

电子自旋辅助实现光子偏振态的量子纠缠浓缩

赵瑞通 梁瑞生 王发强

Quantum entanglement concentration for photonic polarization state assisted by electron spin

Zhao Rui-Tong Liang Rui-Sheng Wang Fa-Qiang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, **66**, 240301 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.240301

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.240301>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I24>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

具有三角自旋环的伊辛-海森伯链的热纠缠

Thermal entanglement of Ising-Heisenberg chain with triangular plaquettes

物理学报.2017, 66(23): 230304 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.230304>

用两比特海森伯 XY 模型研究热几何失协

Thermal geometric discords in a two-qubit Heisenberg XY model

物理学报.2016, 65(22): 220301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.220301>

{Cu<sub>3</sub>} 单分子磁体在热平衡和磁场作用下的三体纠缠

Tripartite entanglement of {Cu<sub>3</sub>} single molecular magnet with magnetic field in thermal equilibrium

物理学报.2016, 65(12): 120301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.120301>

共同环境中三原子间纠缠演化特性研究

Entanglement evolution of three interacting twolevel atoms within a common environment

物理学报.2015, 64(1): 010302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.010302>

极性分子摆动态的三体量子关联

Tripartite quantum correlations of polar molecules in pendular states

物理学报.2014, 63(20): 200302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.200302>

## 电子自旋辅助实现光子偏振态的量子纠缠浓缩\*

赵瑞通 梁瑞生† 王发强

(华南师范大学信息光电子科技学院, 广东省微纳光子功能材料与器件重点实验室, 广州 510006)

(2017年3月4日收到; 2017年8月20日收到修改稿)

量子纠缠浓缩可以将非最大的纠缠态转变为最大纠缠态, 提高量子通信的安全性. 本文基于圆偏振光和量子点-腔系统的相互作用, 用一个单光子作为连接远距离纠缠光子对的桥梁, 在理想条件下实现了光子偏振纠缠态的浓缩. 计算结果显示, 这个纠缠浓缩方案在考虑耦合强度和腔泄漏的情况下也可以保持较高的保真度, 而且不需要知道部分纠缠态的初始信息, 也不必重复执行纠缠浓缩过程. 这不仅提高了量子纠缠浓缩的安全性, 也有助于通过消耗最少的量子资源来实现高效的量子信息处理.

关键词: 量子纠缠浓缩, 量子点, 光学微腔

PACS: 03.65.Ud, 03.67.Mn, 03.67.Pp

DOI: 10.7498/aps.66.240301

## 1 引言

量子纠缠在量子信息处理过程中的角色至关重要, 尤其是在远距离量子通信过程中, 量子纠缠经常被用做量子通道连接远距离的两个节点. 然而, 在量子纠缠通道的分配设置过程中和通道建立后, 纠缠不可避免地会受到通道和周围环境噪声的影响而降低, 这就降低了远距离量子通信的保真度和安全性. 为了获得高品质的量子纠缠通道来实现远距离量子通信, 需要用到纠缠浓缩方案<sup>[1-4]</sup>. 纠缠浓缩就是从纠缠程度较低的部分纠缠态中提取出纠缠程度较高的纠缠态甚至是最大纠缠态的方法. 1996年, 第一个纠缠浓缩方案被提出<sup>[1]</sup>, 这个方案是利用Schmidt投影方法实现的, 而且要求两个参与者获得部分纠缠态的系数, 也要用到联合非破坏测量技术. 之后, 人们提出了很多的纠缠态浓缩方法. 文献<sup>[5, 6]</sup>分别利用线性光学元件发展了Schmidt投影方法. Bose等<sup>[7]</sup>提出了基于纠缠交换的纠缠浓缩, 这种方法需要用到联合Bell态测量. 2008年, Sheng等提出了一个高效的纠缠浓缩方法, 可以通过重复纠缠浓缩过程提高成功率<sup>[8]</sup>, 并在2012年将这个方案做了改进<sup>[9]</sup>. 随后, 更多的纠缠浓缩方案相继出现, 例如多粒子纠缠态浓缩,

包括Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) 态<sup>[10,11]</sup>, W态<sup>[12]</sup>, 团簇态<sup>[13]</sup>等, 以及多维度的超纠缠浓缩<sup>[14-16]</sup>.

自从1998年Loss和DiVinoenz<sup>[17]</sup>提出在半导体量子点中利用电子自旋作为量子比特以来, 自旋半导体量子点系统就由于其容易操作和扩展, 并且有较长的相干时间, 成为最有希望实现量子计算机的方案之一. 人们已经提出了非常多的基于自旋半导体量子点来实现量子通信和量子计算的方案<sup>[18-23]</sup>, 量子点结构还可以用作单光子源和纠缠光子源<sup>[24,25]</sup>等. Wang等<sup>[26]</sup>在2011年利用量子点和光学微腔的耦合系统构建了电子自旋态的宇称检测门, 并在此基础上实现了自旋纠缠态的提纯和浓缩. 随后, 他们简化了这个方案, 用一个量子点和一个单光子作为辅助来实现自旋纠缠态的浓缩<sup>[27]</sup>. 2013年, Sheng等<sup>[28]</sup>进一步简化了自旋纠缠态浓缩的方案, 他们只用一个辅助单光子就可以得到最大纠缠态. 同时, 基于量子点-腔系统也可以实现光子态的纠缠浓缩. 在量子点-腔系统中实现的超纠缠光子态浓缩在2014年被提出. Ren和Long<sup>[29]</sup>利用单边光学微腔中的量子点自旋实现了光子偏振和空间模自由度的宇称检测, 并以此对光子偏振和空间模两个自由度上的纠缠态进行浓缩. 这个方案的成功概率可以通过重复执行纠缠浓缩

\* 国家自然科学基金(批准号: 61275059, 61307062)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: liangrs@scnu.edu.cn

来进一步地提高, 而且它可以推广到  $n$  光子超纠缠 GHZ 态的纠缠浓缩.

然而, 以上的纠缠浓缩方案需要知道部分纠缠态的系数或者需要重复纠缠浓缩过程, 这些都降低了纠缠浓缩的效率. 本文探讨如何利用量子点-腔系统实现更加高效的光子偏振态纠缠浓缩. 第 2 部分介绍量子点和双边光学微腔的相互作用; 第 3 部分详细介绍光子偏振态的纠缠浓缩方案; 第 4 部分讨论方案的保真度问题; 第 5 部分是本文的总结.

## 2 量子点和双边腔的相互作用

将一个单电子的量子点嵌入光学微腔中, 用抽运光对系统进行激发可以产生带负电的激子  $X^-$ , 这个激子是由两个电子的自旋和一个空穴的自旋共同组成的. 根据泡利不相容原理,  $X^-$  的跃迁由过剩电子的自旋态控制. 这样会导致两种圆偏振光经过量子点系统时的透射和反射呈现不同的性质, 透射和反射系数也会有不同的相位和振幅.

双边腔是指光学谐振腔的两端都可以作为光子的输出端, 量子点被嵌在腔的中心. 在双边腔系统中, 光子的自旋是沿着腔的轴方向 ( $z$  轴) 的. 根据光子自旋的不同, 量子点-腔系统会产生两种典型的跃迁. 根据选择定则, 当过剩电子处于自旋向上的  $|\uparrow\rangle$  态, 只有  $|L\rangle$  态的左旋圆偏振光子被吸收, 激子处于  $|\uparrow\downarrow\rangle$  态. 如果过剩电子处于自旋向下的  $|\downarrow\rangle$  态, 只有右旋圆偏振光子被吸收, 激子处于  $|\downarrow\uparrow\rangle$  态. 其中,  $|\uparrow\rangle$  和  $|\downarrow\rangle$  分别代表重穴自旋态  $|+3/2\rangle$  和  $|-3/2\rangle$ . 如图 1 所示, 双边光学腔有两个输出口.

量子点和双边腔系统的透射和反射系数可以用腔场算符  $\hat{a}$  和量子点偶极子算符  $\hat{\sigma}_-$  的海森伯方程来表示<sup>[30]</sup>:

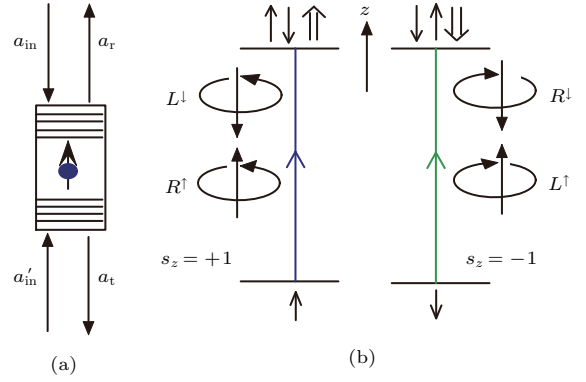


图 1 (a) 双边腔系统的圆截面, 量子点被嵌在腔的中心; (b) 量子点-腔系统的能级跃迁和光学选择定则 ( $z$  表示双边腔的轴;  $L$  和  $R$  分别代表光子的左旋和右旋偏振态)

Fig. 1. (a) The circular cross section of bilateral cavity with a quantum dot embedded in the center; (b) the energy level transition and optical selection rule in quantum dot and cavity system.  $z$  is the axis of bilateral cavity.  $L$  and  $R$  denote the states of the left and right circularly polarized photons, respectively.

$$\frac{d\hat{a}}{dt} = - \left[ i(\omega_c - \omega) + \kappa + \frac{\kappa_s}{2} \right] \hat{a} - g\hat{\sigma}_- - \sqrt{\kappa}\hat{a}_{in} - \sqrt{\kappa}\hat{a}'_{in} + \hat{H}, \quad (1a)$$

$$\frac{d\hat{\sigma}_-}{dt} = - \left[ i(\omega_{X^-} - \omega) + \frac{\gamma}{2} \right] \hat{\sigma}_- - g\hat{\sigma}_z\hat{a} + \hat{G}, \quad (1b)$$

$$\hat{a}_r = \hat{a}_{in} + \sqrt{\kappa}\hat{a}, \quad (1c)$$

$$\hat{a}_t = \hat{a}'_{in} + \sqrt{\kappa}\hat{a}. \quad (1d)$$

其中,  $\hat{H}$  和  $\hat{G}$  是噪声算符, 它们与库有关;  $\omega$ ,  $\omega_c$  和  $\omega_{X^-}$  分别是输入抽运光、腔模和  $X^-$  跃迁的频率;  $g$  是  $X^-$  和腔模的耦合强度;  $\gamma/2$  和  $\kappa/2$  分别是  $X^-$  和腔场的衰减率;  $\kappa_s/2$  是腔的边泄漏率;  $\hat{a}_{in}$ ,  $\hat{a}'_{in}$ ,  $\hat{a}_r$  和  $\hat{a}_t$  分别是相应输出端口的输入输出算符. 在弱激发近似下, 有  $\langle \hat{\sigma}_z \rangle \approx -1$ . 通过求解上述海森伯方程可以得到稳态时系统的反射和透射系数:

$$r(\omega) = 1 + t(\omega) = \frac{\left[ i(\omega_{X^-} - \omega) + \frac{\gamma}{2} \right] \left[ i(\omega_c - \omega) + \kappa + \frac{\kappa_s}{2} \right] + g^2}{\left[ i(\omega_{X^-} - \omega) + \frac{\gamma}{2} \right] \left[ i(\omega_c - \omega) + \kappa + \frac{\kappa_s}{2} \right] + g^2}, \quad (2a)$$

$$t(\omega) = \frac{-\kappa \left[ i(\omega_{X^-} - \omega) + \frac{\gamma}{2} \right]}{\left[ i(\omega_{X^-} - \omega) + \frac{\gamma}{2} \right] \left[ i(\omega_c - \omega) + \kappa + \frac{\kappa_s}{2} \right] + g^2}. \quad (2b)$$

我们讨论的是共振情况, 所以  $\omega_{X-} = \omega_c$ . 令  $g = 0$ , 可以得到量子点不与腔耦合即冷腔时的反射和透射系数:

$$r_0(\omega) = \frac{i(\omega_c - \omega) + \kappa_s/2}{i(\omega_c - \omega) + \kappa + \kappa_s/2}, \quad (3a)$$

$$t_0(\omega) = \frac{-\kappa}{i(\omega_c - \omega) + \kappa + \kappa_s/2}. \quad (3b)$$

在强耦合和理想共振条件下, 可以得到  $|t(\omega)| \rightarrow 0$ ,  $|t_0(\omega)| \rightarrow 1$ ,  $|r(\omega)| \rightarrow 1$ ,  $|r_0(\omega)| \rightarrow 0$ . 当量子点自旋态处于  $|\uparrow\rangle$  时,  $s_z = +1$  的光子即处于  $|R^\uparrow\rangle$  或  $|L^\downarrow\rangle$  的光子, 会被反射, 光子的偏振方向和传播方向都发生变化, 变成  $|L^\downarrow\rangle$  或者  $|R^\uparrow\rangle$ . 而  $s_z = -1$  的光子即处于  $|R^\downarrow\rangle$  或  $|L^\uparrow\rangle$  的光子会被透射, 并伴随着  $\pi$  相位的翻转. 类似地, 当量子点自旋态处于  $|\downarrow\rangle$  时,  $s_z = -1$  的光子会被反射,  $s_z = +1$  的光子会被透射. 以上跃迁规则可以用以下的变换来表示<sup>[31,32]</sup>:

$$\begin{aligned} |R^\uparrow\rangle|\uparrow\rangle &\rightarrow |L^\downarrow\rangle|\uparrow\rangle, & |L^\uparrow\rangle|\uparrow\rangle &\rightarrow -|L^\uparrow\rangle|\uparrow\rangle, \\ |R^\downarrow\rangle|\uparrow\rangle &\rightarrow -|R^\downarrow\rangle|\uparrow\rangle, & |L^\downarrow\rangle|\uparrow\rangle &\rightarrow |R^\uparrow\rangle|\uparrow\rangle, \\ |R^\uparrow\rangle|\downarrow\rangle &\rightarrow -|R^\uparrow\rangle|\downarrow\rangle, & |L^\uparrow\rangle|\downarrow\rangle &\rightarrow |R^\downarrow\rangle|\downarrow\rangle, \\ |R^\downarrow\rangle|\downarrow\rangle &\rightarrow |L^\uparrow\rangle|\downarrow\rangle, & |L^\downarrow\rangle|\downarrow\rangle &\rightarrow -|L^\downarrow\rangle|\downarrow\rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

### 3 光子偏振态的纠缠浓缩

下面介绍偏振态纠缠浓缩的原理. 假设两个距离很远的光子处于较低的纠缠态:

$$|\Psi\rangle_{AB} = \alpha|R\rangle_A|R\rangle_B + \beta|L\rangle_A|L\rangle_B. \quad (5)$$

其中  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ . 下标 A(B) 分别表示参与者所持有的光子. 辅助光子 a 处于单光子态  $|\Psi\rangle_a = |R\rangle_a$ . 两个量子点中的电子处于自旋态  $|\Psi\rangle_{s_1(s_2)} = (|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle)_{s_1(s_2)}/\sqrt{2}$ , 下标  $s_1(s_2)$  分别表示在光子 A(B) 位置的量子点. 如图 2 所示, 在光子 A 处, 让光子 a 和 A 依次通过第一个量子点. 光开关 SW 确保光子 a 首先通过, 光子 A 后通过. 光子 a 和 A 通过量子点的时间间隔应该小于量子点自旋的相干时间. 在光子 A 通过量子点-腔系统之前, 需要对自旋态执行一个 Hadamard 操作, 即  $|\uparrow\rangle \rightarrow (|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)/\sqrt{2}$ ,  $|\downarrow\rangle \rightarrow (|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle)/\sqrt{2}$ . 光子 A 通过量子点-腔系统后, 再对自旋态执行一个 Hadamard 操作. 最终, 在通过第一个量子点-腔系统之后, 光子和电子自旋的组合态变为

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_{AB}|\Psi\rangle_a|\Psi\rangle_{s_1s_2} &= (\alpha|R\rangle_A|R\rangle_B + \beta|L\rangle_A|L\rangle_B) \otimes |R\rangle_a \otimes \frac{|\uparrow\rangle_{s_1} - |\downarrow\rangle_{s_1}}{\sqrt{2}} \otimes \frac{|\uparrow\rangle_{s_2} - |\downarrow\rangle_{s_2}}{\sqrt{2}} \\ &\rightarrow \frac{1}{2\sqrt{2}} \{ \alpha [ (|R\rangle_A - |L\rangle_A) |\uparrow\rangle_{s_1} + (|R\rangle_A + |L\rangle_A) |\downarrow\rangle_{s_1} ] |R\rangle_B |R\rangle_a + \alpha [ (|R\rangle_A + |L\rangle_A) |\uparrow\rangle_{s_1} \\ &\quad + (|R\rangle_A - |L\rangle_A) |\downarrow\rangle_{s_1} ] |R\rangle_B |L\rangle_a - \beta [ (|R\rangle_A - |L\rangle_A) |\uparrow\rangle_{s_1} - (|R\rangle_A + |L\rangle_A) |\downarrow\rangle_{s_1} ] |L\rangle_B |R\rangle_a \\ &\quad + \beta [ (|R\rangle_A + |L\rangle_A) |\uparrow\rangle_{s_1} - (|R\rangle_A - |L\rangle_A) |\downarrow\rangle_{s_1} ] |L\rangle_B |L\rangle_a \} \otimes \frac{|\uparrow\rangle_{s_2} - |\downarrow\rangle_{s_2}}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (6)$$

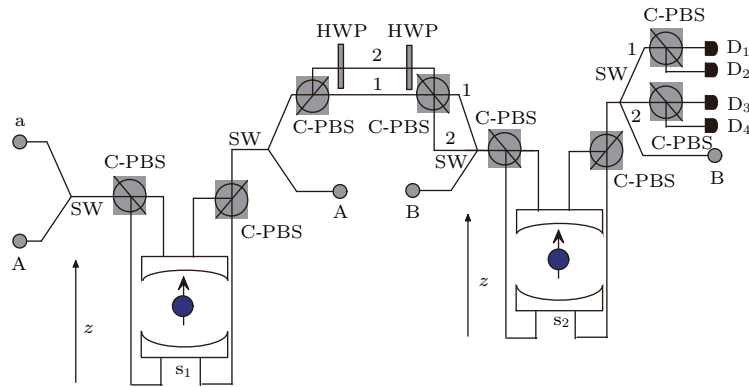


图 2 光子偏振态纠缠浓缩的示意图 ( $s_1$  和  $s_2$  分别代表第一个和第二个量子点的自旋; C-PBS 代表偏振分束器, 它透射  $|R\rangle$  光子并反射  $|L\rangle$  光子; SW 是光开关, 它被用来控制光子从不同的路径输出; HWP 表示对光子执行  $\sigma_X$  操作的半波片; 1 和 2 分别代表辅助光子 a 可能通过的通道;  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  和  $D_4$  是单光子探测器)

Fig. 2. Schematic of polarization state entanglement concentration.  $s_1$  and  $s_2$  are quantum spin states. C-PBS denotes circular polarization beam splitter, transmitting  $|R\rangle$  photon and reflecting  $|L\rangle$  photon. SW denotes switch used to control the paths of photon. HWP represents the half wave plate to perform  $\sigma_X$  on photon. 1 and 2 are the possible channels of photon a.  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ , and  $D_4$  are single-photon detectors.

然后, 把辅助光子 a 传送给参与者 B. 在光子传送过程中, 由于存在通道噪声, 光子态会发生变化:  $|R\rangle \rightarrow \gamma|R\rangle + \delta|L\rangle$  ( $|\gamma|^2 + |\delta|^2 = 1$ ). 利用偏振分束器 C-PBS 将光子通过两个可能的通道进行传送,

并且在传送前和传送后都对通道 2 的光子执行  $\sigma_X$  操作. 所以 B 可能在通道 1 或者 2 得到辅助光子 a, 这时, 系统的态为

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \left\{ \gamma\alpha[ (|R\rangle_A - |L\rangle_A)|\uparrow\rangle_{s_1} + (|R\rangle_A + |L\rangle_A)|\downarrow\rangle_{s_1}]|R\rangle_B|R\rangle_1 + \gamma\alpha[ (|R\rangle_A + |L\rangle_A)|\uparrow\rangle_{s_1} + (|R\rangle_A - |L\rangle_A)|\downarrow\rangle_{s_1}]|R\rangle_B|L\rangle_1 - \gamma\beta[ (|R\rangle_A - |L\rangle_A)|\uparrow\rangle_{s_1} - (|R\rangle_A + |L\rangle_A)|\downarrow\rangle_{s_1}]|L\rangle_B|R\rangle_1 + \gamma\beta[ (|R\rangle_A + |L\rangle_A)|\uparrow\rangle_{s_1} - (|R\rangle_A - |L\rangle_A)|\downarrow\rangle_{s_1}]|L\rangle_B|L\rangle_1 + \delta\alpha[ (|R\rangle_A - |L\rangle_A)|\uparrow\rangle_{s_1} + (|R\rangle_A + |L\rangle_A)|\downarrow\rangle_{s_1}]|R\rangle_B|R\rangle_2 + \delta\alpha[ (|R\rangle_A + |L\rangle_A)|\uparrow\rangle_{s_1} + (|R\rangle_A - |L\rangle_A)|\downarrow\rangle_{s_1}]|R\rangle_B|L\rangle_2 - \delta\beta[ (|R\rangle_A - |L\rangle_A)|\uparrow\rangle_{s_1} - (|R\rangle_A + |L\rangle_A)|\downarrow\rangle_{s_1}]|L\rangle_B|R\rangle_2 + \delta\beta[ (|R\rangle_A + |L\rangle_A)|\uparrow\rangle_{s_1} - (|R\rangle_A - |L\rangle_A)|\downarrow\rangle_{s_1}]|L\rangle_B|L\rangle_2 \right\} \otimes \frac{|\uparrow\rangle_{s_2} - |\downarrow\rangle_{s_2}}{\sqrt{2}}. \quad (7)$$

与 A 类似, 参与者 B 让光子 a 和 B 依次通过第二个量子点-腔系统. 最后得到:

$$\frac{1}{4} \left\{ \gamma[(\alpha + \beta)(|R\rangle_A|R\rangle_B + |L\rangle_A|L\rangle_B)|R\rangle_1|\uparrow\rangle_{s_1}|\uparrow\rangle_{s_2} + (\alpha - \beta)(|R\rangle_A|R\rangle_B - |L\rangle_A|L\rangle_B)|R\rangle_1|\uparrow\rangle_{s_1}|\downarrow\rangle_{s_2} + (\alpha - \beta)(|R\rangle_A|R\rangle_B - |L\rangle_A|L\rangle_B)|R\rangle_1|\downarrow\rangle_{s_1}|\uparrow\rangle_{s_2} + (\alpha + \beta)(|R\rangle_A|R\rangle_B + |L\rangle_A|L\rangle_B)|R\rangle_1|\downarrow\rangle_{s_1}|\downarrow\rangle_{s_2} + (\alpha - \beta)(|R\rangle_A|R\rangle_B - |L\rangle_A|L\rangle_B)|L\rangle_1|\uparrow\rangle_{s_1}|\uparrow\rangle_{s_2} + (\alpha + \beta)(|R\rangle_A|R\rangle_B + |L\rangle_A|L\rangle_B)|L\rangle_1|\uparrow\rangle_{s_1}|\downarrow\rangle_{s_2} + (\alpha + \beta)(|R\rangle_A|R\rangle_B + |L\rangle_A|L\rangle_B)|L\rangle_1|\downarrow\rangle_{s_1}|\uparrow\rangle_{s_2} + (\alpha - \beta)(|R\rangle_A|R\rangle_B - |L\rangle_A|L\rangle_B)|L\rangle_1|\downarrow\rangle_{s_1}|\downarrow\rangle_{s_2} + \delta[(\alpha - \beta)(|R\rangle_A|R\rangle_B - |L\rangle_A|L\rangle_B)|R\rangle_2|\uparrow\rangle_{s_1}|\uparrow\rangle_{s_2} + (\alpha + \beta)(|R\rangle_A|R\rangle_B + |L\rangle_A|L\rangle_B)|R\rangle_2|\uparrow\rangle_{s_1}|\downarrow\rangle_{s_2} + (\alpha + \beta)(|R\rangle_A|R\rangle_B + |L\rangle_A|L\rangle_B)|R\rangle_2|\downarrow\rangle_{s_1}|\uparrow\rangle_{s_2} + (\alpha - \beta)(|R\rangle_A|R\rangle_B - |L\rangle_A|L\rangle_B)|R\rangle_2|\downarrow\rangle_{s_1}|\downarrow\rangle_{s_2} + (\alpha + \beta)(|R\rangle_A|R\rangle_B + |L\rangle_A|L\rangle_B)|L\rangle_2|\uparrow\rangle_{s_1}|\uparrow\rangle_{s_2} + (\alpha - \beta)(|R\rangle_A|R\rangle_B - |L\rangle_A|L\rangle_B)|L\rangle_2|\uparrow\rangle_{s_1}|\downarrow\rangle_{s_2} + (\alpha - \beta)(|R\rangle_A|R\rangle_B - |L\rangle_A|L\rangle_B)|L\rangle_2|\downarrow\rangle_{s_1}|\uparrow\rangle_{s_2} + (\alpha + \beta)(|R\rangle_A|R\rangle_B + |L\rangle_A|L\rangle_B)|L\rangle_2|\downarrow\rangle_{s_1}|\downarrow\rangle_{s_2}] \right\}. \quad (8)$$

可以看到, 根据两个量子点自旋态和辅助光子偏振态的测量结果, 可以通过相应的单光子操作使光子 A 和 B 处于最大纠缠态  $(|R\rangle_A|R\rangle_B + |L\rangle_A|L\rangle_B)/\sqrt{2}$ . 现在, 测量两个量子点的自旋态和辅助光子的偏振态, 如果得到

$$|R\rangle_1|\uparrow\rangle_{s_1}|\uparrow\rangle_{s_2}, |R\rangle_1|\downarrow\rangle_{s_1}|\downarrow\rangle_{s_2}, |L\rangle_1|\uparrow\rangle_{s_1}|\downarrow\rangle_{s_2}, |L\rangle_1|\downarrow\rangle_{s_1}|\uparrow\rangle_{s_2}, |L\rangle_2|\uparrow\rangle_{s_1}|\uparrow\rangle_{s_2}, |L\rangle_2|\downarrow\rangle_{s_1}|\downarrow\rangle_{s_2}, |R\rangle_2|\uparrow\rangle_{s_1}|\downarrow\rangle_{s_2}, \text{ 或者 } |R\rangle_2|\downarrow\rangle_{s_1}|\uparrow\rangle_{s_2},$$

则光子 A 和 B 都处于  $(|R\rangle_A|R\rangle_B + |L\rangle_A|L\rangle_B)/\sqrt{2}$ , 即最大纠缠态. 如果得到其他测量结果, 则光子 A 和 B 都处于  $(|R\rangle_A|R\rangle_B - |L\rangle_A|L\rangle_B)/\sqrt{2}$ , 这也是最大纠缠态, 并且可以通过简单的单光子操作变成  $(|R\rangle_A|R\rangle_B + |L\rangle_A|L\rangle_B)/\sqrt{2}$ . 所以在理想情况下, 得到最大偏振纠缠态的概率为  $P = 4|\gamma|^2|\alpha + \beta|^2/8 + 4|\delta|^2|\alpha + \beta|^2/8 + 4|\gamma|^2|\alpha - \beta|^2/8 + 4|\delta|^2|\alpha - \beta|^2/8 = 1$ , 本文的方案是确定性的. 通道噪声并不会影响方案的成功概率, 但是影响在通道 1 或者通道 2 测量

得到辅助光子的概率.

## 4 讨 论

以上成功概率是在理想条件下计算的, 没有考虑量子点-腔系统的耦合强度以及腔的泄漏对方案的影响. 如果将耦合强度和腔泄漏率考虑进来, 则需要计算系统量子态的保真度  $F = |\langle \Psi_f | \Psi \rangle|^2$ . 这里,  $|\Psi_f\rangle$  是包含外部环境影响时系统的最终态, 而  $|\Psi\rangle$  是理想条件下的最终态. 本文以  $|R\rangle_1|\uparrow\rangle_{s_1}|\uparrow\rangle_{s_2}$  的测量结果为例, 来说明不同的因素对纠缠浓缩的保真度的影响. 对于其他 15 种测量结果, 都可以用同样的方法计算得到相对应纠缠态的保真度, 得到的结果是类似的, 只是在具体的数值上有些差异. 当测量结果为  $|R\rangle_1|\uparrow\rangle_{s_1}|\uparrow\rangle_{s_2}$  时, 得到的纠缠态的保真度为

$$F = \frac{(\xi + \zeta)^2(2 - |\alpha - \beta|^2)}{(\xi - \zeta)^2 + 2\xi\zeta(2 - |\alpha - \beta|^2)}, \quad (9)$$



其中,  $\xi = |t|^2(|r|^2 + |t|^2) + |r_0|^2(|t| - |t_0|)^2 + 2|r|^2|t||t_0| + (|r|^2 + 2|t|^2)|t_0|^2 + |t_0|^4 + 2|r||r_0|(|t_0|^2 - |t|^2)$ ,  $\zeta = |r_0|^4 + 2|r||r_0|(|t|^2 - |t_0|^2) + |r|^2(|r|^2 + |t|^2 - 2|t||t_0| + |t_0|^2) + |r_0|^2(2|r|^2 + |t|^2 + 2|t||t_0| + |t_0|^2)$ . 可以看到,  $F$  随着  $|\alpha - \beta|$  变化.  $|\alpha + \beta|^2 + |\alpha - \beta|^2 = 2$ , 所以  $|\alpha - \beta| \in [0, \sqrt{2}]$ . 图3是  $F$  随  $|\alpha - \beta|$  的变化曲线.

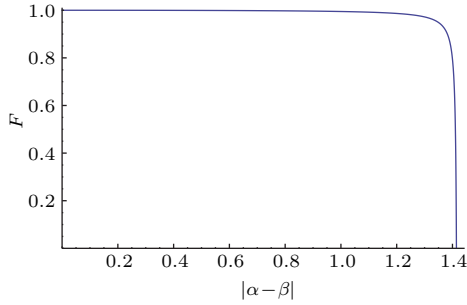


图3 保真度随初始纠缠态系数的变化曲线(这里选择腔泄漏率  $\kappa_s/\kappa = 0$ , 量子点-腔系统的耦合强度  $g/\kappa = 1$ , 并且  $\gamma/\kappa = 0.2$ )

Fig. 3. The curve of fidelity vs initial coefficients of entangled state. The cavity leakage is chosen to be  $\kappa_s/\kappa = 0$ , and coupling strength  $g/\kappa = 1$  with  $\gamma/\kappa = 0.2$ .

从图3可以看出: 当  $|\alpha - \beta| \leq 1.3$  时,  $F$  变化很小, 并保持接近于1的值. 当  $|\alpha - \beta| = 1.3$  时,  $F = 0.972$ ; 然而, 当  $|\alpha - \beta| > 1.3$  时,  $F$  将随着  $|\alpha - \beta|$  的增加急剧减小. 所以在  $|\alpha - \beta| \leq 1.3$  时, 本文的纠缠浓缩方案受部分纠缠态的初始信息影响很小, 可以实现任意未知纠缠态的浓缩; 然而,  $1.3 < |\alpha - \beta| \leq \sqrt{2}$  时, 本文的方案保真度较小.

同时, 保真度  $F$  也会受到耦合强度  $g/\kappa$  和腔边泄漏率  $\kappa_s/\kappa$  的影响, 如图4所示.

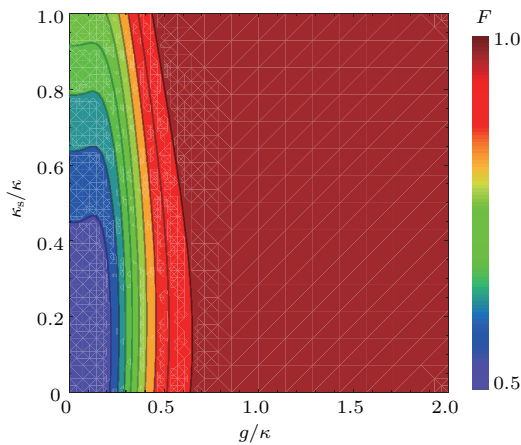


图4 (网刊彩色) 保真度随耦合强度和腔泄漏的变化(这里, 选择  $|\alpha - \beta| = 1$ )

Fig. 4. (color online) The curve of fidelity vs coupling strength and cavity leakage. Here,  $|\alpha - \beta| = 1$ .

从图4可以看出,  $F$  的最小值为0.5. 在弱耦合条件 ( $g/\kappa < 0.5$ ) 下,  $F$  的值较小, 而且受腔泄漏的影响非常大. 而在腔强耦合条件 ( $g/\kappa > 0.5$ ) 下,  $F$  接近于1, 而且可以保持稳定, 几乎不受腔泄漏的影响. 弱耦合  $g/\kappa = 0.3$  的情况下, 当  $\kappa_s/\kappa = 0$  时, 成功概率  $F = 66.34\%$ . 强耦合  $g/\kappa = 1.5$  条件下, 当  $\kappa_s/\kappa = 0$  时,  $F = 99.81\%$ . 当  $g/\kappa = 2.4$  时, 相对于  $\kappa_s/\kappa = 0$  或 0.1,  $F = 99.97\%$  或者  $99.86\%$ . 当  $g/\kappa > 0.7$  时,  $F$  趋于稳定, 不会随着耦合强度和泄漏率的增加有太大的变化. 所以本文的纠缠浓缩方案对腔的边泄漏率要求不高, 而且只要满足  $g/\kappa > 0.7$ , 继续增加耦合强度也没有实际意义. 系统的耦合强度取决于带电激子的振荡强度和微腔的模式体积, 量子点和光学微腔的弱耦合在实验室比较容易实现, 强耦合实现起来虽有一些难度, 但近年来也取得了很大进展. 在直径  $d = 1.5 \mu\text{m}$  的微柱形光学微腔中,  $g \simeq 0.5(\kappa + \kappa_s)$  的耦合强度已经实现<sup>[33]</sup>, 对应的腔品质因子  $Q = 8800$ . 当腔的直径  $d = 2 \mu\text{m}$  时, 其品质因子可以达到  $Q = 4 \times 10^4$ <sup>[34]</sup>, 通过改善样品的设计和制备方法, 耦合强度可以达到  $g \simeq 2.4(\kappa + \kappa_s)$ <sup>[35]</sup>. 现有的条件已经可以满足实验的要求, 本文的方案是可行的.

## 5 结 论

本文利用两个微腔中的量子点和一个光子作为辅助, 实现了光子偏振非最大纠缠态的浓缩, 得到了最大纠缠态. 首先, 利用光开关让辅助光子 a 和光子 A 依次与第一个量子点相互作用, 再将光子 a 通过两个可能的通道传送给第二个参与者, 以确保光子 a 的量子态不受通道噪声的影响; 然后让光子 a 和 B 依次与第二个量子点相互作用; 最后对两个量子点的自旋态和辅助光子的偏振态进行测量, 根据测量结果对光子对 AB 执行相应的操作即可得到最大的偏振纠缠态. 在不考虑腔边泄漏的理想情况下, 方案的成功概率为1. 本文也以  $|R\rangle_1|\uparrow\rangle_{s_1}|\uparrow\rangle_{s_2}$  的测量结果为例计算了方案的保真度, 结果显示本文的纠缠浓缩方案在耦合强度  $g/\kappa > 0.7$  时可以达到 99.8% 以上, 而且受腔泄漏的影响也很小. 在实际的量子通信过程中, 要得到初始纠缠态的系数信息, 需要两个参与者可对足够数量光子对进行测量, 这样消耗大量的纠缠资源. 本文的纠缠浓缩方案中, 初始纠缠态的系数影响很小, 可以忽略, 这就避免了纠缠资源的浪费. 而且本方案不需要重复执行, 大大简化了纠缠浓缩的过程. 这些特点都增加

了纠缠浓缩的通用性和效率,进而保证了量子纠缠态的品质.量子纠缠浓缩可以在一定程度上消除消相干作用造成的纠缠态品质下降,使得两个参与者共享的是最大纠缠态,这在远距离量子通信中是非常有用的,可以提高量子隐形传送、量子密钥分配、量子密码学等方案的安全性.量子纠缠浓缩在可容错量子计算和分布式量子计算中也有着极其重要的应用.

参考文献

[1] Bennett C H, Bernstein H J, Popescu S, Schumacher B 1996 *Phys. Rev. A* **53** 2046

[2] Guo R, Zhou L, Gu S P, Wang X F, Sheng Y B 2016 *Chin. Phys. B* **25** 030302

[3] Zhang W Z, Li W D, Shi P, Gu Y J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060303 (in Chinese) [张闻钊, 李文东, 史鹏, 顾永建 2011 物理学报 **60** 060303]

[4] Zhou L, Wang D D, Wang X F, Gu S F, Sheng Y B 2017 *Chin. Phys. B* **26** 020302

[5] Zhao Z, Pan J W, Zhan M S 2001 *Phys. Rev. A* **64** 014301

[6] Yamamoto T, Koashi M, Imoto N 2001 *Phys. Rev. A* **64** 012304

[7] Bose S, Vedral V, Knight P L 1999 *Phys. Rev. A* **60** 194

[8] Sheng Y B, Deng F G, Zhou H Y 2008 *Phys. Rev. A* **77** 062325

[9] Sheng Y B, Zhou L, Zhao S M, Zheng B Y 2012 *Phys. Rev. A* **85** 012307

[10] Ding S P, Zhou L, Gu S P, Wang X F, Sheng Y B 2017 *Int. J. Theor. Phys.* **56** 1912

[11] Qu C C, Zhou L, Sheng Y B 2015 *Quant. Inf. Process.* **14** 4131

[12] Fei S M 2016 *Sci. China: Inform. Sci.* **59** 128501

[13] Song T T, Tan X, Wang T 2017 *Sci. Rep.* **7** 1982

[14] Ren B C, Du F F, Deng F G 2013 *Phys. Rev. A* **88** 012302

[15] Cao C, Wang T J, Mi S C, Zhang R, Wang C 2016 *Ann. Phys.* **369** 128

[16] Du F F, Deng F G, Long G L 2016 *Sci. Rep.* **6** 35922

[17] Loss D, DiVincenzo D P 1998 *Phys. Rev. A* **57** 120

[18] Wei H R, Deng F G 2013 *Opt. Express* **21** 17671

[19] Chen Q C 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 247801 (in Chinese) [陈秋成 2016 物理学报 **65** 247801]

[20] Wang S X, Li Y X, Wang N, Liu J J 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 137302 (in Chinese) [王素新, 李玉现, 王宁, 刘建军 2016 物理学报 **65** 137302]

[21] Wei H R, Deng F G 2013 *Phys. Rev. A* **87** 022305

[22] Senellart P, Solomon G, White A 2017 *Nat. Nanotechnol.* **12** 1026

[23] Ren B C, Deng F G 2014 *Sci. Rep.* **4** 4623

[24] Shimizu H, Saravanan S, Yoshida J, Ibe S, Yokouchi N 2006 *Appl. Phys. Lett.* **88** 241117

[25] Ulbrich N, Bauer J, Scarpa G, Boy R, Schuh G, Abstreiter G, Schmult S, Wegscheider W 2003 *Appl. Phys. Lett.* **83** 1530

[26] Wang C, Zhang Y, Jin G S 2011 *Phys. Rev. A* **84** 032307

[27] Wang C 2012 *Phys. Rev. A* **86** 012323

[28] Sheng Y B, Zhou L, Wang L, Zhao S M 2013 *Quant. Inf. Process.* **12** 1885

[29] Ren B C, Long G L 2014 *Opt. Express* **22** 6547

[30] Scully M O, Zubairy M S 1997 *Quantum Optics* (Cambridge: Cambridge University Press)

[31] Hu C Y, Munro W J, O'Brien J L, Rarity J G 2009 *Phys. Rev. B* **80** 205326

[32] Bonato C, Haupt F, Oemrawsingh S S R, Gudat J, Ding D, van Exter M P, Bouwmeester D 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 160503

[33] Reithmaier J P, Seuk G, Löffler A, Hofmann C, Kuhn S, Reitzenstein S, Keldysh L V, Kulakocskii V D, Reinecke T K, Forchel A 2004 *Nature* **432** 197

[34] Yoshie T, Scherer A, Hendrickson J, Khitrova G, Gibbs H M, Rupper G, Ell C, Shchekin O B, Deppe D G 2004 *Nature* **432** 200

[35] Reitzenstein S, Hofmann C, Gorbunov A, Strauß M, Kwon S H, Schneider C, Löffler A, Höfling S, Kamp M, Forchel A 2007 *Appl. Phys. Lett.* **90** 251109

# Quantum entanglement concentration for photonic polarization state assisted by electron spin<sup>\*</sup>

Zhao Rui-Tong Liang Rui-Sheng<sup>†</sup> Wang Fa-Qiang

(Guangdong Provincial Key Laboratory of Nanophotonic Functional Materials and Devices, School for Information and Optoelectronic Science and Engineering, South China Normal University, Guangzhou 510006, China)

( Received 4 March 2017; revised manuscript received 20 August 2017 )

## Abstract

In order to assure the security of the long-distance quantum communication, the maximum entangled state is necessary. However, the decoherence of the entanglement is inevitable because of the channel noise and the interference of the environment. Quantum entanglement concentration can be used to convert a non-maximum entangled state into a maximum one. In previous entanglement concentration proposals, we need the initial coefficients of non-maximum entangled state or repeat the entanglement concentration process to improve the possibility of success, which reduces the efficiency of the entanglement concentration. A more efficient entanglement concentration for photonic polarization state is proposed in this paper, which is based on the interaction between circularly polarized light and quantum dot-cavity system. An auxiliary photon is introduced to connect two distant participants. To overcome the channel noise, the auxiliary photon transmits through two channels between the two participants. The photons interact with coupled quantum dot-cavity before and after the auxiliary photon transmission. Then the states of spins and auxiliary photon are measured, and the maximum photonic polarization entangled state is obtained by single-photon operations according to the measurement results. The success possibility of the proposed scheme is 1 in ideal conditions, that is, the concentration can be realized deterministically. However, the cavity leakage is unavoidable, so the fidelity of the entanglement concentration is calculated by taking one of the measurement results for example. The results show that the influences of the initial coefficients of non-maximum entangled state on the fidelity can be ignored in most cases, which saves a mass of photons used to measure the initial coefficients of the non-maximum entangled state. The fidelities with varying coupling strengths and cavity leakages are also shown in the paper. In the case of weak coupling, the fidelity is low and varies sharply with cavity leakage. Fortunately, the fidelity will plateau in a strong coupling case, and reaches 99.8% with a coupling strength 0.7 for diverse cavity leakages. Much progress has been made in the study of the strong coupling between quantum dot and optical cavity, which can satisfy the requirement of our entanglement concentration. So the proposed scheme is feasible in the current experimental conditions. In general, our proposal still maintains high fidelity even considering the cavity leakage, and the initial information about partially entangled state and the repetition of the entanglement concentration process are not required. This not only improves the security of the quantum entanglement concentration, but also contributes to efficient quantum information processing with less quantum resources. These characteristics increase the universality and efficiency of the entanglement concentration, thus assuring the quality of the long-distance quantum entanglement.

**Keywords:** quantum entanglement concentration, quantum dot, optical microcavity

**PACS:** 03.65.Ud, 03.67.Mn, 03.67.Pp

**DOI:** 10.7498/aps.66.240301

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61275059, 61307062).

† Corresponding author. E-mail: [liangrs@scnu.edu.cn](mailto:liangrs@scnu.edu.cn)