

激光尾场加速电子的密度梯度注入的解析处理

王通 王晓方

An analytic approach for density gradient injection in laser wake field acceleration

Wang Tong Wang Xiao-Fang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 044102 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.044102

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.044102>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I4>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

纳秒激光在铜靶材中诱导冲击波的实验研究

Experimental study of shock waves induced by a nanosecond pulsed laser in copper target

物理学报.2015, 64(4): 045204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.045204>

基于速度干涉仪的冲击波精密调速实验技术研究

Shock timing experiment based on imaging velocity interferometer system for any reflector

物理学报.2012, 61(13): 135201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.135201>

X射线烧蚀泡沫-固体靶增压机理研究

Pressure increase in foam-solid target from X-ray driven shock waves

物理学报.2012, 61(4): 045203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.045203>

"三明治"靶型在间接驱动冲击波实验中的应用

Shock experiment with sandwiched target in laser indirect-drive experiment

物理学报.2011, 60(11): 115203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.60.115203>

利用成像型速度干涉仪进行聚苯乙烯材料中冲击波调速的实验研究

Shock timing experiment in polystyrene target based on imaging velocity interferometer system for any reflector

物理学报.2011, 60(8): 085203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.60.085203>

激光尾场加速电子的密度梯度注入的解析处理*

王通 王晓方†

(中国科学技术大学近代物理系, 合肥 230026)

(2015年8月21日收到; 2015年10月25日收到修改稿)

在激光尾场加速电子的机理中, 引入适当的密度梯度容易实现并控制电子注入到等离子体波中实现加速. 迄今对密度梯度注入的理论研究主要采用粒子模拟. 本文发展了一种解析处理密度梯度注入的方法, 分析了密度下降区域中电子的注入和加速. 给出了一维密度梯度中电子注入发生的条件, 采用哈密顿力学得到了线性条件下密度梯度区的电子相空间分界线(separatrix); 讨论了密度梯度区电子注入的时间对电子进入密度均匀区持续加速的影响. 用粒子模拟验证了分析结果.

关键词: 电子注入, 等离子体波, 密度梯度

PACS: 41.85.Ar, 52.35.-g, 52.35.Tc

DOI: 10.7498/aps.65.044102

1 引言

1979年, Tajima和Dawson^[1]提出采用激光在等离子体中激发尾场(或等离子体波)来加速电子的加速器新概念, 称为激光尾场(或等离子体波)加速. 其加速梯度高于传统加速器3个数量级以上, 有望发展出小型化高能加速器与新型辐射源, 近年来相关研究取得重大进展^[2-4]. 激光尾场加速电子的关键之一是电子注入, 即电子被等离子体波俘获. 而电子速度是否达到等离子体波相速度, 决定了电子能否被等离子体波俘获.

Bulanov等^[5]提出, 构造等离子体密度下降梯度来降低等离子体波相速度, 以控制电子自注入, 并采用一维粒子网格模拟(particle-in-cell simulation, 简称粒子模拟)验证了电子注入发生在密度下降区域. 文献^[6, 7]相继采用二维和三维粒子模拟进行了研究, 表明密度梯度注入可实现单能性很好的超短脉冲电子束. Brantov等^[7]还模拟了不同梯度宽度的密度梯度注入, 发现密度梯度区的宽度需要在合适的范围才能得到单能性较好的电子束. 实验方面, Schmid等^[8]在实验中以超音速气体靶

产生的激波前沿作为等离子体密度梯度, 观测到准单能电子束. Gonsalves等^[4]在实验中利用两段不同密度的气体靶实现密度梯度, 确认电子注入发生在密度下降区域. 虽然密度梯度注入在近年来获得广泛重视, 理论研究还主要借助粒子模拟, 而对电子在密度梯度区域注入动力学的解析研究却很少, 也不系统^[5, 7]. 其中, Brantov等^[7]曾给出密度梯度区域电子被等离子体波俘获的条件, 但是没有给出密度梯度区等离子体波的演化, 也没有给出梯度区的相空间分界线和电子发生注入的动力学过程. 显然, 发展相关解析理论给出密度梯度区电子注入的动力学过程, 有助于分析密度梯度对电子注入的影响, 从而可通过理论分析优化电子注入和加速.

本文先通过基础理论分析, 得到密度梯度区电子注入的条件. 然后, 采用哈密顿力学进一步分析了密度梯度区电子的注入和加速, 给出一维情况下线性等离子体波俘获并加速电子的详细动力学过程, 并在此基础上研究了密度梯度区电子注入的时间对后续加速的影响. 最后, 使用粒子模拟^[9]验证了理论分析的结果. 本文研究揭示了一维密度梯度中电子注入到加速的详细动力学过程.

* 国家自然科学基金(批准号: 11375194)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wang1@ustc.edu.cn

2 密度梯度注入的解析处理

2.1 密度梯度注入阈值

如图1所示, 高强度激光脉冲沿 x 方向传播并激发等离子体波. 设区域1, 2皆为密度均匀区, 区域1的等离子体电子密度为 n_1 , 区域2 (加速区) 的密度为 n_2 , 两区域的密度满足关系式 $n_2 < n_1 \ll n_c$, n_c 为对应入射激光频率的等离子体临界密度. 衔接区域1和区域2的是密度梯度区域, 其密度由 $x \leq x_0$ 处的 n_1 下降到 $x \geq x_0 + L$ 处的 n_2 , 梯度区宽度为 L .

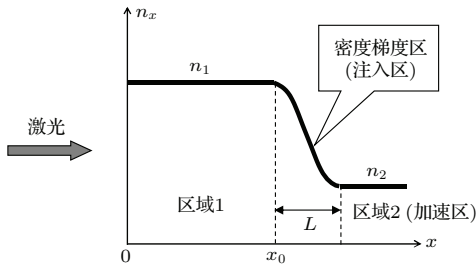


图1 一维等离子体密度分布和激光入射示意图

Fig. 1. Schematic diagram of plasma density profile in one dimension and laser incident direction.

当 n_1, n_2 相差不大时, 线性等离子体波条件下, 等离子体波的相位为 $\psi(x, t) = k_p(x)(x - v_g t)$, 其中 t 为激光传播时间; $v_g = c \cdot \sqrt{1 - n_x/n_c}$ 为激光脉冲群速度, 接近真空光速 c ; n_x 为等离子体密度分布.

等离子体波相速度可表达为

$$v_p = \frac{-\frac{\partial \psi}{\partial t}}{\frac{\partial \psi}{\partial x}} \approx \frac{v_g}{1 + \frac{x - ct}{k_p} \cdot \frac{dk_p}{dx}} = \frac{v_g}{1 - \frac{x - ct}{\lambda_p} \cdot \frac{d\lambda_p}{dx}},$$

其中 $\lambda_p = (4\pi^2 \varepsilon_0 m_e c^2 / n_x e^2)^{1/2}$ 为等离子体波波长, m_e 为电子质量, e 为电子电量, ε_0 为真空介电常数.

代入 λ_p , 从上式 v_p 导出等离子体波相速度 v_p 与激光脉冲群速度 v_g 的关系为

$$v_p = \frac{v_g}{1 + \frac{x - ct}{2n_x} \cdot \frac{dn_x}{dx}}, \quad (1)$$

(1) 式中设定 $t = 0$ 时激光脉冲经过 $x = x_0$ 处. 当背景电子速度达到等离子体波相速度后电子被俘

获, 即发生注入. 俘获条件记为 $\gamma_e = \gamma_p$, 其中

$$\gamma_e = \frac{1}{\sqrt{1 - v_e^2/c^2}}$$

为注入电子的相对论因子, v_e 为电子速度, 而

$$\gamma_p = \frac{1}{\sqrt{1 - v_p^2/c^2}}.$$

假设电子注入发生在密度梯度区域的 $x_i (0 \leq x_i \leq L)$ 处, 引入变量:

$$L_0 = \frac{n_1 L}{n_1 - n_2} - x_i, \quad \xi_0 = -x_i + ct,$$

代入俘获条件并在结果中考虑到 $\frac{n_x}{n_c} < 0.01$ 而忽略 $\frac{n_x}{n_c}$ 项, 得到

$$\gamma_e = \gamma_p = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_g}{c}\right)^2 \frac{1}{[1 + \xi_0/(2L_0)]^2}}} \approx \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{[1 + \xi_0/(2L_0)]^2}}}. \quad (2)$$

将 (2) 式与均匀密度分布 ($L_0 \rightarrow \infty$) 相比, 密度下降梯度能明显降低电子注入的能量阈值. 梯度越陡峭, 阈值降低得越多. 而且, 随时间推进, ξ_0 增大, 也能降低电子注入的阈值.

2.2 密度梯度区电子注入的动力学过程

从上节的结果能够得到电子注入的阈值. 要得到更加细致的电子注入时间、位置, 即电子注入的动力学过程, 还需要结合等离子体波等参数做进一步分析.

考虑典型情况, 设激发等离子体波的激光脉冲时间形状为高斯型、归一化强度 $a_0 = 1.0$. 这种强度的激光脉冲与等离子体的相互作用能激发出足够强而没有明显非线性效应的等离子体波^[10], 等离子体波电场表达式为

$$E_x = E_0 \cos \left[\frac{\omega_x}{v_g} (x - v_g t) \right].$$

对于脉冲长度为 l 、垂直于传播方向为线偏振的高斯型激光脉冲, 等离子体波振幅^[10,11]:

$$E_0 = \left(\frac{a_0^2}{16\pi} \right) \left(\frac{\omega_x^2}{c} \right) \cdot l \cdot \exp \left(-\frac{\pi^2 \omega_x^2 l^2}{c^2} \right) \frac{cm_e}{\sqrt{\varepsilon_0} e}, \quad (3)$$

(3) 式中等离子体波角频率 $\omega_x = \sqrt{\frac{n_x e^2}{\varepsilon_0 m_e}}$ 依赖等离子体密度分布.

积分电场即可得到 t_1 时刻等离子体波的电势:

$$\varphi(x, t_1) = \int_{x_1}^x dx \cdot E_0 \cos \left[\frac{\omega_x}{v_g} (x - v_g t_1) \right], \quad (4)$$

其中 $x_1 < x_0$ 并满足在 t_1 时刻有 $\varphi(x_1, t_1) = 0$.

在上述等离子体波作用下, 均匀冷等离子体的背景电子在 t 时刻的速度 v_{eb} 可以由动量方程 $m_e \frac{\partial v_{eb}}{\partial t} = -eE_x$ 得到

$$v_{eb}(x, t) = - \int_{t_2}^t dt \cdot eE_x / m_e, \quad (5)$$

其中 t_2 为激光脉冲峰值经过 x 的时刻.

从前一节讨论可知, 当 $v_{eb}(x, t)$ 和 $v_p(x, t)$ 相等时发生电子注入. 下面使用具体的激光和等离子体参数给出例子: 取高斯型激光脉冲强度为 $a_0 = 1.0$, 垂直 x 方向(传播)为线偏振, 脉冲长度 $l = 5.82 \mu\text{m}$, 并取与此脉冲长度匹配的等离子体密度 $n_2 = 0.33 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, 即在这个长度的激光脉冲下, 区域2的激光等离子体波振幅达到最大^[11], 这样有助于电子在区域2的加速. 区域1与区域2之间为密度梯度区域($x_0 \leq x \leq L$), 激光到达之前等离子体密度分布设为

$$n_x = \frac{n_1 + n_2}{2} + \frac{n_1 - n_2}{2} \cos \left(\frac{x - x_0}{L} \pi \right),$$

以保证没有密度拐点. 取 $n_1 = 1.0 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, $L = 10 \mu\text{m}$, $x_0 = 180 \mu\text{m}$, 即密度梯度区间为 $180 \leq x \leq 190 \mu\text{m}$. 相速度在(1)式已给出. 结合(5)式得到, 激光脉冲峰值通过 x_0 处后, 再传输 212.79 fs , 背景电子速度在 $x = 187.1 \mu\text{m}$ 处首次达到等离子体波相速度, 发生注入, 如图2. 记这个时间为 $T_{br} = 212.79 \text{ fs}$.

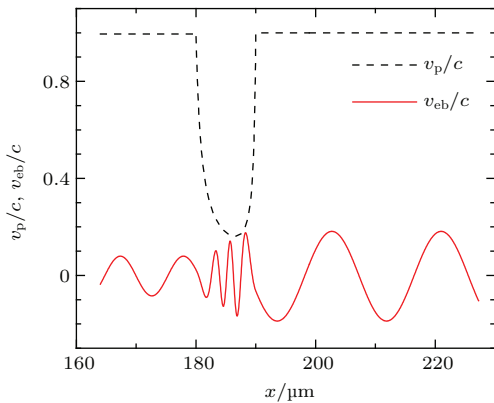


图2 (网刊彩色) 在 $T_{br} = 212.79 \text{ fs}$ 时刻等离子体背景电子速度 v_{eb} 与等离子体波相速度 v_p

Fig. 2. (color online) Plasma background electron velocity v_{eb} and the wake field phase velocity v_p at $T_{br} = 212.79 \text{ fs}$.

2.3 梯度区注入电子在区域2的持续加速

考虑到电子势能依赖于坐标 $X = x - v_p t$, 在此运动坐标系中电子的哈密顿量不随时间变化, 哈密顿方程^[12]:

$$H_s = H_0, \quad (6)$$

其中, $H_s = \gamma_e(1 - \beta\beta_p) - \varphi$, $H_0 = \gamma_p(1 - \beta_p^2) - \varphi_{\min}$, $\gamma_p = (1 - \beta_p^2)^{-1/2}$, $\beta = v_e/c$, $\beta_p = v_p/c$. H_s 为注入电子的哈密顿量, H_0 为常量, $\varphi_{\min}$ 是电势 φ 的最小值, 电势 φ 已由(4)式给出. 由于密度梯度区域等离子体波相速度随时间和位置变化, 方程右边的常量依赖于时间和位置. 注入时刻取上述结果 $T_{br} = 212.79 \text{ fs}$, 激光与等离子体参数与2.2节的数值计算相同. 由方程(6)可得到区域1和区域2以及密度梯度区域电子在注入时刻的相空间分界线, 在实验室坐标下如图3所示, 图中实线、虚线分别给出了注入电子的能量上限、下限阈值.

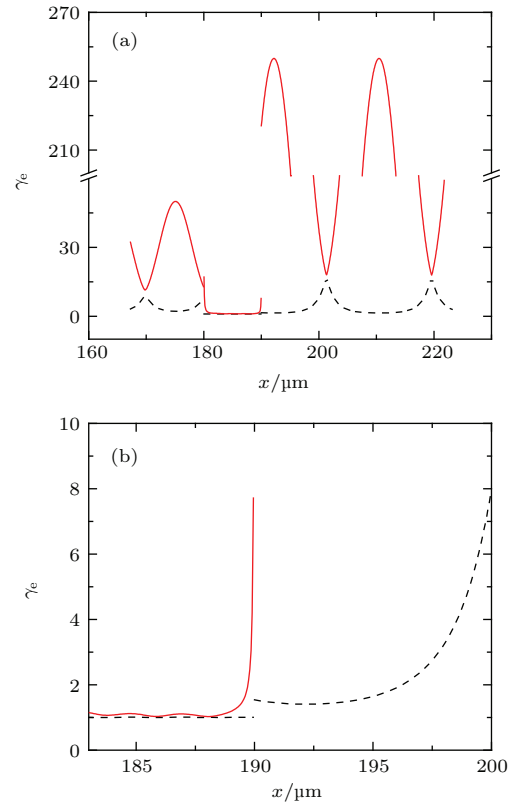


图3 (网刊彩色) $T_{br} = 212.79 \text{ fs}$ 时实验室坐标下相空间分界线 (a) 整个区域相空间分界线; (b) 梯度区域与区域2连接处附近的相空间分界线

Fig. 3. (color online) Separatrices in laboratory coordinates at $T_{br} = 212.79 \text{ fs}$. Panel (a) shows the separatrices in a region from $x = 160 \mu\text{m}$ to $230 \mu\text{m}$. Panel (b) shows the separatrices near the boundary between the density gradient region and the region 2.

图3(a)给出注入时刻实验室坐标下各区域的注入电子相空间分界线. 比较图2中背景电子的速度与图3中区域1、2处相空间分界线可知, 背景电子不会在区域1和区域2这样的均匀密度区发生注入, 而只会在梯度区域发生注入. 图3(b)是图3(a)在梯度区与区域2连接处附近的局部放大, 梯度区域在 $x = 190 \mu\text{m}$ 处结束, 即区域2的起点. 在区域2起点, 如果电子的能量大于相空间分界线下限, 就能够在区域2获得持续加速. 也就是说, 在梯度区域的注入电子进入区域2时, 虽然它的速度远低于区域2等离子体波相速度, 但只要高于区域2初始位置处电子相空间分界线下限, 就可以被区域2的等离子体波持续加速. 这也是较早期文献中采用粒子模拟得到密度梯度长度为0时能够发生电子注入的原因[13].

图3所示的相空间分界线会随时间发生变化, 因此会出现这样的情况: 在密度梯度区不同注入时刻和位置发生注入的电子, 进入随后的区域2时相位不同, 或者在密度梯度区发生注入的时间过晚, 进入区域2时动能较低, 可能出现不被区域2的等离子体波俘获的情况.

3 与一维粒子模拟的比较

针对上面对梯度区域和区域2的相空间分界线的分析, 取与2.2节数值计算相同的激光与等离子体参数, 使用粒子模拟程序Vsim[9]进行了一维模拟, 以做比较. 模拟中使用激光波长为 $0.8 \mu\text{m}$, 模拟窗口长为 $95 \mu\text{m}$, 空间步长为 $0.01 \mu\text{m}$. 模拟激光传播了 $500 \mu\text{m}$ 长度, 其中设置 $x_0 = 180 \mu\text{m}$.

模拟结果表明, 在密度梯度区域出现注入电子束. 跟踪密度梯度区的注入电子, 可得到电子在坐标-速度相空间内的轨迹. 结合这些电子到达 $190 \mu\text{m}$ 处(即区域2起点)时刻的电子相空间分界线下限(虚线), 可以判断电子进入区域2时能否被区域2的等离子体波俘获并加速.

下面以跟踪梯度区的两个电子为例予以说明. 如图4所示, 梯度区域电子1(初始位置在 $x = 186.1 \mu\text{m}$ 处)发生注入的时间为激光脉冲峰值经过 x_0 后209.8 fs, 注入位置为 $x = 186.3 \mu\text{m}$, 速度约为 $0.19c$, 与2.2节理论分析结果(参见图2)符合. 这个电子进入区域2($x = 190 \mu\text{m}$ 处)时, 其速度虽然低于区域2等离子体波相速度, 但是高于

$x = 190 \mu\text{m}$ 处相空间分界线下限, 所以能被区域2的等离子体波俘获, 得到很好的加速.

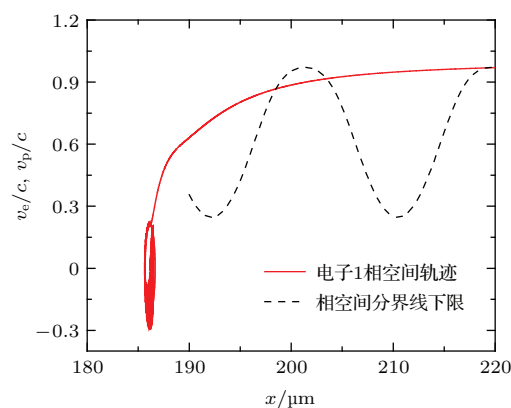


图4 (网刊彩色) 电子1的相空间轨迹以及该电子进入区域2时刻相空间分界线下限(虚线)

Fig. 4. (color online) Trajectory of the traced electron 1 in phase space, and the lower threshold (dash line) of the separatrix at the time when the electron enters the region 2.

如图5所示, 电子2(初始位置在 $x = 184.4 \mu\text{m}$ 处)发生注入的时间为激光脉冲峰值经过 x_0 后372.7 fs, 注入位置 $x = 183.6 \mu\text{m}$, 此时速度约为 $0.16c$. 由(1)式可知, 梯度区域电场随着时间演化, 梯度区域电子注入阈值越来越低, 电子2在梯度区域获得的加速越小. 这个电子进入区域2时能量未能达到此时该处($x = 190 \mu\text{m}$ 处)相空间分界线下限, 因此不能被区域2的等离子体波俘获. 电子2进入区域2后, 沿 x 方向前进并伴随等离子体波加速与减速过程产生速度振荡, 类似等离子体中背景电子的运动.

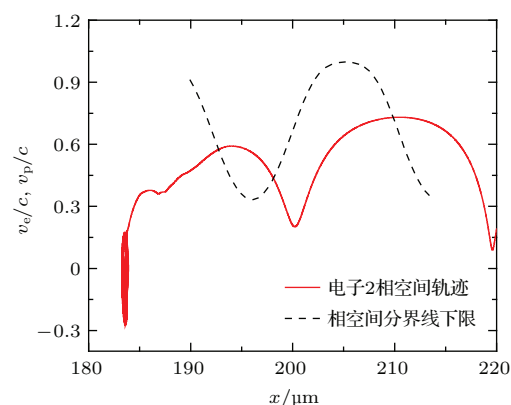


图5 (网刊彩色) 电子2的相空间轨迹以及该电子进入区域2时刻相空间分界线下限(虚线)

Fig. 5. (color online) Trajectory of the traced electron 2 in phase space, and the lower threshold (dash line) of the separatrix at the time when the electron enters the region 2.

从以上结果可见, 尽管电子 1, 2 都在密度梯度区发生注入, 但是进入区域 2 后, 电子 1 再次发生注入, 即被区域 2 的等离子体波俘获并加速; 而电子 2 进入区域 2 后没有注入. 因此电子 1 的加速效率高于电子 2, 这与 2.3 节对电子在区域 2 加速的分析相符合.

4 结 论

本文发展了一种解析方法, 研究了激光尾场加速电子中密度梯度对电子注入和电子加速的影响. 通过理论分析和数值计算, 得到了电子发生注入的时刻、位置以及能量. 通过哈密顿力学分析, 得到了密度梯度区的相空间分界线, 发现电子在密度梯度区注入后, 进入密度均匀区能否被持续加速, 取决于电子到达该均匀区起点时的能量和等离子体波的相位. 粒子模拟证实了这些理论分析结果. 由于电子注入发生在密度梯度区, 实现了空间局域注入, 有利于在加速中产生短脉冲、准单能谱电子束. 而在实验方面, 密度梯度的控制可采用预等离子体或者采用流体力学设计的气体靶^[14]来实现, 例如密度变化相对平缓或陡峭的密度梯度靶^[4,8,14]. 本文对电子注入及动力学过程的理论处理, 揭示了密度梯度中电子注入到加速的详细动力学过程. 发展的有关方法有助于密度梯度注入的理论分析与优化.

陈杰参加了早期工作, 贾宏新博士对使用 Vsim 软件的支持, 在此一并致谢.

参考文献

- [1] Tajima T, Dawson J M 1979 *Phys. Rev. Lett.* **43** 267
- [2] Dong K G, Gu Y Q, Zhu B, Wu Y C, Cao L F, He Y L, Liu H J, Hong W, Zhou W M, Zhao Z Q, Jiao C Y, Wen X L, Zhang B H, Wang X F 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8733 (in Chinese) [董克攻, 谷渝秋, 朱斌, 吴玉迟, 曹磊峰, 何颖玲, 刘红杰, 洪伟, 周维民, 赵宗清, 焦春晔, 温贤伦, 张保汉, 王晓方 2010 物理学报 **59** 8733]
- [3] Lundh O, Lim J, Rechatin C, Ammoura L, Ben-Ismaïl A, Davoine X, Gallot G, Goddet J P, Lefebvre E, Malka V, Faure J 2011 *Nat. Phys.* **7** 219
- [4] Gonsalves A J, Nakamura K, Lin C, Panasenkov D, Shiraishi C, Sokollik T, Benedetti C, Schroeder C B, Geddes C G R, van Tilborg J, Osterhoff J, Esarey E, Toth C, Leemans W P 2011 *Nat. Phys.* **7** 862
- [5] Bulanov S, Naumova N, Pegoraro F, Sakai J 1998 *Phys. Rev. E* **58** R5257
- [6] Tomassini P, Galimbert M, Giulietti A, Giulietti D, Gizzi L A, Labate L, Pegoraro F 2003 *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **6** 121301
- [7] Brantov A V, Esirkepov T Z, Kando M, Kotaki H, Bychenkov V Yu, Bulanov S V 2008 *Phys. Plasmas* **15** 073111
- [8] Schmid K, Buck A, Sears C M S, Mikhailova J M, Tautz R, Herrmann D, Geissler M, Krausz F, Weisz L 2010 *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **13** 091301
- [9] Nieter C, Cary J R 2004 *J. Comput. Phys.* **196** 448
- [10] Esarey E, Schroeder C B, Leemans W P 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 1229
- [11] Gorbunov L M, Kirsanov V I 1987 *Sov. Phys. JETP* **66** 290
- [12] Esarey E, Pilloff M 1995 *Phys. Plasmas* **2** 1432
- [13] Suk H, Barov N, Rosenzweig J B, Esarey E 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 1011
- [14] Ma Z N, Wang X F 2011 *High Power Laser Particle Beams* **23** 2687 (in Chinese) [马占南, 王晓方 2011 强激光与粒子束 **23** 2687]

An analytic approach for density gradient injection in laser wake field acceleration*

Wang Tong Wang Xiao-Fang[†]

(Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

(Received 21 August 2015; revised manuscript received 25 October 2015)

Abstract

In laser wake field acceleration, it is relatively easy to achieve and control electron injection by adopting a plasma density gradient. This scheme of plasma density gradient injection has been studied in recent years both theoretically and experimentally, but thus far theoretical studies have been done mostly by particle-in-cell simulations. In this paper the density gradient injection and acceleration of electrons are studied with a newly developed analytic approach. The energy threshold for electron injection versus plasma density gradient scale length is given. It is shown that in the plasma density gradient region, the energy threshold of electron injection becomes lower at later times after the driving laser pulse or when the gradient becomes sharper. Evolution of plasma wave's phase velocity and motion of the background electrons in the plasma density gradient are worked out in the linear plasma wave regime, i.e. the normalized laser intensity is $a_0 \sim 1$. The energy, the location, and the timing of the injected electrons are obtained. Separatrices of test electrons in the gradient region are obtained by Hamiltonian theory. The influence of injection timing in the density gradient region on the succeeding acceleration in the homogeneous plasma density region is also discussed. It is indicated that whether the injected electrons may be accelerated efficiently or not in the homogeneous region depends on both the energy of the electrons and the phase of the plasma wave at the gradient-to-homogeneous turning point. The analytic results are confirmed by particle-in-cell simulations.

Keywords: electron injection, plasma wave, density gradient

PACS: 41.85.Ar, 52.35.-g, 52.35.Tc

DOI: 10.7498/aps.65.044102

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11375194).

[†] Corresponding author. E-mail: wang1@ustc.edu.cn