propto I'(P)J_{q_1-s}(\zeta'_1 - \zeta_1)$  表示电子的 LACE 过程,

$$I'(P) = \iint d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \exp[-i(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}'_1) \cdot \mathbf{r}_1] \times U_{12}\Phi_1(\mathbf{r}_2)\Phi_2(\mathbf{r}_2).$$

在 LACE 过程中, 跃迁概率仅仅依赖于电子在碰撞

前后的动量, 并不依赖于从激发态电离的电子. 另外, ATI1 和 ATI2 是两个相互独立的电离过程. 因此, 动量谱呈现出对称分布, 并且在四个象限中都有分布.

图 13 (a)–(d) 给出了两电子在不同通道下的动量谱, 图 13 (e)–(h) 给出了对应通道下的背向碰撞的贡献. 从图 13 可以看出, 每个通道的背向碰撞的贡献几乎与对应的总的动量谱一致. 这表明背向碰撞对 NSDI 过程起了主要的贡献, 而前向碰撞的贡献几乎可以忽略. 该现象可以通过分析 (24) 式中的贝塞尔函数  $J_{q_1-s}(\zeta_1 - \zeta'_1)$  而获得进一步的解释:

$$\begin{aligned} & J_{q_1-s}(\zeta_1 - \zeta'_1) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \exp\{-i[(\zeta_1 - \zeta'_1) \\ &\quad \times \sin\theta - (q_1 - s)\theta]\} \\ &= \frac{\omega_1}{2\pi} \int_0^T dt \exp\{-i[\Delta S_{\text{CEI}}(t) + \Delta E_2 t]\}, \end{aligned} \quad (40)$$

其中  $\Delta S_{\text{CEI}}(t) = S_c(t, \mathbf{p}_1) - S_c(t, \mathbf{p}'_1)$ ,  $\Delta E_2$  是  $\text{He}^+$  离子的基态与第一激发态的能量差. 利用鞍点近似, 贝塞尔函数进一步表示为

$$\begin{aligned} & J_{q_1-s}(\zeta_1 - \zeta'_1) \\ &= \frac{\omega_1}{2\pi} \sum_{t_0} \sqrt{\frac{2\pi}{i\Delta S''_{\text{CEI}}(t_0)}} \\ &\quad \times \exp\{-i[\Delta S_{\text{CEI}}(t_0) + \Delta E_2 t_0]\}, \end{aligned} \quad (41)$$

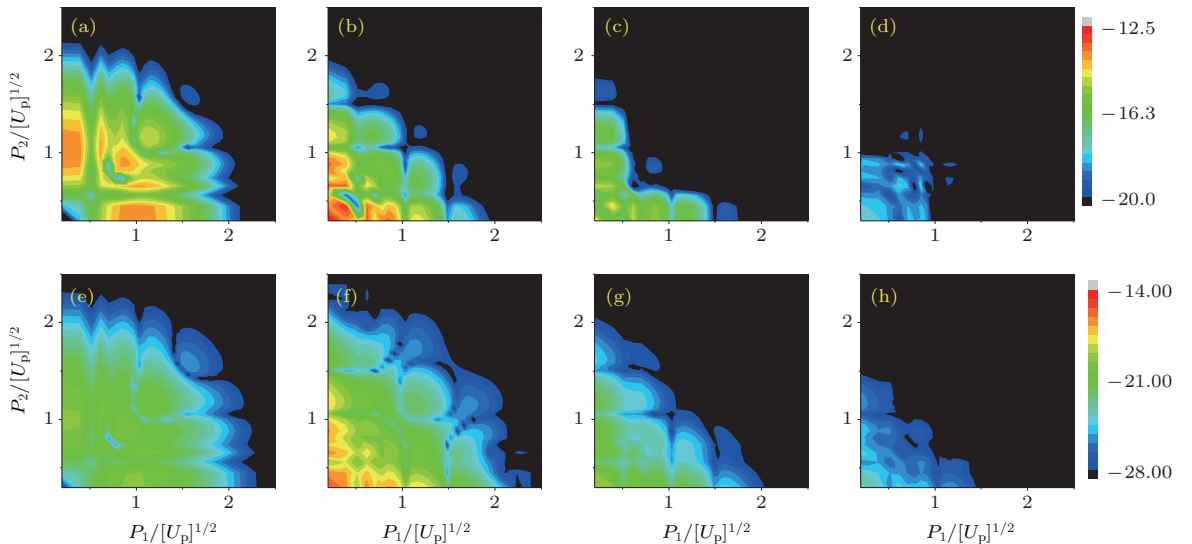


图 13 (a)–(d) 两电子在不同通道下的动量谱; (e)–(h) 背向碰撞. 通道的阶数  $k$  为 1 [(a), (e)], 5 [(b), (f)], 12 [(c), (g)] 和 20 [(d), (h)]; 该图采用对数标度 [46]

Fig. 13. (a)–(d) represent the momentum spectra of two electrons for different channels; (e)–(h) represent the backward collisions. The orders of these channels are 1 [(a), (e)], 5 [(b), (f)], 12 [(c), (g)] and 20 [(d), (h)], respectively. In a logarithmic scale (reprinted with permission from Ref. [46]).

其中鞍点  $t_0$  现在满足的方程为

$$\frac{[\mathbf{p}'_1 - \mathbf{A}_1(t_0)]^2}{2} - \frac{[\mathbf{p}_1 - \mathbf{A}_1(t_0)]^2}{2} = \Delta E_2. \quad (42)$$

(42) 式表明在 LACE 过程中该碰撞是非弹性碰撞, 其中损失的能量为  $\Delta E_2$ . 在本文中, 由于能量差  $\Delta E_2$  较大, NSDI 的主要贡献来自于量子轨道而不是经典轨道, 其中碰撞时刻  $t = (i/\omega_1) \cosh^{-1}(q_1 - s)/(\zeta_1 - \zeta'_1)$ . 此时, 贝塞尔函数写为

$$\begin{aligned} & J_L(\zeta_1 - \zeta'_1) \\ &= \frac{\omega_1}{2\pi} \sum_{t_0} \sqrt{\frac{2\pi}{\omega_1^2 [L^2 - (\zeta_1 - \zeta'_1)^2]^{1/2}}} \\ & \times \exp\{-i[(\zeta_1 - \zeta'_1) \sin(\omega_1 t_0) - L\omega_1 t_0]\}, \quad (43) \end{aligned}$$

其中  $L = q_1 - s$  为电子在碰撞过程中光子数目的变化. 类似于 CI 的情况, CEI 机理下的跃迁矩阵元表示为  $T_{\text{CEI}}^k \propto f^{1/4}$ , 其中  $f = L^2 - |\zeta_1|^2 - |\zeta'_1|^2 + |\zeta_1 \zeta'_1| \cos \theta$ ,  $\theta$  表示在宗量  $\zeta_1$  和  $\zeta'_1$  中电子动量方向的夹角. 如果  $\theta = 0^\circ$ , 该碰撞过程被称为前向碰撞; 如果  $\theta = 180^\circ$ , 该碰撞过程被称为背向碰撞. 由于  $L$  较大,  $f$  的值在背向碰撞的情况下更小. 因此, 背向碰撞对 NSDI 过程起了主导作用. 假设  $\Delta E_2$  较小, 鞍点  $t_0$  时刻的轨道将对 NSDI 过程有重要的贡献. 此时, 前向碰撞将对 NSDI 过程起主导作用.

### 3.2.2 双色激光场中由 CEI 机理引起的 NSDI 过程

现在考虑氦原子在 IR+XUV 双色激光场下由 CEI 机理引起的 NSDI 过程. 选取的激光参数为: 激光强度  $I_1 = 1.0 \times 10^{12}$  W/cm<sup>2</sup> 和  $I_2 = 5.0 \times 10^{12}$  W/cm<sup>2</sup>, 频率为  $\omega_1 = 1.165$  eV 和  $\omega_2 = 41\omega_1$ , 两束激光场的极化方向相同, 初始相位为 0.

图 14 给出了两电离电子沿着激光极化方向出射时的动量谱. 从图 14 可见, 无论两电离电子出射方向相同还是相反, NSDI 动量谱在四个象限中都是相同的. 这是由于: 第二个电子从 He<sup>+</sup> 离子的激发态上电离与第一个电子的电离没有直接关系, 从而导致动量谱的对称结构. 该结果与 IR 激光场下由 CEI 机理引起的动量谱 (图 12 所示) 不同. 由于 XUV 激光场在 NSDI 过程中起了关键作用, 根据能量守恒有:  $\mathbf{p}_1^2/2 + \mathbf{p}_2^2/2 = n\omega_2 - I_p$ , 其中  $n$  表示原子在 NSDI 过程中吸收总的 XUV 光子的数目. 根据该能量守恒公式发现: 图 14 中电离概率高的动

量谱来自于原子吸收 3 个 XUV 光子的贡献, 而电离概率低的动量谱来自于原子吸收 4 个 XUV 光子的贡献. 这说明吸收的 XUV 光子数越多, 对应的电离概率越低.

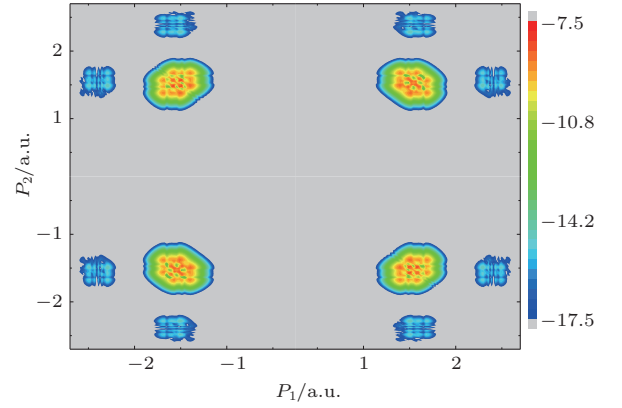


图 14 两电离电子沿着激光极化方向出射时由 CEI 机理引起的 NSDI 动量谱, 采用对数标度

Fig. 14. The NSDI momentum spectra of two ionized electrons with their momenta along the lasers polarization direction, where the NSDI is caused by the CEI mechanism in IR+XUV two-color laser fields. In a logarithmic scale.

根据频域理论, CEI 可以看成三步过程: 第一个电子首先发生 ATI1 过程, 然后在 IR 和 XUV 激光场的作用下碰撞第二个电子后离开母核, 并使得第二个电子处在 He<sup>+</sup> 离子的第一激发态 (LACE), 最后第二个电子从该激发态上发生 ATI2 过程. 电子在 ATI1, LACE 和 ATI2 过程都有可能吸收 XUV 光子. 因此, 我们定义通道  $(q_2, d_2, s_2)$ , 其中  $q_2, d_2$  和  $s_2$  分别表示电子在 ATI1, LACE 和 ATI2 中吸收的 XUV 光子数目. 首先, 图 15 给出了原子在电离过程中吸收 3 个 XUV 光子情况下对应的通道贡献, 其中原子在 ATI (包括 ATI1 和 ATI2) 过程中吸收 0 个 XUV 光子的通道贡献特别小 (图中没有给出). 从图 15 可以看出, 电离概率较高的动量谱来自于两个通道 (1, 1, 1) 和 (2, 0, 1) 的贡献. 这说明第一个电子在电离和碰撞过程中需要吸收 2 个 XUV 光子, 第二个电子的电离只需要吸收 1 个 XUV 光子. 通过分析该电离过程可以知道: 第一个电子被电离和第二个电子从 He<sup>+</sup> 离子的基态被激发到其第一激发态总共需要的能量至少为 65.28 eV, 第二个电子从 He<sup>+</sup> 离子的第一激发态被电离需要的能量至少为 13.63 eV. 因此, 只有通道 (1, 1, 1) 和 (2, 0, 1) 对 NSDI 过程有贡献.



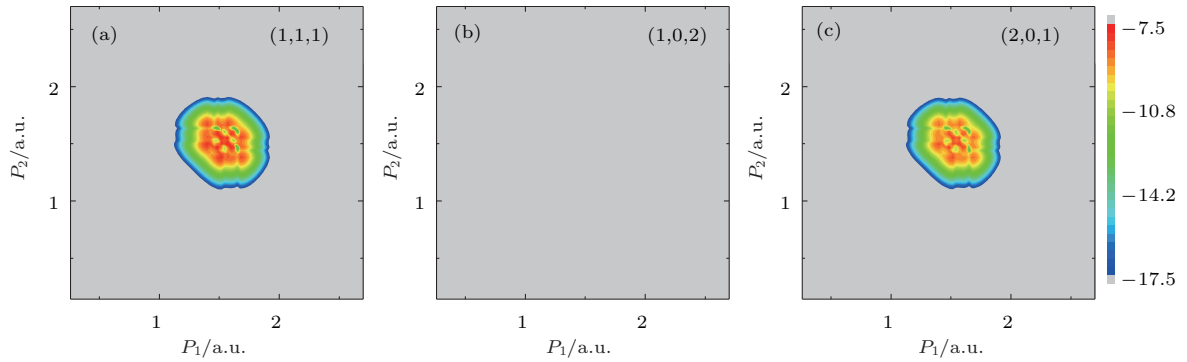


图 15 原子在电离过程中吸收 3 个 XUV 光子情况下对应的通道贡献, 采用对数标度

Fig. 15. The channel contributions of atom absorbing three XUV photons in the NSDI process for (1, 1, 1) (a), (1, 0, 2) (b) and (2, 0, 1) (c). In a logarithmic scale.

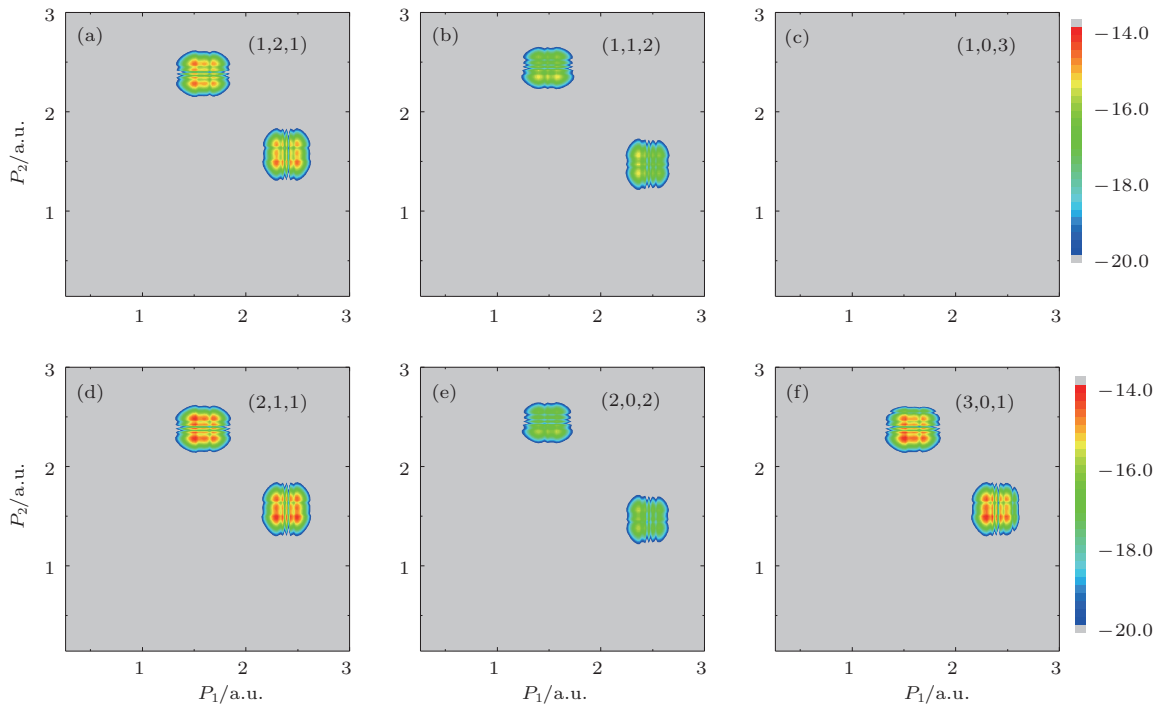


图 16 原子在电离过程中吸收 4 个 XUV 光子情况下对应的通道贡献, 采用对数标度

Fig. 16. The channel contributions of atom absorbing four XUV photons in the NSDI process for (1, 2, 1) (a), (1, 1, 2) (b), (1, 0, 3) (c), (2, 1, 1) (d), (2, 0, 2) (e) and (3, 0, 1) (f). In a logarithmic scale.

类似地, 图 16 给出了原子在电离过程中吸收 4 个 XUV 光子情况下对应的通道贡献. 从图 16 可以看出, 共有五个通道对 NSDI 过程有贡献, 其中通道 (2, 1, 1), (3, 0, 1) 和 (1, 2, 1) 的贡献较强, 而通道 (1, 1, 2) 和 (2, 0, 2) 的贡献较弱. 这说明电子在 ATI1+LACE 过程中吸收 3 个 XUV 光子和在 ATI2 过程中吸收 1 个 XUV 光子的概率较大. 从图 16 还可以看到, 贡献较强通道的干涉条纹与贡献较弱通道的干涉条纹不同.

通过上面的分析可以看出: 在 CEI 机理引起的 NSDI 过程中, 原子在 IR+XUV 双色激光场下的动

量谱与 IR 单色激光场下的动量谱呈现出不同的动量谱. 相比 IR 单色激光场的情况, 双色激光场下的 NSDI 过程有更多的干涉通道参与, 并且干涉条纹更为丰富. 另外, 在上述的工作中, 我们只考虑了 He<sup>+</sup> 离子的第一激发态的情况, 而在今后的工作中将研究更多激发态对 NSDI 的贡献, 从而更加全面地理解 NSDI 过程. 在 NSDI 过程中, IR 单色激光场下背向碰撞的贡献起主要作用, 而在 IR+XUV 双色激光场下, 前向碰撞起主要贡献, 这些原因还有待进一步分析.

## 4 结 论

本文综述了利用频域理论研究氢原子在强激光场中非序列电离的过程, 比较了在IR单色激光场及IR+XUV双色激光场中非序列电离的动量谱分布. 对于碰撞-电离和碰撞-激发-电离两种非序列电离机理, 我们分析了不同量子跃迁通道相干所形成的电离谱相干条纹, 并解释了不同激光场中前向碰撞和背向碰撞对非序列电离的不同贡献. 通过以上研究结果, 我们更深入地了解高频激光场对多电子电离过程的影响——高频光子不仅能够提高第一个电子的电离概率, 而且能够加速电离电子使得它在与第二个束缚电子碰撞时能够将更多的能量传递给第二个电子, 从而使其电离概率提高. 基于这些研究, 我们将进一步考察分子在激光场中的非序列双电子电离过程.

## 参考文献

- [1] Becker W, Liu X, Ho P J, Eberly J H 2012 *Rev. Mod. Phys.* **84** 1011
- [2] Schafer K J, Yang B, DiMauro L F, Kulander K C 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1599
- [3] Liu C, Nakajima T 2008 *Phys. Rev. A* **78** 063424
- [4] Wang C, Okunishi M, Hao X, Ito Y, Chen J, Yang Y, Lucchese R R, Zhang M, Yan B, Li W D, Ding D, Ueda K 2016 *Phys. Rev. A* **93** 043422
- [5] Wang P Y, Jia X Y, Fan D H, Chen J 2015 *Acta Phys Sin.* **64** 143201 (in Chinese) [王品懿, 贾欣燕, 樊代和, 陈京 2015 物理学报 **64** 143201]
- [6] Liu M, Guo Y C, Wang B B 2015 *Chin. Phys. B* **24** 073201
- [7] Tian Y Y, Li S Y, Wei S S, Guo F M, Zeng S L, Chen J G, Yang Y J 2014 *Chin. Phys. B* **23** 053202
- [8] Hu Z, Lai X, Liu X, Chen J 2014 *Phys. Rev. A* **89** 043401
- [9] L' Huillier A, Schafer K J, Kulander K C 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 2200
- [10] Watanabe S, Kondo K, Nabekawa Y, Sagisaka A, Kobayashi Y 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73** 2692
- [11] Yuan Z, Guo Y C, Wang B B 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 114205 (in Chinese) [袁仲, 郭迎春, 王兵兵 2016 物理学报 **65** 114205]
- [12] Xiong W H, Xiao X R, Peng L Y, Gong Q 2016 *Phys. Rev. A* **94** 013417
- [13] Li W, Wang G L, Zhou X X 2016 *Chin. Phys. B* **25** 053203
- [14] Zhang J, Liu H F, Pan X F, Du H, Guo J, Liu X S 2016 *Chin. Phys. B* **25** 053202
- [15] Guan Z, Zhou X X, Bian X B 2016 *Phys. Rev. A* **93** 033852
- [16] Liu C, Zheng Y, Zeng Z, Li R 2016 *Phys. Rev. A* **93** 043806
- [17] Wang F, He L, Zhai C, Shi W, Zhang Q, Lan P, Lu P 2015 *Phys. Rev. A* **92** 063839
- [18] Zhao S F, Jin C, Lucchese R R, Le A T, Lin C D 2011 *Phys. Rev. A* **83** 033409
- [19] Walker B, Sheehy B, DiMauro L F, Agostini P, Schafer K J, Kulander K C 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73** 1227
- [20] Becker A, Faisal F H 1999 *Phys. Rev. A* **59** R1742
- [21] Watson J B, Sanpera A, Lappas D G, Knight P L, Burnett K 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 1884
- [22] Yuan Z, Ye D, Xia Q, Liu J, Fu L 2015 *Phys. Rev. A* **91** 063417
- [23] Ma X, Zhou Y, Lu P 2016 *Phys. Rev. A* **93** 013425
- [24] Chen Y, Zhou Y, Li Y, Li M, Lan P, Lu P 2016 *J. Chem. Phys.* **144** 024304
- [25] Ye D, Li M, Fu L, Liu J, Gong Q, Liu Y, Ullrich J 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 123001
- [26] Hao X, Chen J, Li W, Wang B, Wang X, Becke W 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 073002
- [27] Becker W, Liu X, Ho P J, Eberly J H 2012 *Rev. Mod. Phys.* **84** 1011
- [28] Chen J, Liu J, Fu L B, Zheng W M 2000 *Phys. Rev. A* **63** 011404
- [29] Chen J, Liu J, Zheng W M 2002 *Phys. Rev. A* **66** 043410
- [30] Chen J, Nam C H 2002 *Phys. Rev. A* **66** 053415
- [31] van der Zwan E V, Lein M 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 043004
- [32] Vampa G, Hammond T J, Thiré N, Schmidt B E, Légaré F, McDonald C R, Brabec T, Corkum P B 2015 *Nature* **522** 462
- [33] Li Y, Zhu X, Lan P, Zhang Q, Qin M, Lu P 2014 *Phys. Rev. A* **89** 045401
- [34] Hadas I, Bahabad A 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 253902
- [35] Krausz F, Ivanov M 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 163
- [36] Chang Z, Rundquist A, Wang H, Murnane M M, Kapteyn H C 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 2967
- [37] McNeil B W J, Thompson N R 2010 *Nat. Phot.* **4** 814
- [38] Gallmann L, Cirelli C, Keller U 2012 *Annu. Rev. Phys. Chem.* **63** 447
- [39] Corkum P B 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 1994
- [40] Guo D S, Åberg T, Crasemann B 1989 *Phys. Rev. A* **40** 4997
- [41] Gao L, Li X, Fu P, Freeman R R, Guo D S 2000 *Phys. Rev. A* **61** 063407
- [42] Fu P, Wang B, Li X, Gao L 2001 *Phys. Rev. A* **64** 063401
- [43] Wang B, Gao L, Li X, Guo D S, Fu P 2007 *Phys. Rev. A* **75** 063419
- [44] Guo Y, Fu P, Yan Z C, Gong J, Wang B 2009 *Phys. Rev. A* **80** 063408
- [45] Wang B, Guo Y, Zhang B, Zhao Z, Yan Z C, Fu P 2010 *Phys. Rev. A* **82** 043402
- [46] Wang B, Guo Y, Chen J, Yan Z C, Fu P 2012 *Phys. Rev. A* **85** 023402
- [47] Jin F, Tian Y, Chen J, Yang Y, Liu X, Yan Z C, Wang B 2016 *Phys. Rev. A* **93** 043417
- [48] Keldysh L V 1964 *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **47** 1945
- [49] Keldysh L V 1965 *Sov. Phys. JETP* **20** 1307
- [50] Faisal F H M 1973 *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* **6** L89
- [51] Reiss H R 1980 *Phys. Rev. A* **22** 1786

- [52] Guo D S, Åberg T 1988 *J. Phys. A* **21** 4577
- [53] Guo D S, Drake G W F 1992 *J. Phys. A* **25** 3383
- [54] Guo D S, Drake G W F 1992 *J. Phys. A* **25** 5377
- [55] Liu M 2015 *M. S. Thesis* (Beijing: University of Chinese Academy of Sciences) (in Chinese) [刘敏 2015 硕士学位论文 (北京: 中国科学院大学)]
- [56] Volkov D M 1935 *Z. Phys.* **94** 250
- [57] Eremina E, Liu X, Rottke H, Sandner W, Dreischuh A, Lindner F, Grasbon F, Paulus G G, Walther H, Moshhammer R, Feuerstein B, Ullrich J 2003 *J. Phys. B* **36** 3269
- [58] Zhang K, Chen J, Hao X L, Fu P, Yan Z C, Wang B 2013 *Phys. Rev. A* **88** 043435
- [59] Radcliffe P, Arbeiter M, Li W B, Düsterer S, Redlin H, Hayden P, Hough P, Richardson V, Costello J T, Fennel T, Meyer M 2012 *New J. Phys.* **14** 043008
- [60] Liu A, Thumm U 2014 *Phys. Rev. A* **89** 063423
- [61] Jin F, Chen J, Yang Y, Yan Z C, Wang B 2016 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **49** 195602

**SPECIAL TOPIC — Atomic and molecular processes driven by ultrafast intense laser fields**

## Frequency-domain view of nonsequential double ionization in intense laser fields\*

Jin Fa-Cheng<sup>1)2)</sup> Wang Bing-Bing<sup>1)2)†</sup>

1) (*Laboratory of Optical Physics, Beijing National Laboratory for Condensed Matter Physics, Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

2) (*School of Physics, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

( Received 18 September 2016; revised manuscript received 6 November 2016 )

### Abstract

The research of laser-matter interaction has become a major direction in the field of laser physics since the invention of laser in 1960. Based on the development of the laser technique in the recent several decades, the ranges of the laser's frequency, intensity and pulse width have been explored widely. Therefore, the excitation, emission and ionization dynamic processes of a complex system in intense laser fields have been studied deeply. Especially, the nonsequential double ionization (NSDI) process has continuously attracted much attention from both experimental and theoretical sides. So far, the recollision picture is widely accepted as a dominating mechanism accounting for the NSDI process under an infrared (IR) laser field condition. This recollision picture can be classified into two mechanisms: the collision-ionization (CI) mechanism and the collision-excitation-ionization (CEI) mechanism. Recently, it is found that the NSDI process can take place in an extreme ultraviolet (XUV) laser field, and thus few-photon double ionization has been extensively studied by solving the full-dimensional time-dependent Schrödinger equation (TDSE) and the conventional nonstationary perturbation theory. This article reviews the frequency-domain theory of the NSDI processes of an atom in a monochromatic IR and IR+XUV two-color laser fields. In contrast with other approaches, such as the TDSE calculation and S-matrix method, the frequency-domain theory based on the nonperturbative quantum electrodynamics is involved in some advantages: (i) all the recollision processes, including high-order above-threshold ionization (HATI), high-order harmonic generation (HHG) and NSDI, can be dealt under the unified theoretical frame and can be decoupled into two processes—a direct above-threshold ionization (ATI) followed by a laser-assisted collision (LAC) or by a laser-assisted recombination process, where these subprocesses can be investigated separately; (ii) the approach can save a lot of computation time because of its nature of time-independent. In this review, we show the different momentum

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61275128, 11474348).

† Corresponding author. E-mail: [wbb@aphy.iphy.ac.cn](mailto:wbb@aphy.iphy.ac.cn)

spectral distributions under the CI and CEI mechanisms in the IR and IR+XUV laser fields. With the help of the channel analysis, we compare the contributions of the forward and backward collisions to the NSDI under two conditions of the monochromic IR and IR+XUV two-color laser fields. It is found that, in the CI mechanism, the backward collision makes major contribution to the NSDI in the IR laser field, while the forward collision plays a crucial role in the NSDI when the energy of the recolliding electron is very large in the IR+XUV two-color laser fields. Furthermore, by employing the saddle-point approximation, it is found that the momentum spectrum, whether in the monochromic IR or the IR+XUV two-color laser fields, is attributed to the interference between two trajectories at different saddle-point  $t_0$  and  $2\pi/\omega_1 - t_0$  ( $\omega_1$  is the frequency of an IR laser field) when the collision happens in each channel. On the other hand, in the CEI mechanism, the momentum spectra in the monochromic IR or the IR+XUV two-color laser fields present a distinct difference. It is further found that the momentum spectrum in the IR+XUV two-color laser fields is involved in the much more channels than that in the monochromic IR laser field, and thus the complex interference patterns in the momentum spectrum in the two-color laser fields are shown. Moreover, it is found that, in both the CI and CEI mechanisms, the XUV laser field in the NSDI not only can enhance the ionization probability of the first electron, but also can accelerate the first ionized electron so that the bound electron can gain much energy by collision, which is in favor of significant boost of the NSDI probability. This work can help people understand more deeply about the NSDI, and also may pave a way for us to continue investigating the NSDI process of complex system in intense laser fields.

**Keywords:** frequency-domain, strong laser field, nonsequential double ionization, multielectron atom

**PACS:** 42.50.Ct, 34.50.Fa, 33.20.Xx

**DOI:** [10.7498/aps.65.224205](https://doi.org/10.7498/aps.65.224205)