

一维颗粒声子晶体的拓扑相变及可调界面态

王青海 李锋 黄学勤 陆久阳 刘正猷

The topological phase transition and the tunable interface states in granular crystal

Wang Qing-Hai Li Feng Huang Xue-Qin Lu Jiu-Yang Liu Zheng-You

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, **66**, 224502 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.224502

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.224502>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I22>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

二维颗粒堆积中压力问题的格点系统模型

Lattice model for pressure problems in two-dimensional granular columns

物理学报.2017, 66(20): 204501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.204501>

颗粒样品形变对声波传播影响的实验探究

Experimental study on the influence of granular shear deformation on sound propagation

物理学报.2017, 66(15): 154502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.154502>

水平激励下颗粒物质的有效质量及耗散功率的研究

Effective mass spectrum and dissipation power of granular material under the horizontal and vertical excitation

物理学报.2016, 65(23): 234501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.234501>

基于离散元方法的颗粒材料缓冲性能及影响因素分析

Buffer capacity of granular materials and its influencing factors based on discrete element method

物理学报.2016, 65(10): 104501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.104501>

振动驱动颗粒气体体系的局域态本构关系的实验验证

Experimental study on the local equation of state for vibrated granular gases

物理学报.2013, 62(16): 164503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.164503>

专题: 拓扑经典波动

一维颗粒声子晶体的拓扑相变及可调界面态*

王青海¹⁾ 李锋¹⁾ 黄学勤¹⁾ 陆久阳¹⁾ 刘正猷^{2)†}

1)(华南理工大学物理与光电学院, 广州 510640)

2)(武汉大学物理科学与技术学院, 武汉 430072)

(2017年8月18日收到; 2017年10月24日收到修改稿)

基于 Su-Schrieffer-Heeger 模型, 构造了一种一维非线性声子晶体, 通过调控外加在声子晶体上的预紧力, 可调控声子晶体的拓扑态, 从而实现拓扑相变. 利用这一效应, 将该非线性声子晶体与另一线性声子晶体形成异质结构, 可以实现一种新型声学开关: 通过调节预紧力即调控非线性声子晶体的拓扑相, 可以实现异质结构中界面态从无到有的转变, 从而实现了开关效应. 利用该效应可望开发新型声学器件, 如可调谐振器、可调滤波器、可调隔振器等.

关键词: 界面态, 可调, 拓扑相变, 颗粒声子晶体

PACS: 45.70.-n, 05.45.-a, 46.40.Cd

DOI: 10.7498/aps.66.224502

1 引言

声子晶体是一种质量密度和弹性系数周期性分布的新型功能材料, 它具有能带结构、缺陷模式、负折射等特性, 在减振降噪、声学成像及声学器件等方面具有应用前景^[1]. 到目前为止所研究的声子晶体大多为被动型, 不能主动调节^[2]. 为了实现声子晶体的更多功能, 人们提出了可调性声子晶体的概念^[3-6]. 可调性声子晶体调节的主要方法一是改变材料尺寸、改变晶格结构^[3]等; 二是使用对磁场或者温度等敏感的材料^[4,5]; 三是引入非线性^[6].

本文研究的颗粒声子晶体 (granular phononic crystals) 或颗粒晶体是一种非线性声子晶体. 颗粒晶体的非线性源于颗粒间的赫兹接触. 当用一定的预紧力将两个颗粒挤压在一起时, 两个颗粒物间的挤压形变与预紧力是一种非线性关系, 这就是赫兹接触^[7]. 颗粒晶体就是将这些离散颗粒按照某种周期进行排列而形成的晶体, 颗粒之间具有非线性赫兹接触. 由于颗粒晶体的色散关系可以通过预紧力动态调节, 因此颗粒声子晶体是一种可调声子晶

体^[8,9].

此外, 随着拓扑理论的发展, 人们发现在拓扑非平庸体系和拓扑平庸体系的界面处会出现局域态. 由于这种局域态受拓扑保护, 因而具有鲁棒性. Su-Schrieffer-Heeger (SSH) 模型作为一种经典的模型, 虽然其结构十分简单, 但却蕴含着丰富的物理现象^[10-14], 比如它是一维拓扑绝缘体, 存在着非线性现象和拓扑保护束缚态. 因此, 将可调性声子晶体与 SSH 模型结合研究具有重要意义.

本文将非线性与拓扑概念结合, 提出了利用调控外加预紧力实现颗粒声子晶体拓扑相变, 由此设计一种新型声学开关. 通过预紧力调节颗粒声子晶体能带和拓扑相位, 进而实现界面态从无到有的变化, 基于此可望开发非线性可调新型功能器件, 如可调谐振器、可调滤波器、可调隔振器^[15]等.

2 理论背景和研究模型

当用一定大小的预紧力 F 挤压两个宏观弹性颗粒物时, 相比于未受到挤压时的颗粒物形状大小, 由于预紧力 F 的挤压导致了这两个颗粒物间

* 国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2015CB755500)、国家自然科学基金 (批准号: 61271139, 11572318, 11604102, 11374233)、广东省引进创新创业团队项目 (批准号: 2016ZT06C594) 和博士后创新人才支持计划 (批准号: BX201600054) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zylu@whu.edu.cn

的接触面积发生改变,由此产生了一个挤压形变 δ .对于圆柱形颗粒物,当相邻圆柱的轴夹角 $\alpha \neq 0^\circ$ 时,在静态预紧力 F 的作用下,

$$F = \begin{cases} \beta\delta^{3/2}, & \delta > 0 \\ 0, & \delta \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

颗粒间的挤压形变 δ 与 F 满足赫兹定律^[7].

上式中, β 是圆柱形颗粒物的刚度系数,它与圆柱半径、泊松比、杨氏模量有关,还与相邻圆柱轴夹角 α 有关.当相邻颗粒挤压形变 δ 较小时,可以将挤压形变 δ 与施加的预紧力 F 间的关系线性化成 $F \approx K\delta$,其中, K 为固体弹性颗粒间的等效刚度系数:

$$K = \frac{3}{2}\beta\delta^{1/2}. \quad (2)$$

从(2)式可以看出,两个相互挤压接触的颗粒物间的等效刚度系数 K 与材料的体刚度系数 β 和挤压形变 δ 都有关.联立(1)和(2)可得施加的预紧力 F 与等效刚度系数 K 的关系为

$$K = \frac{3}{2}\beta^{2/3}F^{1/3}. \quad (3)$$

从(3)式可以看出,如果相邻圆柱轴夹角 α 不为零,等效刚度系数 K 与随着预紧力 F 单调递增,

但不是线性增加.由于挤压形变 δ 较小,等效刚度系数 K 与材料的体刚度系数 β 相比小得多.因此,当相邻圆柱轴夹角 α 不为零时,相互挤压接触的两个圆柱形颗粒物产生的形变行为可以等效为:在预紧力 F 作用下,连接着两个质点的等效刚度系数 K 的非线性弹簧所产生的形变.下文中将一维颗粒晶体体系抽象简化为一维无限长“弹簧-质点”体系^[15],且用 k_1, k_2, k_3, k_4 代表材料的等效刚度系数.

研究模型如图1(a)所示.这个一维链由100个圆柱形颗粒排列而成.制作圆柱形颗粒物所用的材料都是有机玻璃(PMMA),它的密度为 1186 kg/m^3 ,杨氏模量为 4.75 GPa ,泊松比为 0.35 .所有的粗圆柱形颗粒的半径 $R = 12 \text{ mm}$,长度 $L = 12 \text{ mm}$.在界面左边,两个互相挤压接触的圆柱形颗粒的轴夹角 $\alpha = 5^\circ$,它们之间是赫兹接触,可以等效为连接两质点的非线性弹簧 k_1 ;夹在两粗圆柱形颗粒间的细圆柱(所用材料为PMMA),它的半径 $R = 1 \text{ mm}$,长度 $L = 2 \text{ mm}$,可以等效为线性弹簧 k_2 .在界面右边,夹在两粗圆柱形颗粒间的一种细圆柱(所用材料为PMMA),它的半径 $R = 1 \text{ mm}$,长度 $L = 1.5 \text{ mm}$,可以等效为线性

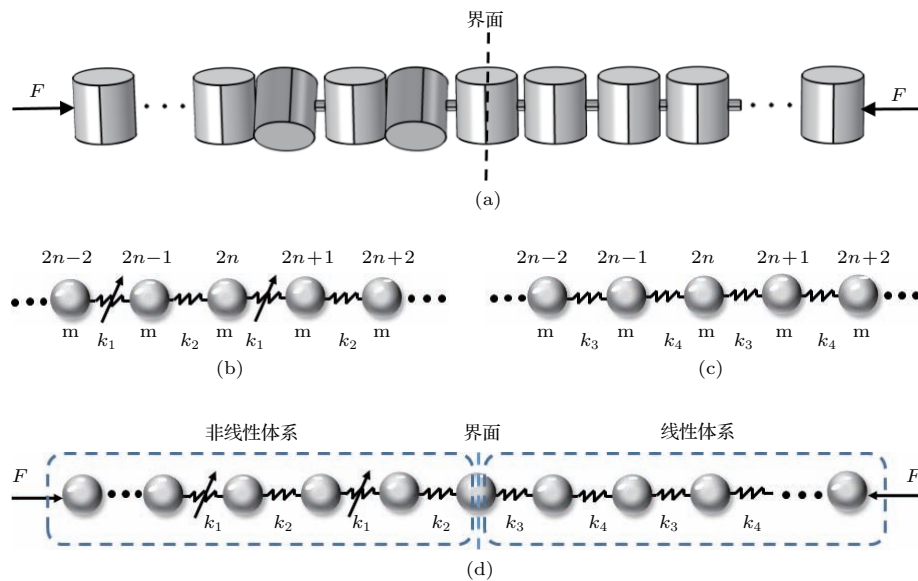


图1 研究模型及其简化模型 (a) 研究模型; (b) 由研究模型中界面左边简化而来,等效刚度系数 k_1 的弹簧随着预紧力变化而变化,等效刚度系数 k_2 的弹簧不随预紧力变化; (c) 由研究模型中界面右边简化而来,等效刚度系数 k_3 和 k_4 的弹簧不随预紧力变化; (d) 研究模型的简化模型

Fig. 1. A schematic of experiment setup, the 1D diatom granular crystal model and the simplification of our model: (a) A schematic of experiment setup; (b) the simplification of the experiment setup in the left of interface, the chain is composed with nonlinear springs whose equivalent stiffness coefficient k_1 can be changed by external force and linear springs with constant k_2 ; (c) the simplification of the experiment setup in the right of interface, 1D diatom granular crystal model is composed of two types of linear springs with constant k_3 and k_4 ; (d) the simplification of experiment setup.

弹簧 k_3 ; 夹在两粗圆柱形颗粒间的另一种细圆柱 (所用材料为PMMA), 它的半径 $R = 1 \text{ mm}$, 长度 $L = 2.5 \text{ mm}$, 可以等效为线性弹簧 k_4 . 初始时刻, 加载在体系两端的预紧力 $F = 12 \text{ N}$.

仿照 SSH 模型^[10-14], 我们将图 1(a) 简化为两个一维双原子颗粒声子晶体体系, 如图 1(b) 和图 1(c) 所示. 在这两个一维双原子链上, 所有质点的质量都为 m , 其中一种链上连接最近邻原子间的弹簧的等效刚度系数交错地为 k_1 和 k_2 , 另一种链上连接最近邻原子间的弹簧的等效刚度系数交错地为 k_3 和 k_4 . 界面左边简化为图 1(b)——由“非线性弹簧-质点-线性弹簧”原胞所组成的一维无限长双原子链, 当加载在体系两端的预紧力为 F 时, 其中一个弹簧是非线性弹簧, 其等效刚度系数 k_1 随预紧力 F 的变化而变化, 即 $k_1 = 3\beta^{2/3}F^{1/3}/2$ ($\alpha = 5^\circ$); 另一个弹簧是线性弹簧, 其等效刚度系数 k_2 不随预紧力 F 的变化而变化. 界面右边简化为图 1(c)——由原胞“线性弹簧-质点-线性弹簧”所组成, 两个弹簧是都线性弹簧, 其等效刚度系数 k_3 和 k_4 都不随预紧力 F 变化. 如图 1(d) 所示, 简化后的研究模型中, 界面左侧是一个非线性体系 (图示见 1(b)), $m = 6.40 \text{ g}$, 开始时使施加外力 $F = 603F_0/1000$ (其中 $F_0 = 19.91 \text{ N}$); k_2 为线性弹簧, 根据胡克定律 $F/S = E\delta/L$ (其中, F, S, E, L 分别代表力、截面积、杨氏模量、长度) 及 $F = k_2\delta$ 可得, $k_2 = 7.46 \times 10^6 \text{ N/m}$; k_1 为非线性弹簧, 它的 k_1 随着预紧力 F 单调变化, 且当 $F = F_0$ 时, $k_1 = k_2$. 研究模型中, 界面右侧是一个线性体系 (见图 1(c)), $m = 6.40 \text{ g}$; 它的 k_3, k_4 都不随着预紧力 F 的变化而变化, 根据胡克定律同理可得: $k_3 = 9.95 \times 10^6 \text{ N/m}, k_4 = 5.97 \times 10^6 \text{ N/m}$.

3 颗粒晶体体系中的色散关系和拓扑相位

首先研究图 1(b) 中的一维双原子颗粒晶体第 n 个原胞 (即第 $2n$ 和第 $2n + 1$ 个颗粒以及连接它们的弹簧) 的动力学行为. 用 a 表示都处在平衡位置时的相邻两颗粒物质心间的距离; 用 u_{2n}, u_{2n+1} 表示第 n 个原胞中两个颗粒沿着链的方向运动时偏离初始平衡位置的位移; 用 β_{2n}, β_{2n+1} 代表第 n 个原胞中的两颗粒的刚度系数; 用 k_{2n}, k_{2n+1} 代表第 n 个原胞中两颗粒在初始静态预紧力 F 的作用下两颗粒间的等效刚度系数, 且

$k_{2n} = k_1, k_{2n+1} = k_2$; 用 $\delta_{2n,0}, \delta_{2n+1,0}$ 代表第 n 个原胞中的两个颗粒在静态预紧力为 F 时的偏离平衡位置的初始形变; 从 (1) 式也可以看出, 颗粒晶体有一个鲜明的特点, 就是其相邻颗粒之间的无拉伸形变 δ , 简记为 $[\delta]_+$. 在忽略损耗的条件下, 根据牛顿第二定律, 则第 n 个原胞中两个颗粒的质心的运动方程^[15] 为:

$$\begin{aligned} mu_{2n}'' &= \beta_{2n-1} [\delta_{2n,0} + u_{2n-1} - u_{2n}]_+^{3/2} \\ &\quad - \beta_{2n} [\delta_{2n+1,0} + u_{2n} - u_{2n+1}]_+^{3/2}, \quad (4) \\ mu_{2n+1}'' &= \beta_{2n} [\delta_{2n+1,0} + u_{2n} - u_{2n+1}]_+^{3/2} \\ &\quad - \beta_{2n+1} [\delta_{2n+2,0} + u_{2n+1} - u_{2n+2}]_+^{3/2}. \quad (5) \end{aligned}$$

将 (4) 和 (5) 式的右边部分按幂级数展开, 当颗粒物质心偏离平衡位置的位移大小远小于颗粒物的初始形变时, 即满足 $|u_{2n-1} - u_{2n}| \ll \delta_{2n,0}$ 和 $|u_{2n} - u_{2n+1}| \ll \delta_{2n+1,0}$ 时, 可以只保留 (3) 和 (4) 式右边部分幂级数展开项中的简谐近似项. 令等效刚度系数 $k_1 = 3\beta_{2n}\delta_{2n}^{1/2}/2, k_2 = \beta_{2n+1}$, 于是, 将方程 (3) 和 (4) 线性化, 可得

$$\begin{aligned} mu_{2n}'' &= k_2(u_{2n-1} - u_{2n}) \\ &\quad - k_1(u_{2n} - u_{2n+1}), \quad (6) \\ mu_{2n+1}'' &= k_1(u_{2n} - u_{2n+1}) \\ &\quad - k_2(u_{2n+1} - u_{2n+2}). \quad (7) \end{aligned}$$

(6), (7) 式在简谐振动时有下列形式的格波解^[16]: $u_{2n} = A e^{i[\omega t - (2n)ak]}$, $u_{2n+1} = B e^{i[\omega t - (2n+1)ak]}$. 引入 $\psi_k = \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$,

则 (5) 和 (6) 式可以改写为

$$H(k)\psi_k = \omega^2\psi_k, \quad (8)$$

其中:

$$H(k) = \begin{pmatrix} \frac{k_1 + k_2}{m} & \frac{-k_1 e^{-ika} - k_2 e^{ika}}{m} \\ \frac{-k_1 e^{ika} - k_2 e^{-ika}}{m} & \frac{k_1 + k_2}{m} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

可解得 (8) 式的色散关系为

$$\begin{aligned} \omega_{\pm} &= \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m} \pm \frac{\sqrt{k_1^2 + k_2^2 + 2k_1k_2 \cos 2ka}}{m}}, \\ k &\in \left(-\frac{\pi}{2a}, \frac{\pi}{2a}\right). \quad (10) \end{aligned}$$

由(10)式可知: 无论是 $k_1 < k_2$ 还是 $k_1 > k_2$, 带隙的上、下限都在 $k = \pi/2a$ 处取得, 能带的截止频率都在 $k = 0$ 处取得, 能带在 $k_1 = k_2$ 时闭合. 因此, 可以根据实际需要方便地设计带隙范围, 并且可以设计能带的带隙宽度.

此外, 在凝聚态体系中, 人们用拓扑相位刻画和区分拓扑物态. 通常情况下, 人们通过研究晶格倒空间(即动量空间)中能带的拓扑性质来标记拓扑物态^[17]. 在一维系统中, 人们通常用表征材料体能带的几何性质的 Zak 相位来描述动量空间中能带所对应的拓扑不变量^[18]. 下面推导所研究模型中的能带的 Zak 相位.

引入如下矩阵和算符:

$$\begin{aligned} \mathbf{I} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \\ \sigma_y &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (11)$$

(9)式可以改写为

$$\begin{aligned} H(k) &= \frac{k_1 + k_2}{m} \mathbf{I} - \frac{(k_1 + k_2) \cos ka}{m} \sigma_x \\ &\quad - \frac{(k_1 - k_2) \sin ka}{m} \sigma_y. \end{aligned} \quad (12)$$

由于 $H(k)$ 中的单位矩阵 \mathbf{I} 只是上下平移频带, 对并不影响体系的拓扑, 因此讨论体系的能带拓扑时, 可以忽略此项. 由 Zak 相位的定义^[18]:

$$\theta^{\text{Zak}} = \int_{-\frac{\pi}{2a}}^{+\frac{\pi}{2a}} \psi_k^* i \partial_k \psi_k dk. \quad (13)$$

由于一维双原子颗粒晶体只有两条能带——声学支能带和光学支能带, 我们用 γ_- 代表它的声学支能带的 Zak 相位, 用 γ_+ 代表它的光学支能带的 Zak 相位. 计算可得: 当 $k_1 < k_2$ 时, $\gamma_- = \pi$, $\gamma_+ = \pi$; 当 $k_1 > k_2$ 时, $\gamma_- = 0$, $\gamma_+ = 0$. 对于图 1(c), 由于 k_3, k_4 都不随着预紧力 F 变化且 $k_3 > k_4$, 同理可以计算得, $\gamma_- = 0$, $\gamma_+ = 0$.

4 预紧力的改变导致能带反转和拓扑相变

从(10)式可以得知, 决定所研究模型的色散关系的因素有三个: m, k_1 和 k_2 . 因此, 如果要调节该体系的色散关系, 就要从调节这三个参数着手. 对于图 1(b) 所示的一维双原子颗粒晶体模型, 其等效刚度系数 k_1 的弹簧随着预紧力 F 变化而变化, 等效刚度系数 k_2 的弹簧不随预紧力 F 变化, 因此,

改变预紧力 F 将导致 k_1, k_2 的相对大小发生改变, 从而导致其色散曲线的改变. 这样, 对于图 1(b) 所示的一维双原子颗粒晶体, 通过预紧力 F 也就能实现调节能带和改变能带带隙的目标.

设 $k_1 = k_2$ 时, 预紧力 F 大小为 $F = F_0$. 那么, 当 $k_1 < k_2$ 时, $F < F_0$; 当 $k_1 > k_2$ 时, $F > F_0$. 因此, 结合(10)式可以得到: 当 $F = F_0$ 时, 此时能带带隙闭合; 当 $F < F_0$ 时或者当 $F > F_0$ 时, 体系能带带隙将打开. 将上述三种 F 情形下体系的色散关系标注在图 2(a)—(c) 中.

由于不同的拓扑相位标志着不同的拓扑物态, 调节能带的拓扑相位以实现拓扑相变, 也是调节材料性能的一个思路. 一维体系中, 实现拓扑相变的其中一种方式是实现能带反转^[12,19]. 因此, 可以通过调节一维双原子颗粒晶体的色散关系, 从而改变能带的 Zak 相位, 进而实现拓扑相变. 结合上文可知: 当 $F < F_0$ 时, $\gamma_- = \pi, \gamma_+ = \pi$; 当 $F > F_0$ 时, $\gamma_- = 0, \gamma_+ = 0$. 这样, 通过改变预紧力 F 也能在一维双原子颗粒晶体中实现拓扑相变的目标. 将 $F < F_0$ 和 $F > F_0$ 这两种情形下一维双原子颗粒晶体能带的 Zak 相位也标注在图 2(a) 和图 2(c) 中.

对于所研究的一维双原子颗粒晶体, 其带隙下的能带是声学支能带. 可知, 当 $F < F_0$ 时, 声学支能带 Zak 相位 $\gamma_- = \pi$; 当 $F > F_0$ 时, 声学支能带 Zak 相位 $\gamma_- = 0$. 这也意味着, 改变预紧力 F 将可能导致声学支能带 Zak 相位的改变, 从而将导致能带的拓扑性质的改变. 声学支能带的 Zak 相位随预紧力 F 的变化关系如图 3(a) 所示. 由于带隙的拓扑性质与该带隙之下的体能带拓扑相位之和有关^[19], 所以, 当 $F < F_0$ 时, 带隙是拓扑非平庸的; 当 $F > F_0$ 时, 带隙是拓扑平庸的. 因此, 在 $F = F_0$ 前和后, 不仅能带的 Zak 相位发生了变化, 而且带隙的拓扑性质也发生了变化. 其带隙随预紧力 F 的变化如图 3(b) 所示. 这里 $m = 6.40 \text{ g}$, $k_2 = 7.46 \times 10^6 \text{ N/m}$, $F_0 = 19.91 \text{ N}$.

此外, 研究发现, 在两种不同材料的界面处是否存在界面态与界面两边的材料的阻抗有密切关系. 因此, 要确认两种不同材料的界面处是否有界面态, 利用它们的阻抗信息是一种重要判断思路. 文献^[19]严格地证明了带隙的阻抗与该带隙下 Zak 相位之间有关, 且体系带隙的阻抗符号与该带隙下的拓扑相位间的数学关系为:

$$\text{sgn}[\zeta^{(n)}] = (-1)^l (-1)^n \exp\left(i \sum_{m=0}^{n-1} \theta_m^{\text{Zak}}\right), \quad (14)$$

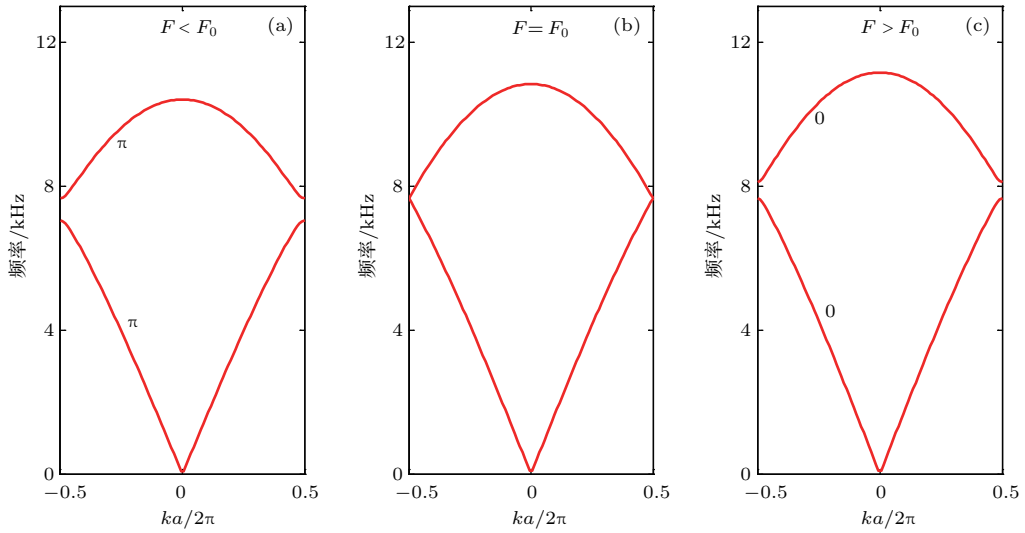


图2 不同预紧力情形下, 一维双原子颗粒晶体的能带和 Zak 相位 (a) $F = 603F_0/1000$ 时; (b) $F = F_0$ 时; (c) $F = 1406F_0/1000$ 时; (a), (b), (c) 情形下两颗粒物的质量 $m = 6.40$ g, $k_2 = 7.46 \times 10^6$ N/m, $F_0 = 19.91$ N; (a), (c) 情形下的体系的能带 Zak 相位分别标注在对应的能带上

Fig. 2. Dispersion relationship and the Zak phase of the 1D diatom granular crystal at different precompression F : (a) $F = 603F_0/1000$; (b) $F = F_0$; (c) $F = 1406F_0/1000$. The mass of the all granular is $m = 6.40$ g, equivalent stiffness coefficient $k_2 = 7.46 \times 10^6$ N/m, $F_0 = 19.91$ N. The Zak phase under disparate condition are marked on the respective energy band.

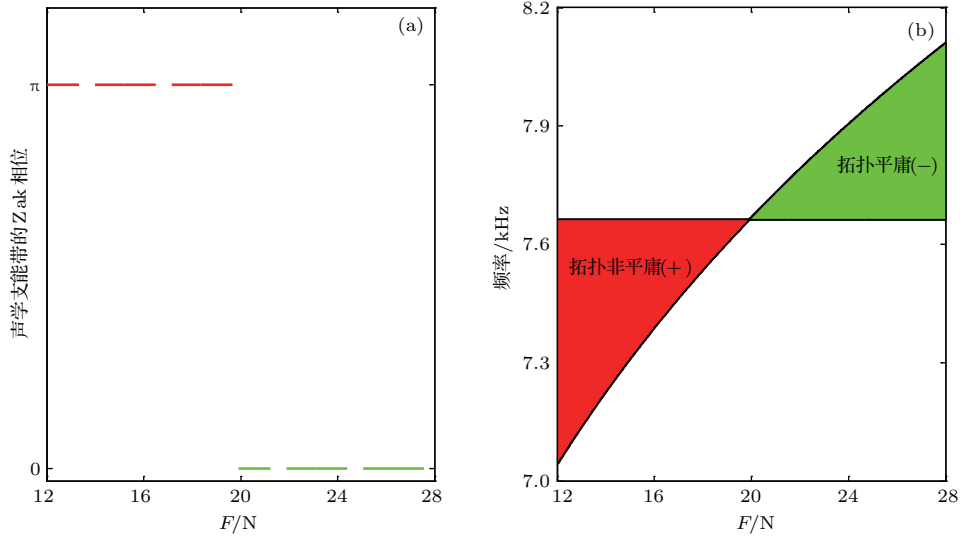


图3 预紧力改变导致的拓扑相变 (a) 声学支能带的 Zak 相位随预紧力 F 的变化情况; (b) 一维二原子颗粒晶体能带带隙上下限随预紧力 F 的变化情况

Fig. 3. Topological phase transition caused by F : (a) The Zak phase of the acoustic band change along with F ; (b) the band gap is tuned by precompression F .

式中, $\zeta^{(n)}$ 为第 n 个带隙的阻抗符号, θ_m^{Zak} 为第 n 带隙以下其中第 m 条能带的 Zak 相位, l 为第 n 带隙以下相交的能带个数. 由于在 $F = F_0$ 前和后, 能带的 Zak 相位发生了变化, 因此, 当 $F < F_0$ 时, 带隙的阻抗符号为“+”; 当 $F > F_0$ 时, 带隙的阻抗符号为“-”. 将带隙的阻抗符号也标记在图 3(b) 中. 从上文可知, 由于 k_3, k_4 都不随着预紧力 F 变化, $\gamma_- = 0, \gamma_+ = 0$. 因此, 不论预紧力 F 如何变化,

图 1(c) 所示的模型的带隙始终是拓扑平庸的, 带隙的阻抗符号始终为“-”.

5 预紧力调节界面态

通常, 有两种方法可以判断体系界面处是否有界面态存在. 一种方法是利用阻抗, 即在经典波中, 当入射波从其中一种介质入射到另一种介质时, 如

果界面两边的介质的阻抗大小相等、符号相反, 那么在两种介质的界面处就会存在界面态. 另一种方法是利用拓扑的概念, 即拓扑性质不同的两种材料, 如果它们存在着公共带隙, 那么在这两材料相互接触的界面处也存在界面态^[20]. 下文中结合这两种方法来确认界面态的有和无.

拓扑绝缘体^[20] 理论上的创新也使得人们意识到, 除了时间反演对称性可以导致拓扑界面态, 空间群对称性也可以导致对称性保护的拓扑物态^[21] 出现. 因此, 构建具有镜面对称性的一维双原子颗粒晶体体系, 也可以构造出界面态. 然而, 如果两颗粒物挤压接触, 从(3)式可知, 这两颗粒物间的等

效刚度系数随着预紧力增加而单调递增, 那么, 要想在颗粒晶体体系中实现界面态调节, 就需要不同颗粒物间的等效刚度系数随预紧力变化程度有较大差别(有一个等效刚度系数不随预紧力变化). 图1(d)中(简化的研究模型), 体系界面左侧的等效刚度系数按照 k_1, k_2 的顺序交替分布, 体系界面右侧的等效刚度系数按照 k_2, k_1 的顺序交替分布. 体系界面处的类型有两种, 一种为“ k_1-k_4 ”, 另一种为“ k_2-k_3 ”. 对于上述任一情形, 由于界面两边体系的 Zak 相位不同, 从上述的分析可知, 不论界面处是哪一种类型, 界面处一定存在界面态, 下文中只研究其中一种情形, 另一种情形的研究方法和得出的

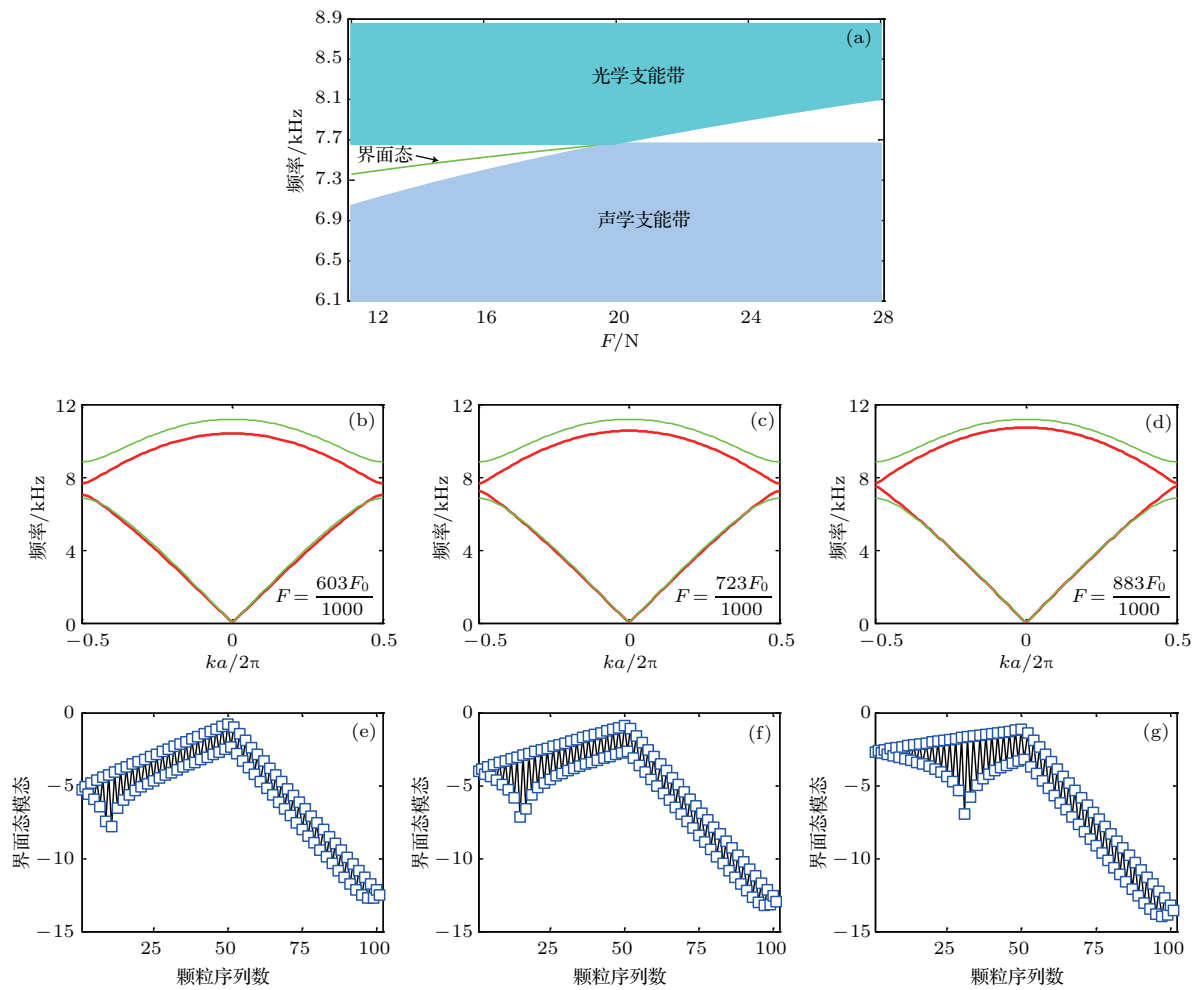


图4 体系界面两边的能带和界面态模态(取 log 后)随着预紧力 F 的变化情况 (a) 体系的频率谱(只给出了我们所关注的涵盖公共带隙的一部分)随着预紧力 F 的变化情况, 当 $F < F_0$, 界面态(绿色实线标记)存在; 当 $F > F_0$ 时, 界面态消失; (b), (c), (d) 界面态体系左边的能带用红色实线表示, 随着预紧力 F 的增加而不断抬高; 体系右边的能带用绿色实线表示, 随着预紧力 F 的增加而保持不变; (e), (f), (g) 当 $F < F_0$ 时, 界面态模态随着预紧力 F 的增加而局域程度下降

Fig. 4. The energy bands on the left or right of the interface and the log of amplitude of the interface modes at the interface change along with F . When $F < F_0$, the interface modes (marked in green solid line) exists in the frequency spectrum; when $F > F_0$, the interface modes disappear, as shown in (a); the red solid line label the the energy bands on the left of the interface, and its change when F varies, as shown in (b), (c), (d); the green solid line label the the energy bands on the right of the interface, and remian unchanged when F varies, as shown in (b), (c), (d); when $F < F_0$, the local level of interface modes drop continuously as F increased, as shown in (e), (f), (g).

结论类似. 因此, 设定下面分析该体系中界面处的界面态随着预紧力 F 增加的变化情况.

图 4(a) 展示了整个体系的频率谱随预紧力 F 的变化情况. 可以看到, 当 $F < F_0$ 时 ($F_0 = 19.91$ N), 界面态 (绿色实线标记) 存在于体系的公共带隙中; 当 $F > F_0$ 时, 界面态消失了. 图 4(b)—(d) 进一步说明了当 $F < F_0$ 时, 界面左右两侧的能带随预紧力的变化情况, 由图可见, 开始时使施加一定的预紧力, 然后缓慢增加预紧力 F , 体系左边的能带 (红色实线表示) 会缓慢上移, 体系右边的能带 (绿色实线表示) 保持原状不变, 这样, 随着预紧力的增加, 界面两边体系的公共能带带隙逐渐减小. 当 $F < F_0$ 时, 体系左边的能带的带隙的阻抗符号为“+”, 带隙是拓扑非平庸的; 体系右边的能带的带隙阻抗符号为“-”, 带隙是拓扑平庸的. 因此, 当 $F < F_0$ 时, 此时体系中存在界面态. 当 $F > F_0$ 时, 体系左边的带隙的阻抗符号为“-”, 带隙是也变为拓扑平庸的; 体系右边的阻抗符号始终为“-”, 带隙是也始终为拓扑平庸的. 那么, 当 $F > F_0$ 时, 体系界面处的界面态将会消失. 这样, 在不改变结构的情况下, 仅仅通过改变预紧力 F , 就可以使界面态先出现后消失, 从而实现了界面态的调节.

为了说明界面态的局域程度随预紧力 F 的变化关系, 选取几个预紧力 F 做图, 见图 4(e)—(g). 实际上, 虽然 $F < F_0$ 时, 图 4(b)—(d) 所示情形下, 体系界面处都存在界面态, 但是随着预紧力 F 的增加, 界面两边体系 (对应于图 1(b) 与图 1(c) 所示的颗粒晶体链) 的公共带隙不断变小 (见图 4(b)—(d)), 界面态的局域程度也随之下落; 并且由于界面左边的体系的能带不断抬升, 而界面右边的体系的能带保持不变, 界面态模式对应的频率也处在界面右边体系的带隙中, 这就导致了界面态在界面右边衰减的要比界面左边更快. 当 $F > F_0$ 时, 体系界面处界面态消失. 从这些图可以看出, 随着预紧力 F 的增加, 界面态的空间局域程度不断下降, 最后消失. 这样, 通过改变加载在体系两端的预紧力 F , 实现了界面态的有无的调节.

6 结 论

本文研究了一维圆柱形颗粒组成可调颗粒声子晶体, 并通过调节预紧力在该体系中实现了界面态的开关效应. 由于两个相互挤压接触的颗粒物间是赫兹接触, 两颗粒物间等效刚度系数会随着预紧

力的增加而增加、随着预紧力的减小而减小. 因此, 改变预紧力可以调节颗粒晶体的色散关系. 基于 SSH 模型, 构造了一维颗粒声子晶体体系, 并将其简化为“质点-弹簧”模型. 在不改变体系结构的情况下, 改变预紧力能够动态调节颗粒晶体的色散关系, 改变预紧力就可以在了一维颗粒晶体体系实现拓扑相变, 由此可以实现颗粒晶体体系界面态的动态调节, 并实现界面态从有到无的调节. 本文的研究可以促进拓扑和非线性的相关研究, 为开发可调声学器件 (如可调谐振器、可调滤波器、可调隔振器) 打下理论基础.

参考文献

- [1] Ma G C, Sheng P 2016 *Sci. Adv.* **2** e1501595
- [2] Yang S X, Page J H, Liu Z Y, Cowan M L, Chan C T, Sheng P 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 024301
- [3] Wu F G, Liu Z Y, Liu Y Y 2002 *Phys. Rev. E* **66** 046628
- [4] Wu L Y, Yang W P, Chen L W 2008 *Phys. Lett. A* **372** 2701
- [5] Matar O B, Robillard J F, Vasseur J O, Hennion A C H, Deymier P A, Pernod P, Preobrazhensky V 2012 *J. Appl. Phys.* **111** 054901
- [6] Boechler N, Theocharis G, Daraio C 2011 *Nat. Mater.* **10** 665
- [7] Porter M A, Kevrekidis P G, Daraio C 2015 *Phys. Today* **68** 44
- [8] Li F, Ngo D, Yang J Y, Daraio C 2012 *Appl. Phys. Lett.* **101** 171903
- [9] Garcia M S, Lydon J, Daraio C 2016 *Phys. Rev. E* **93** 010901
- [10] Sinev I S, Mukhin I S, Slobozhanyuk A P, Poddubny A N, Miroshnichenko A E, Samuseva A K, Kivshar Y S 2015 *Nanoscale* **7** 11904
- [11] Weimann S, Kremer M, Plotnik Y, Lumer Y, Nolte S, Makris K G, Segev M, Rechtsman M C, Szameit A 2017 *Nat. Mater.* **10** 4811
- [12] Xiao M, Ma G C, Yang Z Y, Sheng P, Zhang Z Q, Chan C T 2015 *Nat. Phys.* **11** 240
- [13] Xiao Y X, Ma G C, Zhang Z Q, Chan C T 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 166803
- [14] Kane C L, Lubensky T C 2014 *Nat. Phys.* **10** 2835
- [15] Theocharis G, Boechler N, Daraio C 2013 *Nonlinear Phononic Periodic Structures and Granular Crystals* (Berlin Heidelberg: Springer) p217
- [16] Huang K, Han R Q 1988 *Solid State Physics* (Beijing: Higher Education Press) p93 (in Chinese) [黄昆著, 韩汝琦改编 1988 固体物理学 (北京: 高等教育出版社) 第 93 页]
- [17] Berry M V 1984 *Proc. R. Soc. Lond. A* **392** 45
- [18] Zak J 1989 *Phys. Rev. Lett.* **62** 2747
- [19] Xiao M, Zhang Z Q, Chan C T 2014 *Phys. Rev. X* **4** 021017
- [20] Qi X L, Zhang S C 2011 *Rev. Mod. Phys.* **83** 1057
- [21] Chen X, Gu Z C, Liu Z X, Wen X G 2013 *Phys. Rev. B* **87** 155114

SPECIAL TOPIC — Topological classical waves

The topological phase transition and the tunable interface states in granular crystal*

Wang Qing-Hai¹⁾ Li Feng¹⁾ Huang Xue-Qin¹⁾ Lu Jiu-Yang¹⁾ Liu Zheng-You^{2)†}

1) (Department of Physics, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

2) (Department of Physics, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

(Received 18 August 2017; revised manuscript received 24 October 2017)

Abstract

Topological phase is a new degree of freedom to describe the state of matter in condensed matter physics. One could predict the existence of the interface state between two topological different phononic crystals. The band structures of phononic crystal depend on the characteristics of their composite and their combination, such as geometry, filling fraction, and stiffness. However, after the phononic crystal is fabricated out, it is relatively difficult to tune their band structure and its topology. In order to broaden the application scope of phononic crystals, different kinds of tunable phononic crystals have been proposed. One method to achieve this tunability is to introduce nonlinearity into the phononic crystals. Granular crystals is one type of tunable nonlinear material, whose nonlinearity stems from nonlinear Hertzian contact. By changing the static precompression, the dispersion of granular crystals can be tuned. In this paper, by combining topology with nonlinear we create a new type of interface state switch without changing the experimental setup. Based on the Su-Schrieffer-Heeger (SSH) model—an example of a one dimensional (1D) topological insulator, we present a 1D nonlinear granular crystal, to realize the topological transition by precompression. First, we construct a 1D mechanical structure, which is made up of nonlinear granular crystal and linear phononic crystal. The 1D nonlinear granular crystal is simplified as a “mass-spring” model with tunable elastic constant and invariable elastic constant. By calculating the band topology—the Zak phase, we found that the Zak phase of the two bands can switch from π to 0. There exist a critical precompression F_0 , when $F < F_0$ the Zak phase of the band is π , when $F > F_0$ the Zak phase is 0. The granular crystal vary from nontrivial bandgap to trivial one as precompression gradually increase. This effect enables us to design interface state switch at the interface between granular crystals with trivial and nontrivial band gap. Furthermore, when $F < F_0$, we find that the localization of interface state decreases as the applied precompression increases. Thus, we investigate existence of the interface state under different precompression and found that the interface state can be controlled freely. We anticipate these results to enable the creation of novel tunable acoustic devices.

Keywords: interface state, tunability, topological phase transition, granular crystal

PACS: 45.70.-n, 05.45.-a, 46.40.Cd

DOI: 10.7498/aps.66.224502

* Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2015CB755500), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61271139, 11572318, 11604102, 11374233), Guangdong Innovative and Entrepreneurial Research Team Program, China (Grant No. 2016ZT06C594), and the National Postdoctoral Program for Innovative Talents, China (Grant No. BX201600054).

† Corresponding author. E-mail: zyliu@whu.edu.cn