

带有Dzyaloshinski-Moriya相互作用的两比特纠缠量子Otto热机和量子Stirling热机

赵丽梅 张国锋

Entangled quantum Otto and quantum Stirling heat engine based on two-spin systems with Dzyaloshinski-Moriya interaction

Zhao Li-Mei Zhang Guo-Feng

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 66, 240502 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.240502

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.240502>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I24>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

线性与非线性传热过程的Curzon-Ahlborn热机在任意功率时的效率

[Efficiency at arbitrary power for the Curzon-Ahlborn heat engine in linear and nonlinear heat transfer processes](#)

物理学报.2017, 66(13): 130502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.130502>

含有一般性热转移过程的低耗散型热机的权衡优化研究

[Trade-off optimization for low-dissipation heat engine with generic heat transfer process](#)

物理学报.2017, 66(3): 030504 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.030504>

亚稳相的纳米尺度稳定化:热力学模型与实验研究

[Nanoscale stabilization of metastable phase: thermodynamic model and experimental studies](#)

物理学报.2012, 61(20): 200510 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.200510>

以一维谐振子势阱中的单粒子为工质的量子热机性能分析

[Performance analysis of a quantum heat engine working with a particle in a one-dimensional harmonic trap](#)

物理学报.2012, 61(8): 080509 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.080509>

# 带有Dzyaloshinski-Mariya相互作用的两比特 纠缠量子Otto热机和量子Stirling热机\*

赵丽梅 张国锋<sup>†</sup>

(北京航空航天大学物理科学与核能工程学院, 北京 100191)

(2017年5月24日收到; 2017年8月22日收到修改稿)

研究了以带有Dzyaloshinski-Mariya(DM)相互作用的两比特自旋体系为工质的量子纠缠Otto热机和量子Stirling热机。两种不同热机在各自的循环过程中, 通过保持其他参量不变, 只有DM相互作用发生改变, 从而分析热机循环中DM相互作用与热传递、做功以及效率等热力学量之间的关系。研究结果表明: DM相互作用对两种热机的基本量子热力学量都具有重要的影响, 但量子Stirling热机由于回热器的使用, 其循环效率会大于量子Otto纠缠热机的效率, 甚至会超过Carnot效率; 得到了量子Otto纠缠热机和量子Stirling热机做正功的条件。因此, 在这两个纠缠体系中, 热力学第二定律都依然成立。

**关键词:** 量子热机, Dzyaloshinski-Mariya相互作用, 效率

**PACS:** 05.70.Ln, 07.20.Pe

**DOI:** 10.7498/aps.66.240502

## 1 引言

随着量子信息科学的蓬勃发展, 量子力学和热力学的交叉领域逐渐引起了越来越多物理学家的关注<sup>[1,2]</sup>。自从量子热力学这一概念被Kieu首次提出以来, 物理学者们在这一领域做了大量的研究工作, 使得量子热力学循环性能成为近年来研究的热点<sup>[3,4]</sup>。目前研究比较多的体系有自旋系统<sup>[5–27]</sup>、谐振子系统<sup>[28–31]</sup>二能级或多能级系统<sup>[32,33]</sup>以及腔量子电动力学系统<sup>[34,35]</sup>等。

Dzyaloshinski-Mariya(DM)相互作用<sup>[36,37]</sup>是一种具有反对称的各向异性超交换相互作用, 可用来解释反铁磁材料中的弱铁磁性以及其他的新奇性质<sup>[38]</sup>。近年来, 人们也广泛讨论和研究了在各向异性交换作用下的海森伯模型, 发现DM相互作用会对研究系统的性质产生重要的影响。例如, Zhang<sup>[39]</sup>探讨了具有DM相互作用的两个自旋各

向异性系统纠缠量子热机。Wang等<sup>[40]</sup>研究了具有DM相互作用的各向异性海森伯 $XXZ$ 模型的热纠缠等, 这些研究工作都取得了丰富的成果。但是到目前为止, 尚未见具体的DM相互作用对量子热机影响的探究。

为了进一步丰富量子热力学循环理论, 本文以带有DM相互作用的两比特模型作为工作物质, 构建一个四能级纠缠量子Otto热机和量子Stirling热机, 通过保持其他参数不变, 仅改变DM相互作用参数来研究DM相互作用对量子热机的影响。而这种操作在具体的实际过程中也很容易实现<sup>[41,42]</sup>, 例如, Niu等<sup>[43]</sup>研究了当保持外磁场不变, 只有粒子间的自旋耦合系数 $J$ 发生变化的四能级量子Otto热机。

通过数值计算, 探究了循环过程中在不同的DM相互作用参数下对热机的基本热力学参数的影响, 并且利用等值线图描绘和分析了纠缠与热量、功和机械效率之间的关系。

\* 国家自然科学基金(批准号: 11574022)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [gf1978zhang@buaa.edu.cn](mailto:gf1978zhang@buaa.edu.cn)

## 2 具有DM相互作用的量子 Otto 热机模型

量子 Otto 热机是以具有 DM 相互作用各向异性的两比特海森伯模型为工作物质, 其哈密顿量可写为

$$H_{\text{DM}} = \frac{J}{2} [(\sigma_{1X}\sigma_{2X} + \sigma_{1Y}\sigma_{2Y}) + \mathbf{D} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_1 \times \boldsymbol{\sigma}_2)] + B(\sigma_Z^1 + \sigma_Z^2), \quad (1)$$

式中  $J$  表示自旋耦合系数, 反铁磁性物质对应  $J > 0$ , 铁磁性物质对应  $J < 0$ , 为了计算方便, 本文只取  $J > 0$ ;  $B$  是沿  $Z$  方向的连续外磁场;  $\mathbf{D}$  表示 DM 相互作用矢量,  $\sigma_i$  ( $i = 1, 2$ ) 是泡利算符. 为了简便, 我们只考虑  $\mathbf{D} = D\mathbf{z}$  时的情况, 此时的哈密顿量可化简为

$$H_{\text{DM}} = J[(1 + iD)\sigma_{1+}\sigma_{2-}] + (1 - iD)\sigma_{1-}\sigma_{2+}$$

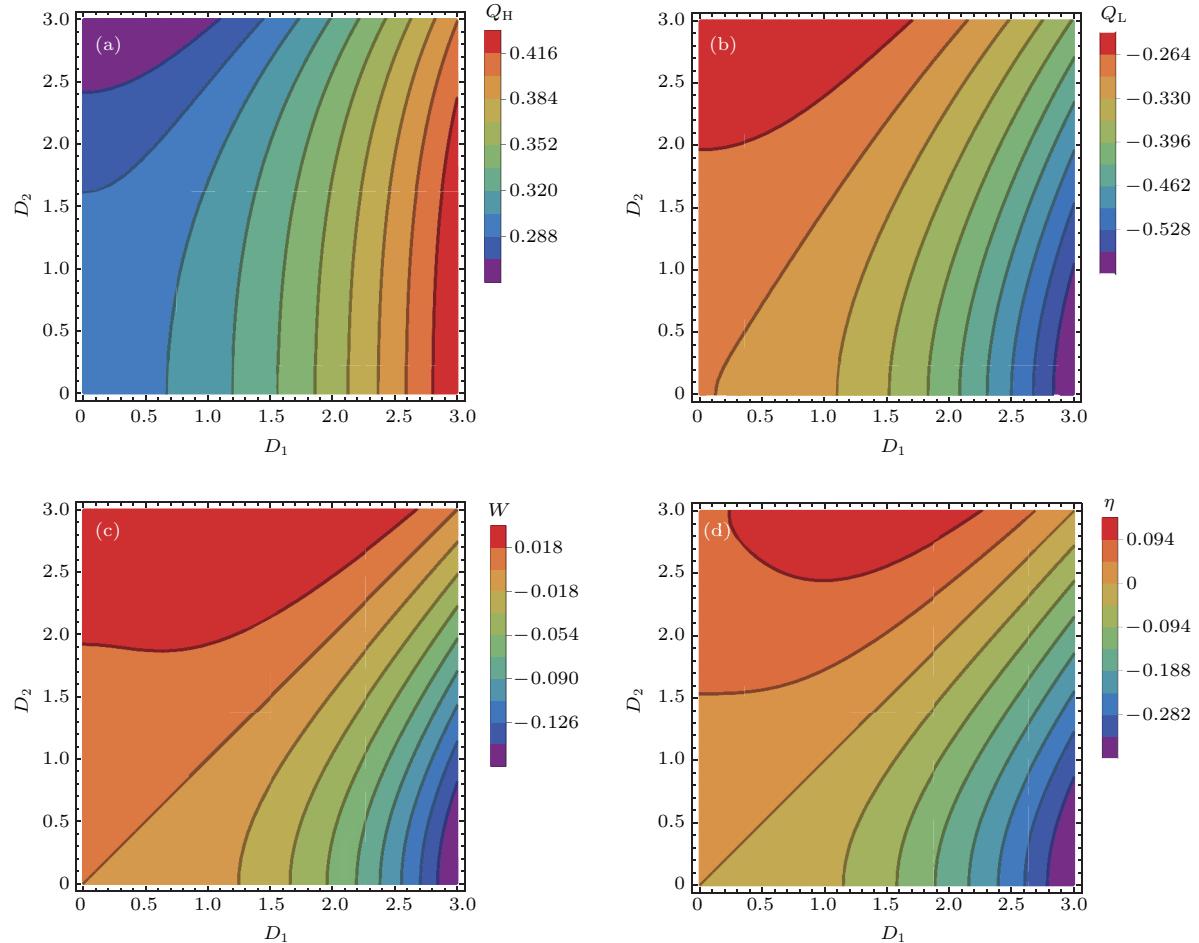


图 1 (网刊彩色) 当  $T_1 = 2$ ,  $T_2 = 1$ ,  $J = 1$  和  $B = 4$  时, (a)  $Q_H$ , (b)  $Q_L$ , (c)  $W$  和 (d)  $\eta$  随  $D_1$  和  $D_2$  变化的等值线图  
Fig. 1. (color online) Variations of heat transferred (a)  $Q_H$ , (b)  $Q_L$ , (c) net work input  $W$  and (d) the efficiency  $\eta$  of the QHE with variables  $D_1$  and  $D_2$  in isoline map for parameters  $T_1 = 2$ ,  $T_2 = 1$ ,  $J = 1$  and  $B = 4$ .

$$+ B(\sigma_Z^1 + \sigma_Z^2). \quad (2)$$

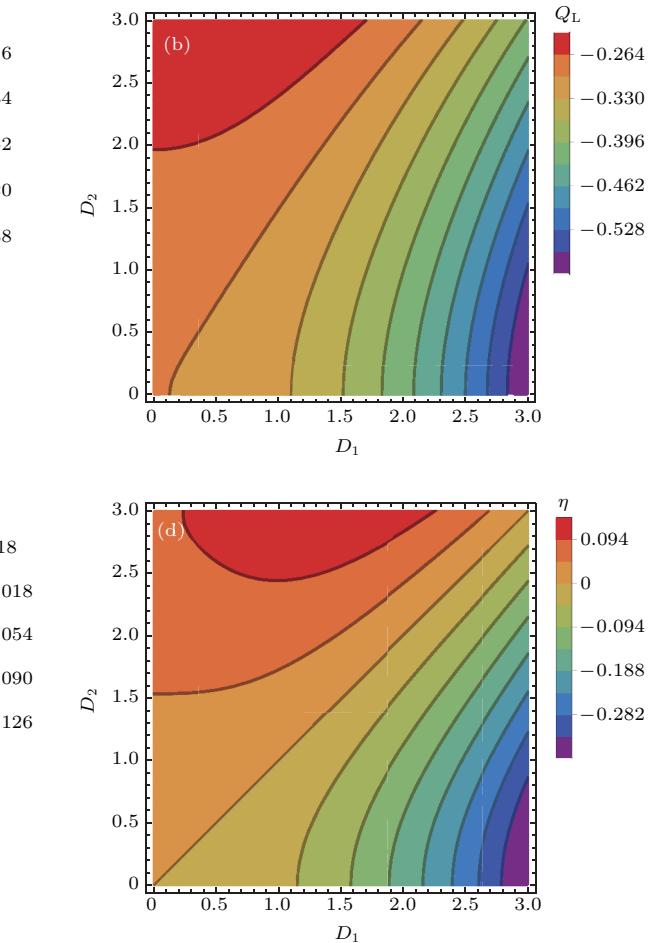
选  $|00\rangle, |11\rangle, |10\rangle, |01\rangle$  为基矢, 则  $H_{\text{DM}}$  的本征态为

$$\begin{aligned} |\psi_1\rangle &= |00\rangle, \quad |\psi_2\rangle = |11\rangle, \\ |\psi_3\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + e^{-i\theta}|10\rangle), \\ |\psi_4\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - e^{-i\theta}|10\rangle). \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $\theta = \arctan D$ , 相应的四个本征值为

$$\begin{aligned} E_1 &= -2B, \quad E_2 = 2B, \\ E_3 &= J\sqrt{1+D^2}, \\ E_4 &= -J\sqrt{1+D^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

当系统处于热平衡态时, 其状态密度算符可写为  $\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$ . 其中,  $p_i = \exp(-\beta E_i)/Z$ , 配分函数  $Z = \text{Tr}[\exp(-\beta E_i)]$ ,  $\beta = 1/(k_B T)$ .



采用Kieu在量子水平上对做功和热传递的解释<sup>[3,4]</sup>, 系统内能的平均值为:  $U = \langle H \rangle = \sum_i p_i E_i$ , 其中  $p_i$  表示粒子的占有概率,  $E_i$  表示相应的本征能量. 对于微小的热力学过程, 取内能期望值的无穷小变化量  $dU$ , 由热力学第一定律, 传递的热量的微量为  $dQ = \sum_i E_i dp_i$ , 做功的微量  $dW = \sum_i p_i dE_i$ . 由这两式可知, 热量是粒子占有概率的重新分布而与能谱分布的变化无关; 做功是能谱的重新排布而与粒子占有概率的变化无关.

量子 Otto 热机循环由两个量子等容过程和两个量子绝热过程构成, 下面是量子 Otto 热机循环的四个阶段.

阶段一: 初始时, 体系的四个本征态的概率为  $p_i$ , DM 耦合相互作用为  $D = D_1$ , 外部磁场  $B$  保持不变, 将体系与温度为  $T_H$  的高温热源接触, 经过一段时间, 达到热力学平衡, 在这个过程中系统本征

能量  $E_i$  保持不变, 体系的四个本征态的概率变为  $p'_i$ . 在这个阶段中, 只有热量的交换, 不做功.

阶段二: 移除热源, 体系经历一个量子绝热过程, DM 耦合作用从  $D_1$  变到  $D_2$ , 这个过程要足够缓慢, 使得每个量子态的概率不变, 依旧为  $p'_i$ , 体系各本征能级  $E_i$  变为  $E'_i$ . 因此在这个过程中, 只有做功而无热量的传递, 指出要使该过程保持绝热, 耦合作用的变化需要满足传统的量子绝热定理<sup>[16]</sup>.

阶段三: 与第一阶段相似, 体系与温度为  $T_L$  的低温热源持续接触, 经过一段时间的耦合作用后达到热平衡状态, 工作物质的每个态的占有概率由  $p'_i$  变为  $p_i$ , 体系各本征能级  $E'_i$  保持不变. 在此过程中, 由于占有概率的改变使体系与热源之间存在热传递, 没有做功.

阶段四: 与第二阶段类似, 移除热源, 体系再次经历量子绝热过程, 这一过程, DM 耦合作用从

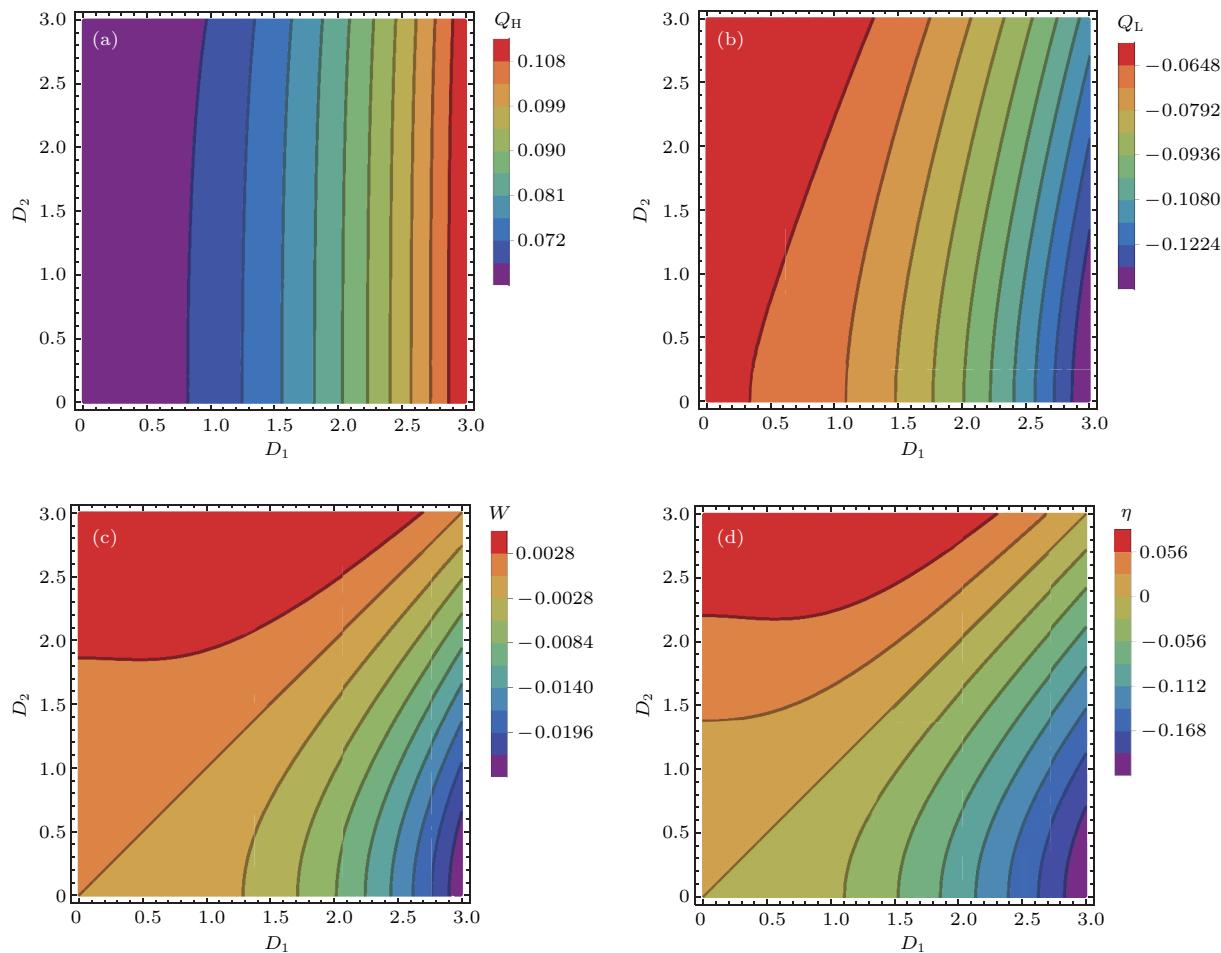


图2 (网刊彩色) 当  $T_1 = 2$ ,  $T_2 = 1$ ,  $J = 1$  和  $B = 6$  时, (a)  $Q_H$ , (b)  $Q_L$ , (c)  $W$  和 (d)  $\eta$  随  $D_1$  和  $D_2$  变化的等值线图  
Fig. 2. (color online) Variations of heat transferred (a)  $Q_H$ , (b)  $Q_L$ , (c) net work input  $W$  and (d) the efficiency  $\eta$  of the QHE with variables  $D_1$  and  $D_2$  in isoline map for parameters  $T_1 = 2$ ,  $T_2 = 1$ ,  $J = 1$  and  $B = 6$ .

$D_2$  变到  $D_1$ , 每个本征态的占有概率  $p_i$  均保持不变, 体系各本征能级由  $E'_i$  又回到了  $E_i$ . 此过程中体系只做功, 没有热量的交换.

根据上述过程, 可以得到在阶段一和阶段三的两个等容过程中, 转移的能量分别为

$$\begin{aligned} Q_H &= \sum_i E_i (p_i - p'_i) \\ &= J \sqrt{D_1^2 + 1} (p_3 - p'_3 + p'_1 - p_1) \\ &\quad + 2B(p_4 - p'_4 + p'_2 - p_2), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} Q_L &= \sum_i E'_i (p'_i - p_i) \\ &= -J \sqrt{D_2^2 + 1} (p_3 - p'_3 + p'_1 - p_1) \\ &\quad - 2B(p_4 - p'_4 + p'_2 - p_2), \end{aligned} \quad (6)$$

式中,  $Q_H > 0$  和  $Q_L < 0$  分别代表系统吸热和放热. 因此整个循环的输出功为

$$\begin{aligned} W &= J \left( \sqrt{D_1^2 + 1} - \sqrt{D_2^2 + 1} \right) \\ &\quad \times (p_3 - p'_3 + p'_1 - p_1), \end{aligned} \quad (7)$$

量子热机的机械效率为

$$\eta = W/Q_H. \quad (8)$$

当  $T_1 = 2$ ,  $T_2 = 1$ ,  $J = 1$ , 磁场  $B$  分别为 4 和 6 时, 我们给出了以  $D_1$ ,  $D_2$  为变量的函数, 通过数值分析, 绘出了基本热力学量  $Q_H$ ,  $Q_L$ ,  $W$ ,  $\eta$  随  $D_1$ ,  $D_2$  变化的等值线图 (如图 1 和图 2 所示).

从图 1 和图 2 可以得到 4 个结论: 1) DM 相互作用不仅能够提高系统的热纠缠度, 而且会对 Otto 热机的基本量子热力学量产生很大的影响, 既能影响工作热力学量的大小, 也能影响其变化趋势; 2) 当系统做正功时, 满足条件  $D_1 < D_2$ , 这个结论也可以从 (7) 式中推理得到, 当  $W > 0$ , 有  $(p_3 - p'_3 + p'_1 - p_1) < 0$ , 化简后得到  $B/T_1 < B/T_2$ ; 3) 当  $W > 0$  时,  $Q_H > -Q_L > 0$  始终成立, 且在不同的外磁场参数下该纠缠热机机械效率都小于卡诺热机的效率, 因此热力学第二定律始终成立; 4) 随着外磁场  $B$  的增大, 做功和效率的取值范围也会越来越大.

### 3 具有 DM 相互作用的量子 Stirling 热机

在本节中, 考虑了同样的耦合系统作为工作物质构建了量子 Stirling 循环. 量子 Stirling 循环是经典 Stirling 循环的量子推广, 包括两个量子等温过程和两个量子等容过程<sup>[44]</sup>. 该热机的四个过程可以做如下表述.

阶段一: 是量子等温过程. 在该过程中, 系统与处于  $T_H$  的高温热源接触. DM 耦合作用缓慢的从  $D_1$  变到  $D_2$ , 外部磁场  $B$  保持不变, 并且在此过程中, 系统与热源在任何一个时刻都保持热平衡. 系统从高温热源吸热为  $Q_1$ .

阶段二: 是量子等容过程. 在该过程中, DM 耦合作用为  $D_2$  保持不变, 系统的温度从  $T_H$  减小到  $T_L$ , 该过程系统不对外做功, 但释放热量为  $Q_{23}$ .

阶段三: 是另外一个量子等温过程. 在该过程中, 系统与温度为  $T_L$  的低温热源接触, DM 耦合作用从  $D_2$  变到  $D_1$ . 系统的温度保持不变. 系统向低温热源释放热量 (记为  $Q_2$ ).

阶段四: 是另一个量子等容过程. 在该过程中, DM 耦合作用为  $D_1$  保持不变, 系统吸收热量 (记为  $Q_{41}$ ), 但不对外做功. 整个系统循环过程如图 3 所示.

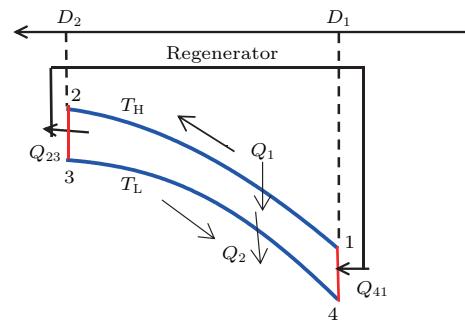


图 3 (网刊彩色) 量子 Stirling 热机的  $D-U$  (DM 作用: 内能)  
Fig. 3. (color online) Scheme illustration of a quantum Stirling heat engine cycle based on DM interaction-energy  $D-U$  diagram.

在两个等容过程中, 由于系统对外不做功, 因此其热传递等于内能  $U$  的改变. 则该系统内能

$$U = \langle H \rangle = \sum_i p_i E_i = -\frac{2B \sinh\left(\frac{2B}{T}\right) + J \sqrt{D^2 + 1} \sinh\left(\frac{J \sqrt{D^2 + 1}}{T}\right)}{\cosh\left(\frac{2B}{T}\right) + \cosh\left(\frac{J \sqrt{D^2 + 1}}{T}\right)}. \quad (9)$$

从(9)式可以得到系统与回热器之间的热交换 $Q_{23}$ 和 $Q_{41}$ 分别为

$$\begin{aligned} Q_{23} &= U(3) - U(2) \\ &= -\frac{2B \sinh\left(\frac{2B}{T_2}\right) + J\sqrt{D_2^2+1} \sinh\left(\frac{J\sqrt{D_2^2+1}}{T_2}\right)}{\cosh\left(\frac{2B}{T_2}\right) + \cosh\left(\frac{J\sqrt{D_2^2+1}}{T_2}\right)} + \frac{2B \sinh\left(\frac{2B}{T_1}\right) + J\sqrt{D_2^2+1} \sinh\left(\frac{J\sqrt{D_2^2+1}}{T_1}\right)}{\cosh\left(\frac{2B}{T_1}\right) + \cosh\left(\frac{J\sqrt{D_2^2+1}}{T_1}\right)}, \\ Q_{41} &= U(1) - U(4) \\ &= -\frac{2B \sinh\left(\frac{2B}{T_1}\right) + J\sqrt{D_1^2+1} \sinh\left(\frac{J\sqrt{D_1^2+1}}{T_1}\right)}{\cosh\left(\frac{2B}{T_1}\right) + \cosh\left(\frac{J\sqrt{D_1^2+1}}{T_1}\right)} + \frac{2B \sinh\left(\frac{2B}{T_2}\right) + J\sqrt{D_1^2+1} \sinh\left(\frac{J\sqrt{D_1^2+1}}{T_2}\right)}{\cosh\left(\frac{2B}{T_2}\right) + \cosh\left(\frac{J\sqrt{D_1^2+1}}{T_2}\right)}. \end{aligned} \quad (10)$$

两个等温过程中, 系统与外界环境之间的热交换为 $dQ = TdS$ , 这里的 $S$ 是工作物质的熵. 则该系统熵为

$$S = -\sum_i p_i \ln p_i = \ln \left[ 2 \left( \cosh\left(\frac{2B}{T}\right) + \cosh\left(\frac{J\sqrt{D^2+1}}{T}\right) \right) \right] + \frac{U}{T}, \quad (11)$$

代入到 $dQ = TdS$ 中, 得到在两个等温过程中系统从高温热源吸收的热量以及向低温热源释放的热量 $Q_1$ 和 $Q_2$ 分别为

$$\begin{aligned} Q_1 &= T_1(S(2) - S(1)) \\ &= T_1 \ln \frac{\cosh\left(\frac{2B}{T_1}\right) + \cosh\left(\frac{J\sqrt{D_2^2+1}}{T_1}\right)}{\cosh\left(\frac{2B}{T_1}\right) + \cosh\left(\frac{J\sqrt{D_1^2+1}}{T_1}\right)} - \frac{2B \sinh\left(\frac{2B}{T_1}\right) + J\sqrt{D_2^2+1} \sinh\left(\frac{J\sqrt{D_2^2+1}}{T_1}\right)}{\cosh\left(\frac{2B}{T_1}\right) + \cosh\left(\frac{J\sqrt{D_2^2+1}}{T_1}\right)} \\ &\quad + \frac{2B \sinh\left(\frac{2B}{T_1}\right) + J\sqrt{D_1^2+1} \sinh\left(\frac{J\sqrt{D_1^2+1}}{T_1}\right)}{\cosh\left(\frac{2B}{T_1}\right) + \cosh\left(\frac{J\sqrt{D_1^2+1}}{T_1}\right)}, \\ Q_2 &= T_2(S(4) - S(3)) \\ &= T_2 \ln \frac{\cosh\left(\frac{2B}{T_2}\right) + \cosh\left(\frac{J\sqrt{D_1^2+1}}{T_2}\right)}{\cosh\left(\frac{2B}{T_2}\right) + \cosh\left(\frac{J\sqrt{D_2^2+1}}{T_2}\right)} + \frac{2B \sinh\left(\frac{2B}{T_2}\right) + J\sqrt{D_2^2+1} \sinh\left(\frac{J\sqrt{D_2^2+1}}{T_2}\right)}{\cosh\left(\frac{2B}{T_2}\right) + \cosh\left(\frac{J\sqrt{D_2^2+1}}{T_2}\right)} \\ &\quad - \frac{2B \sinh\left(\frac{2B}{T_2}\right) + J\sqrt{D_1^2+1} \sinh\left(\frac{J\sqrt{D_1^2+1}}{T_2}\right)}{\cosh\left(\frac{2B}{T_2}\right) + \cosh\left(\frac{J\sqrt{D_1^2+1}}{T_2}\right)}. \end{aligned} \quad (12)$$

与量子 Otto 循环很不相同, 量子 Stirling 循环可以使用回热器. 通过回热器便可以使循环过程中

的阶段二释放的热量会在阶段四中重新被系统吸收, 从而达到改善热机循环的性能的目的. 典理想

气体为工作物质的循环而言, 系统达到最佳回热的条件是  $Q_{23} + Q_{41} = 0$ . 然而, 以量子系统为工作物质的循环却并非如此. 事实上, 对于量子循环而言, 系统与回热器在两个等容过程中的净热传递量需要满足:  $\Delta Q = Q_{23} + Q_{41}$ , 因此系统在整个循环过程中, 从高温热源(温度为  $T_1$ )吸收的热量和从低温热源(温度为  $T_2$ )释放的热量为

$$Q_H = Q_1 + \delta\Delta Q, \quad (13)$$

$$Q_L = Q_2 + \delta\Delta Q, \quad (14)$$

(13)式中, 如果  $\Delta Q < 0$ ,  $\delta = 0$ ;  $\Delta Q > 0$ ,  $\delta = 1$ ; (14)式中, 如果  $\Delta Q > 0$ ,  $\delta = 0$ ;  $\Delta Q < 0$ ,  $\delta = 1$ . 以这些热交换为基础, 根据热力学第一定律可以得出系统对外做功为

$$W = \sum dQ, \quad (15)$$

$W > 0$  代表系统对外界做功. 量子热机的机械

效率为

$$\eta = W/Q_H. \quad (16)$$

令  $T_1 = 2$ ,  $T_2 = 1$ ,  $J = 1$ ,  $B = 4$ , 通过数值软件, 就可以绘制出量子 Stirling 热机在整个循环过程中  $\Delta Q$  不同情况下的基本热力学量  $Q_H$ ,  $Q_L$ ,  $W$ ,  $\eta$  随  $D_1$ ,  $D_2$  的变化的等值线图, 结果如图 4—图 6 所示.

从所示的等值线图中可以得出 3 个结论:

- 1) DM 相互作用会对量子 Stirling 循环热机的基本量子热力学产生重要影响;
- 2) 当  $W > 0$  时,  $Q_H > -Q_L > 0$ , 满足条件  $D_1 < D_2$ , 这个结论也可以从 (14) 式中推理得到, 最终化简后得到  $B/T_1 < B/T_2$ ;
- 3) 在量子 Stirling 热机循环中, 热机由于回热器的使用, 其循环效率甚至会超过 Carnot 效率, 热力学第二定律在整个循环中都始终成立.

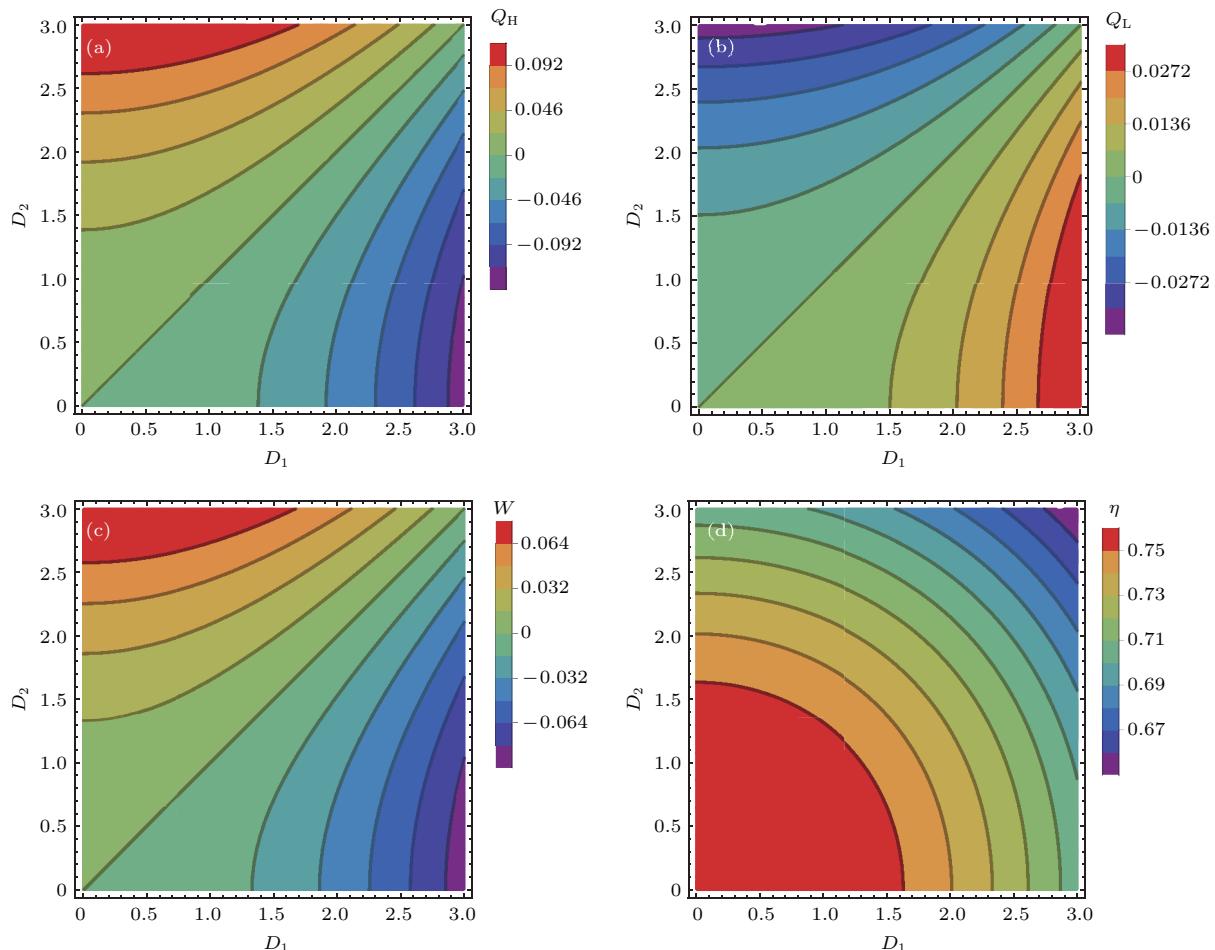


图 4 (网刊彩色) 在  $Q_{23} + Q_{41} > 0$  情况下,  $T_1 = 2$ ,  $T_2 = 1$ ,  $J = 1$  和  $B = 4$  时, (a)  $Q_H$ , (b)  $Q_L$ , (c)  $W$  和 (d)  $\eta$  随  $D_1$  和  $D_2$  变化的等值线图

Fig. 4. (color online) In the case of  $Q_{23} + Q_{41} > 0$ , variations of heat transferred (a)  $Q_H$ , (b)  $Q_L$ , (c) net work input  $W$  and (d) the efficiency  $\eta$  of the QHE with variables  $D_1$  and  $D_2$  in isoline map for parameters  $T_1 = 2$ ,  $T_2 = 1$ ,  $J = 1$  and  $B = 4$ .

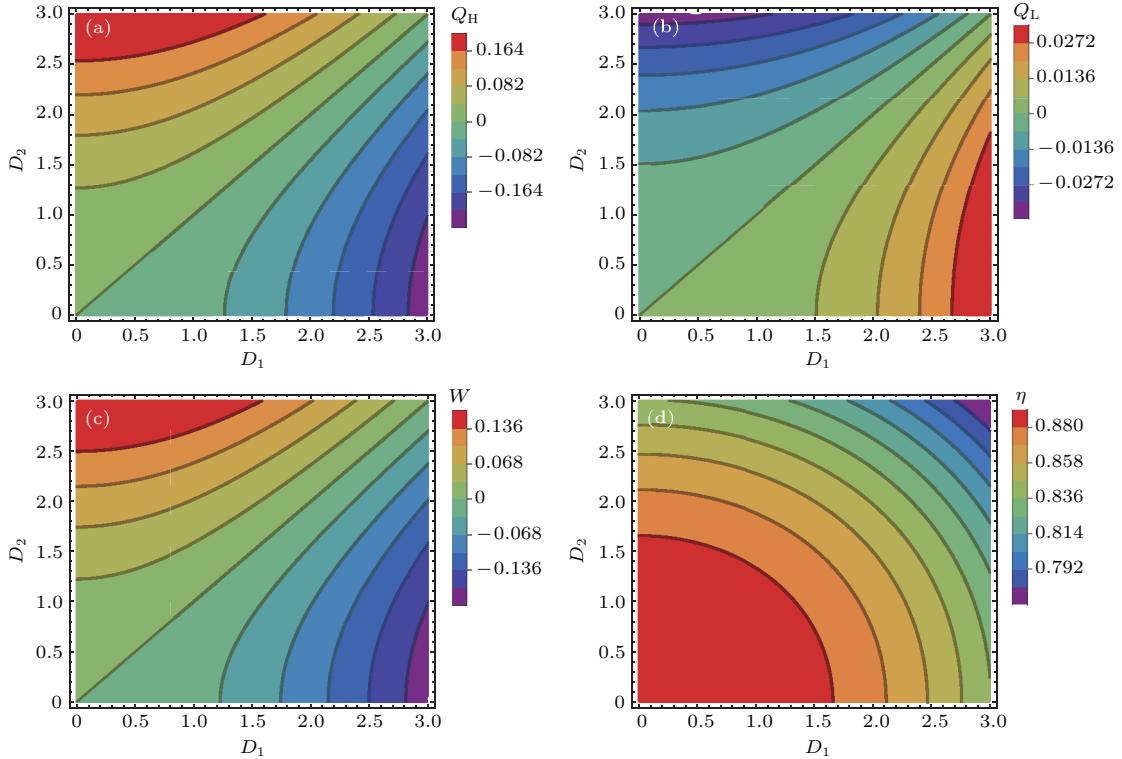


图5 (网刊彩色) 在  $Q_{23} + Q_{41} = 0$  情况下,  $T_1 = 2$ ,  $T_2 = 1$ ,  $J = 1$  和  $B = 4$  时, (a)  $Q_H$ , (b)  $Q_L$ , (c)  $W$  和 (d)  $\eta$  随  $D_1$  和  $D_2$  变化  
的等值线图

Fig. 5. (color online) In the case of  $Q_{23} + Q_{41} = 0$ , variations of heat transferred (a)  $Q_H$ , (b)  $Q_L$ , (c) net work input  $W$  and (d) the efficiency  $\eta$  of the QHE with variables  $D_1$  and  $D_2$  in isoline map for parameters  $T_1 = 2$ ,  $T_2 = 1$ ,  $J = 1$  and  $B = 4$ .

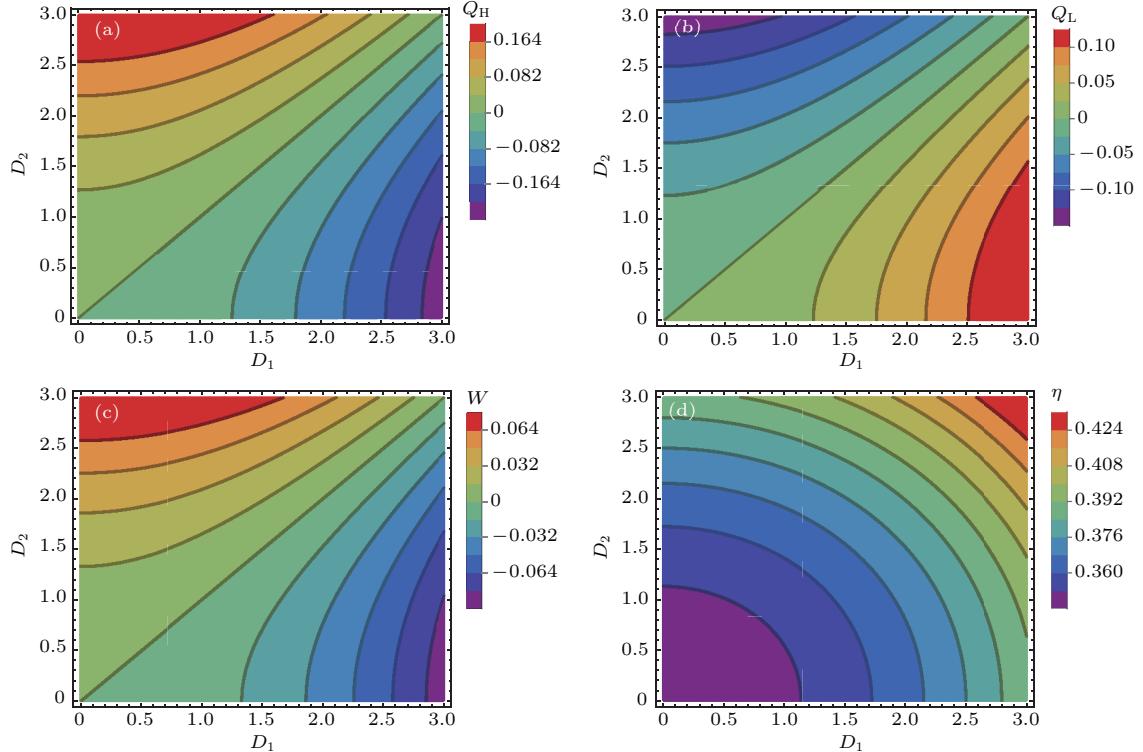


图6 (网刊彩色) 在  $Q_{23} + Q_{41} < 0$  情况下,  $T_1 = 2$ ,  $T_2 = 1$ ,  $J = 1$  和  $B = 4$  时, (a)  $Q_H$ , (b)  $Q_L$ , (c)  $W$  和 (d)  $\eta$  随  $D_1$  和  $D_2$  变化  
的等值线图

Fig. 6. (color online) In the case of  $Q_{23} + Q_{41} < 0$ , variations of heat transferred (a)  $Q_H$ , (b)  $Q_L$ , (c) net work input  $W$  and (d) the efficiency  $\eta$  of the QHE with variables  $D_1$  and  $D_2$  in isoline map for parameters  $T_1 = 2$ ,  $T_2 = 1$ ,  $J = 1$  and  $B = 4$ .

## 4 结 论

以含有DM相互作用的两比特模型为工作物质构建了一个纠缠量子热机。分别介绍了两种不同的量子热机模型：量子 Otto 热机和量子 Stirling 热机。通过保持其他参量不变，只有 DM 相互作用发生改变，利用数值运算，分析出了热机循环中 DM 相互作用与热传递、做功以及效率等热力学量之间的关系。结果表明：DM 相互作用对两种热机的基本热力学量都会产生重要影响；发现量子 Otto 热机的机械效率始终小于卡诺热机的效率，但是量子 Stirling 热机的循环效率大于量子 Otto 热机，甚至可以超过 Carnot 效率。在这两个纠缠体系中，热力学第二定律都依然成立。

## 参考文献

- [1] Scovil H E D, Schulz-Dubois E O 1959 *Phys. Rev. Lett.* **2** 262
- [2] Geusic J E, Schulz-Dubois E O, Scovil H E D 1967 *Phys. Rev.* **156** 343
- [3] Kieu T D 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 140403
- [4] Kieu T D 2006 *Eur. Phys. J. D* **39** 115
- [5] Altintas F, Hardal A U C, Mustecaplioglu O E 2015 *Phys. Rev. A* **91** 023816
- [6] Wang X G 2001 *Phys. Rev. A* **64** 012313
- [7] Thomas G, Johal R S 2011 *Phys. Rev. E* **83** 031135
- [8] Huang X L, Wang L C, Yi X X 2013 *Phys. Rev. E* **87** 012144
- [9] Zhou Y, Zhang G F, Li S S 2009 *Europhys. Lett.* **86** 50004
- [10] Zhang G F 2007 *Phys. Rev. A* **75** 034304
- [11] Feldmann T, Kosloff R 2004 *Phys. Rev. E* **70** 046110
- [12] Feldmann T, Kosloff R 2003 *Phys. Rev. E* **68** 016101
- [13] Kosloff R, Feldmann T 2002 *Phys. Rev. E* **65** 055102
- [14] Henrich M J, Mahler G, Michel M 2007 *Phys. Rev. E* **75** 051118
- [15] Zhang T, Liu W T, Chen P X, Li Z 2007 *Phys. Rev. A* **75** 062102
- [16] Thomas G, Johal R S 2014 *Eur. Phys. J. B* **87** 166
- [17] Huang X L, Wang T, Yi X X 2012 *Phys. Rev. E* **86** 051105
- [18] Huang X L, Liu Y, Wang Z, Niu X Y 2014 *Eur. Phys. J. Plus* **129** 4
- [19] Wu F, Chen L, Sun F, Wu C, Li Q 2006 *Phys. Rev. E* **73** 016103
- [20] Ivanchenko E A 2015 *Phys. Rev. E* **92** 032124
- [21] Altintas F, Müstecaplıoğlu Ö E 2015 *Phys. Rev. E* **92** 022142
- [22] He X, He J, Zheng J 2012 *Physica A* **391** 6594
- [23] Cakmak S, Altintas F, Müstecaplıoğlu Ö E 2016 *Eur. Phys. J. Plus* **131** 197
- [24] Wang H, Liu S, He J 2009 *Phys. Rev. E* **79** 041113
- [25] Hubner W, Lefkidis G, Dong C D, Chaudhuri D 2014 *Phys. Rev. B* **90** 024401
- [26] Azimi M, Chotorlishvili L, Mishra S K, Vekua T, Hubner W, Berakdar J 2014 *New J. Phys.* **16** 063018
- [27] Albayrak E 2013 *Int. J. Quantum. Inform.* **11** 1350021
- [28] Dillenschneider R, Lutz E 2009 *Europhys. Lett.* **88** 50003
- [29] Woo C H, Wen H, Semenov A A, Dudarev S L, Ma P W 2015 *Phys. Rev. B* **91** 104306
- [30] Roßnagel J, Abah O, Schmidt-Kaler F, Singer K, Lutz E 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 030602
- [31] Zhang X Y, Huang X L, Yi X X 2014 *J. Phys. A: Math. Theor.* **47** 455002.
- [32] Wang R, Wang J, He J, Ma Y 2013 *Phys. Rev. E* **87** 042119
- [33] Uzdin R, Kosloff R 2014 *Europhys. Lett.* **108** 40001
- [34] Altintas F, Hardal A U C, Mustecaplıoğlu Ö E 2015 *Phys. Rev. A* **91** 023816
- [35] Quan H T, Zhang P, Sun C P 2006 *Phys. Rev. E* **73** 036122
- [36] Dzyaloshinskii I 1958 *J. Phys. Chem. Sol.* **4** 241
- [37] Moriya T 1960 *Phys. Rev. Lett.* **4** 228
- [38] Sun Q F, Xie X C, Wang J 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 196801
- [39] Zhang G F 2008 *Eur. Phys. J. D* **49** 123
- [40] Li D C, Wang X P, Cao Z L 2008 *J. Phys. Condens. Matter* **20** 325229
- [41] Zhong X M, Nguyen B A, Yun J X 2016 *Phys. Rev. E* **94** 042135
- [42] Roßnagel J, Dawkins S T, Tolazzi K N 2016 *Science* **352** 325
- [43] Niu X Y, Huang X L, Shang Y F, Wang X Y 2015 *Int. J. Mod. Phys. B* **29** 1550086
- [44] Huang X L, Niu X Y, Xiu X M, Yi X X 2014 *Eur. Phys. J. D* **68** 32

# Entangled quantum Otto and quantum Stirling heat engine based on two-spin systems with Dzyaloshinski-Moriya interaction\*

Zhao Li-Mei Zhang Guo-Feng<sup>†</sup>

(School of Physics and Nuclear Energy Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

(Received 24 May 2017; revised manuscript received 22 August 2017)

## Abstract

Recently, the influences of the Dzyaloshinski-Moriya (DM) interaction on the performances of the basic thermodynamical quantities have attracted a lot of attention. A large number of investigations on the quantum coupling systems with DM interaction have been carried out. However, the specific effects of spin-orbit coupling with the performance on the quantum heat engine have not been taken into account in previous studies. DM interaction is a special kind spin-orbit coupling. To enrich the research of the quantum heat engines, the investigation about the effect of DM interaction on its thermodynamic characteristics should be included. In this study, we construct two entangled quantum engines based on spin-1/2 systems with different DM interactions, with the spin exchange constant and magnetic field fixed. The quantum Otto engine and the quantum Stirling engine are discussed in this article. By numerical calculation, we obtain the expressions for several thermodynamic quantities and plot the isoline maps of the variation of the basic thermodynamic quantities such as heat transfer, work with  $D_1$  and  $D_2$  and their efficiency in the two engines. The results indicate that the DM interaction plays an important role in the thermodynamic quantities for the quantum Otto engine and the quantum Stirling engine. In addition, the positive work condition is discussed with different DM interactions, with the spin exchange constant and magnetic field. Furthermore fixed, it is found that the efficiency of quantum Otto engine cycle is smaller than the Carnot efficiency while the quantum Stirling cycle can exceed the Carnot efficiency by using the regenerator. Finally, the second law of thermodynamics is shown to be valid in the two entangled quantum systems.

**Keywords:** quantum heat engine, Dzyaloshinski-Moriya interaction, efficiency

**PACS:** 05.70.Ln, 07.20.Pe

**DOI:** 10.7498/aps.66.240502

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11574022).

† Corresponding author. E-mail: [gf1978zhang@buaa.edu.cn](mailto:gf1978zhang@buaa.edu.cn)