

非均质各向异性地层中方位随钻电磁测井响应三维有限体积法数值模拟算法

王浩森 杨守文 白彦 陈涛 汪宏年

Three-dimensional finite volume simulation of the response of azimuth electromagnetic wave resistivity while drilling in inhomogeneous anisotropic formation

Wang Hao-Sen Yang Shou-Wen Bai Yan Chen Tao Wang Hong-Nian

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 079101 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.079101

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.079101>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I7>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

炉膛三维温度场重建中 Tikhonov 正则化和截断奇异值分解算法比较

Comparative studies of Tikhonov regularization and truncated singular value decomposition in the three-dimensional flame temperature field reconstruction

物理学报.2015, 64(24): 240201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.240201>

基于块稀疏贝叶斯学习的多任务压缩感知重构算法

A recovery algorithm for multitask compressive sensing based on block sparse Bayesian learning

物理学报.2015, 64(7): 070201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.070201>

耦合势有限体积法高效模拟各向异性地层中海洋可控源的三维电磁响应

Efficient simulation of three-dimensional marine controlled-source electromagnetic response in anisotropic formation by means of coupled potential finite volume method

物理学报.2014, 63(15): 159101 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.159101>

带有分数阶热流条件的时间分数阶热波方程及其参数估计问题

Parameters estimation for a one-dimensional time fractional thermal wave equation with fractional heat flux conditions

物理学报.2014, 63(14): 140202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.140202>

水平层状横向同性地层中频率测深资料全参数快速迭代反演

Parameterized inversion of frequency sounding data in horizontally stratified transverse isotropic medium

物理学报.2012, 61(8): 089101 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.089101>

非均质各向异性地层中方位随钻电磁测井响应 三维有限体积法数值模拟算法*

王浩森¹⁾ 杨守文¹⁾ 白彦¹⁾²⁾ 陈涛²⁾ 汪宏年^{1)†}

1) (吉林大学物理学院, 长春 130012)

2) (中国石油集团测井有限公司, 西安 710077)

(2015年11月13日收到; 2016年1月17日收到修改稿)

方位随钻电磁测井是一种能够实时探测地层边界、实现地质导向与井眼成像的新型测井技术. 本文根据方位随钻电磁测井仪器的典型线圈系结构, 首先引入柱坐标系下非均质完全各向异性地层中电流源并矢 Green 函数, 并利用电磁场叠加原理给出倾斜发射线圈激发的电场以及倾斜接收线圈上感应电动势的计算公式; 然后应用电流源电场并矢 Green 函数的混合势克服非均质地层中电磁数值模拟的低感应数问题, 通过 ρ 和 z 方向上 Lebedev 网格设法降低网格节点个数, 并且利用标准化算法确定柱坐标系下非均质单元上的等效电导率. 在此基础上, 用三维有限体积法建立柱坐标系电场混合势的离散方法, 得到一个交错网格上电场矢势和标势大型代数方程, 并用不完全 LU 分解以及稳定双共轭梯度法确定数值解. 最后, 通过数据模拟结果对算法的有效性进行检验, 并考察钻铤、线圈倾斜角度以及地层各向异性等参数对仪器响应的影响. 数值结果表明: 在柱坐标系下用三维有限体积法的数值模拟算法处理非均质各向异性层中方位随钻电磁测井响应可以得到很好的结果. 钻铤、电导率各向异性、层边界均对方位随钻电磁测井响应产生较大的影响; 在电阻率较大的地层, 幅度比和相位差响应越小; 发射线圈和接收线圈同时倾斜时, 幅度比和相位差响应受地层的影响更灵敏.

关键词: 有限体积法, 各向异性地层, Lebedev 网格, 方位随钻电磁测井

PACS: 91.25.Qi, 02.30.Zz, 41.20.-q

DOI: 10.7498/aps.65.079101

1 引言

在现代油气勘探开发中, 随钻测井技术往往应用于钻铤的实时监控和实现地质导向, 以便有效提高大斜度和水平井成功率、油气采收率和单井产能^[1,2]. 随钻测井原理是将测量装置安装在钻铤附近, 在钻井的同时对钻铤周围地层进行有效测量并将测量结果实时传送到地面. 由于刚钻开的地层受泥浆侵入影响较小, 随钻测井更容易获得地层的真实参数. 在经历了三十多年的发展以后, 随钻测井已包含了电阻率、声波、中子与密度、核磁以及井壁成像等几乎所有的测井方法, 不仅能够进行地

质导向, 而且还能够即时进行复杂油气储层综合评价^[3].

在随钻测井的诸多方法中, 电磁法是最早、发展最快且应用最广泛的技术. 早在 20 世纪 70 年代, 三线圈系电磁测量系统首次实现了随钻测量^[4,5], 到 20 世纪 90 年代, 多频多源距测量系统大量应用于随钻测井, 获取多条不同纵向分辨率和不同探测深度的视电导率曲线, 可有效提供更多地层电导率大小与空间变化的信息^[6]. 随着砂泥岩薄交互层、裂缝、页岩气等非常规油气资源的勘探开发, 地层电导率的各向异性已成为储层评价、地质导向技术中急需研究解决的问题^[7-10], 21 世纪初, 一种新型方位随钻电磁传播测井技术得到广泛研究并

* 国家自然科学基金 (批准号: 41574110) 和国家科技重大专项 (批准号: 2011ZX0520-001) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wanghn@jlu.edu.cn

逐步应用于复杂油气资源的勘探与开发^[1,2,7]. 该新型的随钻电磁仪器由安装在钻铤表面的倾斜线圈系组合成发射与接收系统, 利用钻铤在钻进过程中的旋转, 测量出不同方位角上的电磁场, 从中提取出张量型电磁信号. 这些张量型电磁信号不仅包含地层纵横向电导率、地层相对倾角与方位角信息, 而且鉴于其交叉分量对地层边界更敏感的特点, 能够更有效地实现对地层边界的实时探测, 因此更好地满足了复杂油气储层评价与实时导向的要求. 为了对方位随钻电磁传播仪器的参数进行优化(包含线圈系间距、工作频率、倾斜线圈系的倾角等)、并对随钻电磁资料进行合理解释与反演评价, 迫切需要研究建立非均质各向异性地层中方位随钻电磁传播仪器数值模拟理论与算法.

目前, 围绕着复杂介质中电磁场数值模拟问题, 层状各向异性地层中解析法、数值模式匹配技术等精度与效率均较高的算法, 以及非均质各向同性和各向异性地层中电磁场三维有限元法、三维有限差分法、三维时域有限差分、三维积分方程法以及2.5维数值模式匹配法等数值模拟技术均得到广泛研究与应用, 并且有一部分方法已经应用于随钻电磁测井响应的数值模拟中^[11-25]. 需要指出的是, 与其他的电磁探测问题不同, 方位随钻电磁测井仪器的发射与接收线圈系是倾斜缠绕在金属钻铤表面, 电磁场的非轴对称分布、金属钻铤对电磁场的强反射以及斜井眼中地层电导率张量非对角型的特点等, 均给三维数值模拟带来了更大的难度. 针对随钻电磁测井数值模拟, 国内外学者进行了深入研究. 2015年, 刘乃震等^[21]首次构思一种“交联天线”, 实现了方位随钻电磁测井实现全方位电阻率成像, 并能提供地层方位以及层边界与测井仪器的距离; Hue和Teixeira^[26]利用模式匹配方法考查了在偏心情况下包含井眼的各向同性均匀随钻测井的响应; 张雷等^[27]同样用模式匹配法仅考察了垂井中的响应; Li等^[28]利用有限元方法考察了倾斜地层不同频率、源距对随钻测井响应的影响; Liu等^[29]利用传播矩阵法考察了非均质各向异性地层中发射和接收线圈偏角对随钻测井响应的影响; Horstmann等^[22]对方位随钻电磁测井资料进行反演处理, 准确地探测出各向异性地层中的横向电阻率(R_h)、纵向电阻率(R_v)和地层倾角, 实现了实时准确的地质导向, 验证了方位随钻电磁测井响应的实用性.

方位随钻测井资料的解释、评价均需要精确、快速地模拟测井仪器在地层中的响应. 为了实现精确模拟测井响应, 考虑到钻铤的圆柱形尺寸, 本文采用柱坐标系下Lebedev网格, 基于电场矢势和标势的有限体积算法^[30-33], 为方位随钻电磁测井仪器提供一种新的三维数值模拟算法. 利用数值结果对算法的可靠性进行检验, 并进一步考察不同倾角线圈组合对方位随钻电磁测井响应的影响.

2 基本理论

2.1 方位随钻电磁传播测井仪器的基本结构与测量原理

图1是方位随钻电磁传播测井仪器井下仪器结构示意图. 该仪器包含一个倾斜发射线圈T以及一对倾斜接收线圈 R_1 和 R_2 , 发射和接收线圈法向方向与钻铤轴间夹角分别为 θ_T 和 θ_R , 且呈椭圆形缠绕在半径为 ρ_m 的金属钻铤上, 椭圆形线圈半长轴在仪器水平方向的投影长度是 ρ_T , 在线圈的外围有一层绝缘材料包裹, 整个仪器半径为 ρ_0 . 整个仪器外围是半径为 b 的井眼, 井眼外部是不同厚度、不同侵入深度以及不同纵横向电导率的非均质的各向异性地层, 井眼泥浆电导率为 σ_{mud} , 从上到下各地层水平和垂直电导率分别为 $\sigma_{h1}, \sigma_{h2}, \dots, \sigma_{hn}$ 和 $\sigma_{v1}, \sigma_{v2}, \dots, \sigma_{vn}$, 地层界面深度为 d_2, d_3, \dots, d_n . 钻铤为金属导体, 由于其电导率高达 10^6 S/m量级, 因此可以将其视为理想导体.

仪器工作原理是在发射线圈T上加载交变电流, 使其在井眼周围产生交变电磁场并在地层中形成感应电流, 通过测量两个接收线圈上感应电动势相位差与幅度比, 探测地层电导率大小. 为了便于研究圆柱形钻铤条件下方位随钻电磁传播测井响应的数值模拟, 引入柱坐标系, 这时发射线圈T的空间分布可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_T &= \hat{e}_\rho \rho_T - \hat{e}_z (z_T + \rho_T \tan \theta_T \cos \varphi_T), \\ 0 &\leq \varphi_T < 2\pi, \end{aligned} \quad (1)$$

其中, z_T 是发射线圈中心在 z 轴上的坐标; φ_T 是发射线圈上各个微小线元对应的方位角; \hat{e}_ρ 和 \hat{e}_z 是柱坐标系下的单位向量. 对方程(1)求微分得方位角 φ_T 处的微小线源向量:

$$d\mathbf{L}_T = d\mathbf{r}_T = (\hat{e}_\varphi - \hat{e}_z \tan \theta_T \sin \varphi_T) \rho_T d\varphi_T. \quad (2)$$

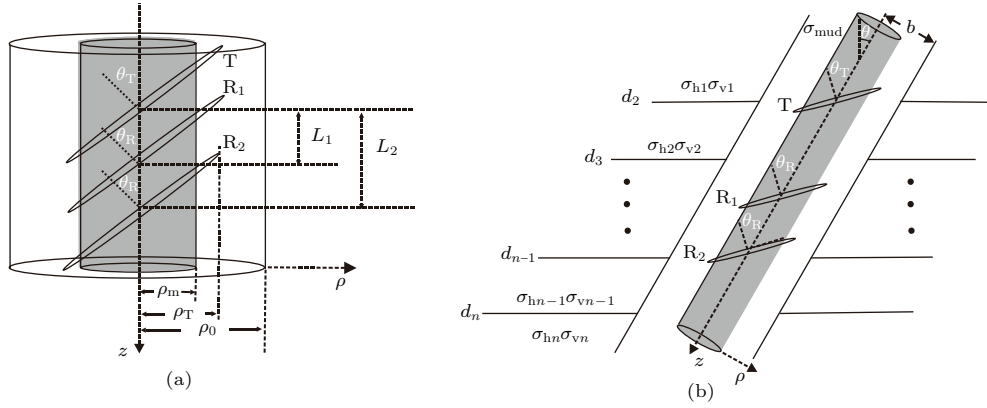


图1 方位随钻电磁传播测井仪器井下仪器结构示意图 (a) 仪器结构; (b) 倾斜井眼模型

Fig. 1. The schematic diagram of azimuth electromagnetic wave resistivity while drilling tools in borehole: (a) Instrument structure; (b) inclined borehole model and cylindrical coordinates.

当发射线圈加载强度为 $I_0 e^{i\omega t}$ 谐振电流时, 方程(2)对应的微小线元上的电流密度可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_T &= I_0 d\mathbf{L}_T \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_T) \\ &= I_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_T) (\hat{\mathbf{e}}_\varphi - \hat{\mathbf{e}}_z \tan \theta_T \sin \varphi_T). \end{aligned} \quad (3)$$

同样, 倾斜接收线圈 R 对应的方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_R &= \hat{\mathbf{e}}_\rho \rho_T - \hat{\mathbf{e}}_z (z_R + \rho_T \tan \theta_R \cos \varphi_R), \\ 0 &\leq \varphi_R < 2\pi. \end{aligned} \quad (4)$$

倾斜接收线圈 R 上的微小线源向量:

$$d\mathbf{L}_R = d\mathbf{r}_R = (\hat{\mathbf{e}}_\varphi - \hat{\mathbf{e}}_z \tan \theta_R \sin \varphi_R) \rho_T d\varphi_R. \quad (5)$$

根据电磁场理论, 非均质各向异性地层中电流源并矢 Green 函数满足 Maxwell 方程^[13]:

$$\begin{aligned} \nabla \times \bar{\mathbf{G}}^{JE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) &= -i\omega\mu \bar{\mathbf{G}}^{JH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T), \\ \nabla \times \bar{\mathbf{G}}^{JH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) &= \bar{\boldsymbol{\sigma}}^*(\mathbf{r}) \cdot \bar{\mathbf{G}}^{JE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) \\ &\quad + \bar{\mathbf{I}}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_T), \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $\bar{\mathbf{G}}^{JE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T)$ 和 $\bar{\mathbf{G}}^{JH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T)$ 分别是电流源电场和磁场并矢 Green 函数, $\bar{\mathbf{I}}$ 是单位张量, $\bar{\boldsymbol{\sigma}}^*(\mathbf{r}) = \bar{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{r}) + i\omega\epsilon_0 \bar{\mathbf{I}}$ 是柱坐标系下钻铤周围复电导率张量, ϵ_0 为真空介电常数, μ 为地层磁导率且假定为常数, $\omega = 2\pi f$ 为角频率, f 为仪器发射源频率. 并且电场和磁场并矢 Green 函数在钻铤边界和无穷远处满足如下的完全电导率边界条件:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}} \times \bar{\mathbf{G}}^{JE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) |_{\rho=\rho_m} &= 0, \\ \hat{\mathbf{n}} \times \bar{\mathbf{G}}^{JH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) |_{\rho=\rho_m} &= 0, \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}} \times \bar{\mathbf{G}}^{JE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) |_{\rho=+\infty} &= 0, \\ \hat{\mathbf{n}} \times \bar{\mathbf{G}}^{JH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) |_{\rho=+\infty} &= 0, \end{aligned} \quad (7b)$$

其中 $\hat{\mathbf{n}}$ 是钻铤表面以及外边界上的单位法向量.

如果能够获得方程(6)在边界条件(7)下的电场并矢 Green 函数的解, 利用叠加原理, 整个倾斜发射线圈 T 在空间任意位置 \mathbf{r} 处产生的感应电场强度可通过沿整个发射线圈上的电场并矢 Green 函数的积分得到, 即

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(\mathbf{r}) &= \oint_T \bar{\mathbf{G}}^{JE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) I_0 d\mathbf{L}_T \\ &= I_0 \int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} G_{\rho\rho}^{JE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) & G_{\rho\varphi}^{JE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) & G_{\rho z}^{JE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) \\ G_{\varphi\rho}^{JE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) & G_{\varphi\varphi}^{JE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) & G_{\varphi z}^{JE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) \\ G_{z\rho}^{JE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) & G_{z\varphi}^{JE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) & G_{zz}^{JE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) \end{pmatrix} \\ &\quad \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \tan \theta_T \sin \varphi_T \end{pmatrix} \rho_T d\varphi_T, \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $G_{ij}^{JE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T)$ ($i, j = \rho, \varphi, z$) 是并矢 Green 函数的各个分量, 下标“j”和“i”分别是发射源方向和接收点处电场强度方向.

整个倾斜接收线圈 R_1 和 R_2 上的感应电动势可通过沿整个接收线圈上的电场强度的积分得到

$$\begin{aligned} V &= \oint_R \mathbf{E}(\mathbf{r}_R) d\mathbf{L}_R \\ &= \int_0^{2\pi} \mathbf{E}(\mathbf{r}_R) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \tan \theta_R \sin \varphi_R \end{pmatrix} \rho_T d\varphi_R. \end{aligned} \quad (9)$$

不同源距的接收线圈 R_1 和 R_2 上感应电动势的幅度比 (AR) 和相位差 (PD) 作为随钻电磁测井响应:

$$\begin{aligned} AR &= \left| \frac{V_1}{V_2} \right|, \\ PD &= \arg(V_1) - \arg(V_2). \end{aligned} \quad (10)$$

2.2 柱坐标系下电场并矢 Green 函数的矢势和标势与 Lebedev 网格

由(8)—(10)式可以看出,计算倾斜线圈系中的电磁场以及电磁响应的关键问题是确定方程(6)满足齐次边界条件(7)的电场并矢 Green 函数 $\bar{\mathbf{G}}^{JE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T)$. 为叙述方便,在每个线源位置 \mathbf{r}_T 处引入3个单位正交向量: $\hat{\mathbf{e}}_p (p = \rho, \varphi, z)$, 每个单位正交向量产生的电磁场分别用 $\mathbf{E}^p, \mathbf{H}^p$ 表示,将3个单位正交发射源的电磁场组合一起就可得到并矢 Green 函数的解,即, $\bar{\mathbf{G}}^{JE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) = (\mathbf{E}^\rho, \mathbf{E}^\varphi, \mathbf{E}^z)$, $\bar{\mathbf{G}}^{JH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) = (\mathbf{H}^\rho, \mathbf{H}^\varphi, \mathbf{H}^z)$. 各个单位正交向量产生的电磁场满足 Maxwell 方程:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) &= -i\omega\mu\mathbf{H}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T), \\ \nabla \times \mathbf{H}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) &= \bar{\boldsymbol{\sigma}}^* \cdot \mathbf{E}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) + \hat{\mathbf{e}}_p \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_T) \\ &\quad (p = \rho, \varphi, z). \end{aligned} \quad (11)$$

以及完全电导率边界条件

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) |_{\rho=\rho_m} &= 0, \\ \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) |_{\rho=\rho_m} &= 0, \end{aligned} \quad (12a)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) |_{\rho=+\infty} &= 0, \\ \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) |_{\rho=+\infty} &= 0. \end{aligned} \quad (12b)$$

由于不同地层电导率往往相差很大,直接对方程(11)进行离散会出现低感应数问题^[31-33],导致解的稳定性变差.为克服这一问题,引入各个单位正交向量产生的电场强度的矢势 $\mathbf{A}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T)$ 和标势 $\phi^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T)$, 即

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) &= \mathbf{A}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) + \nabla\phi^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T), \\ &\quad (p = \rho, \varphi, z), \end{aligned} \quad (13)$$

并利用库仑规范条件 $\nabla \cdot \mathbf{A}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) = 0$, 确保矢势和标势的惟一性.将方程(13)代入到方程(11)中,并经简单整理得矢势 $\mathbf{A}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T)$ 和标势 $\phi^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T)$ 满足如下 Helmholtz 方程:

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) - \nabla\nabla \cdot \mathbf{A}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) \\ + i\omega\mu\bar{\boldsymbol{\sigma}}^* \cdot (\mathbf{A}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) + \nabla\phi^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T)) \\ = -i\omega\mu\hat{\mathbf{e}}_p\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_T). \end{aligned} \quad (14)$$

为了保证方程的完整性,对方程(14)两边求散度,得

$$\nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\sigma}}^* (\mathbf{A}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) + \nabla\phi^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T))$$

$$= -\nabla \cdot (\hat{\mathbf{e}}_p \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_T)). \quad (15)$$

不难验证,电场矢势和标量必须满足完全电场的边界条件:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{A}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) |_{\rho=\rho_m} &= 0, \\ \phi^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) |_{\rho=\rho_m} &= 0, \end{aligned} \quad (16a)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{A}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) |_{\rho=+\infty} &= 0, \\ \phi^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) |_{\rho=+\infty} &= 0. \end{aligned} \quad (16b)$$

此外,特别需要指出的是,在柱坐标系中,电磁场以及矢势 $\mathbf{A}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T)$ 和标量 $\phi^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T)$ 还是方位角 φ 的周期函数.

方程(14)和(15)是关于电场混合势的 Helmholtz 方程,为了确定其在齐次边界条件(16)以及方位角 φ 周期边界条件下的数值解,需要一个足够大的有限区域 Ω 代替无限区域,然后将有限区域 Ω 进行网格剖分.为了在保证精度的前提下,尽量减少离散网格,在 ρ 与 z 方向采用 Lebedev 剖分网格^[34], φ 方向采用均匀网格,将区域 Ω 划分成一系列的网格:

$$\begin{aligned} V_{i,j,k} &= [\rho_{i-0.5}, \rho_{i+0.5}] \times [\varphi_{j-0.5}, \varphi_{j+0.5}] \\ &\quad \times [z_{k-0.5}, z_{k+0.5}], |V_{i,j,k}| \\ &= \rho_i h_i^\rho h_j^\varphi h_k^z, \end{aligned} \quad (17)$$

其中, i ($i = 1, 2, \dots, N_\rho$), j ($j = -1, 0, 1, 2, \dots, N_\varphi + 2$), k ($k = 1, 2, 3, \dots, N_z$) 分别代表区域 Ω 在柱坐标 ρ, φ, z 三个方向的离散节点序号;

$h_i^\rho = \rho_{i+0.5} - \rho_{i-0.5}$, $\rho_i h_j^\varphi = \rho_i (\varphi_{j+0.5} - \varphi_{j-0.5})$ 和

$$h_k^z = z_{k+0.5} - z_{k-0.5}$$

是网格 $V_{i,j,k}$ 在柱坐标 ρ, φ, z 三个方向上的长度.

为了在 Lebedev 剖分网格上对电场混合势 Helmholtz 方程进行三维有限体积离散,在网格 $V_{i,j,k}$ 的六个外表面中心定义矢势 \mathbf{A}^p 六个法向分量的值: $A_\rho^p(i \pm 0.5, j, k)$, $A_\varphi^p(i, j \pm 0.5, k)$ 和 $A_z^p(i, j, k \pm 0.5)$, 以及在网格 $V_{i,j,k}$ 中心处定义标势 ϕ 的值 $\phi^p(i, j, k)$. 这时,整个正演模拟需要求解的未知量是所有网格 $V_{i,j,k}$ 外表面中心处的矢势法向分量

$$A_\rho^p(i + 0.5, j, k) \quad (i = 0, 1, 2, \dots, N_\rho; j = -1, 0, 1, 2, \dots, N_\varphi + 2; k = 1, 2, 3, \dots, N_z), \quad (18a)$$

$$A_\varphi^p(i, j + 0.5, k) \quad (i = 1, 2, \dots, N_\rho; j = -1, 0, 1, 2, \dots, N_\varphi + 2; k = 1, 2, 3, \dots, N_z), \quad (18b)$$

$$A_z^p(i, j, k + 0.5) \quad (i = 1, 2, \dots, N_\rho; j = -1, 0, 1, 2, \dots, N_\varphi + 2; k = 0, 1, 2, \dots, N_z), \quad (18c)$$

以及网格 $V_{i,j,k}$ 中心处的标势

$$\phi^p(i, j, k) \quad (i = 1, 2, \dots, N_\rho; j = -1, 0, 1, 2, \dots, N_\varphi + 2; k = 1, 2, 3, \dots, N_z). \quad (18d)$$

为了保证求解结果满足 φ 变量的周期性条件, φ 方向节点采用如下的延拓条件:

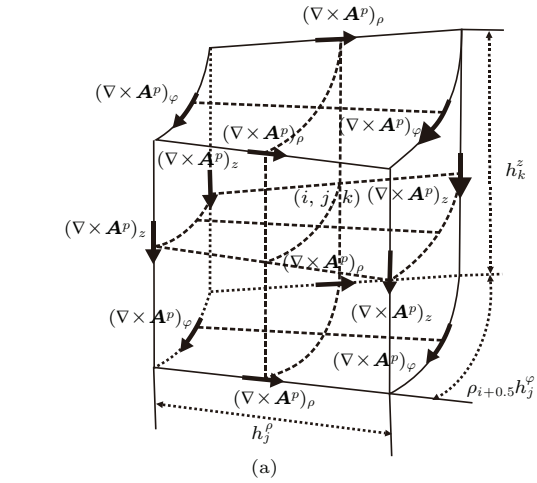
$$\begin{aligned} \varphi_0 &= \varphi_{N_\varphi}, \varphi_{-1} = \varphi_{N_\varphi-1}, \\ \varphi_{N_\varphi+1} &= \varphi_1, \varphi_{N_\varphi+2} = \varphi_2. \end{aligned} \quad (19)$$

由 (18) 式可知, 离散网格中待求的未知量总数:

$$\begin{aligned} M &= (N_\rho + 1)(N_\varphi + 4)N_z + N_\rho(N_\varphi + 4)N_z \\ &\quad + N_\rho(N_\varphi + 4)(N_z + 1) + N_\rho(N_\varphi + 4)N_z. \end{aligned}$$

图 2 是网格 $V_{i,j,k}$ 离散矢势分量的旋度以及该网格上三个正向外表面 S_α ($\alpha = \rho, \varphi, z$) 示意图, 其中, 图 2(a) 是网格 $V_{i,j,k}$; 图 2(b) 是 ρ 轴正方向上外表面与其面积,

$$S_\rho(i + 0.5, j, k) = \rho_{i+0.5}[\varphi_{j-0.5}, \varphi_{j+0.5}]$$



$$\begin{aligned} &\times [z_{k-0.5}, z_{k+0.5}], \\ |S_\rho(i + 0.5, j, k)| &= \rho_{i+0.5} h_j^\varphi h_k^z; \end{aligned} \quad (20a)$$

图 2(c) 是 φ 轴正方向上外表面与面积,

$$\begin{aligned} S_\varphi(i, j + 0.5, k) &= [\rho_{i-0.5}, \rho_{i+0.5}] \\ &\quad \times [z_{k-0.5}, z_{k+0.5}], \\ |S_\varphi(i, j + 0.5, k)| &= h_i^\rho h_k^z; \end{aligned} \quad (20b)$$

而图 2(d) 是网格在 z 轴正方向外表面与面积,

$$\begin{aligned} S_z(i, j, k + 0.5) &= \rho_i [\rho_{i-0.5}, \rho_{i+0.5}] \\ &\quad \times [\varphi_{j-0.5}, \varphi_{j+0.5}], \\ |S_z(i, j, k + 0.5)| &= \rho_i h_i^\rho h_j^\varphi. \end{aligned} \quad (20c)$$

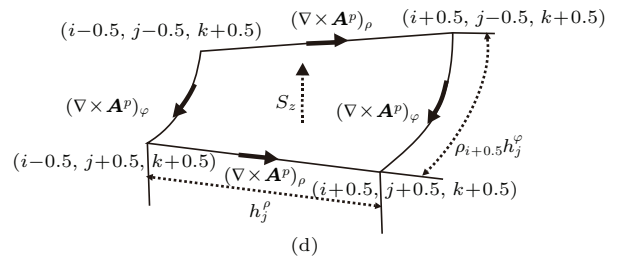
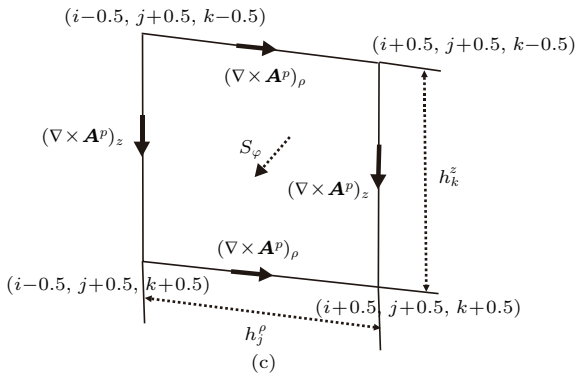
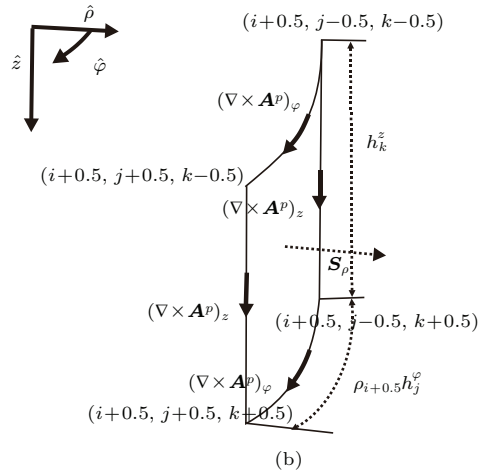


图 2 矢势旋度分量在柱坐标离散网格上的定义 (a) 网格 $V_{i,j,k}$; (b) 面 S_ρ ; (c) 面 S_φ ; (d) 面 S_z

Fig. 2. The definition of vector potential on cylindrical discrete grids: (a) Grid $V_{i,j,k}$; (b) surface S_ρ ; (c) surface S_φ ; (d) surface S_z .

2.3 柱坐标系下的三维有限体积离散

在网格 $V_{i,j,k}$ 的三个正方向外表面 S_α ($\alpha = \rho, \varphi, z$) 上 (见图 2), 分别对方程 (14) 进行面积分, 同时结合 Stokes 定理

$$\begin{aligned} & \frac{1}{|S_\alpha|} \iint_{S_\alpha} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S} \\ &= \frac{1}{|S_\alpha|} \oint_{\partial S_\alpha} \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{l}, \end{aligned}$$

得

$$\begin{aligned} & \frac{1}{|S_\alpha|} \oint_{\partial S_\alpha} \nabla \times \mathbf{A}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) \cdot d\mathbf{l} \\ & - \frac{1}{|S_\alpha|} \iint_{S_\alpha} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T)) \cdot d\mathbf{S} \\ & - \frac{i\omega\mu}{|S_\alpha|} \iint_{S_\alpha} \bar{\boldsymbol{\sigma}}^* \cdot (\mathbf{A}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) + \nabla\phi^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T)) \cdot d\mathbf{S} \\ &= \frac{i\omega\mu}{|S_\alpha|} \iint_{S_\alpha} \hat{\mathbf{e}}_p \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_T) \cdot d\mathbf{S}, \\ & \alpha, p = \rho, \varphi, z. \end{aligned} \quad (21)$$

此外, 应用高斯散度定理, 对方程 (15) 在网格 $V_{i,j,k}$ 上的计算体平均, 得

$$\begin{aligned} & \frac{1}{V_{i,j,k}} \iiint_{\partial V_{i,j,k}} [\bar{\boldsymbol{\sigma}}^* \cdot (\mathbf{A}^p + \nabla\phi^p)] \cdot d\mathbf{S} \\ &= -\frac{1}{V_{i,j,k}} \iiint_{V_{i,j,k}} \nabla \cdot (\hat{\mathbf{e}}_p \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{T_1})) dV. \end{aligned} \quad (22)$$

利用积分中值定理、中心差分与二维插值公式 [33], 对方程 (21) 和 (22) 进行进一步的离散, 为简洁起见, 这里仅给出 (21) 式左端在外表面 S_ρ 上的离散结果以及 (21) 和 (22) 式右端项的离散方法。

由图 2 (b) 可以看出, (21) 式左边的三个积分可近似表示为

$$\begin{aligned} & \frac{1}{|S_\rho|} \oint_{\partial S_\rho} (\nabla \times \mathbf{A}^p(\mathbf{r})) \cdot d\mathbf{l} \\ &= \frac{1}{\rho_{i+0.5} h_\varphi^j} [(\nabla \times \mathbf{A}^p)_z(i+0.5, j+0.5, k) \\ & - (\nabla \times \mathbf{A}^p)_z(i+0.5, j-0.5, k)] \\ & - \frac{1}{h_k^z} [(\nabla \times \mathbf{A}^p)_\varphi(i+0.5, j, k+0.5) \\ & - (\nabla \times \mathbf{A}^p)_\varphi(i+0.5, j, k-0.5)], \end{aligned} \quad (23a)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{|S_\rho|} \iint_{S_\rho} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}^p(\mathbf{r})) \cdot d\mathbf{S} \\ &= -\frac{(\nabla \cdot \mathbf{A}^p)(i+1, j, k) - (\nabla \cdot \mathbf{A}^p)(i, j, k)}{h_{i+0.5}^\rho}, \end{aligned} \quad (23b)$$

$$\begin{aligned} & i\omega\mu \frac{1}{|S_\rho|} \iint_{S_\rho} [\bar{\boldsymbol{\sigma}}^* \cdot (\mathbf{A}^p + \nabla\phi^p)] \cdot d\mathbf{S} \\ &= i\omega\mu \left\{ \sigma_{\rho\rho}^*(i+0.5, j, k) \left[A_\rho^p(i+0.5, j, k) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{\partial}{\partial\rho} \phi^p(i+0.5, j, k) \right] + \sigma_{\rho\varphi}^*(i+0.5, j, k) \right. \\ & \quad \left[A_\varphi^p(i+0.5, j, k) + \frac{\partial}{\rho_{i+0.5} \partial\varphi} \phi^p(i+0.5, j, k) \right] \\ & \quad \left. + \sigma_{\rho z}^*(i+0.5, j, k) \left[A_z^p(i+0.5, j, k) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{\partial}{\partial z} \phi^p(i+0.5, j, k) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (23c)$$

对于 (23) 式中不在半整数节点上的一部分矢势 A_φ, A_z 和不在整数节点上的一部分标势矢势 ϕ 的值, 通过二维插值公式以及中心差分公式就可以完成其离散。

而 (21) 和 (22) 式右端项的离散涉及发射源的处理, 柱坐标系下的三个单位正交发射源的表达式为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{e}}^p \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_T) &= \frac{\hat{\mathbf{e}}^p}{\rho} \delta(\rho - \rho_T) \delta(\varphi - \varphi_T) \delta(z - z_T) \\ & \quad (p = \rho, \varphi, z). \end{aligned} \quad (24)$$

应用 Dirac 函数积分性质

$$\int_{x_1}^{x_2} \delta(x - x_i) dx = \begin{cases} 1, & x_i \in (x_1, x_2), \\ 0, & x_i \notin (x_1, x_2), \end{cases}$$

近似公式 $\delta(x - x_{i_1}) = \delta^{i, i_1} / h_{i_1}$, 则方程 (21) 右端的离散结果:

$$\begin{aligned} & \frac{i\omega\mu}{|S_\alpha|} \iint_{S_\alpha} \hat{\mathbf{e}}_p \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_T) \cdot d\mathbf{S} = \\ & \begin{cases} \frac{1}{V_{i+0.5, j, k}} \delta^{i+0.5, i_T+0.5} \delta^{j, j_T} \delta^{k, k_T} & (\alpha, p = \rho), \\ \frac{1}{V_{i, j+0.5, k}} \delta^{i, i_T} \delta^{j+0.5, j_T+0.5} \delta^{k, k_T} & (\alpha, p = \varphi), \\ \frac{1}{V_{i, j, k+0.5}} \delta^{i, i_T} \delta^{j, j_T} \delta^{k+0.5, k_T+0.5} & (\alpha, p = z), \\ 0 & (\text{other}), \end{cases} \end{aligned} \quad (25)$$

其中, $\delta^{i, i_1} = \begin{cases} 1, & i = i_1, \\ 0, & i \neq i_1, \end{cases}$ (i_T, j_T, k_T) 是与发射源位置 (ρ_T, φ_T, z_T) 最近的整数节点的编号 [32]。

此外, 应用一阶导数近似式:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \delta(x - x_{i_1}) \\ & \approx -\frac{\delta(x + h/2 - x_{i_1}) - \delta(x - h/2 - x_{i_1})}{h}, \end{aligned}$$

以及柱坐标系中的散度公式, 对方程 (22) 右端的积分进行整理, 得

$$-\frac{1}{V_{i,j,k}} \iiint_{V_{i,j,k}} \nabla \cdot (\hat{e}_p \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_T)) dV = \frac{1}{V_{i,j,k}} \begin{cases} \frac{\delta^{i,i_T-1} - \delta^{i,i_T+1}}{h_{i_T}^\rho} \delta^{j,j_T} \delta^{k,k_T} & (p=\rho), \\ \frac{\delta^{j,j_T-1} - \delta^{j,j_T+1}}{h_{j_T}^\varphi} \delta^{i,i_T} \delta^{k,k_T} & (p=\varphi), \\ \delta^{i,i_T} \delta^{j,j_T} \frac{\delta^{k,k_T-1} - \delta^{k,k_T+1}}{h_{k_T}^z} & (p=z). \end{cases} \quad (26)$$

2.4 柱坐标系中的电导率张量与等效电导率计算

对于水平和垂直电导率分别为 σ_h 和 σ_v 的各向异性地层, 其在地层坐标系中的电导率可用简单的对角张量 $\bar{\sigma}_f^* = \text{diag}(\sigma_h^*, \sigma_h^*, \sigma_v^*)$ 表示, 当地层或井眼存在倾角 θ 时 (见图 1 (b)), 容易验证, 其在柱坐标系中的电导率张量:

$$\bar{\sigma}^* = \begin{pmatrix} \sigma_{\rho\rho}^* & \sigma_{\rho\varphi}^* & \sigma_{\rho z}^* \\ \sigma_{\varphi\rho}^* & \sigma_{\varphi\varphi}^* & \sigma_{\varphi z}^* \\ \sigma_{z\rho}^* & \sigma_{z\varphi}^* & \sigma_{zz}^* \end{pmatrix} = R^T(\varphi, \theta) \begin{pmatrix} \sigma_h^* & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_h^* & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_v^* \end{pmatrix} R(\varphi, \theta), \quad (27)$$

其中

$$R(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

是地层坐标系到仪器坐标系的旋转矩阵。

由于地层是非均质的 (包含有井眼、侵入带以及不同导电率的地层), 使得某些体积单元 V 中包含有不同导电率的介质, 特别是在地层厚度很薄的情况下, 同一个网格单元中可能包含有多个不同导电率的地层. 为此, 本文采用标准均质化方法 (standard homogenization) [34,35] 确定非均质单元中的等效电导率, 保证在界面两边的电场强度切向与电流密度的法向分量保持连续。

2.5 离散化方程与求解方法

对离散结果进行整理, 得到关于三个正交发射源电场矢势 $\mathbf{A}^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{T_1})$ 和标势 $\phi^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{T_1})$ 的方程组:

$$\bar{\mathbf{F}} \mathbf{X}^p = \mathbf{b}^p \quad (p = \rho, \varphi, z), \quad (28)$$

$\bar{\mathbf{F}}$ 是为大型非对称的稀疏复矩阵, 未知数 \mathbf{X}^p 是三个单位正交向量 $\hat{e}^p (p = \rho, \varphi, z)$ 发射源产生的矢势法向分量 $A_\rho^p(i + 1/2, j, k)$, $A_\varphi^p(i, j + 1/2, k)$, $A_z^p(i, j, k + 1/2)$ 以及标势 $\phi^p(i, j, k)$, 右端项 $\mathbf{b}^p (p = \rho, \varphi, z)$ 为离散的源项. 方程 (28) 求解主要采用不完全式预处理技术与稳定双共轭梯度法 [30-33].

3 数值结果

首先, 通过对柱坐标系下三维有限体积 (FVFD) 算法与文献 [26] 中的三维时域有限差分 (FDTD) 算法的数值结果进行对比, 验证本文算法的有效性. 在此基础上, 将通过层状非均质各向异性地层上数值模拟结果, 研究考察方位随钻电磁测井的响应特征. 在数值模拟中, 线圈系长短源距分别为 $L_2 = 0.762$ m 和 $L_1 = 0.6096$ m, 钻铤半径与倾斜线圈短轴半径分别是 $\rho_m = 0.1016$ m 和 $\rho_T = 0.1143$ m, 工作频率 $f = 2$ MHz, 井眼半径为 0.127 m. 在整个数值模拟中, ρ, φ 以及 z 方向上整数网格节点总数为 $(n_\rho, n_\theta, n_z) = (48, 82, 600)$, 并且在钻铤附近的 ρ 方向上, 有 9 个长度为 0.003175 m 等间距节点, 而外部的其他节点则根据 Lebedev 网格剖分规则, 即节点间距等比例增加, 且最外层的网格间距为 0.12 m; φ 方向为均匀网格; 而在 z 方向, 发射线圈与接收线圈之间的中心位置采用 0.003175 m 等间距网格, 整数节点个数为 400, 选择小间距的目的是尽可能提高方程 (8) 和 (9) 数值积分的精度, 而 z 方向上的其他节点按等比例增加, 且最大节点间距为 0.12 m.

3.1 算法验证

我们通过同一地层模型在高阻泥浆和低阻泥浆情况下, 柱坐标系三维 FVFD 法与三维 FDTD 法所得数值模拟结果的对比, 验证本文 FVFD 法在方位随钻电磁测井数值模拟的有效性。

图 3 是井眼泥浆和地层模型为均匀各向同性、电导率大小分别为 10 和 0.1 S/m 时, 三个不同倾角的发射线圈 $\theta_T = 0^\circ, 20^\circ, 45^\circ$ 在不同倾角的接收线圈上产生的感应电动势的幅度比与相位差的对比情况. 从图 3 可以看出, 柱坐标系三维 FVFD 法与三维 FDTD 法的结果符合得非常好. 图 4 是井眼泥浆和地层模型分别为 0.0005 和 1 S/m 时, FVFD 算法与 FDTD 算法所得的结果, 两者同样完全符合。

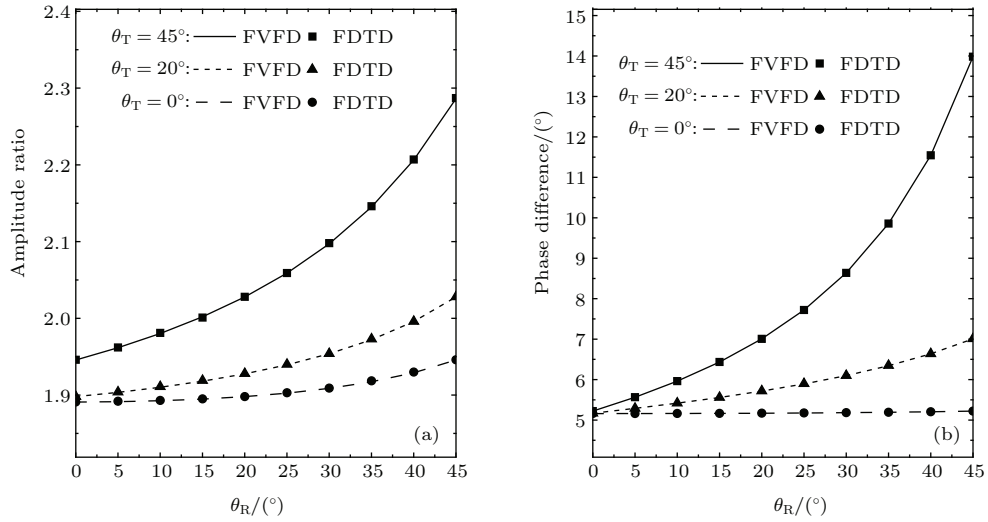


图3 低阻泥浆下柱坐标系 FVFD 法与 FDTD 法获得的结果的对比 (a) 幅度比; (b) 相位差

Fig. 3. The comparison of the results obtained by FVFD method and FDTD method in low resistivity mud: (a) Amplitude ratio; (b) phase difference.

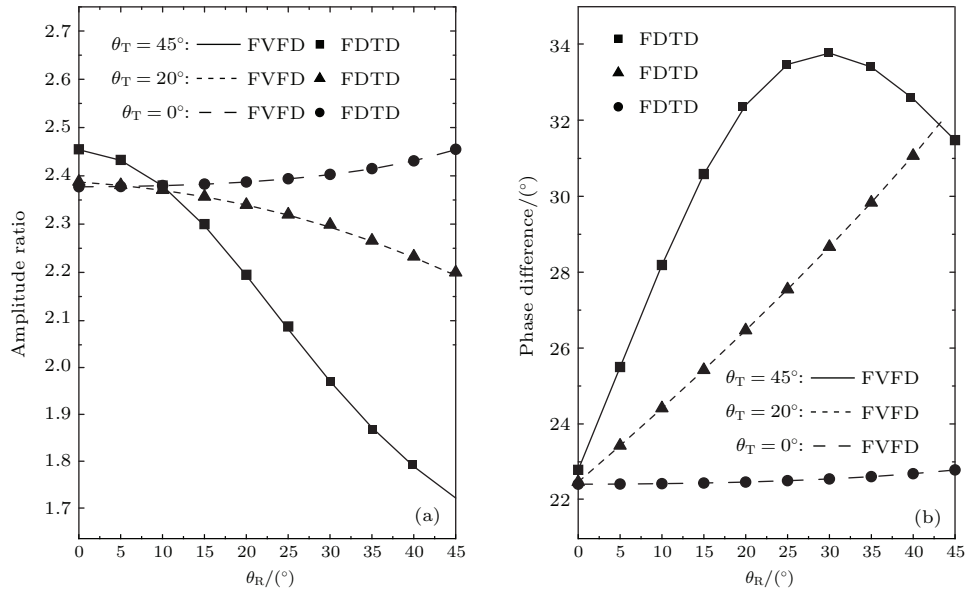


图4 高阻泥浆下柱坐标系 FVFD 法与 FDTD 法获得的结果的对比 (a) 幅度比; (b) 相位差

Fig. 4. The comparison of the results obtained by FVFD method and FDTD method in high resistivity mud: (a) Amplitude ratio; (b) phase difference.

3.2 方位随钻测井仪器电场强度空间分布特征

为了考察钻铤、电导率各向异性、层界面等对倾斜线圈产生的感应电场的影响, 这里给出在垂直井眼中四种不同电导率分布情况下(均匀各向同性地层、均匀各向异性地层、双层模型以及三层模型), 感应电场在 $\varphi = 0, \pi$ 的铅锤面上的对比. 假定发射线圈的倾角 $\theta_T = 45^\circ$ 、泥浆电导率 $\sigma_{\text{mud}} = 1.0 \text{ S/m}$ 以及井眼半径为 0.127 m 这三个参数固定不变.

图 5(a) 是电导率为 0.5 S/m 的各向同性均匀

地层中感应电场强度的空间分布, 结果显示, 电场的空间分布关于发射线圈轴线有某种对称性, 在倾斜发射线圈所在的平面附近感应电场最强, 在垂直于倾斜发射线圈的轴线附近电场较弱, 且钻铤表面电场强度为零. 此外随着与发射线圈距离的增大, 场强逐渐衰减.

为了考察电导率各向异性对电场分布的影响, 图 5(b) 是在横纵向电导率分别为 $1/2$ 和 $1/10 \text{ S/m}$ 的各向异性均质地层上的正演结果, 整个电场的分布特征与图 5(a) 相似, 但由于地层存在各向异性,

z 方向电导率相对较小, 使得倾斜发射线圈的轴线附近弱电场区域向靠近 z 轴方向发生明显偏移, 电场在 z 方向衰减得更慢.

为了进一步考察层边界对感应电场的影响, 图 5(c) 是双层非均匀各向异性地层上感应电场空间分布情况, 模型的上下地层横向电导率分别为 1/2 和 1/30 S/m, 而纵向电导率分别为 1/10 和 1/50 S/m. 发射线圈中心正好位于层界面上. 不难看出, 电场空间分布发生了非常有意思的变化, 发射线圈轴线附近弱电场区域均发生明显偏移, 该弱电场区域在上部低阻层中向靠近 z 轴方向偏移, 而在下部高阻层中是向远离 z 轴方向偏移. 此外, 上

部低阻层中电场明显比高阻层中电场更强, 电场空间分布的对称性明显降低.

图 5(d) 是三层模型上且发射线圈位于中间地层中心位置时感应电场的空间分布, 中间层厚度为 1 m, 水平和垂直电导率分别是 1/30 和 1/50 S/m, 上下围岩电导率相同, 水平和垂直电导率分别是 1/2 和 1/10 S/m, 中间是高阻层. 不难看出, 该模型上的电场空间分布与图 5(a) 均匀地层中电场分布情况也存在着明显差异, 由于发射线圈位于高阻层中, 电场的衰减更慢, 电场分布范围更大, 发射线圈轴线方向附近电场强度最弱部分的位置也存在明显偏移.

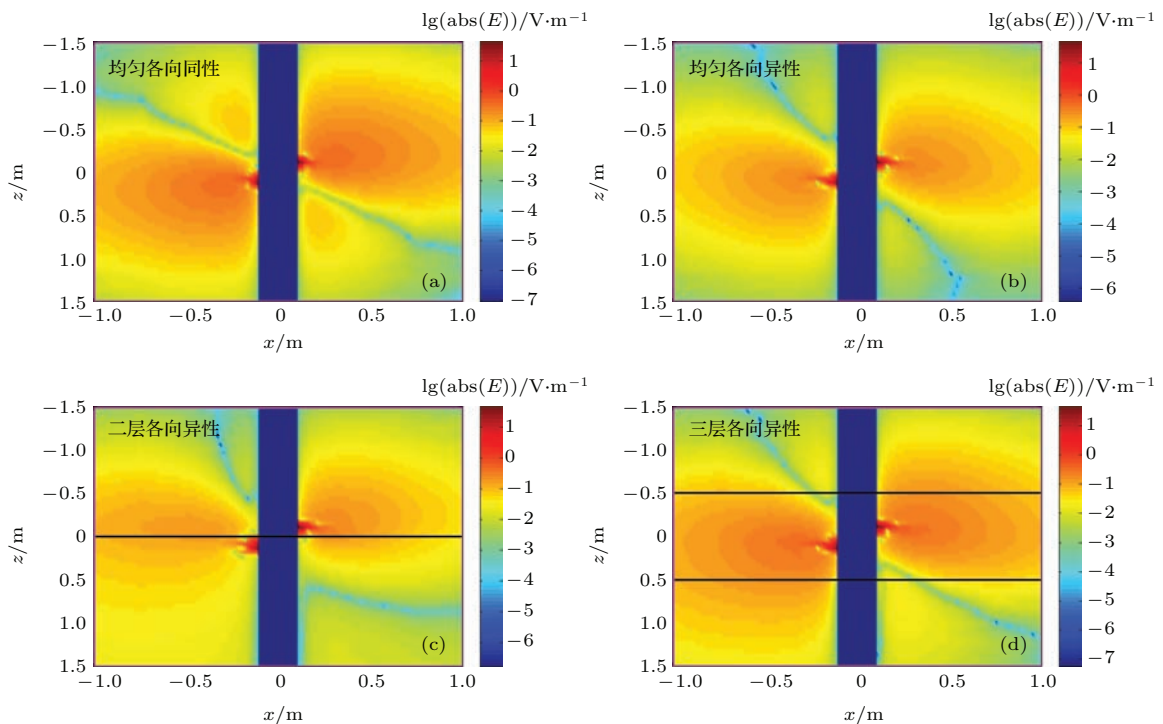


图 5 (网刊彩色) 倾斜发射线圈感应电场在铅垂面上分布 (a) 均匀各向同性地层; (b) 均匀各向异性地层; (c) 二层各向异性地层; (d) 三层各向异性地层

Fig. 5. (color online) The electric field distributions on the plumb surface induced by the tilted transmitter coils: (a) Uniform isotropic formation; (b) uniform anisotropic formation; (c) two layers anisotropic formation; (d) three layers anisotropic formation.

3.3 线圈倾角对方位随钻测井响应的影响

最后考察多层非均质模型在不同倾角的线圈系组合与不同井眼倾角情况下, 方位随钻电磁测井仪器的响应. 井眼半径和泥浆电导率与图 5 相同, 多层模型由 11 个不同层厚的砂岩和泥岩相互交替在一起, 上下围岩与中间四个厚度依次为 0.5, 1, 1.5 和 2 m 的泥岩层电导率相同, 其水平和垂直电导率为 1/2 和 1/10 S/m, 而中间五个厚度依次为

0.5, 1, 1.5, 2 和 3 m 的砂岩层水平和垂直电导率分别是 1/30 和 1/50 S/m. 方位随钻线圈系包含四种不同组合 ($\theta_T = 0^\circ, \theta_R = 0^\circ$), ($\theta_T = 0^\circ, \theta_R = 45^\circ$), ($\theta_T = 45^\circ, \theta_R = 0^\circ$) 以及 ($\theta_T = 45^\circ, \theta_R = 45^\circ$), 井眼包含直井以及 30° 和 60° 倾角的斜井.

图 6 是直井情况下, 四种不同线圈倾角组合的方位随钻电磁测井的幅度比与相位差曲线. 可以看出, 不论是幅度比还是相位差曲线, 倾角

为 $(\theta_T = 0^\circ, \theta_R = 0^\circ)$, $(\theta_T = 0^\circ, \theta_R = 45^\circ)$ 和 $(\theta_T = 45^\circ, \theta_R = 0^\circ)$ 的三种线圈系组合形成的随钻电磁测井仪器的响应曲线变化均较为平缓, 在层界面附近均没有出现跳跃; 高阻层上的幅度比与相位差相对较小, 而低阻层上则相对较大, 且在所有的地层上均有较明显的响应; $(\theta_T = 0^\circ, \theta_R = 45^\circ)$ 和 $(\theta_T = 45^\circ, \theta_R = 0^\circ)$ 这两种线圈系组合的随钻电磁测井仪器的响应曲线完全重合在一起, 这是由于在

直井中这两种线圈系的组合是等价的. 而倾角为 $(\theta_T = 45^\circ, \theta_R = 45^\circ)$ 的随钻方位电磁测井仪器的响应曲线与前三种情况存在较大差异: 幅度比与相位差的值明显变大; 在层界面附近出现犄角, 曲线形态更复杂, 这主要是层界面上积累面电荷的影响造成的. 此外, 特别需要指出的是, 相位差曲线在0.5 m的薄层上的响应比幅度比曲线更加明显, 说明前者具有更高的纵向分辨率.

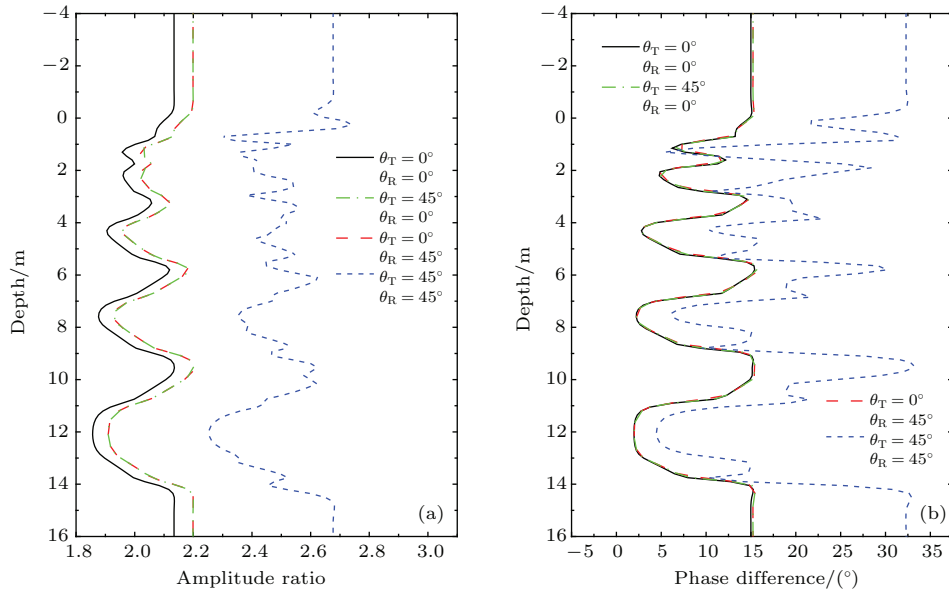


图6 (网刊彩色) 直井中四种不同倾角的方位随钻电磁测井响应的对比 (a) 幅度比; (b) 相位差

Fig. 6. (color online) The logging response of logging while drilling (LWD) with different angles coil tilted angles in vertical borehole: (a) Amplitude ratio; (b) phase difference.

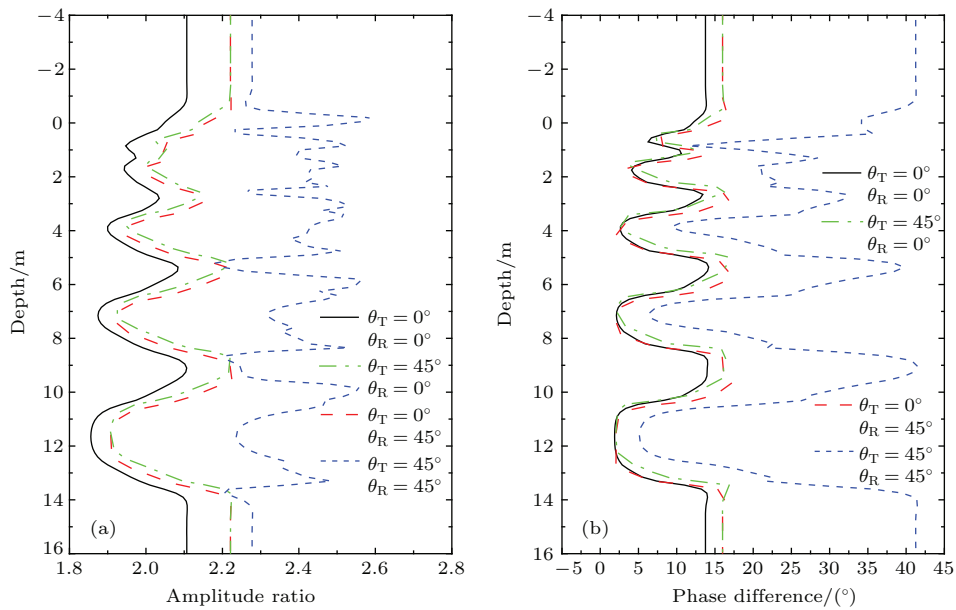


图7 (网刊彩色) 30°斜井11层模型中四种不同倾角的方位随钻电磁测井响应的对比 (a) 幅度比; (b) 相位差

Fig. 7. (color online) The logging response of LWD with different angles coil tilted angles in 30° inclined borehole: (a) Amplitude ratio; (b) phase difference.

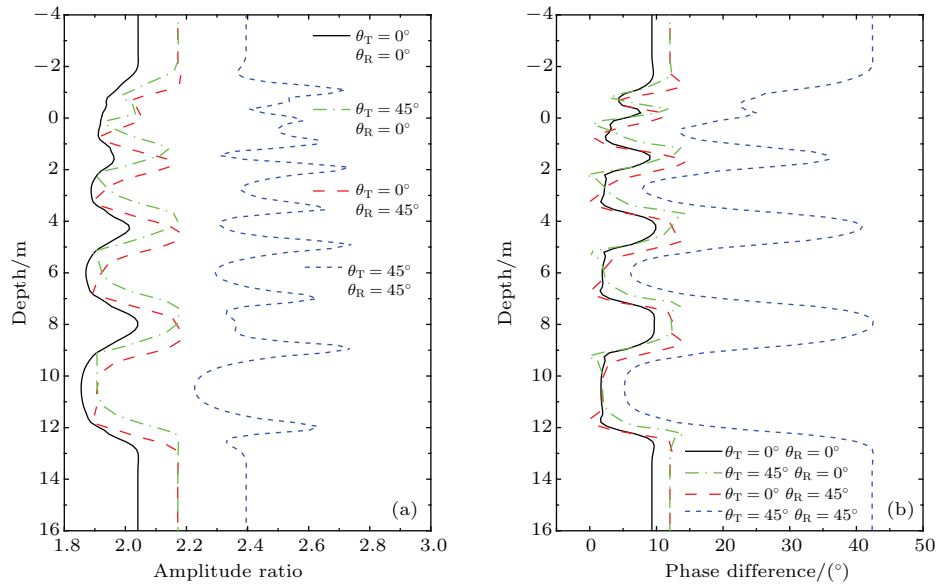


图8 (网刊彩色) 60°斜井11层模型中四种不同倾角的方位随钻电磁测井响应的对比 (a) 幅度比; (b) 相位差
Fig. 8. (color online) The logging response of LWD with different angles coil tilted angles in 60° inclined borehole: (a) Amplitude ratio; (b) phase difference.

图7和图8分别是30°和60°斜井情况下(如图1(b)),方位随钻电磁测井四种线圈系组合的幅度比与相位差曲线响应。可以看出,在井眼倾斜情况下, ($\theta_T = 0^\circ, \theta_R = 0^\circ$)的线圈系组合的响应曲线变化较小,但($\theta_T = 0^\circ, \theta_R = 45^\circ$), ($\theta_T = 45^\circ, \theta_R = 0^\circ$)以及($\theta_T = 45^\circ, \theta_R = 45^\circ$)线圈系组合的测井响应曲线均出现了较大的变化,这时由于在倾斜井眼中地层电导率在仪器坐标系中已变成完全各向异性,电导率的交叉分量不等于零造成的,也说明完全各向异性地层上测井曲线的处理和解释会更加困难。

4 结 论

本文根据方位随钻电磁测井仪器的典型线圈系结构以及电磁场的叠加原理,利用柱坐标系下完全各向异性非均质地层中电流源电场并矢Green函数的混合势方程的三维FVFD算法,研究并建立了一套方位随钻电磁波测井响应的数值模拟算法。在电流源电场并矢Green函数的混合势方程的离散化过程中,引入了Lebedev网格、非均质单元上等效电导率的标准化算法等技术,有效提高了方程的离散精度以及数值结果的稳定性。并通过数值结果研究考察了各向异性地层对感应电场空间分布的影响,以及线圈和井眼倾斜角变化等对仪器响应的影响。

数值结果表明:钻铤、电导率各向异性、层边界均对方位随钻电磁波测井响应产生较大的影响;在电阻率较大的地层,幅度比和相位差响应越小;发射线圈和接收线圈同时倾斜时,幅度比和相位差响应受地层的影响更灵敏。

参考文献

- [1] Li Q M, Omeragic D, Chou L, Yang L, Duong K, Smits J, Yang J 2005 *SPWLA 46th Annual Logging Symposium* New Orleans, USA, June 26–29, 2005 SPWLA-2005-UU
- [2] Seydoux J, Legendre E, Mirto E, Dupuis C, Denichou J M, Bennett N, Kutiev G, Kuchenbecker M, Morriss C, Schlumberger L Y 2014 *SPWLA 55th Annual Logging Symposium* Abu Dhabi, UAE, May 18–22, 2014 SPWLA-2014-LLLL
- [3] Neville T J, Weller G, Faivre O, Sun H 2007 *SPE Reserv. Eval. Eng.* **10** 132
- [4] Coope D, Shen L C, Huang F S 1984 *The Log Analyst* **25** 35
- [5] Zhou Q, Hilliker D J 1991 *Geophysics* **56** 1738
- [6] Gianzero S, Merchant G A, Haugland M 1994 *SPWLA 35th Annual Logging Symposium* Tulsa, USA, June 19–25, 1994 SPWLA-1994-MM
- [7] Kennedy W D, Corley B D 2009 *SPWLA 50th Annual Logging Symposium* Houston, USA, June 21–24, 2009 SPWLA-2009-ZZ
- [8] Everett M E 2012 *Surv. Geophys.* **33** 29
- [9] Wang H N, Tao H G, Yao J J, Chen G 2008 *IEEE Trans. Geosci. Remote.* **46** 1525
- [10] Wang H N 2011 *IEEE Trans. Geosci. Remote.* **49** 4483

- [11] Wang H N, Hu P, Tao H G, Yang S W 2012 *Chin. J. Geophys.* **55** 717 (in Chinese) [汪宏年, 胡平, 陶宏根, 杨守文 2012 地球物理学报 **55** 717]
- [12] Zhou J M, Wang H N, Yao J J, Yang S W, Ma Y Z 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 089101 (in Chinese) [周建美, 汪宏年, 姚敬金, 杨守文, 马寅芝 2012 物理学报 **61** 089101]
- [13] Yang S W, Wang J X, Zhou J M, Zhu T Z, Wang H N 2014 *IEEE Trans. Geosci. Remote.* **52** 6911
- [14] Zhou J M, Wang J X, Shang Q L, Wang H N, Yin C C 2014 *J. Geophys. Eng.* **11** 02500301
- [15] Wang J X, Wang H N, Zhou J M, Yang S W, Liu X J, Yin C C 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 224101 (in Chinese) [汪建勋, 汪宏年, 周建美, 杨守文, 刘晓军, 殷长春 2013 物理学报 **62** 224101]
- [16] Wang H N, So P M, Yang S, Hofer W J R, Du H L 2008 *IEEE Trans. Geosci. Remote.* **46** 1134
- [17] Wang H N, Tao H G, Yao J J, Zhang Y 2012 *IEEE Trans. Geosci. Remote.* **50** 3383
- [18] Li F Y, Wen H, Fang Z Y 2013 *Chin. Phys. B* **22** 120402
- [19] Shen J S 2003 *Chin. J. Geophys.* **46** 281 (in Chinese) [沈金松 2003 地球物理学报 **46** 281]
- [20] Li J H 2014 *Sci. China: Ser. D* **44** 928 (in Chinese) [李剑浩 2014 中国科学: 地球科学 **44** 928]
- [21] Liu N Z, Wang Z, Liu C 2015 *Chin. J. Geophys.* **58** 1767 (in Chinese) [刘乃震, 王忠, 刘策 2015 地球物理学报 **58** 1767]
- [22] Horstmann M, Sun K, Berger P, Olsen P A, Omeragic D, Crary S 2015 *SPWLA 56th Annual Logging Symposium* Long Beach, USA, July 18–22, 2015 SPWLA-2015-LLLL
- [23] Wang H N, Yang S D, Wang Y 1999 *Oil Geophys. Prospect.* **34** 649 (in Chinese) [汪宏年, 杨善德, 王艳 1999 石油地球物理勘探 **34** 649]
- [24] Yao D H, Wang H N, Yang S W, Yang H L 2010 *Chin. J. Geophys.* **53** 3026 (in Chinese) [姚东华, 汪宏年, 杨守文, 杨海亮 2010 地球物理学报 **53** 3026]
- [25] Xu Z F, Wu X P 2010 *Chin. J. Geophys.* **53** 1931 (in Chinese) [徐志锋, 吴小平 2010 地球物理学报 **53** 1931]
- [26] Hue Y K, Teixeira F L 2006 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **54** 1058
- [27] Zhang L, Chen H, Wang X M 2012 *Chin. J. Geophys.* **55** 3493 (in Chinese) [张雷, 陈浩, 王秀明 2012 地球物理学报 **55** 3493]
- [28] Li H, Liu D J, Ma Z H, Gao X S 2012 *Procedia Eng.* **29** 2122
- [29] Liu G S, Teixeira F L, Zhang G J 2012 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **60** 318
- [30] Haber E, Asch U M 2001 *Siam. J. Sci. Comput.* **22** 1943
- [31] Novo M S, Silva L C, Teixeira F L 2010 *IEEE Trans. Geosci. Remote.* **48** 1151
- [32] Zhou J M, Zhang Y, Wang H N, Yang S W, Yin C C 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 159101 (in Chinese) [周建美, 张焯, 汪宏年, 杨守文, 殷长春 2014 物理学报 **63** 159101]
- [33] Zhang Y, Wang H N, Tao H G, Yang S W 2012 *Chin. J. Geophys.* **55** 2141 (in Chinese) [张焯, 汪宏年, 陶宏根, 杨守文 2012 地球物理学报 **55** 2141]
- [34] Davydycheva S, Druskin V, Habashy T 2003 *Geophysics* **68** 1525
- [35] Moskow S, Druskin V, Habashy T, Lee P, Davydycheva S 1999 *Siam. J. Numer. Anal.* **36** 442

Three-dimensional finite volume simulation of the response of azimuth electromagnetic wave resistivity while drilling in inhomogeneous anisotropic formation*

Wang Hao-Sen¹⁾ Yang Shou-Wen¹⁾ Bai Yan¹⁾²⁾ Chen Tao²⁾ Wang Hong-Nian^{1)†}

1) (*College of Physics, Jilin University, Changchun 130012, China*)

2) (*China Petroleum Logging Co., Ltd, Xi'an 710077, China*)

(Received 13 November 2015; revised manuscript received 17 January 2016)

Abstract

The azimuth electromagnetic wave resistivity while drilling is a new type of well logging technique. It can real-time detect the formation boundary, realize geosteering and borehole imaging in order to keep the tool always drilling in the some meaning reservoir. For effectively optimizing tool parameters, proper explanation and evaluation of the data obtained by azimuth electromagnetic wave resistivity while drilling, the efficient numerical simulation algorithm is required. In this paper, we use the finite volume algorithm in the cylindrical coordinate to establish the corresponding numerical method so that we can effectively simulate the response of the tool in various complex environments and investigate the influences of the change in formation and tool parameters on the tool response. Therefore, according to the typical coil architecture of the instrument of azimuth electromagnetic wave resistivity while drilling, we first introduce the electrical and magnetic dyadic Green's functions in inhomogeneous anisotropic formation by the electrical current source in the cylindrical coordinate. Through superposition principle, we derive the integral formula to compute the electric field intensity excited by tilted transmitter coils and the induction electrical potential on tilted receiving coils both mounded on the drill collar. Then, we use the coupled electrical potentials of the dyadic Green's functions to overcome the low induction number problem during modeling the electrical fields in inhomogeneous anisotropic formation. Furthermore, we use Lebedev grid in both ρ and z directions to reduce the number of grid nodes, and the standard method to compute the equivalent conductivity in heterogeneous units for enhancing the discrete precision. On the basis, by the three-dimensional finite volume method, we discrete the equations about the coupled electrical potentials in the cylindrical coordinates and obtain the large sparse algebraic equation sets about the coupled electrical potentials field on the Lebedev grid. A combination of incomplete LU decomposition with the bi-conjugate gradient stabilization is used to solve the numerical solution. Finally, we validate the algorithm by comparing the numerical results obtained by two different methods, study the effects of the drill collar, anisotropy, the tilted angles of both coil, and borehole on the instrument response in inhomogeneous anisotropic formation. The numerical results show that the tool response obtained by the three-dimensional finite volume algorithm in the cylindrical coordinate system in anisotropic formation accord with that those obtained by other algorithms. The drill collar, inhomogeneous anisotropic n the formation will lead to both the smaller amplitude ratio and the smaller phase difference. In addition, when the coils of both transmitting and receiving coils are tilted, the amplitude ratio and phase difference of the tool are more sensitive to the change in formation parameter.

Keywords: finite volume method, inhomogeneous anisotropic media, Lebedev grid, azimuth electromagnetic wave resistivity while drilling

PACS: 91.25.Qi, 02.30.Zz, 41.20.-q

DOI: 10.7498/aps.65.079101

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 41574110) and the National Science and Technology Major Project of the Ministry of Science and Technology of China (Grant No. 2011ZX0520-001).

† Corresponding author. E-mail: wanghn@jlu.edu.cn