

超构材料中的光学量子自旋霍尔效应

龙洋 任捷 江海涛 孙勇 陈鸿

Quantum spin Hall effect in metamaterials

Long Yang Ren Jie Jiang Hai-Tao Sun Yong Chen Hong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, **66**, 227803 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.227803

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.227803>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I22>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

非对称光束干涉制备二维微纳光子结构研究

[Fabrication of two-dimensional micro-nano photonic structures by symmetry-lost beams interference](#)

物理学报.2017, 66(21): 217801 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.217801>

非线性光学超构表面

[Nonlinear photonic metasurfaces](#)

物理学报.2017, 66(14): 147803 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.147803>

利用波矢滤波超表面实现超衍射成像

[Super diffraction imaging with wave vector selective metasurface](#)

物理学报.2017, 66(14): 147804 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.147804>

复合结构螺旋超材料对光波前的高效调控

[High-efficiency wavefront control with based on helical metamaterials](#)

物理学报.2016, 65(21): 217802 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.217802>

宽入射角度偏振不敏感高效异常反射梯度超表面

[Polarization-insensitive and broad-angle gradient metasurface with high-efficiency anomalous reflection](#)

物理学报.2015, 64(23): 237802 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.237802>

专题: 拓扑经典波动

## 超构材料中的光学量子自旋霍尔效应\*

龙洋 任捷<sup>†</sup> 江海涛 孙勇 陈鸿

(同济大学物理科学与工程学院, 声子学与热能科学中心, 先进微结构材料教育部重点实验室, 上海 200092)

(2017年9月20日收到; 2017年10月27日收到修改稿)

电子的量子自旋霍尔效应的发现推进了当今凝聚态物理学的发展, 它是一种电子自旋依赖的具有量子行为的输运效应. 近年来, 大量的理论和实验研究表明, 描述电磁波运动规律的麦克斯韦方程组内禀了光的量子自旋霍尔效应, 存在于界面的倏逝波表现出强烈的自旋与动量关联性. 得益于新兴的光学材料: 超构材料 (metamaterials) 的发展, 不仅能够任意设定光学参数, 同时也能引入很多复杂的自旋-轨道耦合机理, 让我们能够更加清晰地了解和验证其中的物理机理. 本文对超构材料中量子自旋霍尔效应做了简要的介绍, 内容主要包括真空中光的量子自旋霍尔效应的物理本质、电单负和磁单负超构材料能带反转导致的不同拓扑相的界面态、拓扑电路系统中光量子自旋霍尔效应等.

**关键词:** 量子自旋霍尔效应, 超构材料, 拓扑相变**PACS:** 78.67.Pt, 03.50.De, 05.30.Rt**DOI:** 10.7498/aps.66.227803

## 1 引言

凝聚态物理发展至今, 已经发现并解释了很多有关电子输运行为的新奇现象. 霍尔效应的发现最早始于在外加磁场的作用下导体中的电子输运行为依赖于外加磁场方向, 随后量子力学的发展, 抛弃了原本的经典理论, 转而在自由电子气的基础上对电子在外磁场中的输运进行量子化描述, 提出了朗道能级和量子霍尔效应的概念<sup>[1]</sup>. 由于磁场的出现, 打破了原本的电子输运的时间反演对称性, 在量子霍尔效应中导致了电荷正负性依赖的单向边缘态, 这种单向边缘态的出现可以通过电子气能带的拓扑性来解释. 自旋霍尔效应则是在电子自旋与轨道耦合的系统中出现的电子输运现象<sup>[2,3]</sup>, 即原本电子输运行为会受到电子本身自旋的影响, 出现电子自旋依赖的输运行为. 这种霍尔效应并不需要外加磁场, 即不违背时间反演对称性, 当量子效应明显时, 便会出现具有量子效应的量子自旋霍尔效应<sup>[4,5]</sup>. 量子自旋霍尔效应与量子霍尔效应类似,

在固体表面会出现单向传播的边缘态, 但量子自旋霍尔效应中的单向边缘态则是自旋依赖的. 同样地, 这种自旋依赖的边缘态可以利用电子态的拓扑性质进行表征. 在最近几年, 相继在实验中观察到了量子自旋霍尔效应. 在寻找具有这种量子自旋霍尔效应的材料的过程中, 导致了一类新型材料的出现: 拓扑绝缘体<sup>[6,7]</sup>. 拓扑绝缘体虽然在体能带中表现为绝缘体, 但在边界上却表现出如金属般无能隙的性质. 这些存在于边缘上的自旋依赖的单向传播态可以通过量子自旋霍尔效应的物理进行解释, 并可以通过其体能带的拓扑性质进行表征.

通过大量的凝聚态物理研究发现, 量子自旋霍尔效应这种奇特的电子输运行为可以通过单电子在晶格体系中的行为进行描述<sup>[8]</sup>, 这一理论上的突破表明可以在其他具有波动性质的系统中重现电子的这种行为. 近几年来, 在光子体系中率先出现了类比电子霍尔效应的成功案例, 如利用磁光介质或动态调控导致的时间反演破缺在光子体系中实现了光子的霍尔效应和光子的量子霍尔效应<sup>[9,10]</sup>.

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11775159) 和上海市自然科学基金 (批准号: 17ZR1443800) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: xonics@tongji.edu.cn

要实现光子的量子自旋霍尔效应不需要引入系统的时间反演破缺机理,但是要在材料中实现复杂的自旋与轨道耦合机理. 常规的光学材料往往不具备这种性质,但随着光子超构材料(metamaterials)的提出与发展,这一问题得以突破:利用复杂的人工微结构单元引入光与物质的强烈相互作用<sup>[11,12]</sup>,从而实现了电子的量子自旋霍尔效应在光子体系中的类比. 不过最近的研究表明,光的量子自旋霍尔效应并不需要复杂的晶格作用机理,即使在真空中传播的光也具备内禀的量子自旋霍尔效应<sup>[13]</sup>.

## 2 自由空间中光子的拓扑性质

众所周知,光子的传播行为主要由麦克斯韦方程组进行描述. 麦克斯韦方程组基本描述了光从经典电磁波到量子体系相对论范畴内的所有性质. 光子本身是自旋为1的粒子,本身的传播行为便具有内禀的自旋-轨道耦合效应,具有一系列的量子行为,如Berry相位,这些量子行为是光具有量子自旋霍尔效应的基石<sup>[14]</sup>. 对于描述单色电磁波的麦克斯韦方程组:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{H} &= 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \\ -i\frac{\omega}{c}\varepsilon\mathbf{E} &= \nabla \times \mathbf{H}, \\ i\frac{\omega}{c}\mu\mathbf{H} &= \nabla \times \mathbf{E}. \end{aligned} \quad (1)$$

其对应的时间平均能量密度 $w$ 和坡印廷矢量 $\mathbf{p}$ 分别为:

$$\begin{aligned} w &= \frac{g}{4}(\varepsilon|\mathbf{E}|^2 + \mu|\mathbf{H}|^2), \\ \mathbf{p} &= \frac{g}{2c}\text{Re}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}). \end{aligned} \quad (2)$$

虽然坡印廷矢量 $\mathbf{p}$ 代表了电磁场的动量密度,但其实它却是由一系列不同物理含义的成分组合而成的<sup>[15-18]</sup>. 根据麦克斯韦方程组,可以将坡印廷矢量分解为两个部分:

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= \mathbf{p}^o + \mathbf{p}^s, \quad (3) \\ \mathbf{p}^o &= \frac{g}{4\omega}\text{Im}[\mu^{-1}\mathbf{E}^* \cdot (\nabla)\mathbf{E} + \varepsilon^{-1}\mathbf{H}^* \cdot (\nabla)\mathbf{H}], \quad (4) \\ \mathbf{p}^s &= \frac{g}{8\omega}\nabla \times \text{Im}[\mu^{-1}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}) + \varepsilon^{-1}(\mathbf{H}^* \times \mathbf{H})], \quad (5) \end{aligned}$$

其中, $\mathbf{p}^o$ 代表轨道动量密度,其负责能量传输;而 $\mathbf{p}^s$ 是自旋动量密度,它不负责能量传输但能产生光的轨道角动量<sup>[18]</sup>. 从(4)式可以看出, $\mathbf{p}^o$ 代表光的

动量密度可观测的部分,这部分由电磁场的局域波矢表述,体现能量在空间中分布的输运变化程度,但 $\mathbf{p}^o$ 与电磁场的极化无关. 自旋动量 $\mathbf{p}^s$ 表征了螺旋型的自旋流,其可以表征为自旋角动量密度的旋度,即 $\mathbf{p}^s = \frac{1}{2}\nabla \times \mathbf{s}$ :

$$\mathbf{s} = \frac{g}{4\omega}\text{Im}[\mu^{-1}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}) + \varepsilon^{-1}(\mathbf{H}^* \times \mathbf{H})]. \quad (6)$$

在傍轴光学的研究中可以很清楚地看出两个量对应的物理含义, $\mathbf{p}^o$ 和 $\mathbf{p}^s$ 分别负责描述光的轨道和自旋动量<sup>[19]</sup>.

在自由空间中, $\varepsilon = \mu = 1$ . 如果将电磁波的能量、动量和自旋计算表达为量子力学中的力学算符形式,则需要先定义电磁波的波函数,这里引入电磁波的局域态波函数<sup>[18]</sup>:

$$\psi(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{g}{4\omega}} \begin{pmatrix} \mathbf{E}(\mathbf{r}) \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

根据这个局域态定义,可以得到电磁波的能量密度、轨道角动量、自旋角动量的“局域平局值”为:

$$w = \psi^\dagger \cdot (\omega)\psi, \quad (8)$$

$$\mathbf{p}^o = \text{Re}[\psi^\dagger \cdot (\hat{\mathbf{p}})\psi], \quad (9)$$

$$\mathbf{s} = \psi^\dagger \cdot (\hat{\mathbf{S}})\psi, \quad (10)$$

其中, $\omega$ 为能量密度算符,即电磁波频率; $\hat{\mathbf{p}}$ 为电磁波动量算符, $\hat{\mathbf{p}} = -i\nabla$ ;  $\hat{\mathbf{S}}$ 为电磁波自旋算符. 根据自旋角动量密度 $\mathbf{s}$ 的定义(6)式,可以求得自旋算符为<sup>[13,18,19]</sup>:

$$\begin{aligned} \hat{S}_x &= -i \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \hat{S}_y &= -i \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \hat{S}_z &= -i \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (11)$$

现在来考虑自由空间中传播波的自旋和相应的拓扑性质. 对于在自由空间中传播的极化平面波 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ ,其具有如下形式:

$$\mathbf{E} \propto \mathbf{e} \exp(ikz), \quad \mathbf{e} = \alpha\mathbf{x} + \beta\mathbf{y}, \quad (12)$$

其中波矢量为  $\mathbf{k} = \omega/c$ . 对于圆极化的电磁波而言, 其具有旋性, 即  $\mathbf{e} = (\alpha, \beta) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, \sigma i)$ ,  $\sigma = \pm 1$ , 可以用自旋态来表征光的自旋极化, 根据上文提到的自旋角动量公式, 可以推出圆极化光的自旋角动量为<sup>[13]</sup>  $\mathbf{s} = \sigma \mathbf{k}/k$ .

对于任意方向传播的电磁波, 因为电磁波是横波,  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ , 其极化状态与波矢相互锁定, 波矢空间中电磁波极化状态分布  $\mathbf{e}(\mathbf{k})$  反映了光内禀的自旋与轨道耦合关系. 考虑自旋角动量非零  $\mathbf{s} \neq 0$  的圆极化光传播, 其本征矢量可以表示为:  $\mathbf{e}^\sigma(\mathbf{k})$ , 对应的 Berry 连接  $\mathcal{A}$  和 Berry 曲率  $\mathcal{F}$  分别为:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^{\sigma\sigma'} &= -i \mathbf{e}^\sigma \cdot (\nabla_{\mathbf{k}}) \mathbf{e}^{\sigma'}, \\ \mathcal{F}^{\sigma\sigma'} &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}^{\sigma\sigma'}. \end{aligned} \quad (13)$$

因为对于真空中的光而言, 光锥上的本征态正交且左右旋简并, 因此 Berry 曲率  $\mathcal{F}$  仅含有对角项,  $\mathcal{F}^{\sigma\sigma'} = \delta^{\sigma\sigma'} \mathcal{F}^\sigma$ , 在动量空间的中心包含了两个拓扑单极子<sup>[13,14,20-22]</sup>:

$$\mathcal{F}^\sigma = \sigma \frac{\mathbf{k}}{k}, \quad \sigma = \pm 1. \quad (14)$$

根据 Berry 曲率, 便可以通过在动量空间中进行全积分求出两个不同自旋态的 Chern 数,

$$C^\sigma = \frac{1}{2\pi} \oint \mathcal{F}^\sigma d^2\mathbf{k}.$$

对于单个拓扑单极子而言, 其 Chern 数为  $C^\sigma = 2\sigma$ , 则系统总 Chern 数为

$$C = \sum_{\sigma=\pm 1} C^\sigma = 0. \quad (15)$$

系统的自旋 Chern 数为

$$C_{\text{spin}} = \sum_{\sigma=\pm 1} \sigma C^\sigma = 4. \quad (16)$$

总 Chern 数和自旋 Chern 数分别用来表征光的量子霍尔效应和量子自旋霍尔效应<sup>[6,7]</sup>. 在电子的量子自旋霍尔效应中, Chern 数不仅表征体能带本征态在动量空间演化的性质, 也联系了系统在边缘处支持的边缘态拓扑相变性质, Chern 数大小正好等于单向传播的边缘态个数<sup>[6,7]</sup>. 因为自由空间中的光传播并不违背时间反演对称, 麦克斯韦方程组中并不体现光具有量子霍尔效应, 于是总 Chern 数  $C$  为零. 但自旋 Chern 数  $C_{\text{spin}}$  不为零, 这表示真空中的光能够支持量子自旋霍尔效应, 在系统边缘处能够支持自旋依赖的传播模式.

最为人们所熟知的界面传播模式便是表面等离子体激元 (surface plasmon polaritons, SPP). 相比于真空中传播的光, SPP 的传播模式是横截面处为倏逝场的表面模, 大量研究发现横向倏逝波这种传播模式具有额外的自旋动量<sup>[18,23-25]</sup>, 而且该动量正交于其传播波矢, 这个额外的自旋动量来源于不同自旋拓扑介质在界面处的拓扑相变, 这个拓扑相变引起可观察的非平凡的光量子自旋霍尔效应<sup>[18,24]</sup>. 利用自旋算符  $\hat{S}$  和电磁波的波函数  $\psi$  定义, 可以求出 SPP 的垂直于传播方向的自旋密度大小  $\mathbf{s}_\perp$ :

$$\mathbf{s}_\perp = \frac{\text{Re}(\mathbf{k}) \times \text{Im}(\mathbf{k})}{(\text{Re}(\mathbf{k}))^2}. \quad (17)$$

该自旋动量  $\mathbf{s}_\perp$  并不依赖于极化方向  $\mathbf{e}(\mathbf{k})$ , 且该自旋与动量的锁定关系类似于电子系统中的量子自旋霍尔效应<sup>[13,18]</sup>, 如图 1 所示. 真空中  $C_{\text{spin}} = 4$  表示存在两对量子自旋霍尔效应模式, 对应于界面的倏逝波, 则表示每个倏逝波模式对于两个光自旋态而言都是双重简并的. 然而由于麦克斯韦方程组决定每个界面模式的存在需要两个不同介质满足一定的条件关系, 这个限制破坏了原本应有的电磁波极化简并<sup>[17,26]</sup>. 对于真空与金属 ( $\epsilon < -1$ ) 的界面产生的 SPP 而言, 仅存在横磁场这一个极化模式, 当仅激励单个自旋模式时, 由于自旋与动量的锁定, 只会激励出单个方向的 SPP 表面波.

除了在介质界面处能够观察到光的量子自旋霍尔效应, 也可以通过引入强烈的光与物质相互作用来实现光的自旋态之间在材料中的相互耦合<sup>[21,22]</sup>. 在传统的光学材料中, 光的自旋与轨道耦合的作用非常微弱, 难以观察测量. 如何加强光与物质之间的相互作用一直是一个至关重要的课题, 但随着超构材料的发展, 这些问题逐渐得到有效解决. 超构材料本身由深亚波长尺度的人工微结构单元组成, 这些组成单元对于电磁波有着极强的局域响应, 能够极大地增强光与物质之间的相互作用. 利用这些常规自然材料所不具备的光学性能可实现各种具有奇异性能的光学器件, 诸如负折射、超棱镜以及光学隐身等. 事实上, 利用超构材料这一很好的光学平台可从实验上直接观察光的量子自旋霍尔效应<sup>[27-31]</sup>, 如图 2 所示. 张翔教授课题组利用相位剧烈变化的超表面打破系统的轴向对称性, 实现了极化光的大尺度劈裂, 验证了光的自旋霍尔效应<sup>[29]</sup>; Shitrit 等<sup>[30]</sup> 利用超表面实现的光与



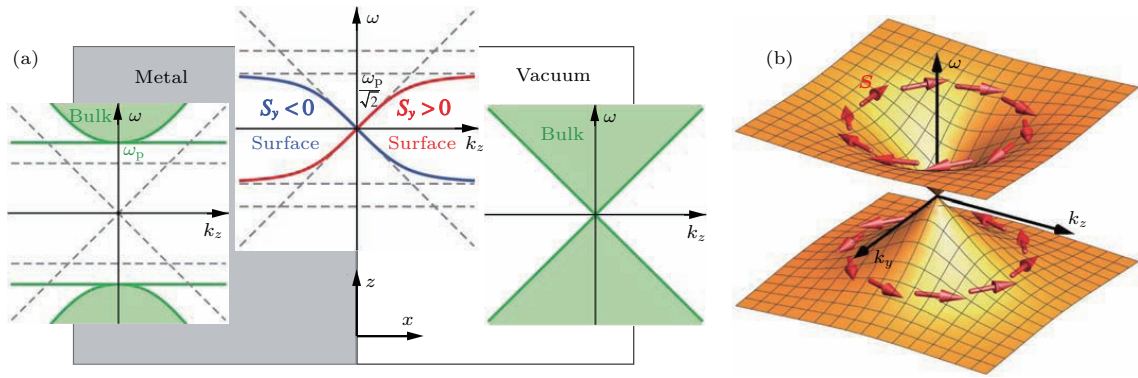


图1 (a) SPP 存在于金属体能带的禁带中, 而且具有极强自旋与动量锁定关系; (b) SPP 在二维空间的中色散关系表现出类似于 3 维拓扑绝缘体表面态的自旋涡流 [13]

Fig. 1. (a) Surface plasmon polaritons (SPP) exist inside the gap of the metal bulk spectrum and have spin momentum locking relationship; (b) the two-dimensional dispersion of SPP mode exhibits a vortex spin texture similar with the edge states of 3D topological insulators.

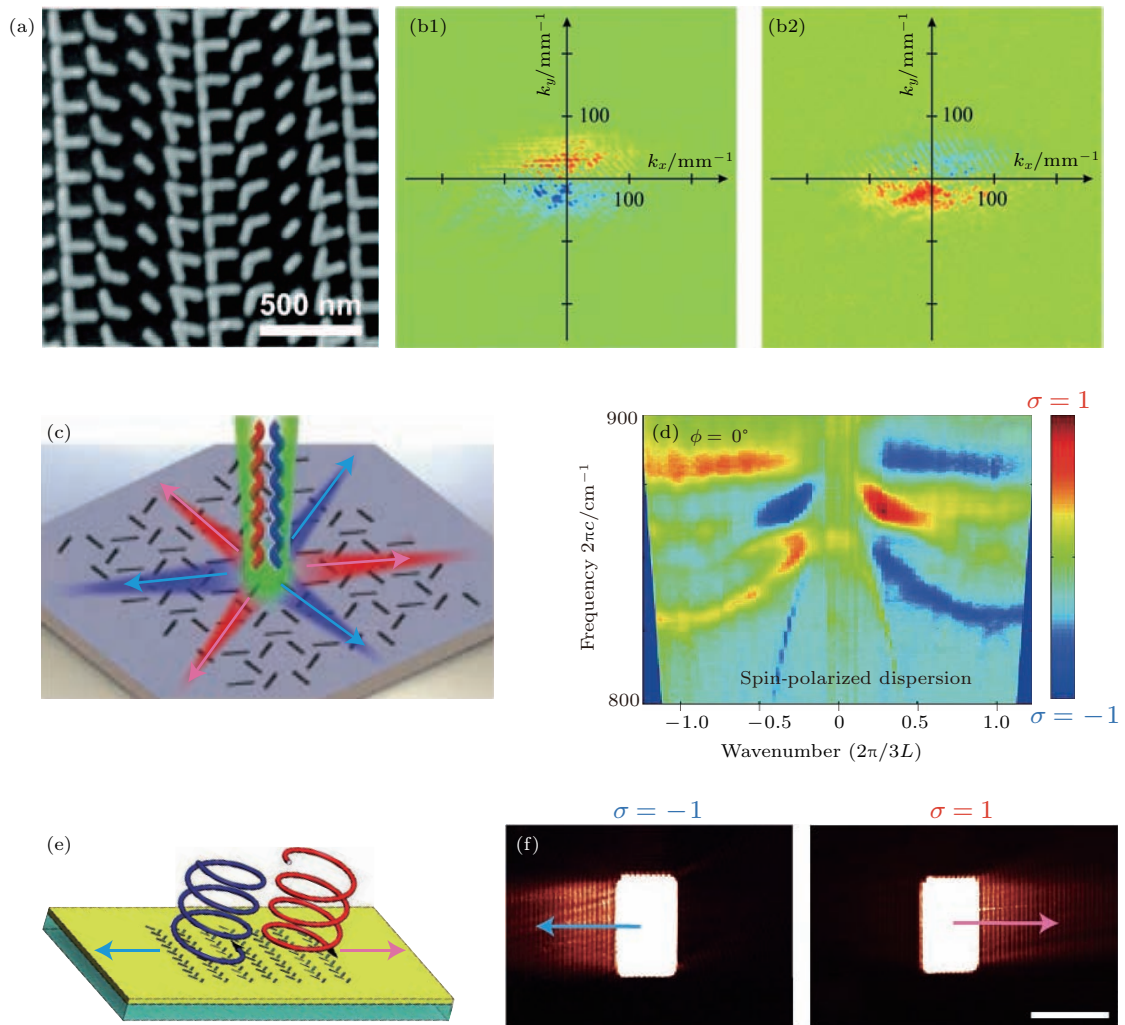


图2 (a) 具有空间相位梯度的光学超表面; (b) 直接观察光的自旋霍尔效应, 红色和蓝色分别表示右旋圆极化和左旋圆极化 [29]; (c) 具有反演对称性破缺的周期性人工微结构 [30], 该结构能够产生具有自旋依赖的能带关系 (d); (e) 反演对称破缺的超表面结构激励出自旋依赖的表面波 [31], 不用自旋态对应于不同的传播方向 (f)

Fig. 2. (a) The metasurface with spatially gradient phases; (b) the direct observations of optical spin Hall effect, red (blue) means right(left) circular-polarizations [29]; (c) the periodic artificial microstructure [30] with broken inversion symmetry can induce spin - dependent band structure (d); (e) the metasurface with broken inversion symmetry can hold spin-dependent surface waves [31], which have strong lockings with momentum directions.

物质之间的强烈自旋与轨道相互耦合实现了自旋可控的光路由; Lin 等 [31] 利用极化光与超表面之间对于自旋依赖的耦合实现了可控的表面等离子体共振基元的选择性激励; Kapitanova 等 [32] 成功地在双曲超构材料中观测并实验测量了光的自旋霍尔效应, 实现了光路由功能.

### 3 电单负与磁单负材料的边缘态

对于电磁波而言, 介电常数单负 (ENG) 和磁导率单负 (MNG) 是描述一个均匀光学材料属于光绝缘体的两个宏观电磁参量. 对于超构材料而言, 因为其结构单元尺度远远小于工作波长, 故其光学响应可以看作平均场作用的结果, ENG 和 MNG 超构材料提供了研究光绝缘体的光学拓扑性质的理想平台. 根据麦克斯韦方程组, ENG 和 MNG 材料的表面存在一种特殊的界面态 [33], 不同于 SPP, ENG 与 MNG 材料均为光绝缘体, 体内均不存在能在内部自由传播的体波, 却能在界面处营造出类似光导体的表面色散关系. 这一点类似于电子的拓扑绝缘体, 电子的拓扑绝缘体内部表现为绝缘体, 有比较宽的电子能隙, 当且仅当两个具有不同拓扑性质的电子拓扑绝缘体接触时, 在表面发生拓扑转变, 产生受拓扑保护的单向边界态. 但与电子的拓扑绝缘体情况不同的是, ENG 和 MNG 均不是光的拓扑绝缘体, 其不存在体能带, 同时, ENG 和 MNG 表面所支持的边界态并不被与电子拓扑绝缘体相同的拓扑机理保护, 不能抑制背散射, 不能免疫于表面的杂质或无序, ENG 和 MNG 材料的表面态并不违背麦克斯韦方程的时间反演对称性 [13].

根据上文中对于真空中光的拓扑性质讨论, ENG/MNG 界面处出现的特殊界面态其实是由于光的量子自旋霍尔效应造成的. 虽然真空中的光总 Chern 数为零, 但自旋 Chern 数不为零, 真空与 ENG 构成界面时发生自旋的拓扑相变 [13,18], 在边界处出现了我们所熟知的 SPP. 类似地, 真空与 MNG 构成界面也会发生自旋的拓扑相变, 在边界处出现了磁 SPP 的极化边界态, 这两个不同边界态的出现说明 ENG 和 MNG 分别具有两种不同的自旋拓扑性质 [13,33-37], 当 ENG 和 MNG 这两种具有不同自旋拓扑性质的材料接触产生边界时, 边界处自然会发生自旋的拓扑相变 [35,36], 并产生自旋依赖的单向传播态. 以横磁极化的电磁波为例, ENG

和 MNG 超构材料中的界面态的解为 [33]:

$$E_{\text{MNG}} = \begin{pmatrix} i \frac{k_{1y}}{\varepsilon_1 \omega} \\ \frac{k_x}{\varepsilon_1 \omega} \\ 0 \end{pmatrix} e^{ik_x x - k_{1y} y},$$

$$E_{\text{ENG}} = \begin{pmatrix} i \frac{k_{2y}}{\varepsilon_2 \omega} \\ \frac{k_x}{\varepsilon_2 \omega} \\ 0 \end{pmatrix} e^{ik_x x + k_{2y} y}, \quad (18)$$

对应的电磁波波函数可以表示为:

$$\psi_{\text{surf}}(\text{MNG}) = \begin{pmatrix} -i \frac{k_{1y}}{\varepsilon_1 \omega} \\ \frac{k_x}{\varepsilon_1 \omega} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

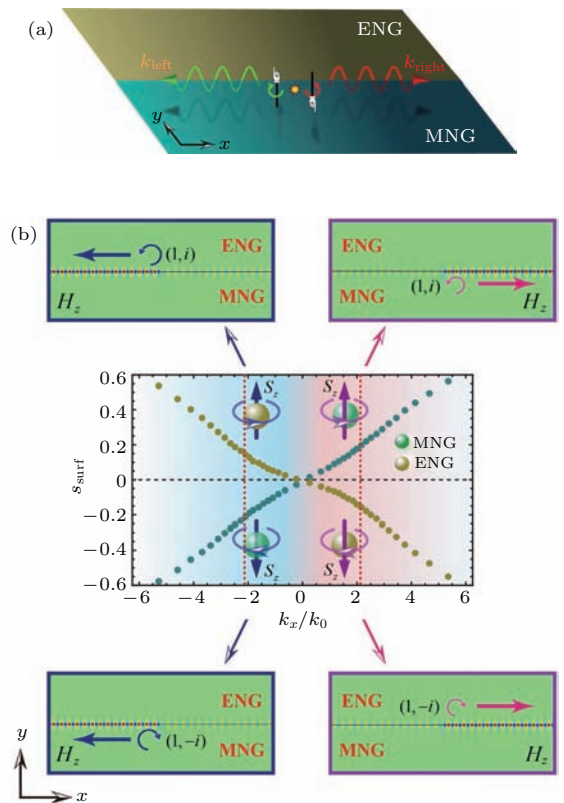


图3 (a) ENG 与 MNG 界面处支持光的量子霍尔效应; (b) 表面波的自旋  $s_{\text{surf}}$  表现出强烈的自旋与动量锁定 [33]  
Fig. 3. (a) The optical quantum spin Hall effect on the interface between ENG and MNG; (b) the spin density  $s_{\text{surf}}$  of surface mode can exhibit strong spin-momentum locking [33].

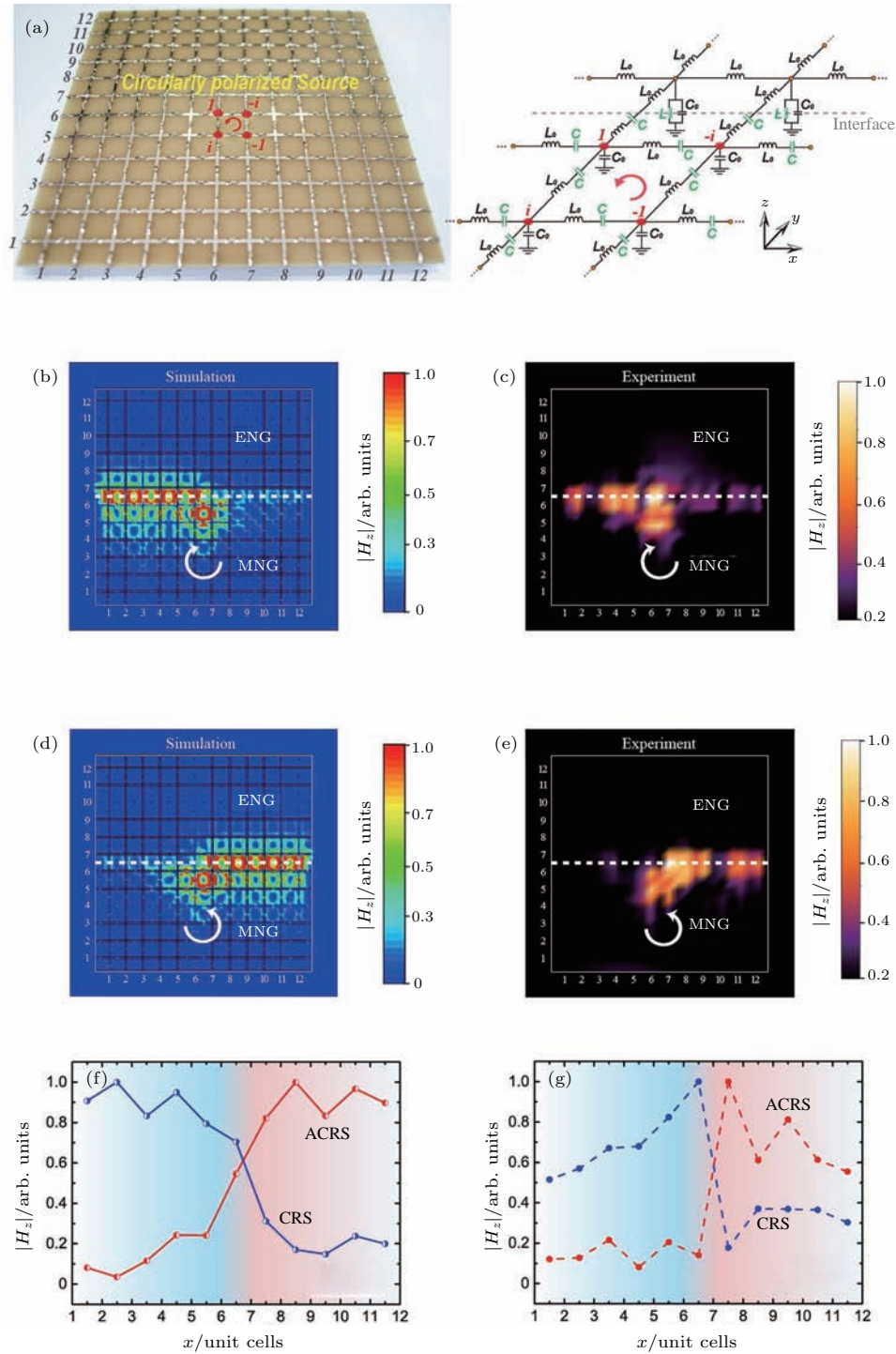


图4 (a) 利用具有微结构单元的微带线系统实现光学的ENG和MNG界面, 在MNG内部利用具有自旋选择性激励的点源激励表面波; (b), (c) 以左旋激励出向左传播的表面波; (d), (e) 以右旋激励出向右传播的表面波; (f), (g) 从 $|H_z|$ 的场分布中可以看出不同自旋对对应场分布的选择性激发, CRS (clockwise - rotating source) 表示顺时针激励的源, ACRS (anticlockwise-rotating source) 表示逆时针激励的源 [33]

Fig. 4. (a) The interface profiles between ENG and MNG can be realized by the microwave transmission line system with artificial microstructures, a circularly polarized source in MNG can excite one guided mode with a specific propagating direction; (b), (c) the surface waves excited by clockwise-rotating source; (d), (e) the surface waves excited by anticlockwise-rotating source; (f), (g) the normalized stimulated values of  $|H_z|$  can reflect the selected excitation of corresponding surface mode profile, In figure, CRS means clockwise-rotating source and ACRS means anticlockwise-rotating source [33].



$$\psi_{\text{surf}}(\text{ENG}) = \begin{pmatrix} i \frac{k_{2y}}{\varepsilon_2 \omega} \\ \frac{k_x}{\varepsilon_2 \omega} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (19)$$

其中,  $k_{iy} = \sqrt{k_x^2 - \varepsilon_i \mu_i \frac{\omega^2}{c^2}}$ ,  $i = 1, 2$  分别表示 ENG 和 MNG 材料, 对于横磁极化的电磁波, 其表面态色散关系为:

$$k_x = \pm \frac{\omega}{c} \left| \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1^2} (\mu_1 \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \mu_2) \right|^2.$$

利用算符  $\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} \hat{S} & 0 \\ 0 & \hat{S} \end{pmatrix}$  可以算出 ENG 和 MNG 的

表面态自旋角动量密度  $\mathbf{s}_{\text{surf}} = \psi_{\text{surf}}^\dagger \hat{\Sigma} \psi_{\text{surf}}$ , 计算结果如图 3 所示. 从结果可知, 当自旋朝上时, 即  $\mathbf{s}_{\text{surf}} > 0$ , MNG(ENG) 中的波矢方向朝  $x$  正方向 ( $x$  负方向), 而当自旋朝下时, 即  $\mathbf{s}_{\text{surf}} < 0$ , MNG(ENG) 的波矢方向朝  $x$  负方向 ( $x$  正方向), 表面态的动量方向表现出强烈的自旋依赖性, 即光的量子自旋霍尔效应. 通过 COMSOL 软件的仿真也证实了理论的正确性, 通过在 ENG 和 MNG 界面处设置带旋性的点激励源便可以激励出自旋依赖的表面波 [32,33].

为了证明 ENG 和 MNG 表面存在光的量子自旋霍尔效应, 利用具有人工微结构单元的微带线体系, 在微波波段设计实现 ENG 和 MNG 两种材料的界面并激励相应的自旋态进行实验验证. 在微带线体系中, 通过调制其中的集成元件和微带线几何参数实现等效的电磁波参数, 从而实现等效 ENG 和 MNG 的超构材料 [38], 如图 4 所示. 通过利用四个具有不同相位的点源激励不同自旋性质的电磁波, 根据实验和仿真结果可知, ENG 和 MNG 表面支持的界面态具有光的量子自旋霍尔效应, 从而验证了理论的正确性.

#### 4 拓扑电路中的量子自旋霍尔效应

在超构材料里光与物质的相互作用中, 除了深亚波长的人工微结构对光的调控响应外, 来自超构

材料中晶格作用本身的耦合作用也不可忽视, 尤其在一些具有强烈自旋-轨道相互作用的材料中, 光的量子自旋霍尔效应非常明显, 对于这一类材料的研究促进了一门新兴的材料研究分支: 光子拓扑绝缘体 [11,12]. 不同于自由空间中的光量子霍尔效应, 来自晶格作用产生的光量子自旋霍尔效应虽然所有能带的总 Chern 数仍为零, 但在某一支体能带上的 Chern 数不为零, 这表明材料具有拓扑非平凡的带隙, 与不同拓扑性质的材料的接触处会发生拓扑相变并具有受拓扑保护的单向边缘态, 两个自旋态是相互分立的 [12].

为了讨论晶格作用下的光量子自旋霍尔效应, 以带有自旋-轨道耦合的二维 Lie lattice 模型为例 [39-41], 这里主要回顾文献 [41] 的内容, 如图 5 所示, 在紧束缚模型近似下, 其二维 Lieb lattice 的哈密顿量可表示成:

$$\hat{H} = -t_1 \sum_{\langle i,j \rangle; \sigma} \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{j,\sigma} - t_2 \sum_{\langle\langle i,j \rangle\rangle; \sigma} \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{j,\sigma} + i\lambda_{\text{ISO}} \sum_{\langle\langle i,j \rangle\rangle; \sigma, \sigma'} \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger (\mathbf{e}_{ij} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\sigma\sigma'}) \hat{c}_{j,\sigma'}, \quad (20)$$

其中,  $\mathbf{e}_{ij} = \mathbf{d}_{ik} \times \mathbf{d}_{kj} / |\mathbf{d}_{ik} \times \mathbf{d}_{kj}|$ ,  $\mathbf{d}_{ik}$  和  $\mathbf{d}_{kj}$  是连接格点  $i$  和  $j$  的中间矢量;  $\hat{c}_{i,\sigma}^\dagger$  ( $\hat{c}_{i,\sigma}$ ) 代表格点  $i$  上的产生(湮没)算符;  $t_1$ ,  $t_2$  和  $\lambda_{\text{ISO}}$  分别表示近邻耦合强度 (NN)、次近邻 (NNN) 耦合强度和自旋-轨道耦合 (ISO) 强度;  $\sigma$  和  $\sigma'$  表示自旋投影算符, 而  $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$  是泡利矩阵矢量. 第一、二项分别表示近邻、次近邻格点间的相互作用, 而第三项

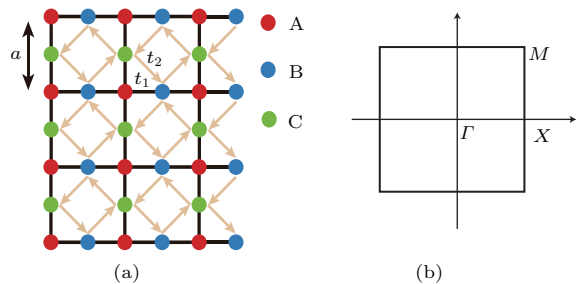


图 5 (a) Lieb lattice 模型的晶格示意图,  $t_1$  和  $t_2$  分别表 NN 和 NNN 耦合强度; (b) Lieb lattice 模型的第一布里渊区,  $\Gamma$ ,  $X$  和  $M$  是布里渊区的高对称点 [41]

Fig. 5. (a) The theoretical model of Lieb lattice,  $t_1$  and  $t_2$  represent near-neighbor and next-near-neighbor coupling strengths respectively; (b) the first Brillouin zone of model, and means the high symmetry points in Brillouin zone [41].



表示次近邻格点间的自旋-轨道耦合, 这里的自旋并非指代光子本身由麦克斯韦方程组所描述的自旋, 而是因为光子与晶格作用造成的 Bloch 光子赝自旋<sup>[42,43]</sup>.

考虑到自旋的 Lieb lattice 模型可等效为两套分别考虑单一自旋的电路系统的叠加, 再利用两套系统格点之间的联接类比量子系统中自旋-轨道耦合, 便可以得到 Lieb lattice 电路系统<sup>[41]</sup>, 具体的电子元器件排列及其联接如图 6 所示. 在整个类比过程中, 为了实现量子系统中的负耦合, 将图中的模块 A, B 和 C 分别类比 Lieb lattice 模型中的

格点 A, B 和 C; 其次, 通过定义每个模块中电感  $X$ ,  $Y$  端电压的方向及格点间的联接, 引入赝自旋, 即  $\uparrow = U_x + iU_y$ ,  $\downarrow = U_x - iU_y$ , 其中,  $U_x = V_x^+ - V_x^-$  和  $U_y = V_y^+ - V_y^-$  分别表示电感  $X, Y$  两端的电压. 由于给各模块上电感的端电压定义了方向, 便可以通过交叉联接来实现负耦合, 如图 6 (b) 所示, 顺着箭头的方向, 从左向右可实现  $U_x \rightarrow -U_y$  和  $U_y \rightarrow U_x$  的转变, 即  $\uparrow \rightarrow i\downarrow$  和  $\downarrow \rightarrow -i\downarrow$ , 其他联接(箭头)也可以如此实现. 最后, 将系统所有联接考虑在内, 可以得到图 6 (c) 和图 6 (d), 如此, 可实现线性电路系统与量子自旋霍尔相的类比<sup>[6,7,39,41,44]</sup>.

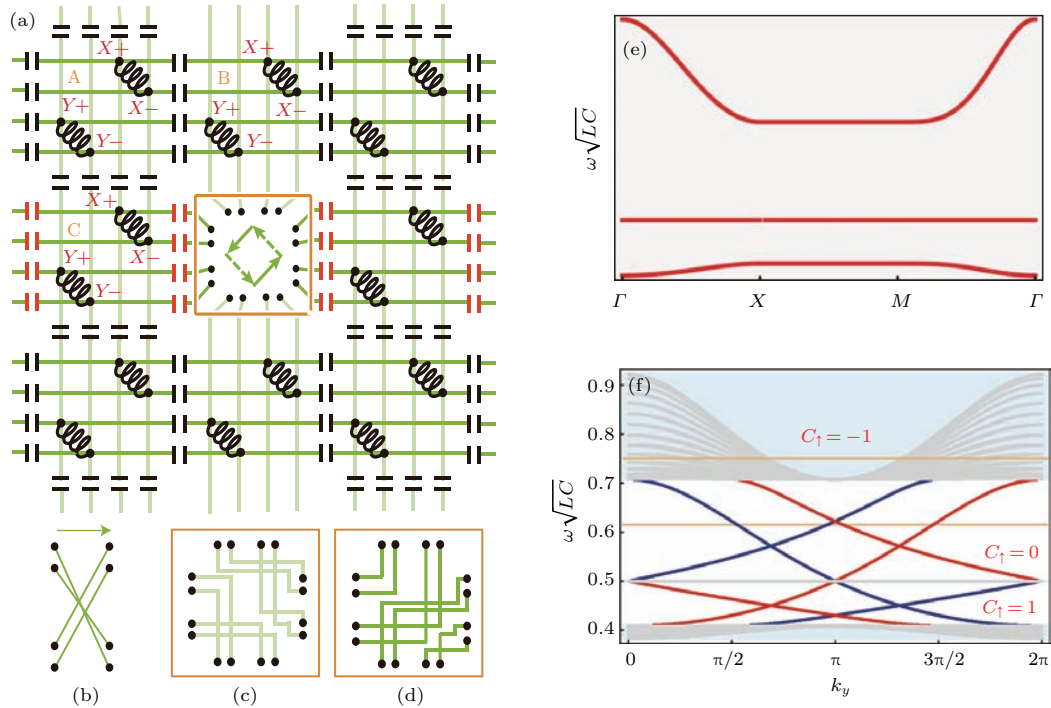


图 6 (a) Lieb lattice 电路系统及其具体联接, 其中不同颜色的联接线代表电路印刷板不同面上的联接; (b) 类比量子系统中  $90^\circ$  相位的电路联接; (c) 和 (d) 表示 (a) 中橙色方块内的联接; (e) 当  $a = 1$ ,  $t_1/t_2 = 2$  时, Lieb lattice 电路系统的能谱色散曲线; (f) 半无限 Lieb lattice 电路系统的单向边界态及其自旋 Chern 数<sup>[41]</sup>

Fig. 6. (a) The Lieb lattice circuit system, the links with different colors mean circuits in different plane; (b) the circuit profiles corresponding to quantum interaction with 90 degrees phase; (c), (d) give the concrete circuit profiles inside the block in (a); (e) the bandstructure of Lieb lattice circuit system, when  $a = 1$  and  $t_1/t_2 = 2$ ; (f) the bandstructure and spin Chern number of edge states of half-infinite Lieb lattice circuit system<sup>[41]</sup>.

为了进一步研究其拓扑性质, 基于以上电路联接, 根据基尔霍夫定律, 便可写出系统的微波电路运动方程<sup>[41]</sup>:

$$\begin{aligned}
 U_{m,n}^{AX} &= \frac{LC}{2} \left[ -4t_1 \ddot{U}_{m,n}^{AX} + t_1 (\ddot{U}_{m-1,n}^{BX} + \ddot{U}_{m,n}^{BX} + \ddot{U}_{m,n-1}^{CX} + \ddot{U}_{m,n}^{CX}) \right], \\
 U_{m,n}^{AY} &= \frac{LC}{2} \left[ -4t_1 \ddot{U}_{m,n}^{AY} + t_1 (\ddot{U}_{m-1,n}^{BY} + \ddot{U}_{m,n}^{BY} + \ddot{U}_{m,n-1}^{CY} + \ddot{U}_{m,n}^{CY}) \right], \\
 U_{m,n}^{BX} &= \frac{LC}{2} \left[ -(2t_1 + 4t_2) \ddot{U}_{m,n}^{BX} - t_2 (\ddot{U}_{m+1,n}^{CY} - \ddot{U}_{m+1,n-1}^{CY} - \ddot{U}_{m,n}^{CY} + \ddot{U}_{m,n-1}^{CY}) + t_1 (\ddot{U}_{m,n}^{AX} + \ddot{U}_{m+1,n}^{AX}) \right], \\
 U_{m,n}^{BY} &= \frac{LC}{2} \left[ -(2t_1 + 4t_2) \ddot{U}_{m,n}^{BY} + t_2 (\ddot{U}_{m+1,n}^{CX} - \ddot{U}_{m+1,n-1}^{CX} - \ddot{U}_{m,n}^{CX} + \ddot{U}_{m,n-1}^{CX}) + t_1 (\ddot{U}_{m,n}^{AY} + \ddot{U}_{m+1,n}^{AY}) \right], \\
 U_{m,n}^{CX} &= \frac{LC}{2} \left[ -(2t_1 + 4t_2) \ddot{U}_{m,n}^{CX} + t_2 (\ddot{U}_{m,n+1}^{BY} - \ddot{U}_{m,n}^{BY} - \ddot{U}_{m-1,n+1}^{BY} + \ddot{U}_{m-1,n}^{BY}) + t_1 (\ddot{U}_{m,n}^{AX} + \ddot{U}_{m,n+1}^{AX}) \right],
 \end{aligned}$$

$$U_{m,n}^{CY} = \frac{LC}{2} \left[ -(2t_1 + 4t_2)\ddot{U}_{m,n}^{CY} - t_2(\ddot{U}_{m,n+1}^{BX} - \ddot{U}_{m,n}^{BX} - \ddot{U}_{m-1,n+1}^{BX} + \ddot{U}_{m-1,n}^{BX}) + t_1(\ddot{U}_{m,n}^{AY} + \ddot{U}_{m,n+1}^{AY}) \right], \quad (21)$$

其中,  $U_{m,n}^{ab}$  表示位于原胞内  $(m, n)$  结点二个对应引脚的点势力差  $L$  是电感值,  $C$  为电容值. 同样地, 利用自旋表象  $U_{\pm} = U_x \pm iU_y$ , 可以得到两组关于自旋的去耦合方程:

$$\begin{aligned} U_{+,m,n}^A &= \frac{LC}{2} \left[ -4t_1\ddot{U}_{+,m,n}^A + t_1(\ddot{U}_{+,m-1,n}^B + \ddot{U}_{+,m,n}^B + \ddot{U}_{+,m,n-1}^C + \ddot{U}_{+,m,n}^C) \right], \\ U_{+,m,n}^B &= \frac{LC}{2} \left[ -(2t_1 + 4t_2)\ddot{U}_{+,m,n}^B + it_2(\ddot{U}_{+,m+1,n}^C - \ddot{U}_{+,m+1,n-1}^C - \ddot{U}_{+,m,n}^C + \ddot{U}_{+,m,n-1}^C) \right. \\ &\quad \left. + t_1(\ddot{U}_{+,m,n}^A + \ddot{U}_{+,m+1,n}^A) \right], \\ U_{+,m,n}^C &= \frac{LC}{2} \left[ -(2t_1 + 4t_2)\ddot{U}_{+,m,n}^C - it_2(\ddot{U}_{+,m,n+1}^B - \ddot{U}_{+,m,n}^B - \ddot{U}_{+,m-1,n+1}^B + \ddot{U}_{+,m-1,n}^B) \right. \\ &\quad \left. + t_1(\ddot{U}_{+,m,n}^A + \ddot{U}_{+,m,n+1}^A) \right], \\ U_{-,m,n}^A &= \frac{LC}{2} \left[ -4t_1\ddot{U}_{-,m,n}^A + t_1(\ddot{U}_{-,m-1,n}^B + \ddot{U}_{-,m,n}^B + \ddot{U}_{-,m,n-1}^C + \ddot{U}_{-,m,n}^C) \right], \\ U_{-,m,n}^B &= \frac{LC}{2} \left[ -(2t_1 + 4t_2)\ddot{U}_{-,m,n}^B - it_2(\ddot{U}_{-,m+1,n}^C - \ddot{U}_{-,m+1,n-1}^C - \ddot{U}_{-,m,n}^C + \ddot{U}_{-,m,n-1}^C) \right. \\ &\quad \left. + t_1(\ddot{U}_{-,m,n}^A + \ddot{U}_{-,m+1,n}^A) \right], \\ U_{-,m,n}^C &= \frac{LC}{2} \left[ -(2t_1 + 4t_2)\ddot{U}_{-,m,n}^C + it_2(\ddot{U}_{-,m,n+1}^B - \ddot{U}_{-,m,n}^B - \ddot{U}_{-,m-1,n+1}^B + \ddot{U}_{-,m-1,n}^B) \right. \\ &\quad \left. + t_1(\ddot{U}_{-,m,n}^A + \ddot{U}_{-,m,n+1}^A) \right]. \end{aligned} \quad (22)$$

从上式可以看出, 结点 B 和结点 C 之间的耦合在自旋表象下是虚数, 这表明该耦合机理产生了具有  $\pi/2$  相位差的等效磁场. 同时, 对于不同自旋, 该等效磁场具有不同的符号. 通过数值计算出半无限 Lieb lattice 系统 ( $X$  方向有限,  $Y$  方向无限) 的能谱, 如图 6(e) 所示, 并计算各能带的自旋 Chern 数 [39]:

$$\begin{aligned} C_{n\sigma} &= \frac{1}{2\pi} \int_{\text{BZ}} d^2\mathbf{k} \mathcal{F} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\text{BZ}} d^2\mathbf{k} \nabla_{\mathbf{k}} \times \langle n\mathbf{k} | i\nabla_{\mathbf{k}} | n\mathbf{k} \rangle. \end{aligned} \quad (23)$$

可知当  $a = 1$ ,  $t_1/t_2 = 2$  时, 系统是拓扑非平庸的, 且其各能带的自旋 Chern 数如图 6(f) 所示, 而能隙中的红蓝曲线分别代表自旋向上和向下的边界态. 该晶格体系中强烈的自旋-轨道相互作用等效产生局域非零磁场, 原本的 Lieb 晶格中的能带简并因自旋能量分立而打开形成拓扑非平庸带隙, 系统边界处发生拓扑相变而具有自旋依赖的单向边界态.

## 5 结束语

电子的量子自旋霍尔效应推动了当今凝聚态物理研究的发展, 在麦克斯韦方程所描述的光中同

样内禀了量子自旋霍尔效应的特征. 本文简要介绍了真空中的光本征地存在量子自旋霍尔效应的物理本质, 同时介绍了通过利用超构材料系统来研究和揭示在光与物质存在强烈相互作用下的光量子自旋霍尔效应. 利用 ENG 和 MNG 材料拓扑相变的界面态来揭示 ENG 和 MNG 材料的拓扑性质对于电磁波传输的影响, 利用基于 Lieb lattice 的拓扑电路来分析利用晶格作用实现光的赝自旋态和自旋与轨道的强烈耦合, 实现 Bloch 光子的量子自旋霍尔效应. 通过研究光的量子自旋霍尔效应将能为以后高效的光学通信, 电磁波前处理等提供理想的实现平台.

## 参考文献

- [1] Thouless D J, Kohmoto M, Nightingale M P, den Nijs M 1982 *Phys. Rev. Lett.* **49** 405
- [2] Sinova J, Culcer D, Niu Q, Sinitsyn N A, Jungwirth T, Macdonald A H 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 126603
- [3] Murakami S, Nagaosa N, Zhang S C 2003 *Science* **301** 1348
- [4] Kane C L, Mele E J 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 226801
- [5] Bernevig B A, Hughes T L, Zhang S C 2006 *Science* **314** 1757
- [6] Hasan M Z, Kane C L 2010 *Rev. Modern Phys.* **82** 3045

- [7] Qi X L, Zhang S C 2011 *Rev. Modern Phys.* **83** 1057
- [8] Haldane F D M, Raghu S 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 013904
- [9] Wang Z, Chong Y, Joannopoulos J D, Soljacic M 2009 *Nature* **461** 772
- [10] Fang K, Yu Z, Fan S 2012 *Nature Photon.* **6** 782
- [11] Khanikaev A B, Mousavi S H, Tse W K, Kargarian M, Macdonald A H, Shvets G 2012 *Nature Mater.* **12** 233
- [12] Lu L, Joannopoulos J D, Soljačić M 2014 *Nature Photon.* **8** 821
- [13] Bliokh K Y, Smirnova D, Nori F 2015 *Science* **348** 1448
- [14] Bliokh K Y, Niv A, Kleiner V, Hasman E 2008 *Nature Photon.* **2** 748
- [15] Belinfante F J 1940 *Physica* **7** 449
- [16] Berry M V 2009 *J. Opt. A: Pure and Applied Optics* **11** 094001
- [17] Bliokh K Y, Dressel J, Nori F 2014 *New J. Phys.* **16** 093037
- [18] Bliokh K Y, Bekshaev A Y, Nori F 2014 *Nature Commun* **5** 3300
- [19] Bekshaev A, Bliokh K Y, Soskin M 2011 *J. Opt.* **13** 053001
- [20] Stone M 2015 *Science* **348** 1432
- [21] Bliokh K Y, Rodríguez-Fortuño F J, Nori F, Zayats A V 2015 *Nature Photon.* **9** 796
- [22] Aiello A, Banzer P, Neugebauer M, Leuchs G 2015 *Nature Photon.* **9** 789
- [23] Bliokh K Y, Nori F 2015 *Phys. Reports* **592** 1
- [24] Van Mechelen T, Jacob Z 2016 *Optica* **3** 118
- [25] Bekshaev A Y, Bliokh K Y, Nori F 2015 *Phys. Rev. X* **5** 011039
- [26] Bliokh K Y, Bekshaev A Y, Nori F 2013 *New J. Phys* **15** 033026
- [27] Petersen J, Volz J, Rauschenbeutel A 2014 *Science* **346** 67
- [28] Rodríguez-Fortuño F J, Marino G, Ginzburg P, O'Connor D, Martínez A, Wurtz G A, Zayats A V 2013 *Science* **340** 328
- [29] Yin X, Ye Z, Rho J, Wang Y, Zhang X 2013 *Science* **339** 1405
- [30] Shitrit N, Yulevich I, Maguid E, Ozeri D, Veksler D, Kleiner V, Hasman E 2013 *Science* **340** 724
- [31] Lin J, Mueller J P B, Wang Q, Yuan G, Antoniou N, Yuan X C, Capasso F 2013 *Science* **340** 331
- [32] Kapitanova P V, Ginzburg P, Rodríguez-Fortuño F J, Filonov D S, Voroshilov P M, Belov P A, Zayats A V 2014 *Nature Commun.* **5** 3226
- [33] Guo Z, Jiang H, Long Y, Yu K, Ren J, Xue C, Chen H 2017 *Sci. Reports* **7** 7742
- [34] Tan W, Sun Y, Chen H, Shen S Q 2014 *Sci. Reports* **4** 3842
- [35] Shi X, Xue C, Jiang H, Chen H 2016 *Opt. Express* **24** 18580
- [36] Silveirinha M G 2015 *Phys. Rev. B* **92** 125153
- [37] Silveirinha M G 2016 *Phys. Rev. B* **93** 075110
- [38] Caloz C, Itoh T 2005 *Electromagnetic Metamaterials: Transmission line Theory and Microwave Applications* (New York: John Wiley & Sons)
- [39] Weeks C, Franz M 2010 *Phys. Rev. B* **82** 085310
- [40] Goldman N, Urban D F, Bercioux D 2011 *Phys. Rev. A* **83** 063601
- [41] Zhu W W, Hou S S, Long Y, Chen H, Ren J 2017 arXiv:1710.07268 [cond mat.mes hall]
- [42] Mecklenburg M, Regan B C 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 116803
- [43] Song D, Paltoglou V, Liu S, Zhu Y, Gallardo D, Tang L, Chen Z 2015 *Nature Commun.* **6** 6272
- [44] Ningyuan J, Owens C, Sommer A, Schuster D, Simon J 2015 *Phys. Rev. X* **5** 021031

SPECIAL TOPIC — Topological classical waves

# Quantum spin Hall effect in metamaterials\*

Long Yang Ren Jie<sup>†</sup> Jiang Hai-Tao Sun Yong Chen Hong

(Center for Phononics and Thermal Energy Science, School of Physics Science and Engineering, Key Laboratory of Advanced Micro-structure Materials, MOE, Tongji University, Shanghai 200092, China)

( Received 20 September 2017; revised manuscript received 27 October 2017 )

## Abstract

Quantum spin Hall effect (QSHE) of electrons has improved the development of condensed matter research nowadays, which describes one kind of spin-dependent quantum transport behavior in solid state. Recently, a variety of theoretical and experimental work has revealed that Maxwell equations, which is formulated 150 years ago and ultimately describes properties of light, can exhibit an intrinsic quantum spin Hall effect of light. The evanescent wave supported on the interface among different media behaves strong spin-momentum locking. With the rapid development of new optics materials, metamaterials, we can not only adjust the optical parameters of media arbitrarily, but also introduce a lot of complex spin-orbit interaction mechanism. Based on metamaterials, the essential physical mechanism behind quantum spin Hall effect of light can be understood deeply and verified easily. The purpose of this review is to give a brief introduction to quantum spin Hall effect of light in metamaterials. These include, for example, the physical essence of QSHE of light, the topological interface mode between permittivity negative and permeability negative metamaterials, QSHE in topological circuits.

**Keywords:** quantum spin Hall effect, metamaterials, topological transition

**PACS:** 78.67.Pt, 03.50.De, 05.30.Rt

**DOI:** 10.7498/aps.66.227803

---

\* Project supported by National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11775159) and the Natural Science Foundation of Shanghai, China (Grant No. 17ZR1443800).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [xonics@tongji.edu.cn](mailto:xonics@tongji.edu.cn)