物理学报 Acta Physica Sinica
Chinese Physical Society
Institute of Physics, CAS

非自治物质畸形波的传播操控

张解放 戴朝卿

Control of nonautonomous matter rogue waves

Zhang Jie-Fang Dai Chao-Qing

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 65, 050501 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.050501
在线阅读 View online: http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.050501
当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I5

物理学报 Acta Phys. Sin. Vol. 65, No. 5 (2016) 050501

非自治物质畸形波的传播操控*

张解放[1)†] 戴朝卿[2)]

1) (浙江传媒学院电子信息学院, 杭州 310018)

2) (浙江农林大学理学院, 临安 311300)

(2015 年 9 月 17 日收到; 2015 年 12 月 2 日收到修改稿)

研究了 (1+1) 维的变系数 Gross-Pitaevskii 方程, 获得了该方程的精确畸形波解. 基于该精确畸形波解, 深入研究了非自治物质畸形波在随时间指数变化的相互作用下的传播动力学行为, 发现非自治畸形波除具有“来无影、去无踪”的不可预测特性外, 也可实现完全激发、抑制激发以及维持激发等操控. 研究表明, 畸形波操控的关键是对累积时间的最大值 $T_{\max}$ 与峰值位置 T_0(或 $T_{\rm I}, T_{\rm II}$) 值大小关系的调节. 当 $T_{\max} > T_0$ (或 $T_{\rm I}, T_{\rm II}$) 时畸形波被快速地完全激发, 热原子团中的原子增加到凝聚体中. 当 $T_{\max} = T_0$ (或 $T_{\rm I}, T_{\rm II}$) 时畸形波激发到最大振幅, 可以维持相当长的时间而不消失, 热原子团中的原子增加到凝聚体中. 当 $T_{\max} < T_0$ (或 $T_{\rm I}, T_{\rm II}$) 时畸形波没有充足的时间来激发而被抑制甚至消失, 凝聚体中的原子减少. 这些结果在理论和实际应用上具有启迪意义.

关键词: Gross-Pitaevskii 方程, 变系数, 畸形波解, 操控

PACS: 05.45.Yv, 42.65.Tg **DOI:** 10.7498/aps.65.050501

1 引 言

畸形波是在海洋中首先发现的一种灾害性自然现象, 对海上航行的船只和海上结构物破坏性极大[1,2]. 畸形波的波陡很大, 有很大的波峰, 平均高度是周围波浪的两三倍甚至许多倍. 关于畸形波的理论研究始于 1965 年, Draper[3] 首次提出畸形波的概念. 在不考虑波前相互作用的情况下, 调制不稳定 (由于非线性和色散的相互作用使系统稳态受到调制的现象) 或 Benjamin-Feir 不稳定性 (又称边带不稳定性, 指 Stokes 波对频率与载波的基频稍有差异的波产生的扰动是不稳定的) 以及线性时空聚焦 (色散和频率调制的空间分布共同作用)[2] 被认为是产生畸形波的两个主要机制.

随着对畸形波研究的深入和扩展, 畸形波的研究不再局限于海洋领域, 畸形波的观念被引入到光学[4−6]、玻色-爱因斯坦凝聚 (BEC)[7−9]、等离子物理[10]、大气物理[11] 等不同领域. Ma 和 Ma[12] 讨论了 3+1 维非线性薛定谔方程的解析畸形波解; 贺劲松课题组[13] 获得了非均匀非线性薛定谔方程的解析畸形波解; 陈勇课题组[14] 研究了耦合 Hirota 方程的畸形波对以及亮暗畸形波解, 我们也研究了非均匀波导中畸形波的动力学行为[15].

2009 年, Bludov 等[7] 提出了微观领域的物质畸形波概念, 认为装载于抛物囚禁和光子晶格中的 BEC 均可能存在物质畸形波. Yan[8] 通过自相似变换得到了 BEC 中高维畸形波的解析解. Wen 等[9] 报道 BEC 原子间相互吸引作用情况下, 由于原子及其能量向中心积聚使得畸形波形成. 但是, 对于非自治物质畸形波随时间指数变化的相互作用下的传播控制行为的研究未见报道.

基于变系数非线性薛定谔方程, 学者们研究了非线性光学中畸形波和孤子的控制问题[16−18]. BEC 是一种相干的物质波, 平均场近似下它可以用与非线性薛定谔方程类似的 Gross-Pitaevskii 方程来描述. 在 BEC 系统中有很多的实验可调参量, 诸

* 国家自然科学基金 (批准号: 11375007) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: 719678098@qq.com

 http://wulixb.iphy.ac.cn

如外阱、原子间的相互作用强度等. 在有Feshbach共振的系统里, 可以改变磁场来调节原子的散射长度和原子之间的相互作用强度[19]. 这些条件使得我们可以用变系数Gross-Pitaevskii方程来描述物质波, 并且为物质畸形波的传播操控研究提供可能.

本文旨在构建(1+1)维的变系数Gross-Pitaevskii方程的精确畸形波解, 并基于该解进一步研究非自治物质畸形波在随时间指数变化的相互作用下的传播控制行为, 包括完全激发、抑制激发以及维持激发等行为.

2 含时模型和精确畸形波解

考虑凝聚体处于雪茄形的势阱中, 则横向囚禁非常强, 轴向囚禁很弱, 凝聚体被囚禁势限制在轴向上, 由于此时凝聚体被伸长, 所以可以将其看作是一个准一维的雪茄形BEC问题. 考虑到热原子团和凝聚体之间可以有原子交换, 则可在Gross-Pitaevskii方程中引入复势阱来刻画其对凝聚体的影响[20]. 平均场近似下, 描述BEC宏观波函数在含时谐振子外势下演化行为的1+1维Gross-Pitaevskii方程具有以下形式[21]:

$$\mathrm{i}\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+a(t)|u|^2u+\lambda(t)x^2u = \mathrm{i}\frac{g(t)}{2}u, \tag{1}$$

其中, $u(t,x)$表示无量纲化波函数, t表示无量纲化的时间, x表示无量纲化空间变量; 它们分别被$[\hbar/(Nm\omega_\perp)]^{1/2}$, $\omega_\perp$, $(m\omega_\perp/\hbar)^{1/2}$无量纲化, 这里$m$是原子质量, N为总原子数, $\omega_\perp$为雪茄形凝聚体横向的谐振子频率; 非线性系数$a(t)=|a_{\rm s}(t)|/a_{\rm B}$, 其中$a_{\rm s}(t)$为s波散射长度, $a_{\rm B}$为玻尔半径; $\lambda(t)x^2$为含时谐振阱, 纵横比$\lambda(t)=|\omega_0(t)|^2/(2\omega_\perp^2)$, 其中$\omega_0$为雪茄形凝聚体的轴向谐振频率; $g(t)$是复势阱, 对应凝聚体和热原子团的粒子交换, 当$g(t)>0$时, 对应凝聚体从原子团获取原子, 当$g(t)<0$时, 则对应凝聚体失掉原子给原子团, 当$g(t)=0$, 方程(1)就是文献[22—24]中研究的模型, 该模型的亮、暗孤子解已进行了研究.

利用相似变换

$$u(t,x)=\rho(t)U(T,X)\exp[\mathrm{i}\varphi(t,x)], \tag{2}$$

其中, 相似变量$X(t,x)$、宽度$W(t)$、中心位置$x_{\rm c}(t)$、振幅$\rho(t)$、累积时间$T(t)$以及相位$\varphi(t,x)$的形式分别为

$$\begin{aligned}X(t,x) &= \frac{x-x_{\rm c}(t)}{W(t)},\\ W(t) &= \frac{W_0}{a(t)\exp\left(\int_0^t g(\tau)\,\mathrm{d}\tau\right)},\\ x_{\rm c}(t) &= -W(t)\int_0^t \frac{W_0^2}{W^2(\tau)}\mathrm{d}\tau,\end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}\rho(t) &= \frac{1}{W(t)}\sqrt{\frac{1}{a(t)}},\\ T(t) &= \int_0^t \frac{1}{W^2(\tau)}\mathrm{d}\tau,\end{aligned} \tag{4}$$

$$\varphi(t,x) = \frac{W_t}{2W}x^2-\frac{W_0^2}{W}x - \frac{W_0^4}{2}\int_0^t\frac{D(\tau)}{W^2(\tau)}\mathrm{d}\tau. \tag{5}$$

将方程(1)约化为常系数标准非线性薛定谔方程

$$\mathrm{i}U_{\rm T}+\frac{1}{2}U_{XX}+|U|^2U=0. \tag{6}$$

以上变换要求系统参数间满足的约束关系为

$$\lambda(t)=\frac{W_{tt}}{2W}. \tag{7}$$

这样, 我们建立了变系数Gross-Pitaevskii方程(1)和常系数标准非线性薛定谔方程(6)的一一对应关系(2). 运用Hirota双线性方法[25]可以求得常系数标准非线性薛定谔方程(6)的畸形波解

$$\begin{aligned}U_1 = {}&[(\xi+\mathrm{i}\tau+1/2+a_1)(\xi-\mathrm{i}\tau-3/2+a_1^*)\\ &+1/4]\times[(\xi+\mathrm{i}\tau-1/2+a_1)\\ &\times(\xi-\mathrm{i}\tau-1/2+a_1^*)+1/4]^{-1}\\ &\times\exp\{\mathrm{i}[(1-v^2/2)(T-T_0)+vX)]\}\end{aligned} \tag{8}$$

和

$$\begin{aligned}U_2 = {}&\left(1+\frac{G}{F}\right)\\ &\times\exp\{\mathrm{i}[(1-v^2/2)(T-T_0)+vX)]\},\end{aligned} \tag{9}$$

其中

$$\begin{aligned}G = {}&24[3\xi-6\xi^2+4\xi^3-2\xi^4-12\tau^2+12\tau^2\xi\\ &-12\xi^2\tau^2-10\tau^4+\mathrm{i}\tau(-6+6\xi-8\xi^3+4\xi^4\\ &+4\tau^2-8\tau^2\xi+16\xi^2\tau^2+8\tau^4)\\ &+6a_2(1-2\xi+\xi^2-2\mathrm{i}\tau+2\mathrm{i}\tau\xi-\tau^2)\\ &+6a_2^*(-\xi^2+2\mathrm{i}\tau\xi+\tau^2)],\\ F = {}&9-36\xi+72\xi^2-72\xi^3+72\xi^4-48\xi^5+16\xi^6\\ &+24\tau^4(5-2\xi+2\xi^2)+16\tau^6\end{aligned}$$

$$+24(a_2+a_2^*)(3\xi^2-2\xi^3-3\tau^2+6\tau^2\xi)$$
$$+48\mathrm{i}(a_2-a_2^*)(-3\tau/2-3\tau\xi+3\xi^2\tau-\tau^3)$$
$$+144a_2a_2^*,$$

且

$$\xi=X-v(T-T_0),$$
$$\tau=T-T_0,$$

a_1^* 和 a_2^* 是自由参数 a_1 和 a_2 的复共轭. 参数 T_0 和 v 决定畸形波的类型和速度.

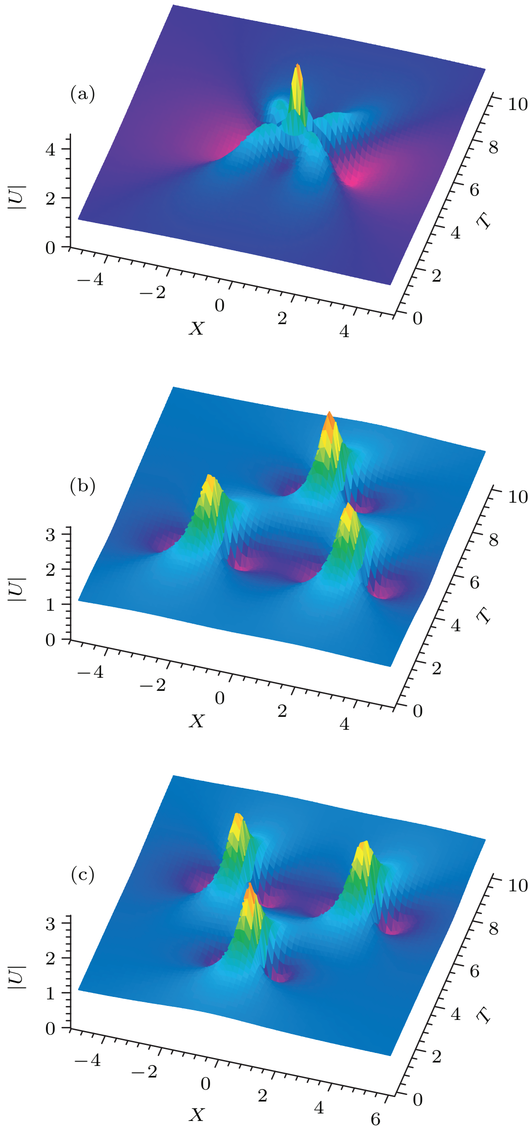

图1 (网刊彩色) (a) 二阶畸形波; (b) I 型三畸形波; (c) II 型三畸形波; $a_2=-1/12$, $a_2=-5\mathrm{i}$, $a_2=5\mathrm{i}$ 且 $T_0=5$

Fig. 1. (color online) (a) Second-order rogue wave; (b) rogue wave triplets I; (c) rogue wave triplets II. $a_2=-1/12$, $a_2=-5\mathrm{i}$, $a_2=5\mathrm{i}$ and $T_0=5$.

需要注意的是, 这里使用的常系数标准非线性薛定谔方程 (6) 的畸形波解 (8) 和 (9) 与文献 [25] 不同, 文献 [25] 中的解经过伽利略变换就可以得到这里使用的解. 经过伽利略变换后, 畸形波中心为 $X_{\mathrm{c}}=v(T-T_0)$. 但是, 我们研究发现伽利略变换中的参数 T_0 不同于文献 [26] 中的平凡移动, 这个参数对于畸形波的操控非常重要. 此外, 复参数 a_1 和 a_2 的不同选择可以调控畸形波的演化行为. 这些具体的讨论可以见第三节中的内容.

如果参数 a_1 和 a_2 均退化为实数, 解 (8) 为文献 [26] 中报道的畸形波解. 特殊地, 如果 $a_1=0$, 解 (8) 可写为文献 [27] 中的解:

$$U_1=\left\{1-\frac{1+2\mathrm{i}(T-T_0)}{[X-v(T-T_0)]^2+(T-T_0)^2+\frac{1}{4}}\right\}\times\exp\{\mathrm{i}[(1-v^2/2)(T-T_0)+vX]\}. \quad (10)$$

如果 $a_2=-1/12$, 解 (9) 式可退化为文献 [25] 中的相应解, 如图 1 (a). 但当 a_2 取为复数, 我们可以得到三畸形波, 即三个单畸形波. 三畸形波的图像就是一个畸形波周围环绕着两个“卫星”畸形波, 因而也通常将其称为畸形波“三姐妹”. 图 1 (b) 和图 1 (c) 展示了两种类型的三畸形波构成情况. 图 1 (b) 中为 I 型三畸形波, 其特点为随着累积时间的增加, 首先同时激发两侧的两个畸形波, 接着再激发中间的一个畸形波. 图 1 (c) 为 II 型三畸形波, 其特点与 I 型三畸形波相反, 随着累积时间的增加, 首先激发中间的一个畸形波, 接着再同时激发两侧的两个畸形波.

3 物质畸形波的控制行为

在文献 [28] 的实验中, 磁场随时间以 $\exp(-t/t_0)$ 形式变化 (其中 t 是时间, $t_0=40$ ms), 在选取的磁场范围内即从 545 G (1 G $=10^{-4}$ T) 到 630 G 间, 散射长度 a_{s} 为非常小的随时间变化的正值或负值. 因此, 由关系 $a(t)=|a_{\mathrm{s}}(t)|/a_{\mathrm{B}}$, 可以得到随时间指数变化的非线性系数为 [29]

$$a(t)=a_0\exp(\gamma t). \quad (11)$$

如果纵横比 $\lambda(t)=\lambda_0$, 则由 (7) 式可以得到

$$W(t)=W_0\exp(\sqrt{2\lambda_0}t). \quad (12)$$

因此, 累积时间 $T(t)=\dfrac{\sqrt{2}[1-\exp(-2\sqrt{2\lambda_0}t)]}{(4W_0^2\sqrt{\lambda_0})}$.

随着真实时间的增加, $T\to T_{\max}=\dfrac{\sqrt{2}}{4W_0^2\sqrt{\lambda_0}}$, 这使得在方程 (1) 框架下, T 并不是自由选取, 存在最大值. 另一方面, 在方程 (6) 框架下, 如图 1 (a),

由于T是任意的, 畸形波在$T = T_0$时到达最大振幅, 接着消失. 如图1 (b), I型三畸形波分别在$T = T_{\text{I}1} = 3.8$和$T = T_{\text{I}2} = 7.1$时到达最大振幅. 如图1 (c), II型三畸形波分别在$T = T_{\text{II}1} = 2.9$和$T = T_{\text{II}2} = 6.2$时到达最大振幅.

从以上分析可知, 畸形波的操控问题研究的关键是累积时间T值(真实时间t的函数)与参数T_0值(常数)大小关系的调节. 由于累积时间T是真实时间t的函数, 所以累积时间T与真实时间t的关系至关重要. 我们可以通过调节$T_{\max}$和T_0值的大小来实现对畸形波的控制.

将结果(11)和(12)代入方程(3)的第二式, 可以得到

$$g(t) = \gamma - \sqrt{2\lambda_0} = \text{const.} \tag{13}$$

接下来, 我们分析解(2)和(9)式对应的图1中所示的三种畸形波的控制问题. 对于图1 (a)中二阶畸形波而言, 当$T_{\max} > T_0$时畸形波被快速地完全激发. 当$T_{\max} = T_0$时畸形波激发到最大振幅, 可以维持相当长的时间而不消失. 当$T_{\max} < T_0$时畸形波没有充足的时间来激发而被抑制甚至消失.

首先我们分析图1 (a)中二阶畸形波传输行为的控制问题. 根据文献[30]中采用的实验方式, 选取$\omega_\perp = 2\pi \times 7000$ Hz, $\omega_0 = 2\text{i}\pi \times 7$ Hz, 则$\lambda_0 = 0.001$. 如果$\gamma = 0.08$且$W_0 = 1, a_0 = 0.1, v_0 = 0.2, T_0 = 5$, 则$T_{\max} = 11.18$, $g = 0.035$. 与图1 (a)比较, 由图2 (a)可以看出, 二阶畸形波被快速地完全激发, 在此过程中热原子团中的原子增加到凝聚体中. 选取$\omega_\perp = 2\pi \times 1400$ Hz, $\omega_0 = 2\text{i}\pi \times 7$ Hz, 则$\lambda_0 = 0.005$. 如果$\gamma = 0.2$, 则$T_{\max} = 5$, $g = 0.1$. 由图2 (b)可以看出, 二阶畸形波被激发到最大振幅, 接着一直维持该振幅传播很长时间, 在此过程中热原子团中的原子增加到凝聚体中. 选取$\omega_\perp = 2\pi \times 700$ Hz, $\omega_0 = 2\text{i}\pi \times 7$ Hz[26], 则$\lambda_0 = 0.01$. 如果$\gamma = 0.1$, 则$T_{\max} = 3.53$, $g = -0.04$. 由图2 (c)可以看出, 由于畸形波的激发临界值未达到, 它只激发了初始部分, 完全激发被抑制, 在此过程中凝聚体中的原子在减少.

接着我们来分析图1 (b)中I型三畸形波的控制行为. 由于这种三畸形波分别在$T = T_{\text{I}1} = 3.8$和$T = T_{\text{I}2} = 7.1$时到达最大振幅, 因此研究$T_{\max}$与$T_{\text{I}1}$和$T_{\text{I}2}$的关系从而实现I型三畸形波传输行为的控制. 随着$T_{\max}$的值不断增加, 出现畸形波的抑制、维持和完全激发行为. 当$\lambda_0 = 0.01$, $\gamma = 0.1$, 则$T_{\max} = 3.53 < T_{\text{I}1} < T_{\text{I}2}$, $g = -0.04$, 因此, 所有畸形波的激发临界值未达到而被抑制, 且在此过程中凝聚体中的原子在减少. 如图3 (a), 图1 (b)中在$T = T_{\text{I}1} = 3.8$时激发的两个畸形波只被激发了初始形状而未激发到最大值, 并且维持该初始形状自相似地传播.

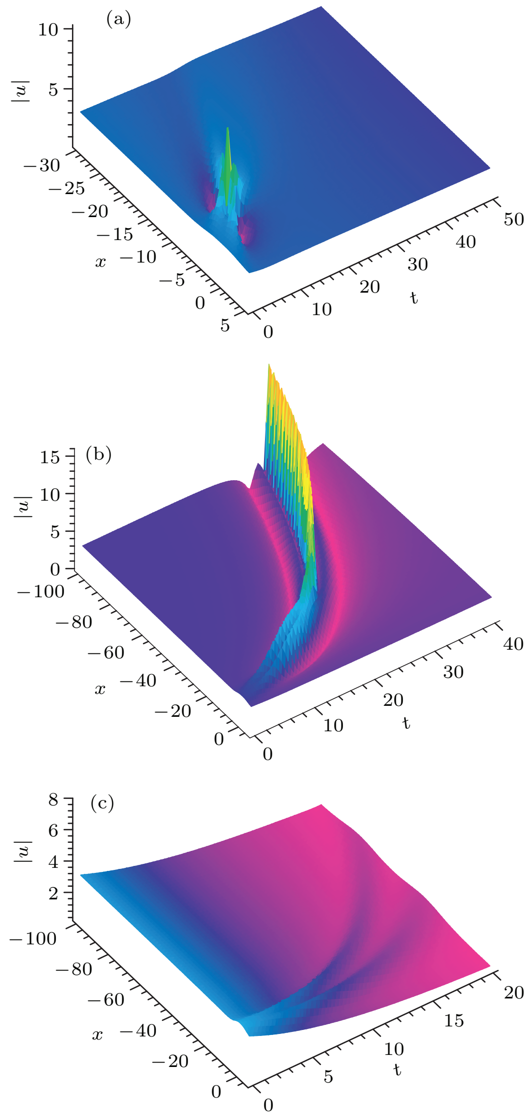

图2 (网刊彩色) 二阶畸形波的(a)完全激发, (b)维持及(c)抑制消失行为 参数选取为(a) $\lambda_0 = 0.001, \gamma = 0.08$, (b) $\lambda_0 = 0.005, \gamma = 0.2$和(c) $\lambda_0 = 0.01, \gamma = 0.1$且$W_0 = 1, a_0 = 0.1, v_0 = 0.2, T_0 = 5$

Fig. 2. (color online) (a) The full excitation, (b) maintenance and (c) restraint of second-order rogue wave. Parameters are chosen as (a) $\lambda_0 = 0.001, \gamma = 0.08$, (b) $\lambda_0 = 0.005, \gamma = 0.2$, (c) $\lambda_0 = 0.01, \gamma = 0.1$ and $W_0 = 1, a_0 = 0.1, v_0 = 0.2, T_0 = 5$.

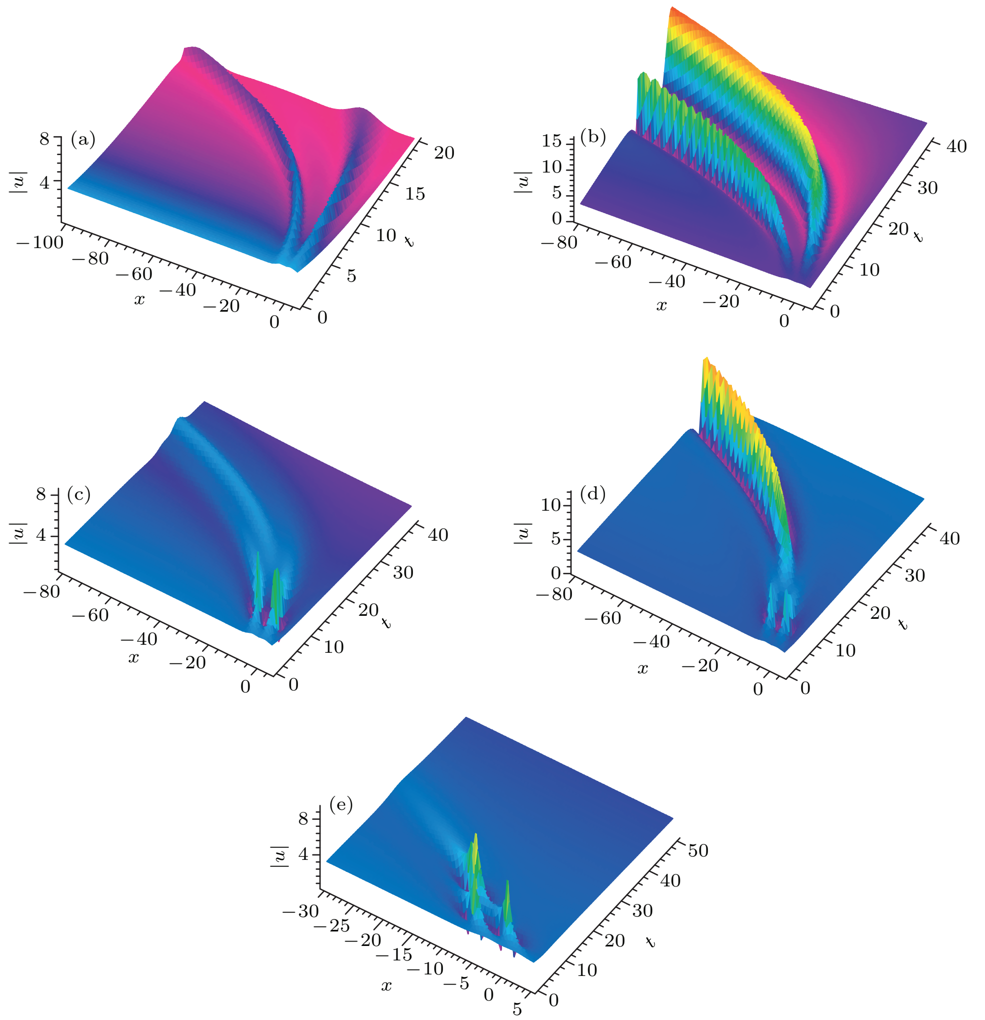

图 3 (网刊彩色) I 型三畸形波的 (a) 和 (c) 两种抑制激发、(b) 和 (d) 两种维持激发, (e) 完全激发 参数选取为 (a) $\lambda_0 = 0.01, \gamma = 0.1$, (b) $\lambda_0 = 0.0087, \gamma = 0.3$, (c) $\lambda_0 = 0.0035, \gamma = 0.15$, (d) $\lambda_0 = 0.0025, \gamma = 0.15$, (e) $\lambda_0 = 0.001, \gamma = 0.08$; 其他参数选取与图 2 相同

Fig. 3. (color online) (a), (c) Two kinds of restraint, (b),(d) two kinds of maintenance, and (e) full excitation of rogue wave triplets I. Parameters are chosen as (a) $\lambda_0 = 0.01, \gamma = 0.1$, (b) $\lambda_0 = 0.0087, \gamma = 0.3$, (c) $\lambda_0 = 0.0035, \gamma = 0.15$, (d) $\lambda_0 = 0.0025, \gamma = 0.15$, (e) $\lambda_0 = 0.001, \gamma = 0.08$. Other parameters are chosen as those in Fig. 2.

当 $\lambda_0 = 0.0087, \gamma = 0.3$, 则 $T_{\max} = 3.8 = T_{\mathrm{I1}} < T_{\mathrm{I2}}$, $g = 0.17$, 因此, 如图 3 (b), 图 1 (b) 中在 $T = T_{\mathrm{I1}} = 3.8$ 时激发的两个畸形波激发到最大值并维持该最大值传播很长时间, 而 $T = T_{\mathrm{I2}} = 7.1$ 时的畸形波结构被抑制. 在此过程中热原子团中的原子增加到凝聚体中.

当 $\lambda_0 = 0.0035, \gamma = 0.15$, 则 $T_{\mathrm{I1}} < T_{\max} = 5.98 < T_{\mathrm{I2}}$, $g = 0.066$, 因此, 如图 3 (c), 图 1 (b) 中在 $T = T_{\mathrm{I1}} = 3.8$ 时激发的两个畸形波被完全激发, 而 $T = T_{\mathrm{I2}} = 7.1$ 时的畸形波只被激发了初始形状. 在此过程中热原子团中的原子也增加到凝聚体中.

当 $\lambda_0 = 0.0025, \gamma = 0.15$, 则 $T_{\mathrm{I1}} < T_{\max} = 7.1 = T_{\mathrm{I2}}$, $g = 0.08$, 因此, 如图 3 (d), 图 1 (b) 中在 $T = T_{\mathrm{I1}} = 3.8$ 时激发的两个畸形波被完全激发, $T = T_{\mathrm{I2}} = 7.1$ 时的畸形波被激发到最大值并维持该最大值传播很长时间. 在此过程中热原子团中的原子也增加到凝聚体中.

当 $\lambda_0 = 0.001, \gamma = 0.08$, 则 $T_{\mathrm{I1}} < T_{\mathrm{I2}} < T_{\max} = 11.18$, $g = 0.035$, 因此, 如图 3 (e), 图 1 (b) 中在 $T = T_{\mathrm{I1}} = 3.8$ 和 $T = T_{\mathrm{I2}} = 7.1$ 时激发的畸形波都被完全激发, 在此过程中热原子团中的原子也增加到凝聚体中.

最后, 我们讨论图 1 (c) 中 II 型三畸形波传输行为的控制问题. 这种三畸形波分别在 $T = T_{\mathrm{II1}} = 2.9$ 和 $T = T_{\mathrm{II2}} = 6.2$ 时激发一个和两个畸形波到最大振幅. 随着 $T_{\max}$ 值不断增加, 畸形波的抑制、

维持和完全激发行为也依次出现. 当 $\lambda_0 = 0.02$, $\gamma = 0.15$, 则 $T_{\max} = 2.5 < T_{\mathrm{I}1} < T_{\mathrm{I}2}$, $g = -0.05$, 因此, 所有畸形波的激发临界值均未达到而被抑制, 如图 4 (a), 图 1 (c) 中在 $T = T_{\mathrm{II}1} = 2.9$ 时激发的一个畸形波只被激发了初始形状并维持该形状一直传播, 且在此过程中凝聚体中的原子在减少.

当 $\lambda_0 = 0.015, \gamma = 0.32$, 则 $T_{\max} = 2.9 = T_{\mathrm{II}1} < T_{\mathrm{II}2}$, $g = 0.13$, 因此, 如图 4 (b), 图 1 (b) 中在 $T = T_{\mathrm{II}1} = 2.9$ 时激发的一个畸形波激发到最大值并维持该最大值传播很长时间, 而 $T = T_{\mathrm{II}2} = 6.2$ 时的畸形波结构被抑制. 在此过程中热原子团中的原子增加到凝聚体中.

当 $\lambda_0 = 0.004, \gamma = 0.15$, 则 $T_{\mathrm{II}1} < T_{\max} = 5.6 < T_{\mathrm{II}2}$, $g = 0.066$, 因此, 如图 4 (c), 图 1 (b) 中在 $T = T_{\mathrm{II}1} = 2.9$ 时激发的一个畸形波完全被激发, 而 $T = T_{\mathrm{II}2} = 6.2$ 时激发的两个畸形波只被激发了初始形状. 在此过程中热原子团中的原子也增加到凝聚体中.

当 $\lambda_0 = 0.0033, \gamma = 0.15$, 则 $T_{\mathrm{II}1} < T_{\max} = 6.2 = T_{\mathrm{II}2}$, $g = 0.07$, 因此, 如图 4 (d), 图 1 (b) 中在 $T = T_{\mathrm{II}1} = 2.9$ 时激发的一个畸形波完全被激发, 而 $T = T_{\mathrm{II}2} = 6.2$ 时激发的两个畸形波被激发到最大值并维持该最大值传播很长时间. 在此过程中热原子团中的原子也增加到凝聚体中.

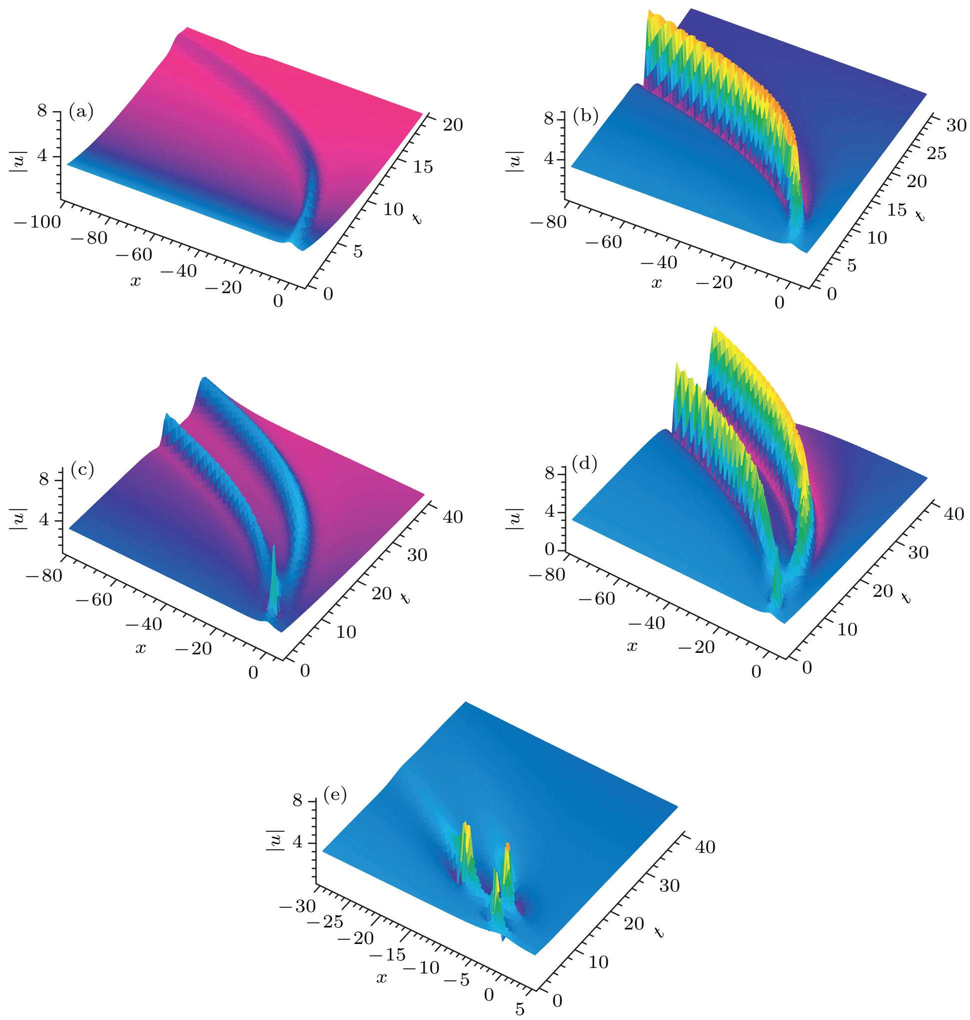

图 4 (网刊彩色) II 型三畸形波的 (a) 和 (c) 两种抑制激发、(b) 和 (d) 两种维持激发, (e) 完全激发 参数选取为 (a) $\lambda_0 = 0.02, \gamma = 0.15$, (b) $\lambda_0 = 0.015, \gamma = 0.32$, (c) $\lambda_0 = 0.004, \gamma = 0.15$, (d) $\lambda_0 = 0.0033, \gamma = 0.15$, (e) $\lambda_0 = 0.001, \gamma = 0.08$; 其他参数选取与图 2 相同

Fig. 4. (color online) (a), (c) Two kinds of restraint, (b), (d) two kinds of maintenance, and (e) full excitation of rogue wave triplets II. Parameters are chosen as (a) $\lambda_0 = 0.02, \gamma = 0.15$, (b) $\lambda_0 = 0.015, \gamma = 0.32$, (c) $\lambda_0 = 0.004, \gamma = 0.15$, (d) $\lambda_0 = 0.0033, \gamma = 0.15$, (e) $\lambda_0 = 0.001, \gamma = 0.08$. Other parameters are chosen as those in Fig. 2.

当 $\lambda_0 = 0.001, \gamma = 0.08$, 则 $T_{\mathrm{II1}} < T_{\mathrm{II2}} < T_{\max} = 11.18$, $g = 0.035$, 因此, 如图 4 (e), 图 1 (b) 中在 $T = T_{\mathrm{II1}} = 2.9$ 和 $T = T_{\mathrm{II2}} = 6.2$ 时激发的畸形波都被完全激发, 在此过程中热原子团中的原子也增加到凝聚体中.

4 结 语

本文研究了(1+1)维的变系数Gross-Pitaevskii方程, 获得了该方程的精确畸形波解. 基于该精确畸形波解, 进一步研究了非自治畸形波在随时间指数变化的相互作用下的传播控制行为, 包括完全激发、抑制激发以及维持激发等行为.

研究表明, 非自治畸形波除具有“来无影、去无踪”的不可预测特性外, 还具有可操控性质, 即完全激发、抑制激发以及维持激发等行为. 研究畸形波的操控问题的关键是累积时间 T 值(真实时间 t 的函数)与峰值位置 T_0 (或 $T_{\mathrm{I}}, T_{\mathrm{II}}$) 值(常数)大小关系的调节. 当 $T_{\max} > T_0$ (或 $T_{\mathrm{I}}, T_{\mathrm{II}}$) 时畸形波被快速地完全激发, 热原子团中的原子增加到凝聚体中. 当 $T_{\max} = T_0$ (或 $T_{\mathrm{I}}, T_{\mathrm{II}}$) 时畸形波激发到最大振幅, 可以维持相当长的时间而不消失, 热原子团中的原子增加到凝聚体中. 当 $T_{\max} < T_0$ (或 $T_{\mathrm{I}}, T_{\mathrm{II}}$) 时畸形波没有充足的时间来激发而被抑制甚至消失, 凝聚体中的原子减少.

这些结果为物质畸形波的危害规避以及应用控制奠定理论基础. 当然, 这些理论研究结果的应用将更为重要.

参考文献

[1] Osborne A R 2009 *Nonlinear Ocean Waves* (New York: Academic Press)

[2] Kharif C, Pelinovsky E, Slunyaev A 2009 *Rogue Waves in the Ocean, Observation, Theories and Modeling* (New York: Springer)

[3] Draper L 1965 *Marine Observer* **35** 193

[4] Solli D R, Ropers C, Koonath P, Jalali B 2007 *Nature* **450** 1054

[5] Dudley J M, Genty G, Eggleton B J 2008 *Opt. Express* **16** 3644

[6] Bludov Yu V, Konotop V V, Akhmedicv N 2009 *Opt. Lett.* **34** 3015

[7] Bludov Yu V, Konotop V V, Akhmedicv N 2009 *Phys. Rev. A* **80** 033610

[8] Yan Z Y 2010 *Phys. Lett. A* **374** 672

[9] Wen L, Li L, Li Z D, Song S W, Zhang X F, Liu W M 2011 *Eur. Phys. J. D* **64** 473

[10] Moslem W M 2011 *Phys. Plasmas* **18** 032301

[11] Stenflo L, Marklund M 2010 *J. Plasma Phys.* **76** 293

[12] Ma Z Y, Ma S H 2012 *Chin. Phys. B* **21** 030507

[13] Tao Y S, He J S, Porsezian K 2013 *Chin. Phys. B* **22** 074210

[14] Wang X, Chen Y 2014 *Chin. Phys. B* **23** 070203

[15] Zhang J F, Jin M Z, He J D, Lou J H, Dai C Q 2013 *Chin. Phys. B* **22** 054208

[16] Hu W C, Zhang J F, Zhao B, Lou J H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 024216 (in Chinese) [胡文成, 张解放, 赵辟, 楼吉辉 2013 物理学报 **62** 024216]

[17] Pan N, Huang P, Huang L G, Lei M, Liu W J 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 090504 (in Chinese) [潘楠, 黄平, 黄龙刚, 雷鸣, 刘文军 2015 物理学报 **64** 090504]

[18] Sun Q H, Pan N, Lei M, Liu W J 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 150506 (in Chinese) [孙庆华, 潘楠, 雷鸣, 刘文军 2014 物理学报 **63** 150506]

[19] Feshbach H P 1992 *Theoretical Nuclear Physics* (New York: Wiley)

[20] Li B, Zhang X F, Li Y Q, Chen Y, Liu W M 2008 *Phys. Rev. A* **78** 023608

[21] Zhao L C 2013 *Ann. Phys.* **329** 73

[22] Zhang J F, Yang Q 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 1855

[23] Pérez García V M, Michinel H, Herrero H 1998 *Phys. Rev. A* **57** 3837

[24] Yang Q, Zhang H J 2008 *Chin. J. Phys.* **46** 457

[25] Ohta Y, Yang J K 2012 *Proc. R. Soc. A* **468** 1716

[26] Akhmediev N, Ankiewicz A 1997 *Solitons, Nonlinear Pulses and Beams* (London: Chapman and Hall)

[27] Peregrine D H 1983 *J. Australian Math. Soc. Ser. B* **25** 16

[28] Strecker K E, Partridge G B, Truscott A G, Hulet R G 2002 *Nature* **417** 150

[29] Liang Z X, Zhang Z D, Liu W M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 050402

[30] Khaykovich L, Schreck F, Ferrari G, Bourdel T, Salomon J 2002 *Science* **296** 1290

物理学报 Acta Phys. Sin. Vol. 65, No. 5 (2016) 050501

Control of nonautonomous matter rogue waves*

Zhang Jie-Fang[1)†] Dai Chao-Qing[2)]

1) (*School of Electronical and Information Engineering, Zhejiang University of Media and Communications, Hangzhou 310018, China*)

2) (*School of Sciences, Zhejiang A&F University, Lin'an 311300, China*)

(Received 17 September 2015; revised manuscript received 2 December 2015)

Abstract

We study a (1+1)-dimensional variable-coefficient Gross-Pitaevskii equation with parabolic potential. A similarity transformation connecting the variable-coefficient Gross-Pitaevskii equation with the standard nonlinear Schrödinger equation is constructed. According to this transformation and solutions of the standard nonlinear Schrodinger equation, we obtain exact rogue wave solutions of variable-coefficient Gross-Pitaevskii equation with parabolic potential. In this solution, a Galilean transformation is used such that the center of optical pulse is $X_{\mathrm{c}} = v(T - T_0)$ while the Galilean transformation was not used in previous analysis. By the Galilean transformation, the parameter T_0 is added into the solution. It is found that the parameter T_0 is important to control the excitations of rogue waves. Moreover, the parameters a_1 and a_2 in solution are complex parameters which can modulate the behaviors of rogue waves. If they are restricted to real numbers, we can obtain some well-known rogue wave solutions. If the parameter $a_2 = -1/12$, we can have a second-order rogue wave solution. If the parameter a_2 is a complex number, the solution can describe rogue wave triplets. Here two kinds of rogue wave triplets, namely, rogue wave triplets I and II are presented. For rogue wave triplet I, at first, two first-order rogue waves on each side are excited, and then a first-order rogue wave in the middle is excited with the increase of time. On the contrary, for rogue wave triplet II, a first-order rogue wave in the middle is initially excited, and then two first-order rogue waves on each side are excited with the increase of time.

From these solutions, the controls for the excitations of rogue waves, such as the restraint, maintenance and postponement, are investigated in a system with an exponential-profile interaction. In this system, by modulating the relation between the maximum of accumulated time $T_{\max}$ and the peak time T_0 (or $T_{\mathrm{I}}, T_{\mathrm{II}}$), we realize the controls of rogue waves. When $T_{\max} > T_0$ (or $T_{\mathrm{I}}, T_{\mathrm{II}}$), rogue wave is excited quickly, and the atom number of condensates increases; when $T_{\max} = T_0$ (or $T_{\mathrm{I}}, T_{\mathrm{II}}$), rogue wave is excited to the maximum amplitude, then maintains this magnitude for a long time, and the atom number of condensates also increases; when $T_{\max} < T_0$ (or $T_{\mathrm{I}}, T_{\mathrm{II}}$), the threshold of exciting rogue wave is never reached, thus the complete excitation is restrained, and the atom number of condensates reduces. These results can be used to understand rogue waves better, that is, besides their "appearing from nowhere and disappearing without a trace", rogue waves can be controlled as discussed by a similar way in this paper. These manipulations for rogue waves give edification on theory and practical application.

Keywords: Gross-Pitaevskii equation, variable coefficient, rogue wave solutions, control

PACS: 05.45.Yv, 42.65.Tg **DOI:** 10.7498/aps.65.050501

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11375007).

† Corresponding author. E-mail: 719678098@qq.com