

自旋-轨道耦合作用下玻色-爱因斯坦凝聚在量子相变附近的朗道临界速度

贺丽 余增强

Landau critical velocity of spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensate across quantum phase transition

He Li Yu Zeng-Qiang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, **66**, 220301 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.220301

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.220301>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I22>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

有效质量法调控原子玻色-爱因斯坦凝聚体的双阱动力学 ρ

Effective-mass approach to controlling double-well dynamics of atomic Bose-Einstein condensates

物理学报.2017, 66(16): 160301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.160301>

雪茄形铷原子玻色-爱因斯坦凝聚中单极子模的朗道阻尼和频移

Landau damping and frequency-shift of monopole mode in an elongated-rubidium Bose-Einstein condensate

物理学报.2013, 62(13): 130307 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.130307>

么正极限附近费米气体反常激发模式的涡旋

Vortex of an anomalous mode in Fermi gas near unitarity limit

物理学报.2013, 62(14): 140301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.140301>

利用光晶格自旋链中磁振子的激发模拟有限温度下光子的动力学 Casimir 效应

Simulating dynamical Casimir effect at finite temperature with magnons in spin chain within an optical lattice

物理学报.2013, 62(6): 060302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.060302>

费米-费米散射长度对费米超流气体在么正极限区域的隧穿现象影响

The tunneling phenomena of the Fermi superfluid gases in unitarity by manipulating the Fermi-Fermi scattering length

物理学报.2012, 61(18): 180303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.180303>

自旋-轨道耦合作用下玻色-爱因斯坦凝聚在量子相变附近的朗道临界速度*

贺丽^{1)†} 余增强²⁾

1) (山西大学物理电子工程学院, 太原 030006)

2) (山西大学理论物理研究所, 太原 030006)

(2017年7月7日收到; 2017年8月22日收到修改稿)

各向异性超流体中的朗道临界速度并非简单地由运动方向的元激发能谱决定. 在自旋-轨道耦合作用下的双分量玻色-爱因斯坦凝聚中, 当系统跨过平面波相与零动量相之间的量子相变时, 尽管超流声速连续变化, 但垂直于自旋-轨道耦合方向的朗道临界速度会出现跳变, 跳变幅度随自旋相互作用强度单调增加. 根据线性响应理论, 计算了凝聚体中运动杂质在不同速度下的能量耗散率, 提出可以通过能量耗散观测临界速度在量子相变处的不连续性.

关键词: 自旋-轨道耦合, 玻色-爱因斯坦凝聚, 朗道临界速度, 超流

PACS: 03.75.Kk, 03.75.Hh, 67.30.hm

DOI: 10.7498/aps.66.220301

1 引言

超流体最引人瞩目的特性之一是其可承载无阻尼运动. 当一个杂质在超流体中运动时, 如果速度小于某一临界值, 杂质与超流体中原子的碰撞并不会导致耗散的产生. 这一不寻常的现象可以用朗道超流判据解释. 按照朗道的理论, 杂质无阻尼运动的临界速度 v_c 由超流体的元激发能谱确定^[1]:

$$v_c = \min_{\mathbf{q}} \left(\frac{E_{\mathbf{q}}}{q} \right), \quad (1)$$

其中, $E_{\mathbf{q}}$ 是动量为 \mathbf{q} 的准粒子的能量, $q = |\mathbf{q}|$ 为动量的大小.

(1) 式中的朗道临界速度最初是针对各向同性的 ^4He 体系提出的. 对于各向异性的超流体, 临界速度的大小会依赖于运动方向, (1) 式不再适用. 最近, 本文的作者之一提出, 在各向异性的体系中, 朗

道临界速度应推广为如下形式^[2]:

$$v_c = \min'_{\mathbf{q}} \left(\frac{E_{\mathbf{q}}}{\mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{v}}} \right), \quad (2)$$

其中, $\hat{\mathbf{v}}$ 为杂质运动方向的单位矢量, \min' 表示在限制条件 $\mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{v}} > 0$ 满足的前提下对所有动量 \mathbf{q} 取宗量的最小值. 根据 (2) 式得到的临界速度即可给出适用于各向异性体系的超流判据.

近年来, 冷原子气体中自旋-轨道耦合的实现为研究新奇超流相提供了契机^[3,4]. 在这类系统中, 占据不同超精细能级的原子通过双光子跃迁实现沿特定方向的动量转移^[5-10], 体系的能谱具有天然各向异性. 此前, 已有理论工作细致分析了自旋-轨道耦合作用下玻色-爱因斯坦凝聚 (BEC) 的朗道临界速度及超流密度在动量转移方向上的变化行为^[11-14]. 文献^[2]从 (2) 式出发考察了 BEC 临界速度的各向异性, 但那里关于相互作用效应的讨论局限于最简单的一种情形, 即原子之间的相互作用仅与原子密度有关. 本文考察自

* 国家自然科学基金 (批准号: 11674202) 和山西省应用基础研究项目 (批准号: 201601D011014) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: heli@sxu.edu.cn

旋依赖的相互作用对于朗道临界速度的影响, 并指出, 当体系跨过平面波相与零动量相之间的量子相变时, 尽管超流声速连续变化, 但垂直于自旋-轨道耦合方向的朗道临界速度 v_c 会发生跳变, 跳变幅度随自旋相互作用强度单调增加. 本文还计算了当速度超过 v_c 时运动杂质的能量耗散率, 提出可以通过能量耗散观测 v_c 在量子相变处的不连续性.

2 各向异性超流体的临界速度

文献 [2] 已给出了 (2) 式的推导过程并阐明了其物理意义. 为使读者更加全面地了解各向同性体系与各向异性体系的区别, 这里对相关的理论要点再做一简要概述.

考虑在零温下一个以速度 \mathbf{v} 在超流体中运动的点粒子杂质. 杂质与背景原子之间的碰撞可能造成超流体中元激发的产生, 而一旦产生元激发, 杂质的动能将会损失, 从而导致耗散. 触发耗散的阈值速度对应于最容易激发的第一个准粒子的出现. 这个过程应保证整个体系的能量和动量守恒, 即

$$\frac{1}{2}M\mathbf{v}^2 = \frac{1}{2}M(\mathbf{v} - \mathbf{q}/M)^2 + E_{\mathbf{q}}, \quad (3)$$

其中, M 为杂质的质量, \mathbf{q} 和 $E_{\mathbf{q}}$ 为所产生的准粒子的动量和能量. 在大 M 极限下, 上式关系可写为

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{q} = E_{\mathbf{q}}. \quad (4)$$

显然, 若速度 v 小于 (2) 式给出的阈值, 准粒子激发过程就不会发生, 即杂质可以保持无耗散的运动状态.

对于各向同性系统而言, $E_{\mathbf{q}}$ 与 \mathbf{q} 的方向无关, 条件 (4) 所允许的最小速度对应于激发一个沿杂质运动方向传播的准粒子 (即 $\hat{\mathbf{q}} \parallel \hat{\mathbf{v}}$), 此时 (2) 式回到 (1) 式所描述的情形. 而对于各向异性体系, (2) 式右端的分子和分母均与动量 \mathbf{q} 的方向有关, 因此达到临界速度时准粒子的传播方向不一定与杂质的运动方向一致. 一般而言, 在各向异性超流体中, 临界速度的取值并非仅与运动方向的元激发能谱有关.

从几何角度, 对于给定的运动方向 $\hat{\mathbf{v}}$, 朗道临界速度可按如下方式确定: 首先选取任意一个满足 $\hat{\mathbf{q}} \cdot \hat{\mathbf{v}} > 0$ 的动量方向, 画出该方向的准粒子能量 $E_{\mathbf{q}}$ 随 $\mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{v}}$ 变化的曲线, 然后从动量的原点出发做所画能量曲线的切线, 并得到它的斜率, 最后遍取所有可能的动量方向重复前述步骤, 找到这组斜率集合的最小值, 即为沿 $\hat{\mathbf{v}}$ 方向的临界速度.

3 自旋-轨道耦合 BEC 的朗道临界速度

3.1 理论模型

下面具体来看 (2) 式在自旋-轨道耦合 BEC 中的应用. 考虑拉曼耦合作用下的双分量玻色气体, 原子的两个内态分别用自旋指标 \uparrow 和 \downarrow 来标记. 单原子的哈密顿量写为 [5] (取 $\hbar = 1$)

$$H_0 = \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{k}_r \sigma_z)^2}{2m} + \frac{\Omega}{2} \sigma_x, \quad (5)$$

其中, \mathbf{p} 和 m 分别为原子的动量和质量, \mathbf{k}_r 为拉曼光的反冲动量 (取为沿 x 轴正向), Ω 为拉曼耦合强度, σ_x 和 σ_z 为通常的泡利矩阵. (5) 式中动量与自旋算符的乘积项 $\sim \mathbf{p} \cdot \mathbf{k}_r \sigma_z$ 表示自旋-轨道耦合. 玻色原子之间的相互作用可以用接触势模型描述

$$H_{\text{int}} = \frac{1}{2} \int d^3r (g_{\uparrow\uparrow} n_{\uparrow}^2 + g_{\downarrow\downarrow} n_{\downarrow}^2 + 2g_{\uparrow\downarrow} n_{\uparrow} n_{\downarrow}),$$

其中 n_{\uparrow} 和 n_{\downarrow} 分别表示两个自旋态的原子密度, $g_{\uparrow\uparrow}$ 和 $g_{\downarrow\downarrow}$ 为同自旋原子之间的相互作用强度, $g_{\uparrow\downarrow}$ 为相反自旋原子间的相互作用强度. 以下假定各自自旋态之间的相互作用均为排斥作用, 并设 $g_{\uparrow\uparrow} = g_{\downarrow\downarrow} = g$. 若 $g_{\uparrow\uparrow} \neq g_{\downarrow\downarrow}$, 可以通过引入适当的拉曼失谐有效地消除二者之间的差别. 此时, 相互作用哈密顿量可以重新写为两部分之和:

$$H_{\text{int}} = \int d^3r \left[\frac{g + g_{\uparrow\downarrow}}{4} (n_{\uparrow} + n_{\downarrow})^2 + \frac{g - g_{\uparrow\downarrow}}{4} (n_{\uparrow} - n_{\downarrow})^2 \right], \quad (6)$$

其中, 方括号中的第一项仅与原子的总密度有关, 第二项则与自旋极化状态有关. 密度相互作用和自旋相互作用的强度分别正比于 $g + g_{\uparrow\downarrow}$ 和 $g - g_{\uparrow\downarrow}$.

之前已有一些理论和实验工作研究过自旋-轨道耦合作用下玻色气体的相图 [5,15,16]. 当 $g > g_{\uparrow\downarrow}$ 且拉曼耦合强度 Ω 足够小时, 系统的基态为条纹凝聚相, 凝聚体密度呈周期性的空间振荡分布. 而对于更大的 Ω 或者 $g \leq g_{\uparrow\downarrow}$ 的情形, 基态会出现两种密度均匀分布的 BEC 相: 一种是原子凝聚在非零动量的平面波相 (PW 相), 一种是原子凝聚在 $p = 0$ 的零动量相 (ZM 相). 在 PW 相中, 凝聚体具有有限大小的自旋磁化; 而在 ZM 相中, 两自旋态的原子等权分布. 当拉曼耦合强度 Ω 逐渐增大时, 在 $\Omega_c = 4E_r + (g_{\uparrow\downarrow} - g)n$ 处发生从 PW 相到 ZM 相的量子相变, 其中 $E_r = k_r^2/2m$ 为拉曼光的反冲能

量, n 为平均原子密度. 该量子相变具有典型的二级相变特征, 磁化率在临界点 Ω_c 处发散. 鉴于目前对于条纹相的超流性质还没有一个完善的理论, 本文只针对 PW 相和 ZM 相展开讨论. 不失一般性, 我们取 PW 相的自旋磁化为正.

自旋-轨道耦合 BEC 的元激发能谱可以通过 Bogoliubov 方法求得. 具体的计算步骤已在文献 [17,18] 中给出. 在长波极限下, 体系的低能激发是无能隙的声子, 能谱 $E_{\mathbf{q}} = c(\theta_{\mathbf{q}})q$ 为线性色散形式, $c(\theta_{\mathbf{q}})$ 为声速, 其大小依赖于声子动量方向与 x 轴的夹角 $\theta_{\mathbf{q}}$.

对于 ZM 相 ($\Omega > \Omega_c$), 声速可写为 [17,18]

$$c(\theta_{\mathbf{q}}) = \sqrt{c_{\parallel}^2 \cos^2 \theta_{\mathbf{q}} + c_{\perp}^2 \sin^2 \theta_{\mathbf{q}}}, \quad (7)$$

其中, $c_{\parallel} = c_0 \sqrt{(1 + \gamma/2)(\Omega - \Omega_c)/(\Omega - \gamma gn)}$ 为沿自旋-轨道耦合方向 (也即 \mathbf{k}_r 方向) 的声速, $c_{\perp} = c_0 \sqrt{1 + \gamma/2}$ 为垂直 \mathbf{k}_r 方向的声速, $c_0 = \sqrt{gn/m}$ 为无自旋-轨道耦合时普通单分量 BEC 的声速, $\gamma = g_{\uparrow\downarrow}/g - 1$ 为刻画自旋相互作用的参数. 靠近相变点 Ω_c 时, 沿自旋-轨道耦合方向传播的声子被软化, c_{\parallel} 趋于零.

对于 PW 相 ($\Omega < \Omega_c$), 声速的形式更复杂一些 [17,18],

$$c(\theta_{\mathbf{q}}) = \sqrt{\bar{c}_{\parallel}^2 \cos^2 \theta_{\mathbf{q}} + c_{\perp}^2 \sin^2 \theta_{\mathbf{q}}} - c'_{\parallel} \cos \theta_{\mathbf{q}}, \quad (8)$$

其中,

$$\bar{c}_{\parallel} = c_0 \frac{\sqrt{\Omega_c(\Omega_c^2 - \Omega^2)[\Omega_c^3 + \gamma\Omega^2(2E_r - gn)]}}{\Omega_c^3 - \gamma gn\Omega^2},$$

$$c'_{\parallel} = \gamma c_0 \Omega^2 \frac{\sqrt{2gnE_r(1 - \Omega^2/\Omega_c^2)}}{\Omega_c^3 - \gamma gn\Omega^2},$$

$$c_{\perp} = c_0 \sqrt{1 + 2\gamma E_r \Omega^2 / (\Omega_c^3 - \gamma gn\Omega^2)}.$$

若原子间存在自旋相互作用 (即 $\gamma \neq 0$), 声子沿 x 轴正方向和反方向的传播速度并不相同, 正反方向的声速分别为 $\bar{c}_{\parallel} - c'_{\parallel}$ 和 $\bar{c}_{\parallel} + c'_{\parallel}$. 当 $\Omega \rightarrow \Omega_c$ 时, \bar{c}_{\parallel} 与 c'_{\parallel} 均趋于零.

现在考虑杂质在自旋-轨道耦合 BEC 中的运动. 无论 BEC 处于 ZM 相或是 PW 相, 只要 Ω 足够接近相变点 Ω_c , 朗道临界速度都是由声子激发决定的 [2]. 将声子能谱代入 (3) 式, 可得

$$v_c(\theta_{\mathbf{v}}) = \min'_{\theta_{\mathbf{q}}} \left[\frac{c(\theta_{\mathbf{q}})}{\cos(\theta_{\mathbf{q}} - \theta_{\mathbf{v}})} \right], \quad (9)$$

其中, $\theta_{\mathbf{v}}$ 为杂质运动方向与反冲动量 \mathbf{k}_r 之间的夹角, \min' 表示最小值的计算限制在 $\theta_{\mathbf{v}} - 90^\circ < \theta_{\mathbf{q}} <$

$\theta_{\mathbf{v}} + 90^\circ$ 范围内. 对于 ZM 相 ($\Omega > \Omega_c$), 容易求得临界速度的解析形式,

$$v_c(\theta_{\mathbf{v}}) = \frac{c_{\parallel} c_{\perp}}{\sqrt{c_{\perp}^2 \cos^2 \theta_{\mathbf{v}} + c_{\parallel}^2 \sin^2 \theta_{\mathbf{v}}}}. \quad (10)$$

而对于 PW 相, v_c 的求解要复杂一些, 以下分两种情形来具体计算.

3.2 垂直自旋-轨道耦合方向的临界速度

首先来看垂直于自旋-轨道耦合方向 (即 $\theta_{\mathbf{v}} = 90^\circ$ 时) 的朗道临界速度.

将 PW 相的声速表达式代入极值条件 $\partial_{\theta_{\mathbf{q}}} [c(\theta_{\mathbf{q}})/\sin \theta_{\mathbf{q}}] = 0$, 可推知, 当杂质运动速度达到 v_c 时声子的传播方向角满足

$$\cot \theta_{\mathbf{q}} = \frac{c'_{\parallel} c_{\perp}}{\bar{c}_{\parallel} \sqrt{\bar{c}_{\parallel}^2 - c_{\parallel}^2}}. \quad (11)$$

由此, 垂直自旋-轨道耦合方向的临界速度可写为 ($\Omega < \Omega_c$)

$$v_{c\perp} = \frac{c_{\perp}}{\bar{c}_{\parallel}} \sqrt{\bar{c}_{\parallel}^2 - c_{\parallel}^2}. \quad (12)$$

若相互作用不依赖于自旋 (即 $g = g_{\uparrow\downarrow}$), $c'_{\parallel} = 0$, 声子的传播方向也垂直于 \mathbf{k}_r 方向, v_c 就等于该方向的声速 c_{\perp} ; 若相互作用与自旋有关 (即 $g \neq g_{\uparrow\downarrow}$), $c'_{\parallel} \neq 0$, 声子的传播方向会偏离杂质的运动方向, v_c 小于运动方向的声速. 图 1 中给出了 $g_{\uparrow\downarrow} = 4g$ 时用几何方式确定垂直自旋-轨道耦合方向临界速度的示例. 其中, 实线表示准粒子动量取在 (11) 式规定的方向时 $E_{\mathbf{q}}$ 随 $\mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{v}}$ 的变化曲线, 点线与实线相切于动量原点, 点线斜率即等于 $v_{c\perp}$. 作为对比, 图中点划线为沿垂直 \mathbf{k}_r 方向的准粒子色散关系. 显然, $v_{c\perp} < c_{\perp}$.

对于给定的自旋相互作用, 随着拉曼耦合强度 Ω 的增加, $v_{c\perp}$ 与 c_{\perp} 的差别也随之增大. 接近相变点 Ω_c 时, \bar{c}_{\parallel} 和 c'_{\parallel} 均趋于零, 但 (12) 式给出的临界速度仍保持有限,

$$\lim_{\Omega \rightarrow \Omega_c^-} v_{c\perp} = c_0 \sqrt{1 + \gamma/2 - \gamma^2 gn / 2\Omega_c}. \quad (13)$$

另一方面, 在 ZM 相中, 垂直自旋-轨道耦合方向的临界速度总等于该方向的声速 $c_{\perp} = c_0 \sqrt{1 + \gamma/2}$. 因此, 当原子间相互作用与自旋有关时 (即 $g \neq g_{\uparrow\downarrow}$), $v_{c\perp}$ 在 PW 相与 ZM 相的边界会出现不连续的跳变, 跳变幅度为

$$\Delta v_{c\perp} = \lim_{\Omega \rightarrow \Omega_c^+} v_{c\perp} - \lim_{\Omega \rightarrow \Omega_c^-} v_{c\perp}$$

$$= c_0 \left[\sqrt{1 + \gamma/2} - \sqrt{1 + \gamma/2 - \gamma^2 gn/2\Omega_c} \right]. \quad (14)$$

显然, 无论参数 γ 是正是负, 总有 $\Delta v_{c\perp} > 0$, 即 ZM 相一侧的临界速度大于 PW 相一侧的临界速度.

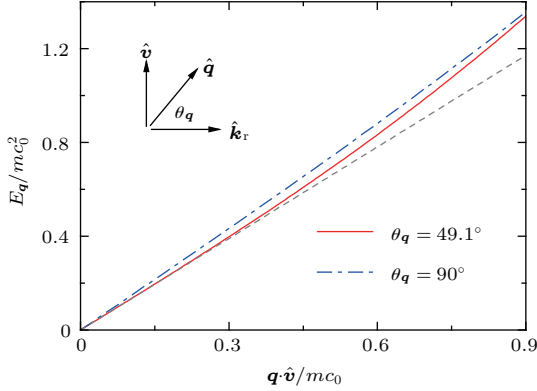


图1 (网刊彩色) 自旋-轨道耦合 BEC 的准粒子能量 E_q 随动量投影 $\mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{v}}$ 的变化, 其中 $\hat{\mathbf{v}}$ 与 \mathbf{k}_r 垂直 (见插图) 实线取动量沿 (11) 式给定的方向 ($\theta_q \simeq 49.1^\circ$), 点划线取动量沿 $\hat{\mathbf{v}}$ 的方向 ($\theta_q = 90^\circ$). 点线与实线相切于动量零点, 点线的斜率等于沿 $\hat{\mathbf{v}}$ 方向的朗道临界速度; 其他参数: $g_{\uparrow\downarrow} = 4g$, $\Omega = 0.9\Omega_c$, $gn = 1E_r$.

Fig. 1. (color online) Excitation spectrum E_q of a spin-orbit coupled BEC as a function of the momentum projection $\mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{v}}$, where $\hat{\mathbf{v}}$ is in the direction perpendicular to \mathbf{k}_r (see the inset). The solid line is for the momentum in the direction with θ_q determined by Eq. (11) ($\theta_q \simeq 49.1^\circ$). The dashed-dotted line is for the momentum in the same direction as $\hat{\mathbf{v}}$ ($\theta_q = 90^\circ$). The dotted line is tangent to the solid line in the $q \rightarrow 0$ limit, and its slope is equal to the critical velocity v_c . Other parameters: $g_{\uparrow\downarrow} = 4g$, $\Omega = 0.9\Omega_c$, $gn = 1E_r$.

图2(a) 显示了沿垂直 \mathbf{k}_r 方向 BEC 声速 c_\perp 和临界速度 $v_{c\perp}$ 随拉曼耦合强度的变化. 在 ZM 相中, $v_{c\perp}$ 与 c_\perp 始终保持一致; 在 PW 相中, $v_{c\perp}$ 则小于 c_\perp . 跨过量子相变点 Ω_c 时, 尽管 c_\perp 连续变化, 但 $v_{c\perp}$ 却发生了跳变. 为了更显著地体现这种不连续性, 图中我们选取了相对较大的自旋相互作用参数 (在该参数条件下, 即使远离相变点 v_c 也是由声子决定的). 图2(b) 显示了临界速度的跳变幅度随相互作用参数 $g_{\uparrow\downarrow}/g$ 的变化趋势. 可以看出, 原子间的自旋相互作用越强, $\Delta v_{c\perp}$ 就越大. 对于 $g_{\uparrow\downarrow} < g$, 体系在相互作用较强时会存在三相临界点 (图中以 \odot 标记). 超过该临界点后, PW 相完全被条纹相取代^[16], 因此 $\Delta v_{c\perp}$ 的调节范围有限. 对于 $g_{\uparrow\downarrow} > g$, PW 相与 ZM 相之间的相变一直存在, 增加自旋相互作用的强度可以明显提高临界速度的跳变幅度.

需要强调的是, PW 相与 ZM 相之间为二级相变, 跨过相边界时 BEC 的元激发能谱是连续变化的; 造成上述 $v_{c\perp}$ 不连续行为的原因在于, 在相变点两侧, 决定临界速度的准粒子激发是沿不同方向传播的声子. 这种特有的 v_c 跳变现象只可能在各向异性超流系统中出现, 是朗道超流判据推广到各向异性情形的直接后果. 在此机制中, 原子间的自旋相互作用起到了重要的作用. 由于自旋自由度与空间自由度的耦合, 当相互作用依赖于自旋时原子沿不同方向运动时感受到的有效相互作用是不同的. 正是这种效应破坏了 PW 相声速的空间反演对称性 (即 $c'_\parallel \neq 0$), 从而最终导致了临界速度的不连续.

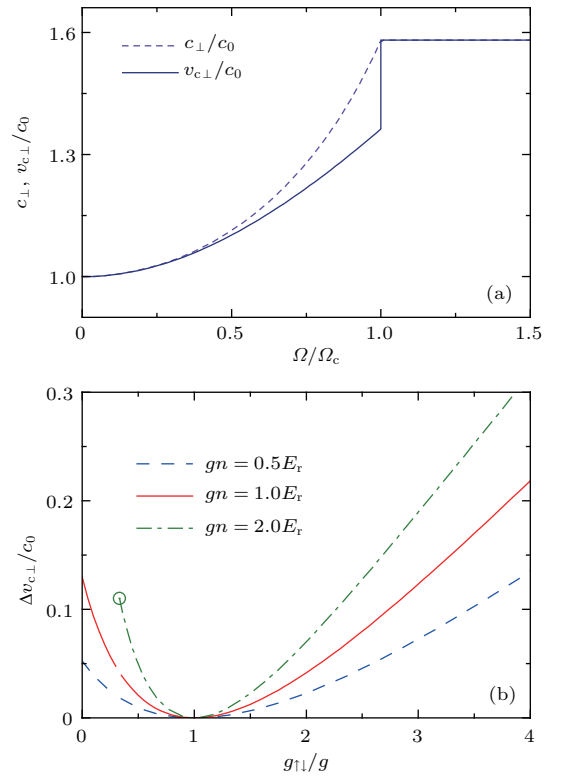


图2 (网刊彩色) (a) 自旋-轨道耦合 BEC 沿垂直 \mathbf{k}_r 方向的朗道临界速度 (实线), 在 PW 相中, $v_{c\perp}$ 小于运动方向的声速 (点线), 此处相互作用参数与图1相同; (b) 在相变点 Ω_c 处临界速度的跳变幅度随相互作用参数 $g_{\uparrow\downarrow}/g$ 的变化, 对于 $gn = 2E_r$ (点划线), 会出现三相临界点 (以 \odot 标记), 在三相临界点左侧不存在 PW 相

Fig. 2. (color online) (a) Critical velocity of a spin-orbit coupled BEC in the direction perpendicular to \mathbf{k}_r (the solid line), in the PW phase, $v_{c\perp}$ is smaller than the sound velocity in the moving direction (the dotted line), here, the interaction parameters are same as the Fig. 1; (b) the jump amplitude of critical velocity at phase transition point Ω_c as a function of $g_{\uparrow\downarrow}/g$, for $gn = 2E_r$ (the dash-dotted line), there is a tricritical point indicated by the symbol \odot , on the left side of the tricritical point, the PW phase does not exist.

3.3 偏离垂直方向的临界速度

现在考虑杂质沿其他方向运动时的朗道临界速度. 根据 (9) 式, 当杂质的运动速度达到 v_c 时, 扰动所产生的声子激发沿下式给出的方向角传播:

$$\cot \theta_{\mathbf{q}} = \frac{c_{\perp}^2}{\bar{c}_{\parallel}^2 - c_{\parallel}'^2} \times \left[\cot \theta_{\mathbf{v}} + \frac{c_{\parallel}'}{\bar{c}_{\parallel}} \sqrt{\cot^2 \theta_{\mathbf{v}} + (\bar{c}_{\parallel}^2 - c_{\parallel}'^2)/c_{\perp}^2} \right]. \quad (15)$$

PW 相的临界速度可以明确写为

$$v_c(\theta_{\mathbf{v}}) = \frac{(\bar{c}_{\parallel}^2 - c_{\parallel}'^2)c_{\perp}}{\bar{c}_{\parallel} \sqrt{c_{\perp}^2 \cos^2 \theta_{\mathbf{v}} + (\bar{c}_{\parallel}^2 - c_{\parallel}'^2) \sin^2 \theta_{\mathbf{v}} + c_{\perp} c_{\parallel}' \cos \theta_{\mathbf{v}}}}. \quad (16)$$

若相互作用与自旋无关 (即 $g = g_{\uparrow\downarrow}$), 上式即还原到文献 [2] 所考虑的简单情形; 若 $\theta_{\mathbf{v}} = \pi/2$, 则回到 (12) 式给出的结果. 这里可以看出运动方向对于临界速度的影响: 当运动偏离垂直 \mathbf{k}_r 方向时, (16) 式右端分母中的第二项将产生作用, 且该项仅在原子间具有自旋相互作用 (即 $c_{\parallel}' \neq 0$) 时才有贡献.

下面关注 v_c 在相变点附近的行为. 当 $\Omega \rightarrow \Omega_c^-$ 时, \bar{c}_{\parallel} 和 c_{\parallel}' 均趋于零, 而 c_{\perp} 保持有限. 如果杂质的运动方向与 \mathbf{k}_r 不垂直 (即 $\theta_{\mathbf{v}} \neq 90^\circ$), 临界速度在此极限下趋于零,

$$v_c(\theta_{\mathbf{v}})|_{\Omega \rightarrow \Omega_c^-} = \frac{c_0}{\sqrt{8E_r} |\cos \theta_{\mathbf{v}}|} \left[\sqrt{(2 + \gamma)\Omega_c \mp \gamma\sqrt{gn}} \right] \times \sqrt{1 - \Omega^2/\Omega_c^2}. \quad (17)$$

方括号中的 \mp 意为: $\theta_{\mathbf{v}} < 90^\circ$ 时取负号, $\theta_{\mathbf{v}} > 90^\circ$ 时取正号. (17) 式的极限形式仅在 $1 - \Omega^2/\Omega_c^2 \ll \cot^2 \theta_{\mathbf{v}}$ 条件下成立. 若 $\hat{\mathbf{v}}$ 与 \mathbf{k}_r 近乎垂直 (即 $\cot \theta_{\mathbf{v}} \simeq 0$), 只有当 Ω 非常靠近 Ω_c 时 v_c 才会出现快速降低, 而在远离相变点时, (17) 式给出的临界速度与 (12) 式的结果相差无几.

对于 ZM 相也有类似的情况. 如果杂质运动的方向角 $\theta_{\mathbf{v}} \neq 90^\circ$, 临界速度也在相变点处趋于零,

$$v_c|_{\Omega \rightarrow \Omega_c^+} = \frac{c_0}{|\cos \theta_{\mathbf{v}}|} \sqrt{(1 + \gamma/2)(\Omega - \Omega_c)/4E_r}. \quad (18)$$

当 $\theta_{\mathbf{v}}$ 接近 90° 时, 上式极限行为仅影响 Ω_c 附近很窄范围内的 v_c 取值.

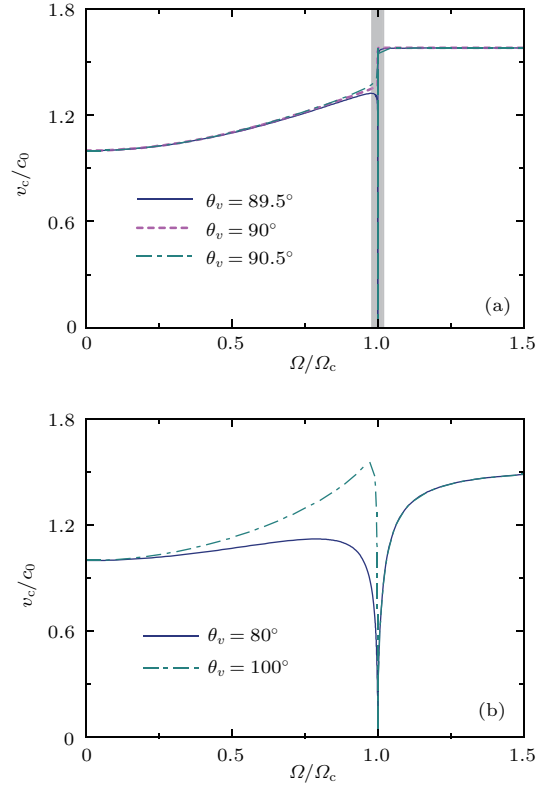


图3 (网刊彩色) 自旋-轨道耦合 BEC 在偏离垂直 \mathbf{k}_r 方向的临界速度 (a) 运动方向与 \mathbf{k}_r 近乎垂直, 远离相变点 Ω_c 时, v_c 与垂直方向的结果没有显著差别, 在相变点附近很窄的阴影区域内 ($0.98 < \Omega/\Omega_c < 1.02$), v_c 快速趋于零; (b) 运动方向偏离垂直方向较大时的结果, 相互作用参数与图 1 相同

Fig. 3. (color online) Critical velocity of a spin-orbit coupled BEC in the directions with $\theta_{\mathbf{v}} \neq 90^\circ$: (a) The impurity moves in the direction that is almost perpendicular to \mathbf{k}_r , v_c is essentially identical to the result for $\theta_{\mathbf{v}} = 90^\circ$ except in the narrow shadow region close to the phase transition ($0.98 < \Omega/\Omega_c < 1.02$); (b) the impurity moves in the directions with relatively large deviations from $\theta_{\mathbf{v}} = 90^\circ$, the interaction parameters are same as Fig. 1.

以上分析表明, 当杂质的运动方向与自旋-轨道耦合方向不垂直时, 靠近相变点处的临界速度均由沿 \mathbf{k}_r 方向的声子决定, v_c 的取值在跨过相边界时连续变化 (两侧的极限值均趋于零). 尽管如此, 只要运动方向角 $\theta_{\mathbf{v}}$ 非常接近 90° , 仍然可以观测到临界速度的“准跳变”行为. 图 3(a) 中显示了杂质运动方向与垂直 \mathbf{k}_r 方向有 $\pm 0.5^\circ$ 偏差时, 临界速度随拉曼耦合强度的变化. 其整体趋势与严格垂直 \mathbf{k}_r 方向的结果非常接近, 仅在很靠近相变点的阴影区域内 ($0.98 < \Omega/\Omega_c < 1.02$), v_c 的取值才会明显偏离 (12) 式的预期. 换言之, 如果简单从阴影区域之外的数据做外推, 仍可得出临界速度发生“跳变”的结论, 其跳变幅度依然由 (14) 式给出. 当然, 如果杂质运动的方向角明显偏离 $\theta_{\mathbf{v}} = 90^\circ$, 那么 v_c 的

“准跳变”行为就很难看到了[如图3(b)的所示].

4 超过临界速度时的能量耗散

最后,我们计算杂质运动速度超过 v_c 时的能量耗散.

假设杂质与 BEC 原子之间的相互作用很弱,可将其作为微扰处理:

$$H_{\text{pert}}(t) = \sum_{j=1}^N U(\mathbf{r}_j - \mathbf{v}t) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \rho_{\mathbf{q}}^\dagger U_{\mathbf{q}} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{v}t}, \quad (19)$$

其中, $U(\mathbf{r})$ 为杂质与 BEC 原子之间的相互作用势, $U_{\mathbf{q}} = \int d^3r U(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$ 是 $U(\mathbf{r})$ 的傅里叶分量, $\rho_{\mathbf{q}} = \sum_{j=1}^N e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_j}$ 为 BEC 的密度涨落算符, \mathbf{r}_j 表示每个原子的坐标, N 为原子数. 简单起见,以下取 $U(\mathbf{r})$ 为接触势形式, 即 $U_{\mathbf{q}} = U_0$ 与动量无关. 由于体系的总能量守恒, 杂质的能量损耗应该等于 BEC 的能量增益. 按含时微扰论, 在线性响应区间, 杂质的能量耗散率可以写为^[19]

$$P = \frac{U_0^2 n}{4\pi^2 N} \int d^3q \int d\omega \omega S(\mathbf{q}, \omega) \delta(\omega - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}), \quad (20)$$

其中, $S(\mathbf{q}, \omega) = \sum_l |\langle \Phi_l | \rho_{\mathbf{q}}^\dagger | \Phi_0 \rangle|^2 \delta(\omega - E_l + E_0)$ 为零温下 BEC 的动力学结构因子, Φ_0 和 Φ_l 分别表示 BEC 的基态和激发态, 相应的能量为 E_0 和 E_l . 对于给定的动量, $S(\mathbf{q}, \omega)$ 仅当频率 ω 等于元激发能量 $E_{\mathbf{q}}$ 时不为零, 因此只有色散关系满足(4)式的准粒子才对耗散过程有贡献. 显然, 当杂质运动速度小于 v_c 时, 任何准粒子都不符合(4)式的要求, 所以也就不会有耗散产生. 这与之前朗道超流判据的分析是一致的.

在 Bogoliubov 近似下, 自旋-轨道耦合 BEC 的动力学结构因子可写为^[20]

$$S(\mathbf{q}, \omega) = \sum_{\alpha=\pm} \left[\sqrt{N_{\uparrow}} (u_{\mathbf{q},\uparrow\alpha} + v_{\mathbf{q},\uparrow\alpha}) - \sqrt{N_{\downarrow}} (u_{\mathbf{q},\downarrow\alpha} + v_{\mathbf{q},\downarrow\alpha}) \right]^2 \times \delta(\omega - E_{\mathbf{q},\alpha}), \quad (21)$$

其中, N_{\uparrow} 和 N_{\downarrow} 分别两种自旋态的原子数, $E_{\mathbf{q},\pm}$ 为两支准粒子激发的能量, $u_{\mathbf{q},\sigma\alpha}$ 和 $v_{\mathbf{q},\sigma\alpha}$ 为 Bogoliubov

变换的系数, 其取值可用之前文献中的标准计算方法数值求出^[18,20]. 由此, 我们得到运动杂质的能量耗散率为

$$P = \frac{U_0^2 n}{4\pi^2 N} \sum_{\alpha=\pm} \int d^3q E_{\mathbf{q},\alpha} \left[\sqrt{N_{\uparrow}} (u_{\mathbf{q},\uparrow\alpha} + v_{\mathbf{q},\uparrow\alpha}) - \sqrt{N_{\downarrow}} (u_{\mathbf{q},\downarrow\alpha} + v_{\mathbf{q},\downarrow\alpha}) \right]^2 \delta(E_{\mathbf{q},\alpha} - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}). \quad (22)$$

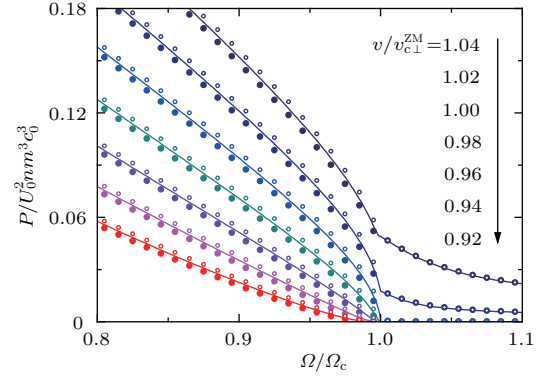


图4 (网刊彩色) 杂质在自旋-轨道耦合 BEC 中以不同速度运动时的能量耗散率. 实线表示运动方向与 \mathbf{k}_r 垂直的结果, 实心点与空心点分别表示运动方向角 $\theta_v = 89.5^\circ$ 和 90.5° 的结果, 相互作用参数与图1相同.

Fig. 4. (color online) Energy dissipation rate of the impurity moving in a spin-orbit coupled BEC with various velocities. The solid line is for the motion in the direction perpendicular to \mathbf{k}_r . The fulfilled dots and empty dots are for the motion with $\theta_v = 89.5^\circ$ and 90.5° , respectively. The interaction parameters are same as Fig. 1.

图4给出了在不同速度条件下, 耗散率随拉曼耦合强度的变化, 实线是杂质沿垂直自旋-轨道耦合方向运动时的结果. 当杂质运动速度大于 ZM 相的临界速度 $v_{c\perp}^{\text{ZM}}$ 时, 在 PW 相和 ZM 相中都会出现耗散; 当杂质运动速度小于 ZM 相的临界速度时, 只有在 PW 相中出现耗散, 且对于一定范围内的速度值 (如, $v/v_{c\perp}^{\text{ZM}} = 0.98, 0.96, 0.94, 0.92$), 耗散率均不为零. 这表明在相变点两侧, 临界速度确实发生了跳变. 值得指出的是, 上述的耗散率特征并不要求杂质的运动方向与 \mathbf{k}_r 方向严格垂直, 当运动的方向角稍稍偏离 $\theta_v = 90^\circ$ 时, 能量耗散率的数值几乎没有变化 (如图4中实心点与空心点所示). 因此仍可根据类似的耗散曲线指认 $v_{c\perp}$ 的不连续性. 实验上, 杂质的能量耗散会引起 BEC 的加热, 通过观测 BEC 的加热效应即可获得关于耗散率及朗道临界速度的信息.

5 讨论与结论

目前, 自旋-轨道耦合 BEC 的大多数实验是在 ^{87}Rb 原子气体中完成的 [5,8-10]. 由于 ^{87}Rb 原子各自旋态之间的相互作用参数差别很小, 现有体系中朗道临界速度的不连续性几乎可以忽略. 若想观测到更显著的 v_c 跳变现象, 需要加大原子间相互作用的自旋依赖. 这有待今后在其他种类原子实验中做进一步探索.

综上所述, 本文采用推广的朗道超流判据研究了运动杂质在自旋-轨道耦合 BEC 中的临界速度, 指出当原子间存在自旋相互作用时, 垂直于自旋-轨道耦合方向的临界速度在量子相变点会发生跳变. 这个现象反映了该体系的一个新特征, 即临界速度并非简单地由运动方向的元激发能谱决定. 本文的研究结果对于理解其他各向异性超流体的临界行为也具有一定的启发意义.

参考文献

- [1] Pitaevskii L P, Stringari S 2016 *Bose-Einstein Condensation and Superfluidity* (New York: Oxford University Press) pp65-67
- [2] Yu Z Q 2017 *Phys. Rev. A* **95** 033618
- [3] Goldman N, Juzeliūnas G, Öhberg P, Spielman I B 2014 *Rep. Prog. Phys.* **77** 126401
- [4] Zhai H 2015 *Rep. Prog. Phys.* **78** 026001
- [5] Lin Y J, Jiménez-García K, Spielman I B 2011 *Nature* **471** 83
- [6] Wang P, Yu Z Q, Fu Z, Miao J, Huang L, Chai S, Zhai H, Zhang J 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 095301
- [7] Cheuk L W, Sommer A T, Hadzibabic Z, Yefsah T, Bakr W S, Zwierlein M W 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 095302
- [8] Zhang J Y, Ji S C, Chen Z, Zhang L, Du Z D, Yan B, Pan G S, Zhao B, Deng Y J, Zhai H, Chen S, Pan J W 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 115301
- [9] Khamsehchi M A, Zhang Y, Hamner C, Busch T, Engels P 2014 *Phys. Rev. A* **90** 063624
- [10] Ji S C, Zhang L, Xu X T, Wu Z, Deng Y, Chen S, Pan J W 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 105301
- [11] Ozawa T, Pitaevskii L P, Stringari S 2013 *Phys. Rev. A* **87** 063610
- [12] Zheng W, Yu Z Q, Cui X, Zhai H 2013 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **46** 134007
- [13] Wu S, Ke Y, Huang J, Lee C 2017 *Phys. Rev. A* **95** 063606
- [14] Zhang Y C, Yu Z Q, Ng T K, Zhang S, Pitaevskii L, Stringari S 2016 *Phys. Rev. A* **94** 033635
- [15] Ho T L, Zhang S 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 150403
- [16] Li Y, Pitaevskii L P, Stringari S 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 225301
- [17] Martone G I, Li Y, Pitaevskii L P, Stringari S 2012 *Phys. Rev. A* **86** 063621
- [18] Yu Z Q 2012 *Report of Postdoc Research* (Beijing: Tsinghua University) (in Chinese) [余增强 2012 博士后研究报告 (北京: 清华大学)]
- [19] Pitaevskii L P, Stringari S 2016 *Bose-Einstein Condensation and Superfluidity* (New York: Oxford University Press) pp89-91
- [20] He L, Yu Z Q 2016 *Acta Phys. Sin.* **13** 131101 (in Chinese) [贺丽, 余增强 2016 物理学报 **13** 131101]

Landau critical velocity of spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensate across quantum phase transition*

He Li^{1)†} Yu Zeng-Qiang²⁾

1) (College of Physics and Electronic Engineering, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

2) (Institute of Theoretical Physics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

(Received 7 July 2017; revised manuscript received 22 August 2017)

Abstract

An impurity immersed in a superfluid can move without friction when its velocity is below a critical value. This phenomenon can be explained by the famous Landau criterion, according to which, the critical velocity is determined by the elementary excitation spectrum of the superfluid. Landau critical velocity has been measured in the isotropic superfluid, such as the liquid He-II and the Bose-Einstein condensates of dilute atomic gases, where the onset of dissipation is due to the creation of roton and phonon, respectively. The recent realization of synthetic spin-orbit coupling in quantum gas opens up possibilities for the study of novel superfluidity with ultracold atoms. To date, a specific type of spin-orbit coupling, which is generated by a pair of Raman laser beams, has been achieved in a Bose-Einstein condensate of ^{87}Rb experimentally. Remarkably, the excitation spectrum of this system is anisotropic and can be feasibly tuned by the external laser field. While the anisotropic dynamics has been observed experimentally, the critical velocity has not been measured so far. It is a conventional wisdom that in an anisotropic superfluid, the critical velocity is determined by the excitation spectrum in the moving direction of the impurity. However, this is not always the case. In this work, we investigate the motion of a point-like impurity in a spin-orbit-coupled condensate with the spin-dependent interatomic interaction. In the vicinity of the quantum phase transition between the plane-wave (PW) phase and the zero-momentum (ZM) phase, the onset of the dissipation is due to the emission of a phonon, and the Landau critical velocity v_c depends on the anisotropic sound velocity. While the sound velocity varies smoothly across the PW-ZM phase transition, the critical velocity in the direction perpendicular to the axis of spin-orbit coupling exhibits a sudden jump at the phase boundary. The value of v_c on the PW phase side of the transition is generally smaller than the one on the ZM phase side, and the jump amplitude of v_c is an increasing function of the spin-dependent interaction strength. Beyond the critical velocity, the energy dissipation rate of the impurity is explicitly calculated via a perturbation approach. The discontinuity of v_c at the phase boundary can be clearly seen from the dissipation curves, which can be measured through the heating of the condensate. Our prediction can be tested in the current experiments with ultracold atoms.

Keywords: spin-orbit coupling, Bose-Einstein condensate, Landau critical velocity, superfluidity

PACS: 03.75.Kk, 03.75.Hh, 67.30.hm

DOI: 10.7498/aps.66.220301

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11674202), and the Applied and Fundamental Research Program of Shanxi Province, China (Grant No. 201601D011014).

† Corresponding author. E-mail: heli@sxu.edu.cn