

水平激励下颗粒物质的有效质量及耗散功率的研究

许聪慧 张国华 钱志恒 赵雪丹

Effective mass spectrum and dissipation power of granular material under the horizontal and vertical excitation

Xu Cong-Hui Zhang Guo-Hua Qian Zhi-Heng Zhao Xue-Dan

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 65, 234501 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.234501

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.234501>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I23>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

类固态颗粒物质的剪切弹性行为测量

[Measurement of shear elasticity of granular solid](#)

物理学报.2016, 65(12): 124501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.124501>

基于离散元方法的颗粒材料缓冲性能及影响因素分析

[Buffer capacity of granular materials and its influencing factors based on discrete element method](#)

物理学报.2016, 65(10): 104501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.104501>

倾斜沙漏流与颗粒休止角研究

[Inclined glass-sand flow and the angle of repose](#)

物理学报.2016, 65(8): 084502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.084502>

垂直载荷下颗粒物质的声波探测和非线性响应

[Acoustic detection and nonlinear response of granular materials under vertical vibrations](#)

物理学报.2016, 65(2): 024501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.024501>

双分散颗粒体系在临界堵塞态的结构特征

[Structural features of critical jammed state in bi-disperse granular systems](#)

物理学报.2016, 65(2): 024502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.024502>

水平激励下颗粒物质的有效质量 及耗散功率的研究*

许聪慧 张国华[†] 钱志恒 赵雪丹

(北京科技大学物理系, 北京 100083)

(2016年5月25日收到; 2016年9月5日收到修改稿)

对颗粒物质的有效质量谱及耗散功率进行了数值研究, 发现水平和垂直激励下颗粒体系的共振频率 f_g 与体积模量 k 均随压强 P 呈分段幂律变化, 在高压强下遵循 $f_g \propto P^{1/6}$, $k \propto P^{1/3}$ 的规律, 在低压强下遵循 $f_g \propto P^{1/4}$, $k \propto P^{1/2}$ 的规律. 同时, 在水平和垂直振动下, 颗粒体系品质因子的倒数 $1/Q$ 随 P 的变化呈指数衰减. 在特定频率和压强下, 颗粒体系的平均耗散功率 p 随振动强度 Γ 的变化曲线上存在一个特征振动强度 Γ^* , 当 $\Gamma < \Gamma^*$ 时, 颗粒体系表现出类固态行为, 平均耗散功率 p 随振动强度 Γ 呈幂律标度, $p \propto \Gamma^\alpha$ ($2 < \alpha < 5$); 当 $\Gamma > \Gamma^*$ 时, 颗粒体系表现出类液态行为, 体系的平均耗散功率 p 随振动强度 Γ 呈线性变化. 由此得到了水平激励下颗粒体系类固体类流体转变的 Γ - P 相图.

关键词: 颗粒物质, 水平振动, 有效质量, 类固体-类流体转变

PACS: 45.70.-n, 46.40.Ff, 62.40.+i

DOI: 10.7498/aps.65.234501

1 引言

颗粒物质是强耗散体系^[1,2], 在外部激励下表现出极为丰富的物理现象^[3-7], 如对流卷、自组织性、振动分离、激振子、驻波斑图和麦克斯韦妖等. 颗粒物质的一个重要特征是其内部存在依赖样品制备和外部载荷的接触网络和力网络的各向异性, 而这种结构各向异性必然导致颗粒物质对外部激励的响应在一定程度上依赖外部激励的方向. 颗粒体系内部结构各向异性及外部激励方向在确定颗粒流动流变学方面的研究是一个尚待解决的热点问题^[8-10].

目前已有垂直振动激励下颗粒系统的动态特性方面的研究, 例如, 汪盼盼等^[11]测量了颗粒体系功耗的振幅谱和频率谱, 研究了相对功耗性质, 提出流变耗散和共振耗散的两种机制, 认为不同振动参数下颗粒体系的能量传递与耗散规律

存在明显的差别; Valenza等^[12,13]通过垂直振动下的有效质量谱发现系统的功耗与黏度的变化正相关; Valenza等^[14]通过有效质量研究发现在简正模式下, 松散颗粒介质的阻尼率随黏度或湿度的增加而增加; 彭政等^[15]的实验发现特定频率垂直激励下的耗散功率随振动强度的变化呈现幂率规律; Ansari等^[16]发现当垂直振动颗粒床的振动强度超出临界值时, 在一个密集紧凑颗粒层下方出现了快速运动的稀疏颗粒区域. 基于对垂直振动下准二维浅层颗粒体系的研究, Eshuis等^[17,18]发现固体床、弹跳床、波动次谐波、颗粒密度倒置状态、对流及颗粒气体等5种完整斑图, 并进一步研究了各种斑图之间随振动强度变化而发生的转变.

另一方面, 水平激励下颗粒系统行为的研究也取得了一些进展. Garcimartín等^[19]研究不同条件下的受迫参数对颗粒对流的影响, 描述了加速度大于重力加速度的颗粒层在一个振荡周期内单个

* 国家自然科学基金(批准号: 11272048, 11572178)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: zhguohua@sas.ustb.edu.cn

颗粒的运动,表明侧壁摩擦与颗粒和颗粒对流相关; Saluena 等^[20]用二维分子动力学研究了水平振动中的不稳定对流,发现对流模式在很大程度上依赖材料的非弹性性质. 迄今为止关于水平激励下颗粒系统能量耗散的研究还较少,值得进一步研究.

本文利用数值方法计算了不同载荷下颗粒物质的水平振动有效质量谱及能量耗散,发现水平和垂直振动下颗粒体系的共振频率 f_g 与体积模量 k 都随压强 P 的变化呈现分段幂律规律,且颗粒物质的品质因子的倒数 $1/Q$ 随 P 按指数规律衰减到一个非零的常数. 此外,本文对不同压强下给定频率的水平振动耗散功率 p 与振动强度 Γ 的变化规律进行了研究,得到了颗粒体系类固体类流体转变的 Γ - P 相图.

2 离散元模拟及结果

2.1 模型与参数

本文利用 LIGGGHTS^[21] 软件执行颗粒系统的离散元模拟. DEM (discrete element method) 模拟基于 JKR (Johnson-Kendall-Roberts model) 模型,其中颗粒间的相互作用由力-位移接触定律描述,同时考虑了法向、切向阻尼,动力学摩擦和旋转自由度. 模型中的主要参数(法向弹性系数 k_n , 切向弹性系数 k_t , 法向黏弹阻尼系数 γ_n 和切向黏弹阻尼系数 γ_t) 可以直接由颗粒材料参数(杨氏模量 Y 、剪切模量 G 、泊松比 ν 、恢复系数 e 、颗粒半径 R 、颗粒材料密度 ρ 、摩擦系数 μ 等)推出. 本文中,为了避免结晶化,在 $L \times W \times H$ 长方体中,放置颗粒半径比为 1 : 1.4、质量比为 1 : 1 的双分散球形颗粒,参数如表 1 所示.

表 1 模拟及材料物性参数

Table 1. Parameters of simulation and material properties.

参数	数值
颗粒数目 $N = n_1 + n_2$	$n_1 = 9777, n_2 = 3563$
大小颗粒尺寸 $r_1/\text{mm}, r_2/\text{mm}$	$r_1 = 1, r_2 = 1.4$
模型尺寸 $L \times W \times H / \text{mm} \times \text{mm} \times \text{mm}$	$51.2 \times 51.2 \times 125.0$
弹性模量 E/Pa	3.8×10^{10}
泊松比 ν	0.28
恢复系数 e	0.7
摩擦系数 μ	10.12

2.2 模拟协议

不同表面压强静态颗粒体系的制备协议如下. 首先,在 $L \times W \times H = 51.2 \text{ mm} \times 51.2 \text{ mm} \times 125.0 \text{ mm}$ 的长方体盒子中随机生成 13340 个双分散球形颗粒. 然后,在长方体底面施加一个固定的预压力 ($P = 1200 \text{ kPa}$),颗粒在重力和预压力作用下充分弛豫,最终堆积在长方体底部. 为了便于水平和竖直有效质量的比较,固定上表面的位置确保颗粒填充深度与长方体的宽度相同(约为 51.2 mm),改变颗粒数目可以控制上表面的初始压强 ($1000 \text{ kPa} < P_{\text{goal}} < 1100 \text{ kPa}$). 最后,系统经历 100 个周期的频率 30 Hz、加速度振幅 0.3g 的正弦振动后,能量极小化至稳定的初始位形. 卸载过程中,固定体系中的颗粒数目,通过调整上表面的位置使得体系最终稳定到更低的压强.

有效质量能够表征颗粒材料的弹性响应及衰减特性,通过 $\tilde{M}(\omega)$ 曲线共振峰的分析可进一步确定颗粒系统的简正模式,因此有效质量谱技术是研究 Jamming 点附近有耗散颗粒体系异常力学和声学特性的重要手段. 颗粒体系有效质量的测量原理如图 1 所示,具体的测量协议如下: 振动测量过程中以 $a(t) = a_0 \sin(\omega t + \varphi_a)$ ($a_0 = 0.3g$ 为加速度振幅, φ_a 为振动加速度的初相)沿水平方向驱动体系作正弦运动. 对于 10—2000 Hz 频率范围内(以 10 Hz 为间隔)的每一个频率,测量正方体模型 6 个面所受的作用力 $F_{ij}(t)$ ($i = +x, -x, +y, -y, +z, -z$, 分别表示 6 个面; $j = x, y, z$, 分别表示 x, y, z 方向的作用力),进而得到水平振动颗粒所受的作用

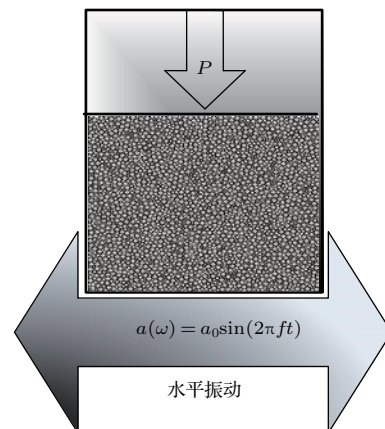


图 1 测量原理示意图

Fig. 1. Schematic of measurement principle.

力 $F(t) = F_0 \sin(\omega t + \varphi_F) = F_{+xy} + F_{-xy} + F_{+yy} + F_{-yy} + F_{+zy} + F_{-zy}$, 其中 F_0 为体系所受正弦力的振幅, φ_F 为体系所受正弦力的初相. 颗粒体系的有效质量可以写为 $\tilde{M}(\omega) = \tilde{F}(\omega)/\tilde{a}(\omega) - M_c$, 其中 M_c 为空载时的质量(对于模拟来说 $M_c = 0$). 一般情况下, 颗粒体系的有效质量 $M(\omega) = M_1(\omega) + iM_2(\omega)$ 为复数, 其实部 $M_1(\omega) = F_0 \cos(\varphi_F - \varphi_a)/a_0 - M_c$ 描述材料的惯性和弹性响应, 而虚部 $M_2(\omega) = F_0 \sin(\varphi_F - \varphi_a)/a_0$ 与颗粒材料的衰减有关. 对于每一个频率, 重复上述测量过程, 进而得到颗粒体系的有效质量谱. 本文展示了如何利用有效质量谱对不同压强下颗粒体系的共振频率、能量耗散等特性进行研究.

为了研究外部载荷对颗粒体系有效质量谱的影响, 首先利用上述样品制备协议在 $L \times W \times H = 51.2 \text{ mm} \times 51.2 \text{ mm} \times 125.0 \text{ mm}$ 的长方体盒子中随机生成表面压强为 1012.10 kPa、个数 $N = 13340$ 的双分散球形颗粒体系, 并利用卸载获得一系列不同压强下的稳定构型. 在每个压强下重复上述测量过程, 分别执行水平和有效质量谱的数值测量. 图 2(a), (b) 分别为表面压强为 1012.10, 635.10, 383.40, 216.40, 132.00, 74.69, 55.32, 37.23, 27.07, 17.09, 8.66 kPa 时颗粒体系的水平有效质量谱.

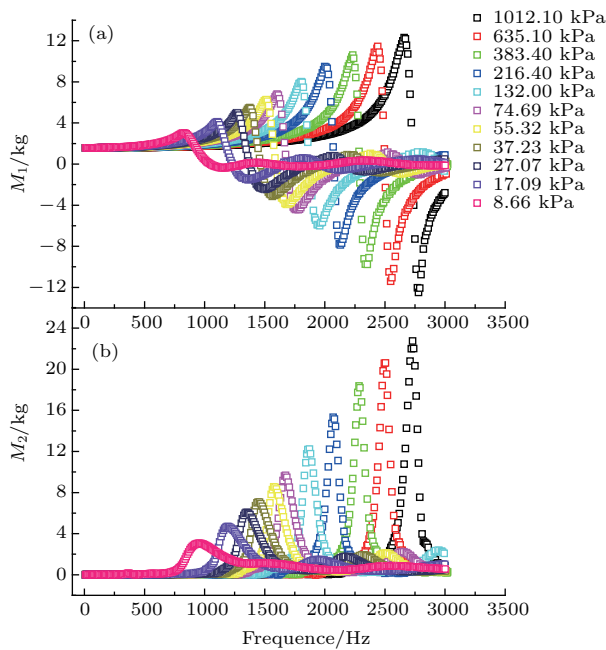


图 2 (网刊彩色) 不同压强下颗粒材料水平振动有效质量谱的实部 (a) 和虚部 (b)

Fig. 2. (color online) Real part (a) and imaginary part (b) of the effective mass spectra of the horizontal vibration at different pressures.

由图 2 可知, 表面压强对颗粒系统有效质量

谱的影响很大. 随着颗粒体系上表面压强的增大, $M_1(\omega)$ 和 $M_2(\omega)$ 的共振频率朝高频处移动, 而且其共振峰的峰值也相应增大(与文献 [22] 中图 3 的结果类似). 在模拟实验中, 加速度振幅 a_0 恒定不变, 在本文所研究的压强范围内力的振幅 $|F_0|$ 随着压强的增加而增加, 而且力和加速度相位差的正余弦值变化相对较小. 根据有效质量的公式, $M_1(\omega)$ 和 $M_2(\omega)$ 共振峰的峰值随压强的变化主要取决于 $|F_0|$ 随压强的变化, 即 $M_1(\omega_g)$ 和 $M_2(\omega_g)$ 随着压强的增加而增加. 在颗粒体系的共振频率上, 可用微扰理论对有效质量的实部 $M_1(\omega)$ 出现的负值进行定性的解释. 模型与颗粒组成的系统中存在两种谐振模式, 一种是共振频率为 f_0 的空杯谐振模式, 另一种是由颗粒引起的共振频率为 f_g 的谐振模式 [22]. 这两种模式彼此耦合产生了两个混合模式, 一个为上支, 一个为下支. 当模型共振频率 f_0 大于颗粒共振频率 f_g (即 $f_0 > f_g$) 时, 在大于颗粒共振频率 f_g 的 f_0 处, 有效质量实部 $M_1(\omega)$ 的峰值为负.

3 结果与讨论

3.1 共振频率随压强的变化

由图 2 可知, 数值模拟得到的水平振动有效质量随压强的变化规律与实验结果文献 [22] 类似, 即有效质量谱的共振频率随着压强的增大而减小. 为了进一步研究压强对有效质量共振频率的影响, 绘制水平和垂直有效质量谱共振频率随压强的变化曲线, 如图 3(a) 所示. 由图 3(a) 可以看出, 水平和垂直有效质量谱的共振频率 f_g 均随压强 P 的变化呈幂律标度, 当压强较高时, 满足 $f_{Hg} \propto P^{0.188}$ 和 $f_{Vg} \propto P^{0.203}$, 当压强较低时, 满足 $f_{Hg} \propto P^{0.249}$ 和 $f_{Vg} \propto P^{0.254}$.

为了定量分析体系共振频率随压强的变化规律, 采用一个简化的连续弹性介质模型. 该模型中, 将颗粒介质视作有损耗、可压缩、无黏性的流体. 假设振动方向为 z 方向, 根据连续介质力学, 流体的声压可用模型描述为 $P = P(z)e^{i\omega t} = [A \sin(qz) + B \cos(qz)]e^{i\omega t}$, 则正方体的位移为 $u = u(z)e^{i\omega t}$, 正方体的速度为 $v = v(z)e^{i\omega t}$. 由于 $v = \partial u / \partial t$, 则 $v(z) = i\omega u(z)$, $P(z) = A \sin(qz) + B \cos(qz)$. 在我们的模型中, 流体在 $z = 0, h$ 处的位移与杯子的位移匹配, 即 $u(z = 0, h) = u_{cup}$. 根据连续介质的动量守恒方程

$\rho \frac{dv_z}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial z}$ (由于 $P \gg \rho gh = 5909.69$ Pa, 忽略了重力), 则 $\rho \omega^2 u(z) = Aq \cos(qz) - Bq \sin(qz)$. 正方体上下底面边界处的颗粒位移与边界一致, 其最大加速度为 $-\omega^2 u_{\text{cup}}$, 可得

$$A = \frac{\rho \omega^2 u_{\text{cup}}}{q}, \quad B = \frac{\rho \omega^2 u_{\text{cup}} [\cos(qL) - 1]}{q \sin(qL)},$$

即有

$$P(z) = \frac{u_{\text{cup}} \rho \omega^2}{q} \left[\sin(qz) + \frac{\cos(qL) - 1}{\sin(qL)} \cos(qz) \right].$$

杯子上下底面对流体施加的力为 $F = SP(z = 0)$, 其中 S 为杯子的底面积. 由此得到有效质量

$$\tilde{M}(\omega) = \frac{2S\rho \sin^2(qL/2)}{q \sin(qL)},$$

其中 $q = \omega \sqrt{\rho/k}$ 为复波矢, ρ 为密度, $k = k_0(1 - i\omega\tau)$ 为有损耗的体积模量. 当该模型产生共振时, $q_0L = \pi = 2\pi f \sqrt{\rho/k_0}L$, 其中 $q_0 = \omega \sqrt{\rho/k_0}$, $M_1(\omega)$ 的共振频率 $f_g = \sqrt{k_0/\rho}/2L$. 因此, 基于共振频率 f_g 与压强 P 的模拟数据, 根据公式 $f_g = \sqrt{k_0/\rho}/2L$, 可进一步得到水平和垂直激励下体系的体积模量 k 随压强 P 的变化关系, 如图 3(b) 所示. 显然, 水平和垂直激励下得到的颗粒体系的体积模量均随压强呈现分段幂律标度, 高压强处满足 $k_{\text{Hg}} \propto P^{0.371}$, $k_{\text{Vg}} \propto P^{0.402}$, 低压强处满足 $k_{\text{Hg}} \propto P^{0.489}$, $k_{\text{Vg}} \propto P^{0.500}$.

根据赫兹接触理论^[23], $P \propto (\Delta V)^{\alpha-1}$ 且 $k \propto (\Delta V)^{\alpha-2}$, 可得 $k \propto P^{\frac{\alpha-2}{\alpha-1}}$, 对于球形颗粒, $\alpha = 5/2$, 有 $k \propto P^{1/3}$. 结合连续介质模型中 $f_g \propto k^{1/2}$, 进一步有 $f_g \propto P^{1/6}$. 由图 3(a) 可知, 在高压强处, $f_{\text{Hg}} \propto P^{0.188}$ 和 $f_{\text{Vg}} \propto P^{0.203}$, 幂指数非常接近赫兹接触理论和连续介质模型的预测值 $1/6$ (高压强下体积模量 k 与压强 P 的幂指数接近 $1/3$, 如图 3 中蓝虚线所示), 暗示在高压强下颗粒物质的行为可通过赫兹接触理论和连续介质模型进行解释. 另一方面, 在低压强下, 颗粒体系的共振频率 f_g 与压强 P 满足 $f_{\text{Hg}} \propto P^{0.249}$ 和 $f_{\text{Vg}} \propto P^{0.254}$ (低压强下体积模量 k 与压强 P 的幂指数接近 $1/2$, 满足 $k \propto P^{1/2}$, 这与文献^[22, 24, 25] 得到的结论一致), 偏离了预测的幂指数 $1/6$, 暗示赫兹接触理论在低压强下可能失效.

我们认为颗粒体系的共振频率 (体积模量) 随压强呈分段幂律可能与其耗散有关. 类似受迫阻尼振子的阻尼耗散会影响共振频率. 当颗粒体系的上表面压强大于 132 kPa 时, 颗粒间的赫兹接

触数密度较大, 耗散效率较低, 对应的共振频率较大. 因此, 在高压强下基于赫兹接触连续弹性介质预言成立, 体积模量 k 与压强 P 的关系为 $k \propto P^{1/3}$. 而当其压强小于 75 kPa 时, 颗粒体系的压强变化较大, 导致颗粒链变形, 造成赫兹接触数密度变小, 耗散效率变高, 对应的共振频率较小. 这使其体积模量 k 与压强 P 的关系由 $k \propto P^{1/3}$ 转变为 $k \propto P^{1/2}$, 而共振频率 f_g 与压强 P 的关系由 $f_g \propto P^{1/6}$ 转变为 $f_g \propto P^{1/4}$, 与文献^[25] 的结果一致.

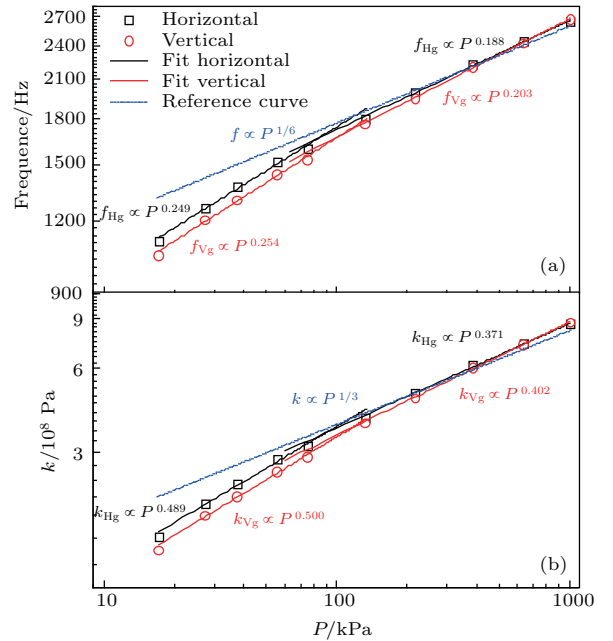


图 3 (网刊彩色) (a) 颗粒体系共振频率与压强的关系; (b) 体积模量与压强的关系. 其中黑实线表示水平振动时的关系曲线, 红实线表示垂直振动时的关系曲线, 蓝虚线表示赫兹接触的参考曲线 ($f_g \propto P^{1/6}$, $k_g \propto P^{1/3}$)

Fig. 3. (color online) (a) Relationship between the resonance frequency and pressure; (b) relationship between the volume modulus and pressure. The black solid line indicates the relation curve under horizontal vibration; the red solid line indicates the relation curve under vertical vibration; the blue dotted line indicates the reference curve of the Hertz contacts ($f_g \propto P^{1/6}$, $k_g \propto P^{1/3}$).

需要指出的是, 由于重力的影响, 水平振动与垂直振动出现微弱的区别, 即水平振动的共振频率 (体积模量) 略大于垂直振动, 其幂率略小于垂直振动.

3.2 耗散效率随压强的变化

在振动激发下, 正弦振动输入的机械能通过颗粒局域结构的微小调整、颗粒间的摩擦、非弹性磁

撞等迅速耗散。颗粒系统稳定后, 输入的机械能与系统耗散的能量达到平衡。根据能量守恒, 稳定状态下颗粒体系的平均能量耗散功率应该等于正弦振动输入的能量传递功率, 可以通过模拟测得正方体模型底面受力 $F(t)$ 及 $a(t)$ 数据获得。假设 $F(t)$, $a(t)$ 均为很好的正弦波形, 在一个周期 T 内平均耗散功率可以表示为

$$p = \frac{1}{T} \int_0^T F(t) \left(\int_0^t a(t') dt' \right) dt = \frac{F_0 a_0 \sin(\varphi_a - \varphi_F)}{2\omega} \quad (1)$$

为了研究表面压强对系统耗散功率的影响测量不同压强下的耗散功率谱 $p(\omega)$, 利用耗散功率谱 $p(\omega)$ 得到系统的品质因子 Q , 其倒数 $1/Q$ 代表每个周期系统耗散的能量和正弦振动提供能量的比例, 其值越大表明体系能量耗散效率越高, 反之则越低。

图 4 所示为本文测量的水平(空心方框)和垂直(空心圆圈)激励下颗粒系统的 $1/Q$ 随压强 P 的变化曲线。由图 4 可知, 颗粒体系的 $1/Q$ 随压强的增大而减小, 满足 $1/Q = a e^{-P/b} + y_0$, 与文献 [22] 中实验结果类似。这可能由于表面压强较低时疏松的颗粒更易发生内部结构的调整, 可活动的接触面多, 体系耗散效率较高。当表面压强较大时, 颗粒体系致密, 拥有更多均匀接触的颗粒, 同时切向应力接触和潜在的滑动接触的颗粒减少, 当压强足够高时, 颗粒体系被压缩至接近固体状态, $1/Q$ 逐渐减小趋近一个常数 ($y_0 \approx 0.051$), 不再随压强变化。

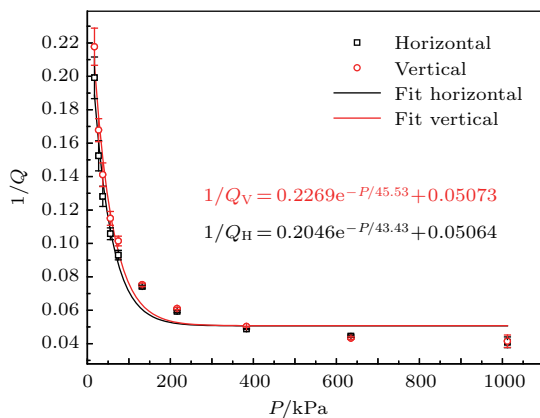


图 4 (网刊彩色) $1/Q$ 随压强的变化

Fig. 4. (color online) Variation of $1/Q$ with pressure.

需要指出的是, 在高压强下, 水平激励和垂直激励下颗粒体系的 $1/Q$ 趋于同一个值, 暗示在高压强下的颗粒体系接近固体, 能量耗散效率不受激励

方式影响, 仅取决于颗粒体系的数目、质量、密度等参数。

3.3 水平振动强度对耗散功率的影响

在颗粒体系的弛豫动力学中, 加速度和应力扮演的角色类似于热系统中的温度。为了进一步研究两者对颗粒体系类固态-类流体转变的影响, 数值测量了水平激发(振动频率 500 Hz) 时不同压强下的功率损耗随加速度 ($g-30g$) 的变化曲线, 如图 5 所示。由图 5 可以看出, 特定压强下测量的平均

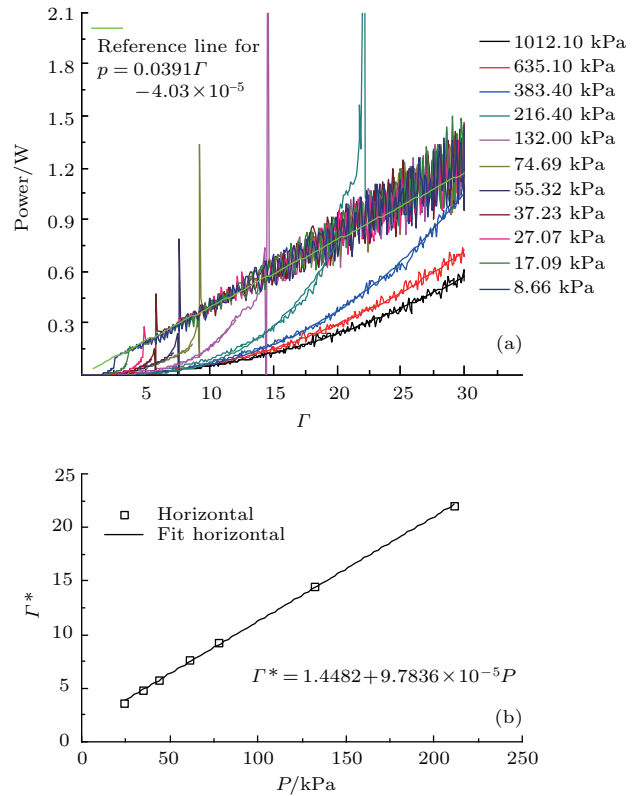


图 5 (网刊彩色) (a) 不同压强 (8.66—1012.10 kPa) 下耗散功率随振动强度的变化。随着振动强度的增加, 耗散功率呈指数增长并出现尖峰, 而后迅速减小并在同一条直线(绿色参考线) $p = 0.0391\Gamma - 4.03 \times 10^{-5}$ 附近波动。根据图 5 (a) 中不同压强下的尖峰所在横坐标的特征振动强度 Γ^* , 及其对应曲线的压强 P , 即可得到压强与特征振动强度关系图 (b)

Fig. 5. (color online) (a) Relationship between the power dissipation and the vibration intensity under different pressures (8.66–1012.10 kPa). With the increase of vibration strength, the exponential of power dissipation increases and sharp peaks appear, and then rapidly decreases and fluctuates around the same line (green reference line) $p = 0.0391\Gamma - 4.03 \times 10^{-5}$. According to the characteristic vibration intensity Γ^* , horizontal coordinate of the peak in Fig. 5 (a), and the corresponding pressure P , the relationship between the pressure and the critical vibration intensity (b) can be obtained.

耗散功率 p 随振动强度 Γ 的变化曲线上存在一个特征振动强度 Γ^* . 当 $\Gamma < \Gamma^*$ 时, 不同压强下的平均耗散功率 p 均随振动强度 Γ 呈幂律标度, $p \propto \Gamma^\alpha$ ($2 < \alpha < 5$), 与文献 [12] 中的结论类似, 且随着压强的减小, 幂指数 α 增大; 当 $\Gamma > \Gamma^*$ 时, 体系的平均耗散功率 p 随振动强度 Γ 呈线性变化, 并且不同压强的曲线均趋于在同一条直线 $p = 0.0391\Gamma - 4.03 \times 10^{-5}$ 附近波动. 我们认为固定压强下 $p(\Gamma)$ 曲线的分段行为来源于颗粒体系的类固体-类流体转变, 即当 $\Gamma < \Gamma^*$ 时, 颗粒体系的结构相对稳定, 类似脆性固体. 当加速度超过临界值时, 颗粒开始流动, 颗粒体系发生结构重组, 类似颗粒流体. 为了进一步研究颗粒体系的类固体-类流体转变与外部控制参数的关系, 根据图 5(a) 中不同压强 P 下曲线尖峰对应的特征振动强度 Γ^* , 给出颗粒体系类固体-类流体转变的 Γ - P 相图, 如图 5(b) 所示. 在颗粒体系的 Γ - P 相图中存在一条随压强线性增加的临界转变线, 在该线之上为颗粒流体相, 在该线之下对应颗粒固体相. 值得一提的是, 本文得到的固定频率下固态颗粒体系的耗散功率随压强幂律标度的幂指数 α 不是常数, 而是从低压强时的 5 变为高压强时的 2. 颗粒流体的耗散功率随振动强度线性增加.

4 结 论

本文对颗粒物质水平及垂直振动有效质量谱及能量耗散进行了数值研究, 得到如下结论.

颗粒体系的共振频率 f_g 和体积模量 k 随压强呈分段幂律变化, 即高压强下满足 $f_g \propto P^{0.167}$, $k \propto P^{1/3}$; 低压强下满足 $f_g \propto P^{0.25}$, $k \propto P^{1/2}$. 此外, 相同压强下水平振动时共振频率 f_g 与体积模量 k 均大于垂直振动时, 而对应的幂指数小于垂直振动时.

在水平和垂直振动下, 耗散功率 $p(\omega)$ 的品质因子 Q 的倒数 $1/Q$ 均随 P 的变化呈指数衰减规律. 可能原因为低压强下颗粒体系相对疏松, 更容易发生内部结构调整, 体系耗散效率较高; 而在高压强下颗粒体系致密, 耗散效率低并趋近同一个非零的常数, 且不受激励方式影响.

本文还研究了特定频率和压强下颗粒体系的平均耗散功率 p 随振动强度 Γ 的分段变化规律, 并由此得到了颗粒体系类固体-类流体转变的 Γ - P

相图. 图中存在一条随压强线性增加的临界转变线, 在该线之上为颗粒流体相, 其耗散功率随振动强度线性增加; 在该线之下对应颗粒固体相, 其耗散功率 p 随振动强度 Γ 变化呈现幂律标度 $p \propto \Gamma^\alpha$ ($2 < \alpha < 5$), 且幂指数 α 随着压强的减小而增大.

参考文献

- [1] Lu K Q, Liu J X 2004 *Physics* **33** 629 (in Chinese) [陆坤权, 刘奇星 2004 物理 **33** 629]
- [2] Sun Q, Jin F, Zhou G D 2013 *Granular Mat.* **15** 119
- [3] Bi Z, Sun Q, Jin F, Zhang M 2011 *Granular Mat.* **13** 503
- [4] Peyneau P E, Roux J N 2008 *Phys. Rev. E* **78** 041307
- [5] Majmudar T S, Behringer R P 2005 *Nature* **435** 1079
- [6] Sun Q C, Wang G Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4667 (in Chinese) [孙其诚, 王光谦 2008 物理学报 **57** 4667]
- [7] Zhou G D, Sun Q C 2013 *Powder Technol.* **239** 115
- [8] Sun Q C, Wang G Q, Hu K H 2009 *Prog. Nat. Sci.* **19** 523
- [9] Karimi K, Maloney C E 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 268001
- [10] Wortel G H, van Hecke M 2015 *Phys. Rev. E* **92** 040201
- [11] Wang P P, Wang W J, Liu C S, Zhu Z G 2009 *Rock Soil Mech.* **30** (Supp.) 129 (in Chinese) [汪盼盼, 王万景, 刘长松, 朱震刚 2009 岩土力学 **30** (增刊) 129]
- [12] Valenza J, Hsu C J, Ingale R, Gland N, Makse H A, Johnson D L 2009 *Phys. Rev. E* **80** 051304
- [13] Hsu C J, Johnson D L, Ingale R A, Valenza J J, Gland N, Makse H A 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 058001
- [14] Valenza J, Johnson D L 2012 *Phys. Rev. E* **85** 041302
- [15] Peng Z, Jiang Y M, Liu R, Hou M Y 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 024502 (in Chinese) [彭政, 蒋亦民, 刘锐, 厚美琪 2013 物理学报 **62** 024502]
- [16] Ansari I H, Alam M 2016 *Phys. Rev. E* **93** 052901
- [17] Eshuis P, van der Weele K, van der Meer D, Lohse D 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 258001
- [18] Eshuis P, van der Weele K, van der Meer D, Bos R, Lohse D 2007 *Phys. Fluids* **19** 123301
- [19] Garcimartín A, Pastor J M, Arévalo R, Maza D 2007 *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **146** 331
- [20] Salueña C, Pöschel T 2000 *Eur. Phys. J. E* **1** 55
- [21] <http://lammmps.sandia.gov/index.html>
- [22] Yu T, Zhang G H, Sun Q C, Zhao X D, Ma W B 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 044501 (in Chinese) [余田, 张国华, 孙其诚, 赵雪丹, 马文波 2015 物理学报 **64** 044501]
- [23] Xu N 2011 *Front. Phys.* **6** 109
- [24] Lastakowski H, Géminard J C, Vidal V 2015 *Sci. Rep.-UK* **5** 13455
- [25] Goddard J D 1990 *Proc. R. Soc. Lond. A* **430** 105

Effective mass spectrum and dissipation power of granular material under the horizontal and vertical excitation*

Xu Cong-Hui Zhang Guo-Hua[†] Qian Zhi-Heng Zhao Xue-Dan

(Department of Physics, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

(Received 25 May 2016; revised manuscript received 5 September 2016)

Abstract

In this paper, in order to explore the movement characteristics of granular system under the horizontal and vertical excitation, the effective mass spectrum and dissipation power of granular material are studied by numerical simulation. We use LIGGGHTS software to simulate a granular system consisting of 13340 dispersed particles in a cubic container. For the two different vibration directions of granular system (horizontal and vertical), we carry out a pressure unloading experiment in a pressure range from 1012.10 kPa to 8.66 kPa. It is found that under the horizontal and vertical excitation, the resonance frequency f_g and volume modulus k of granular system satisfy piecewise power-law with the change of pressure P applied to the top surface. It follows the laws, that is, $f_g \propto P^{1/6}$ and $k \propto P^{1/3}$ at low pressure and $f_g \propto P^{1/4}$ and $k \propto P^{1/2}$ at high pressure. At the same time, according to the effective mass of the imaginary part, we can obtain the dissipative characteristics of the granular system. Under the horizontal and vertical excitation, the reciprocal of quality factor of granular matter, $1/Q$, decreases exponentially with the change of pressure P . In the relaxation dynamics of the granular system, both the acceleration and the stress play a role similar to the role of temperature in the thermal system. In order to further study the influence of acceleration on solid-fluid-like transition of granular system, we measure the relationships between the dissipation power and the vibration intensity ($1g$ – $30g$) under different pressures (8.66–1012.10 kPa), in the horizontal vibration (500 Hz). At the fixed frequency and pressure, there is a characteristic vibration intensity Γ^* in the curve of the average power dissipation of granular system with vibration intensity Γ . When $\Gamma < \Gamma^*$, the granular system exhibits a solid-like behavior, and the variation of the average power dissipation with the change of vibration intensity Γ shows a power-law scaling, $p \propto \Gamma^\alpha$ ($2 < \alpha < 5$); when $\Gamma > \Gamma^*$, the granular system exhibits a liquid-like behavior, and the variation of the average power dissipation of granular system with the vibration intensity Γ changes into a linear fashion. Then, the phase diagram of transition from the solid-like phase to fluid-like phase, i.e., Γ - P phase diagram, in granular system under the horizontal excitation, is obtained in this paper.

Keywords: granular matter, horizontal vibration, effective mass, solid-like to fluid-like transition

PACS: 45.70.-n, 46.40.Ff, 62.40.+i

DOI: 10.7498/aps.65.234501

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11272048, 11572178)

[†] Corresponding author. E-mail: zhguohua@sas.ustb.edu.cn