

一种耦合外部电路的脉冲感应推力器磁流体力学数值仿真模型

车碧轩 李小康 程谋森 郭大伟 杨雄

A magnetohydrodynamic numerical model with external circuit coupled for pulsed inductive thrusters

Che Bi-Xuan Li Xiao-Kang Cheng Mou-Sen Guo Da-Wei Yang Xiong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 015201 (2018) DOI: 10.7498/aps.20171225

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20171225>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I1>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[感应式脉冲推力器中等离子体加速数值研究](#)

Numerical investigation on the plasma acceleration of the inductive pulsed plasma thruster

物理学报.2017, 66(7): 075204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.075204>

[微型电子回旋共振离子推力器离子源结构优化实验研究](#)

Experimental optimization in ion source configuration of a miniature electron cyclotron resonance ion thruster

物理学报.2015, 64(21): 215202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.215202>

[脉冲等离子体推力器羽流沉积薄膜的结构与光学性质研究](#)

Structural and optical characterization of film deposited by pulsed plasma thruster plume

物理学报.2013, 62(2): 025207 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.025207>

[霍尔效应推力器放电双稳态机理研究](#)

Study on the mechanism of Hall effect thruster discharge with bistable state

物理学报.2012, 61(7): 075209 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.075209>

[霍尔漂移对阳极层霍尔等离子体加速器电离效率的影响](#)

The influence of Hall drift to the ionization efficiency of anode layer Hall plasma accelerator

物理学报.2012, 61(7): 075210 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.075210>

# 一种耦合外部电路的脉冲感应推力器磁流体力学数值仿真模型\*

车碧轩<sup>†</sup> 李小康 程谋森 郭大伟 杨雄

(国防科技大学航天科学与工程学院, 长沙 410073)

(2017年5月27日收到; 2017年10月10日收到修改稿)

为了深入研究脉冲感应推力器的工作原理, 预测其推进性能, 建立了一种耦合外部电路的磁流体力学模型, 实现了对加速通道内等离子体二维流场结构演化过程及驱动电路放电过程的同步耦合求解. 模拟计算所得美国MK-1推力器加速通道内的等离子体瞬态参数分布及推力器比冲、效率等性能参数均与实验数据一致; 计算结果成功复现了推力器的工作物理图景. 借助这一新模型, 实现了对电路-等离子体双向耦合作用的定量分析, 分析结果表明: 耦合等离子体导致驱动电路等效电阻增大, 电感减小; 激励线圈与等离子体之间的互感随等离子体整体远离线圈表面而逐渐减小.

**关键词:** 等离子体物理, 电推进, 磁流体力学, 等离子体模拟

**PACS:** 52.25.Kn, 52.75.Di, 52.30.Cv, 51.50.+v

**DOI:** 10.7498/aps.67.20171225

## 1 引言

脉冲感应推力器(pulsed inductive thruster, PIT)是一种通过脉冲感应电磁场电离和加速等离子体从而产生冲量的空间电推进装置, 具有工质适用范围广、比冲效率较高、负荷大功率、推力变比高等诸多优点, 是未来行星际空间货物运输或载人深空探测任务的优选推力器之一, 近年来引起了广泛关注<sup>[1-4]</sup>. PIT尺寸较大, 工作电压达数十千伏, 需要在高真空环境下开展实验, 实验系统十分复杂; 其所涉及的等离子体过程具有微秒尺度的强瞬态特性, 诸多等离子体诊断手段并不适用. 因此, 数值仿真成为研究PIT中等离子体瞬态参数特性、预测其推进性能的重要手段.

PIT的单个脉冲工作过程中存在驱动电路放电和等离子体感应加速两类基本物理过程, 二者通过激励线圈产生强烈的感应耦合作用. Lovberg和Dailey<sup>[4-6]</sup>最早提出机电模型, 将电路和等离子

体依次等效为变压器的主次级, 并将等离子体视作质量不断增长的“雪耙”电流片, 建立集总参数的电流片运动及电路方程组求解; Polzin等利用机电模型研究了推力器性能优化的动态参数匹配问题<sup>[7,8]</sup>, 并引入对Ar等离子体物性参数的计算<sup>[9]</sup>; Martin等<sup>[10]</sup>将其适用范围由平板型线圈拓展至锥形. 机电模型能较好地反映电路与等离子体之间的耦合关系, 但忽略了复杂的等离子体参数分布, 计算结果不够准确; 还存在初始电流片厚度、电流片-激励线圈互感等诸多关键参数需要根据实验甚至经验给出, 其计算结果的正确性难以判断<sup>[11]</sup>. 针对这一缺陷, 近年来开始采用二维轴对称的磁流体力学(magnetohydrodynamic, MHD)模型计算等离子体感应加速过程: Mikellide等<sup>[12-14]</sup>利用MACH2代码对NH<sub>3</sub>工质的推力器MK-Va进行了数值仿真, 其依据实验所得电路电流曲线给出MHD中的时变磁场边界条件, 计算所得推力器单脉冲冲量及放电前1/4个周期内的等离子体瞬态磁场分布与实验数据均能较好地匹配; 成玉国

\* 国家自然科学基金(批准号: 51306203)资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: [chebixuan@outlook.com](mailto:chebixuan@outlook.com)

等 [15,16] 采用M-AUSMPW格式计算了正弦时变磁场激励下 Ar 等离子体的瞬态参数分布, 证实在感应加速过程中等离子体形成了“雪耙”型的电流片结构. 相较于集总参数的机电模型, MHD 模型侧重于对等离子体流场形态进行计算, 考虑了复杂的各类等离子体物理过程, 计算结果更加可靠. 然而, 已有各类 MHD 模型均采用外部给定的瞬时磁场边界条件驱动等离子体, 没有考虑等离子体对电路的反向耦合作用, 随着计算时间的推进, 计算结果会逐渐偏离实际 [14], 因此计算结果的准确性有待提升. 综上, 对于 PIT 这样一个涉及强瞬态等离子体流动过程且电路-等离子体高度耦合的复杂系统, 数值仿真研究还有待进一步拓展.

本文结合两类数值仿真模型的优缺点, 在 COMSOL 平台中建立了一种耦合外部电路的二维瞬态轴对称 MHD 模型并开展数值仿真研究. 本文第二部分系统介绍了 PIT 的工作原理以及数值模拟所采用的物理模型; 第三部分对比了模型计算结果与文献实验数据, 验证了计算结果的有效性; 第四部分对计算结果进行了分析与讨论, 合理解释

了 PIT 的工作物理图景, 并对电路与等离子体之间的双向耦合作用进行了分析; 第五部分为总结. 本文建立的数值仿真模型实现了对驱动电路放电过程和等离子体二维流场形态演化过程的同步耦合求解, 计算结果更加可靠、准确. 模型可用于研究 PIT 的工作原理, 预测其推进性能, 为推力器结构设计、参数优化提供了技术支持和可行的计算方法.

## 2 模型简介

### 2.1 工作原理

以美国 TRW 公司 1 m 直径的推力器 MK-1 作为数值模拟对象, 其基本结构如图 1 (a) 所示, 由喷注塔、激励线圈、电容组 C、开关 S 等组成. 其中, 激励线圈如图 1 (b) 所示, 一般由多组螺旋线形导线按轴对称方式并联排布而成, 再封装于绝缘材料制成的平板型线圈面板中以避免和等离子体直接接触. 推力器的工作原理如下: 如图 2 (a), 首先喷注塔以脉冲方式将数毫克气体喷注至线圈面板表面使其达到较为均匀的径向分布; 紧接着如图 2 (b),

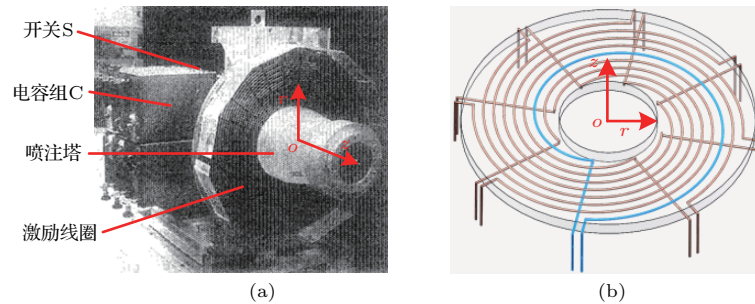


图 1 美国 TRW 公司 MK-1 推力器 (a) 推力器实物照片 [26]; (b) 激励线圈构型及线圈面板  
Fig. 1. American TRW Company's MK-1 thruster: (a) Photograph of the thruster assembly; (b) drive-coil configuration and coil-faceplate.

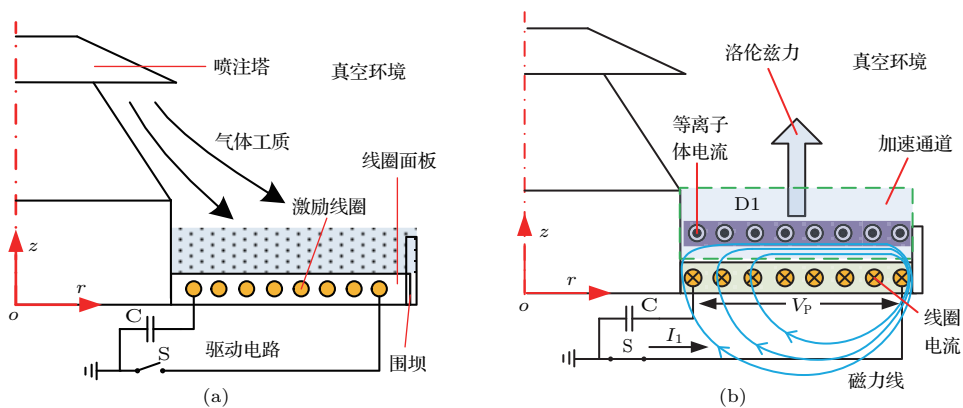


图 2 PIT 工作原理示意图 (a) 气体喷注; (b) 感应加速  
Fig. 2. Schematic plot of PIT's working principle: (a) Gas injection; (b) inductive acceleration.

在气体喷注完成瞬间, S 接通 C 放电形成迅速上升的脉冲强电流  $I_1$ , 电流通过激励线圈在空间中激发径向发散型的时变磁场; 根据“法拉第”电磁感应定律, 这一时变磁场将感生出周向闭合的涡旋电场; 涡旋电场击穿气体并建立起周向闭合的等离子体电流; 等离子体电流(垂直纸面向外)与线圈电流(垂直纸面向内)相当于两个异号的电流片, 其洛伦兹力相互排斥, 从而对等离子体实现轴向加速; 等离子体电流片在向前运动的过程中不断电离和带走下游气体, 最终喷射进入真空环境, 完成一个工作脉冲. 线圈对等离子体的有效耦合距离约数厘米, 为了约束气体在面板外径处设置一圈与耦合距离等高的围坝, 围坝所围成的中空柱形区域即是等离子体的加速通道<sup>[12]</sup>.

## 2.2 物理模型

### 2.2.1 模型总体方案

根据 PIT 工作原理及国内外已有研究成果, 本文建立模型时所考虑的各类物理过程所具备的主要特征以及相应的假设和近似处理总结如下: 1) 假设等离子体电流只存在周向分量, 且主要为电子电

流, 忽略离子电流; 2) 载流的电子受洛伦兹力作用与离子产生轴向空间电荷分离, 离子的加速本质上由分离电场实现, 但由于电子数密度较高, 其分离尺度相较于电流片尺度可以忽略, 电子和离子视作单一流体被加速, 满足等离子体的宏观电中性条件<sup>[5]</sup>; 3) 围坝、线圈面板、喷注塔等表面不存在明显烧蚀, 鞘层现象被证明可以忽略; 4) 电子和离子几乎处于热力学平衡状态, 等离子体温度可达 2 eV 以上, 存在显著的多级电离和等离子体辐射<sup>[12]</sup>.

本文借助多物理场仿真平台 COMSOL Multiphysics<sup>TM</sup> 建立和求解计算模型, 采用如图 3 所示的二维轴对称计算区域, 假设等离子体只存在于激励线圈前侧的矩形加速通道域 D1 内(对应图 2(b) 虚线内); 激励线圈则等效为长条形区域 D2, 具有垂直于纸面方向的周向电流密度分布  $j_{C,\theta}$ ; 喷注塔、围坝、线圈面板及推力器工作时所处的真空环境等因其电导率均为 0 而统一作为真空域 D3; 为了准确计算推力器磁场在空间中的分布, D3 尺寸远大于 D1, D2.

对应的模型多物理场耦合关系及求解流程如图 4: 第一步, 考虑如图 2 所示的驱动电路, 设激励

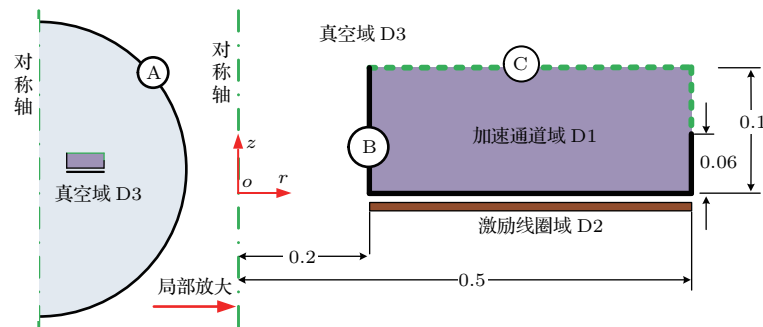


图 3 计算模型区域划分与边界

Fig. 3. Computational domains and boundaries.

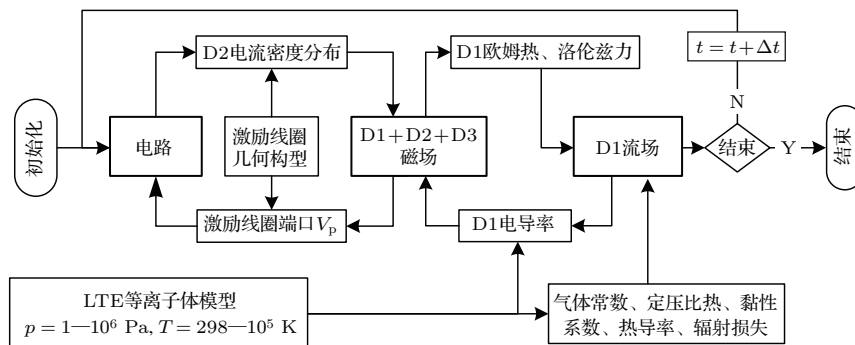


图 4 计算模型中所采用的各物理场耦合关系及模型求解流程

Fig. 4. Coupling relationship between physical fields in the computational model and its solving flow chart.

线圈端口间的电势降为  $V_P$ , 建立集总参数的电路方程组计算线圈总电流  $I_1$ , 其中,  $V_P$  根据 D2 的周向感应电场强度  $E_\theta$  分布及激励线圈几何构型计算; 第二步, 根据激励线圈几何构型及  $I_1$ , 计算 D2 中的等效线圈电流密度分布  $j_{C,\theta}$ , 将  $j_{C,\theta}$  作为外部电流密度施加至 D2, 采用磁场模块同时计算 D1, D2, D3 组成的半圆形区域磁场分布, 再单独计算 D1 的欧姆热功率密度  $j^2/\sigma$  和洛伦兹力密度  $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ , 以及 D2 中的周向感应电场强度  $E_\theta$ ; 第三步, 将  $j^2/\sigma$  和  $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$  分别作为体积热源项和体积力项引入 Navier-Stokes (N-S) 方程组中的能量方程和动量方程, 采用高马赫数流动模块计算 D1 的温度  $T$ 、压力  $p$  等状态参数分布及速度分布  $\mathbf{u}$ , 从而实现对 MHD 过程的求解. 其中, ①为磁场边界, ②, ③依次为流场的壁面和出口边界.

特别地, D1 区域所涉及的等离子体其电离组分不断变化, 等离子体的热力学性质、输运性质等随等离子体状态不同而有很大差异. 假设其处于局部热力学平衡状态 (local thermal equilibrium, LTE), 电子和重粒子组分具有相同的温度  $T$ , 给定状态参数 ( $p, T$ ) 即可唯一确定等离子体的组分及各项物性参数. 本文基于 LTE 模型预先计算出 Ar 等离子体在  $p = 1-10^6$  Pa,  $T = 298-10^5$  K 参数范围内的电离组分及物性参数, 将其制作为按 ( $p, T$ ) 索引的二维插值数表, 在每一时间步更新.

### 2.2.2 控制方程组

#### 1) 磁场控制方程

磁场控制方程应用于图 3 所示的所有计算域, 其基本形式如下:

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \frac{1}{\sigma \mu_0} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) + \mathbf{j}_{\text{ex}}, \quad (1)$$

式中, 磁场通量密度  $\mathbf{B}$  采用矢量磁势  $\mathbf{A}$  ( $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ ) 形式求解, 从而避免了在 MHD 数值计算中因磁场散度清除条件  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  限制带来的数值误差<sup>[17]</sup>;  $\sigma, \mu_0$  表示电导率、真空磁导率;  $\mathbf{u}$  为速度矢量;  $\mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A})$  表示由导体宏观定向运动引起的感生电场, 该项只在 D1 中存在;  $\mathbf{j}_{\text{ex}}$  表示外部电流密度分布矢量, 该项只在 D2 中存在且只含周向分量, 等于线圈电流密度分布  $j_{C,\theta}$ .

#### 2) 流场控制方程组

采用可压缩黏性流体控制方程组, 只在 D1 域求解, 具体形式如下:

连续方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0; \quad (2)$$

动量方程

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \nabla \cdot [-p \mathbf{I} + \boldsymbol{\tau}] + \mathbf{j} \times \mathbf{B}; \quad (3)$$

式中,  $\rho$  为密度,  $\mathbf{I}$  为单位对角张量,  $\boldsymbol{\tau}$  为黏性应力张量,  $\mathbf{B}$  为磁感应强度  $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$  为洛伦兹力体积力;

能量方程<sup>[18]</sup>

$$\rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot (k \nabla T) + \boldsymbol{\tau} : \mathbf{S} - \frac{T}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \bigg|_p \left( \frac{\partial p}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) p \right) + \frac{j^2}{\delta} - q_{\text{rad}}, \quad (4)$$

式中,  $c_p$  表示等离子体定压比热,  $k$  为等离子体热导率,  $\mathbf{S}$  为流体微元应变张量; 等号右边五项依次为热传导项、黏性耗散项、压力耗散项、等离子体欧姆热源项、等离子体辐射损失项  $q_{\text{rad}}$ .

#### 3) 状态方程

在 COMSOL 中采用如下形式的气体状态方程:

$$p = \rho R_s(p, T) T \quad (5)$$

其中, 在常温下  $R_s$  一般表示理想气体常数; 对于本文涉及的高温电离气体, 因其存在多级电离组分,  $R_s$  不再是常数, 而是等离子体状态参数 ( $p, T$ ) 的函数<sup>[19]</sup>,  $R_s$  计算方法将在后文阐述.

#### 4) 电路控制方程组

考虑图 2 所示的驱动电路建立集总参数的电路方程组:

$$V_C - I_1 R_0 - L_0 \frac{d}{dt} I_1 - V_P = 0, \quad (6)$$

$$I_1 + C \frac{dV_C}{dt} = 0 \quad (7)$$

其中,  $I_1$  为驱动电路总电流,  $I_P$  为等离子体总电流,  $R_0$  为电路寄生电阻,  $L_0$  为电路寄生电感,  $C$  为电容组总容值,  $V_C$  为电容电压,  $V_P$  为激励线圈端口间的电势降.

#### 5) 电路-等离子体双向耦合参数计算方程

驱动电路与等离子体通过激励线圈相互耦合, 耦合参数  $j_{C,\theta}$ ,  $V_P$  分别表示电路对的等离子体的激励与反馈作用, 与激励线圈的几何构型紧密相关. 对 MK-1 的激励线圈, 其单支螺旋线可表示为如图 5 所示的等速螺旋线, 导线由线圈外侧  $r_2$  处回绕至  $r_1$  处, 再由绝缘面板的背侧连出. 其两端 IO

通过同轴电缆与电容及开关相连,螺旋线圈形可表示为

$$r = r_1 + k\theta, \quad \theta = 0 - 2\pi, \quad k = \frac{r_2 - r_1}{2\pi}. \quad (8)$$

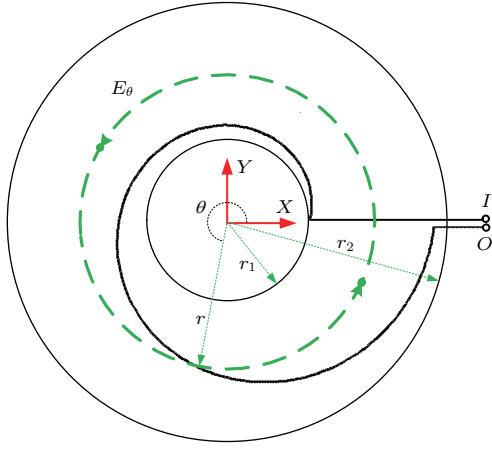


图5 激励线圈中的单支螺旋线导线几何形状

Fig. 5. The geometry of one individual spiral conductor in drive-coil.

激励线圈域D2中任意位置处的等效周向电流密度 $j_{C,\theta}$ 可表示为

$$j_{C,\theta} = \frac{I_1}{\delta_c(r_2 - r_1)} \cdot \frac{r}{\sqrt{k^2 + r^2}}, \quad (9)$$

式中,  $\delta_c$  为D2区域的高度, 等于激励线圈的导体直径.

激励线圈端口电势降 $V_P$ 则等于周向电场强度 $E_\theta$ 沿螺旋线导线的积分,

$$V_P = \int_0^{2\pi} E_\theta(r) r d\theta. \quad (10)$$

对上式做积分变换可得适用于二维轴对称的表达式:

$$V_P = \int_{r_1}^{r_2} E_\theta(r) r \frac{1}{k} dr, \quad (11)$$

其中,  $E_\theta$  可根据磁场分布情况由式 $E_\theta = (-\partial \mathbf{A} / \partial t)_\theta$  计算.

### 2.2.3 初边值条件

#### 1) 初值条件

电路控制方程组初值条件: 初始电路电流 $I_1 = 0$ , 初始电容电压 $V = V_0$ .

D1, D2, D3域磁场初值条件:  $\mathbf{A} = 0$ .

D1域流场初值条件: 本文不考虑中性气体的击穿过程, 假设在初始时刻加速通道内的工质已被轻度电离, 其等离子体温度 $T = 0.5$  eV; 根据室温下给定的中性气体密度分布, 计算其 $T$ 升高至0.5 eV时的 $p$ 分布, 以之作为 $p$ 分布的初值条件.

#### 2) 边值条件

对于磁场边界条件, 由于三部分计算子域磁场是连续的, 故只需给出图示边界①的磁场边界条件, 这里采用磁绝缘边界条件; 对于流场边界条件, 线圈面板、喷注塔及围坝组成的壁面②采用速度无滑移、绝热壁面边界条件; 开口边界③采用远场边界条件.

### 2.2.4 等离子体物性参数

#### 1) 电离组分

计算等离子体物性参数, 首先需要获得其电离组分, 针对Ar工质在LTE假设下考虑6级平衡电离复合反应, 联立沙哈平衡方程组(12)、电荷守恒方程(13)及混合组分气体状态方程(14)求解<sup>[9]</sup>:

$$\frac{n_s n_e}{n_{s-1}} = \frac{2(2\pi m_e \kappa_B T)^{3/2}}{h^3} \frac{\sum_l g_l^s \exp\left(\frac{-\varepsilon_l^s}{\kappa_B T}\right)}{\sum_l g_l^{s-1} \exp\left(\frac{-\varepsilon_l^{s-1}}{\kappa_B T}\right)}, \quad (12)$$

$$n_e = \sum_s s n_s, \quad (13)$$

$$p = \sum_s n_s \kappa_B T, \quad (14)$$

式中,  $n_e$  表示电子数密度;  $n_s$  表示 $s$ 级( $s = 0-6$ )电离离子数密度, 特别地, 当 $s = 0$ 时 $n_0$ 表示中性原子数密度;  $m_e$  为电子质量;  $\kappa_B$  为玻尔兹曼常数;  $h$  为普朗克常数;  $\varepsilon_l^s$  为 $s$ 级电离离子的第 $l$ 能级,  $g_l^s$  为相应的统计权重.

#### 2) 热力学参数

根据电离组分的数密度计算等离子体总 $\rho$ , 得到其 $R_s(p, T)$ :

$$\rho = \sum_s m_s n_s + m_e n_e, \quad (15)$$

$$R_s = p / (\rho T). \quad (16)$$

$c_p$  通过比焓 $h_t$  计算<sup>[20]</sup>:

$$c_p = h_t(T + \Delta T) / T. \quad (17)$$

对于单原子分子等离子体,  $h_t$  由平动能贡献 $h_{\text{tran}}$ , 重粒子内部电子的激发能贡献 $h_{\text{ex}}$  及电离离子的电离能贡献 $h_i$  组成:

$$h_t = h_{\text{tran}} + h_{\text{ex}} + h_i. \quad (18)$$

各部分贡献的计算式依次为:

$$h_{\text{tran}} = \frac{1}{\rho} \left[ n_e + \sum_s n_s \right] \frac{5}{2} \kappa_B T,$$

$$h_{\text{ex}} = \frac{1}{\rho} \left[ \sum_s n_s \frac{\partial \ln z_s}{\partial T} \right] k_B T^2,$$

$$h_i = \frac{1}{\rho} \sum_s n_s E_s, \quad (19)$$

式中,  $E_s$  表示  $s$  级电离离子的电离能,  $z_s$  表示  $s$  级电离离子的内部配分函数.

### 3) 输运系数

在等离子体的输运性质中, 电导率是极其重要的一种, 本文所涉及的等离子体可能处于完全电离或弱电离之间的任意电离状态, 需要同时考虑长程碰撞和短程碰撞的作用. 忽略磁场对电导率的影响, 假设电导率为各向同性的标量  $\sigma$ , 采用 Kantrowitz<sup>[21]</sup> 提出的电导率并联模型计算复合电导率:

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\sigma_c} + \frac{1}{\sigma_w}, \quad (20)$$

其中, Spitzer<sup>[22]</sup> 给出了完全电离等离子体的电导率  $\sigma_c$  计算公式:

$$\sigma_c = \frac{1.65 \times 10^{-2} \times T^{2/3}}{\ln(1.23 \times 10^4 \times T^{3/2}/n_e^{1/2})}. \quad (21)$$

对于弱电离等离子体电导率  $\sigma_w$ , 采用经典碰撞理论计算:

$$\sigma = \frac{n_e e^2}{m_e \sum_s v_{es}}, \quad (22)$$

式中  $e$  为电子电荷量,  $v_{es}$  为能量加权平均的电子和  $s$  级电离离子之间进行动量交换的碰撞频率<sup>[23,24]</sup>.

对于等离子体辐射, 其光学厚部分作为等离子体热传导的一种增强机制, 依据文献<sup>[25—27]</sup> 计算了等离子体复合热导率; 其光学薄部分作为体积热源项  $q_{\text{rad}}$  引入能量方程.  $q_{\text{rad}}$  及黏性系数  $\mu$  依据文献<sup>[25]</sup> 计算.

## 3 数值模拟与实验数据对比

数值仿真所采用的初始  $\rho$  分布如图 6, 取自文献<sup>[26]</sup> 给出的 MK-1 推力器实测值, 对应的脉冲气体质量  $m_{\text{bit}} = 15 \text{ mg}$ , 电容初始电压  $V_0 = 20 \text{ kV}$ . 为验证计算结果的有效性, 本文对比了不同时刻下径向磁场强度  $B_r$  沿内外径中线处的轴向分布(图 7)、轴向洛伦兹力密度  $(\mathbf{j} \times \mathbf{B})_z$  的二维分布(图 8)、推力器推力-时间曲线(图 9)以及  $V_0 = 20\text{—}24 \text{ kV}$  下的比冲  $I_{\text{sp}}$ 、效率  $\eta$  等性能参数(图 10)的数值仿真结果与实验测量数据.

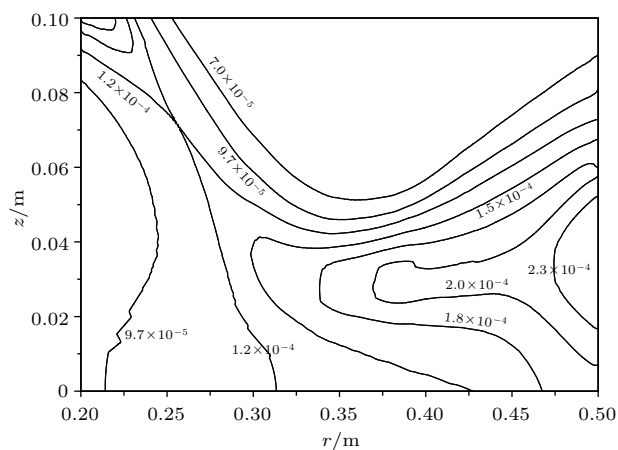


图 6 数值仿真所采用的加速通道初始气体  $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$  分布, 数据取自文献<sup>[26]</sup>

Fig. 6. Initial  $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$  distribution in the acceleration channel used in simulation, data from reference<sup>[26]</sup>.

### 3.1 径向磁场强度 $B_r$

通常情况下,  $B_r$  将随轴向距离  $z$  的增大而按指数衰减, 但在如图 7 所示的  $2 \mu\text{s}$  时刻  $z = 0\text{—}0.02 \text{ m}$  区间却形成了磁场强度达  $0.35 \text{ T}$  的均匀磁场区域. 这是由于等离子体电流片的存在压缩了其于激励线圈之间的磁场. 伴随电流片逐渐远离线圈, 该均匀磁场区域的范围逐渐扩大, 磁场强度逐渐减小. 数值仿真结果重现了这一磁场演化趋势, 同时在磁场强度的大小及轴向分布上也与实验数据基本一致.

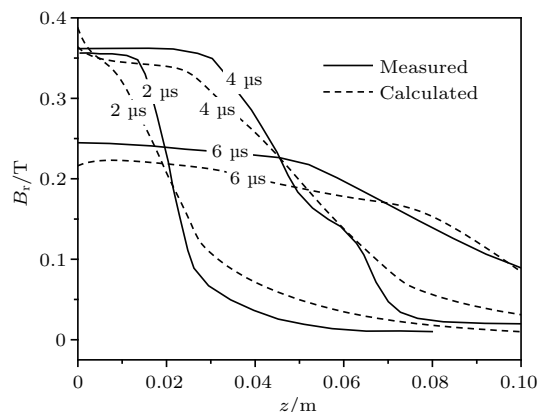


图 7  $t = 2, 4, 6 \mu\text{s}$  时刻加速通道内外径中线处  $B_r$  计算结果与文献<sup>[28]</sup> 实验数据

Fig. 7. Calculated and experiment measured<sup>[28]</sup>  $B_r$  on the middle line of the acceleration channel at  $t = 2, 4, 6 \mu\text{s}$ .

### 3.2 轴向洛伦兹力密度 $(\mathbf{j} \times \mathbf{B})_z$

$(\mathbf{j} \times \mathbf{B})_z$  分布呈现出与  $B_r$  不同的演化趋势: 其峰值区域在  $t = 2 \mu\text{s}$  首先出现在  $z = 0$  附近; 但

在  $t = 3 \mu\text{s}$ , 线圈附近的  $(\mathbf{j} \times \mathbf{B})_z$  开始减小, 其峰值区域向前推进, 洛伦兹力的作用似乎穿透了均匀磁场区域而主要作用在电流片上; 由于初始气体  $\rho$  分布的不均匀, 靠近内径处的  $(\mathbf{j} \times \mathbf{B})_z$  峰值区域

运动得比靠近外径处更快. 图 8(b) 所示的计算结果基本呈现出了与实验数据一致的演化规律, 其  $(\mathbf{j} \times \mathbf{B})_z$  分布在  $t = 2 \mu\text{s}$  时刻与实验数据符合较好, 在  $t = 3 \mu\text{s}$  存在一定差异.

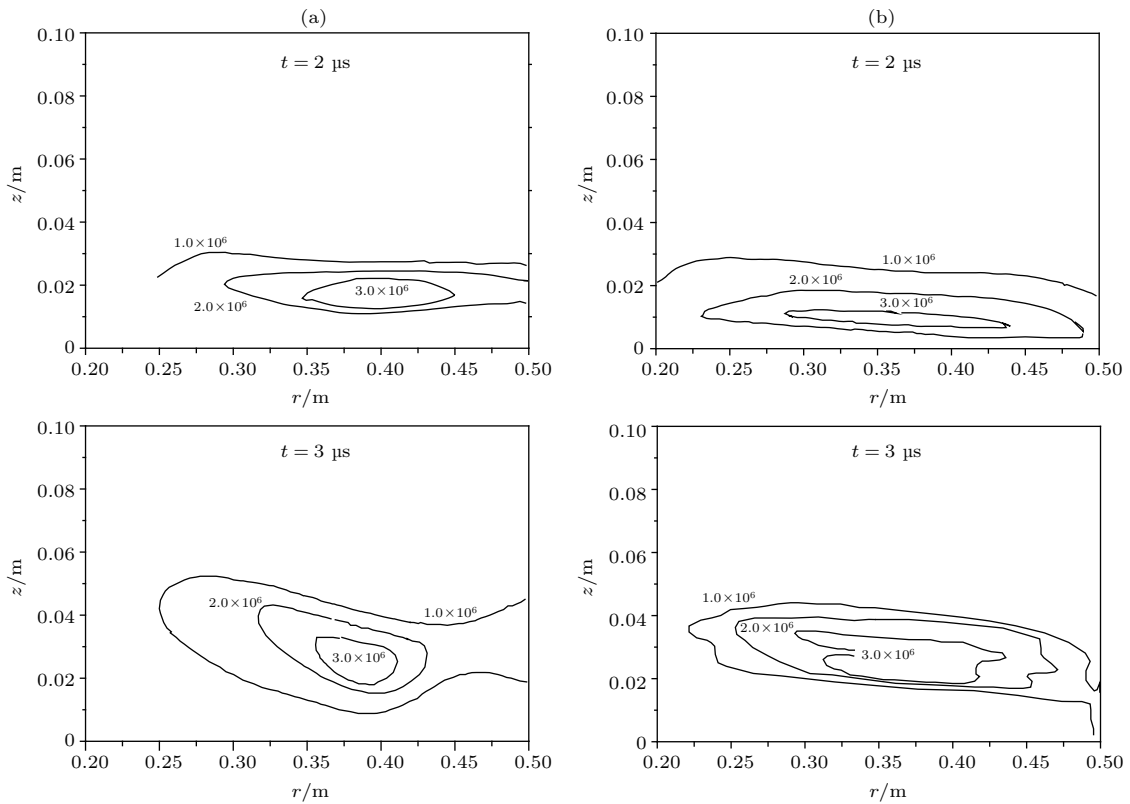


图 8  $t = 2, 3 \mu\text{s}$  时刻  $(\mathbf{j} \times \mathbf{B})_z / (\text{N}/\text{m}^3)$  分布文献 [26] 实验数据 (a) 与本文计算结果 (b)  
Fig. 8. Calculated (a) and experiment measured [26] (b) data of  $(\mathbf{j} \times \mathbf{B})_z / (\text{N}/\text{m}^3)$  at  $t = 2, 3 \mu\text{s}$ .

### 3.3 推力-时间曲线

将工质所受洛伦兹力在加速通道内做体积分即可得到推力器的推力-时间曲线. 由图 9 可见,

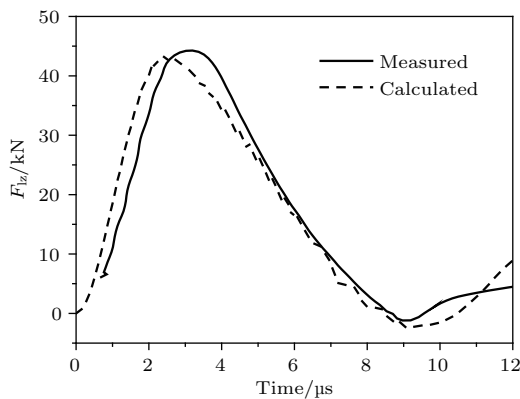


图 9 推力器-时间曲线计算结果与文献 [28] 实验数据对比  
Fig. 9. Calculated and experiment measured [28] thrust vs. time.

推力器的推力主要产生在  $0-9 \mu\text{s}$  时刻, 在  $9-10 \mu\text{s}$  期间短暂为负,  $10 \mu\text{s}$  之后再次为正并逐渐衰减. 数值计算结果在趋势及大小上均与实验数据一致, 表明数值仿真正确反映了推力器在不同时刻的整体工作状态.

### 3.4 不同放电电压下的推力器性能

图 10 给出了 MK-1 推力器在  $V_0 = 18-24 \text{ kV}$  下的推进性能实验数据及计算结果对比, 其中, 单脉冲冲量  $I$  通过推力在  $0-20 \mu\text{s}$  计算时间内的积分得到, 比冲  $I_{\text{sp}} = I/m_{\text{bit}}$ , 效率  $\eta$  为工质总动能与电容组储能之比:

$$\eta = \frac{m_{\text{bit}}(I_{\text{sp}}g)^2}{CV_0^2}. \quad (23)$$

作为对比, 图中同时给出了 Lovberg 等 [26] 采用一维机电模型的计算结果. 图 10 表明, 本文计算所得推力器性能略低于与实验测量数据, 但相较于



“雪耙”模型的计算结果更加接近实验结果, 推力器性能随  $V_0$  的变化趋势则与实验数据基本一致.

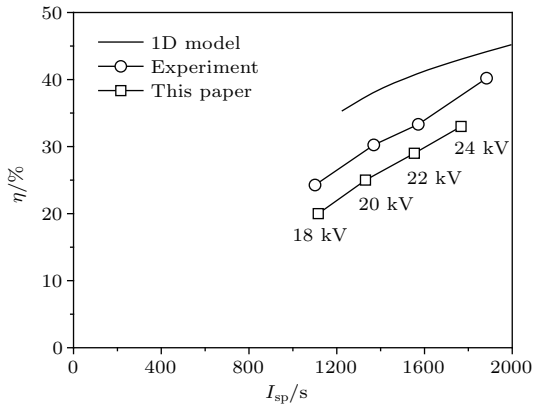


图 10 不同放电电压下的推力器比冲  $I_{sp}$ 、效率  $\eta$  性能计算结果、实验测试数据及一维“雪耙”机电模型计算结果对比

Fig. 10. Comparison of the thruster's specific impulse  $I_{sp}$  and efficiency  $\eta$ : numerical results in this paper; experiment measured data in [26]; numerical result from 1D circuit model in [8].

综上, 本文所采用的计算模型能较好地反映推力器工作过程中的各类物理过程, 数值仿真成功复现了PIT的工作物理图景, 计算结果在等离子体瞬态参数分布、推力器工作状态、推力器推进性能三个方面均与实验取得了较好的一致.

## 4 计算结果分析与讨论

### 4.1 推力器系统的工作物理图景

为了对推力器工作物理图景建立更深刻的认识, 图 11 给出了不同时刻  $\rho$  和  $j_\theta$  的二维分布. 如图所示,  $t = 2 \mu\text{s}$  时激励线圈附近产生了与线圈电流反向的(负号)等离子体电流  $j_\theta$ ,  $j_\theta$  受洛伦兹力作用被轴向加速, 带动工质压缩成片状, 同时在其后方留下了近乎真空的低  $\rho$ ; 由于这一区域  $\rho$  极低, 载流电子较少, 其  $\sigma$  也较低, 因此电流片开始逐渐脱离

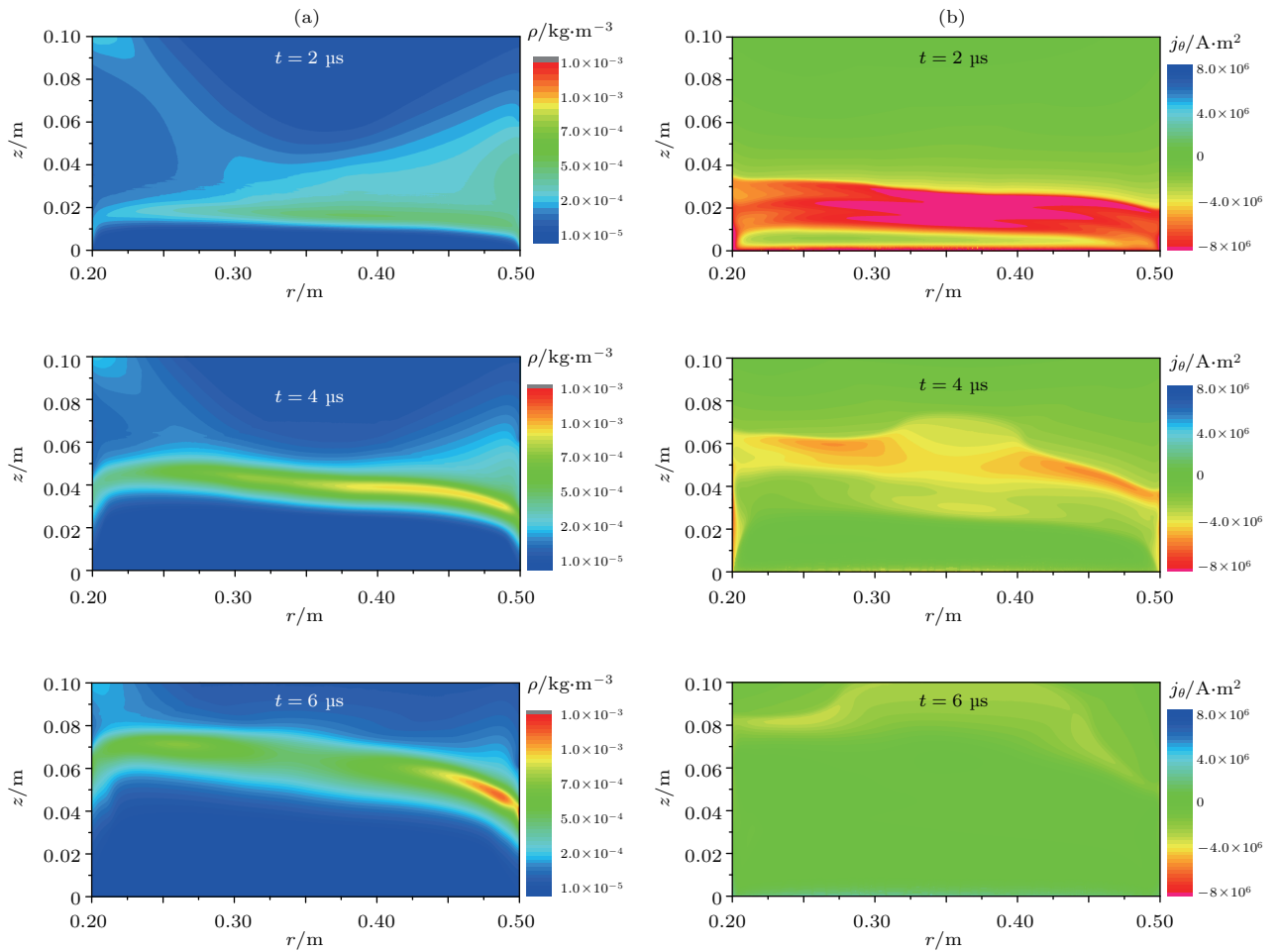


图 11 计算所得等离子体  $\rho$  分布 (a) 与  $j_\theta$  分布 (b)

Fig. 11. Calculated plasma  $\rho$  (a) and  $j_\theta$  (b) distribution.

线圈表面, 线圈磁场也得以穿过这一区域, 持续地对高  $\rho$ , 高  $j_\theta$  的电流片区域进行加速; 洛伦兹力在前期将等离子体压缩成致密的片状, 伴随电流片不断远离, 激励线圈磁场逐渐衰减,  $6 \mu\text{s}$  时刻洛伦兹力不再足以维持其致密的片状结构, 电流片开始破裂, 等离子体则向真空中自由膨胀.

### 4.2 电路-等离子体的双向耦合作用

借助本文所建立的模型, 可以实现对推力器工作过程中电路状态与等离子体状态的同步分析. 图 12 在同一坐标系内给出了驱动电路电流  $I_1$  与等离子体总电流的相反数  $-I_P$  随时间变化的曲线, 其中  $I_P$  通过  $j_\theta$  在 D1 域的积分得到. 由图可见, 在放电前期  $I_1$  与  $-I_P$  几乎完全重合, 随后逐渐分离, 但在变化趋势上  $-I_P$  始终跟随  $I_1$ . 对应图 9 所给出的推力-时间曲线可以得出, 等离子体的感应加速主要集中在  $I_1$  的前 1/2 个周期内  $I_1$  与  $I_P$  异号的阶段; 在 9—10  $\mu\text{s}$  期间,  $I_1$  与  $I_P$  同号, 推力为负; 在 10  $\mu\text{s}$  之后,  $I_1$  与  $I_P$  再次异号, 推力为正并逐渐衰减. 这些现象表明, 电路电流实际上决定了等离子体电流及等离子体的加速进程. 另一方面, 为了分析等离子体对电路电流的影响, 本文通过在计算域中移除 D1 域计算了激励线圈在真空下放电的空载电流曲线  $I_1^*$ . 在图 12 中对比  $I_1$  与  $I_1^*$  可以见, 耦合等离子体之后,  $I_1$  相较于  $I_1^*$  振荡周期明显缩短, 相当于其等效电感减小; 图 13 则给出了对应的空、负载放电状态下的激励线圈电势降  $V_P$  和  $V_P^*$ . 由图可见, 耦合等离子体后  $V_P$  显著降低, 且在  $t = 0-2 \mu\text{s}$  期间

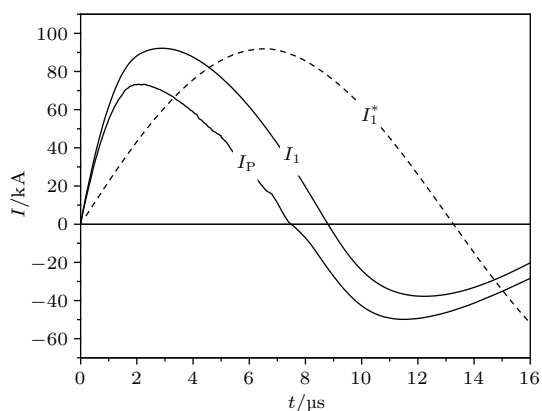


图 12 计算所得等离子体总电流  $I_P$  与电路总电流  $I_1$  随时间的变化  
Fig. 12. Calculated total plasma current  $I_P$  and circuit current  $I_1$  vs. time.

保持基本稳定, 这一特殊现象说明  $V_P$  受到了等离子体瞬时流场形态的影响. 以上分析表明, 在 PIT 工作过程中其驱动电路与等离子体相互影响, 存在强烈的双向耦合作用.

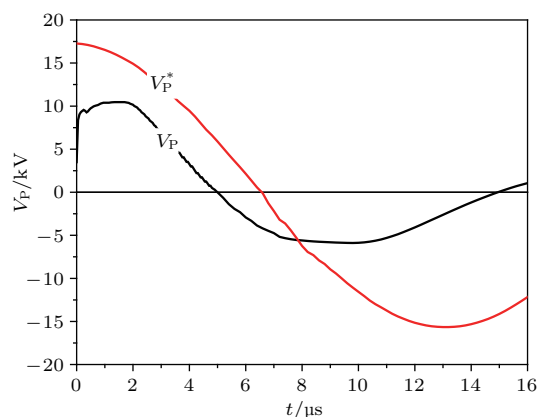


图 13 计算所得空、负载放电状态下的  $V_P$   
Fig. 13. Calculated drive-coil  $V_P$  when plasma is loaded or unloaded.

为了对这一双向耦合作用进行定量化分析, 首先将驱动电路和等离子体等效为如图 14 的变压器主次级. 其中,  $L_C$  为激励线圈自感,  $L_P$  为等离子体电流环自感,  $R_P$  为等离子体等效总电阻; 激励线圈与等离子体之间的互感  $M$  体现了二者之间的感应耦合强度; 显然,  $L_P$ ,  $R_P$  和  $M$  均将随等离子体状态参数及流场形态的演化而改变 [6].

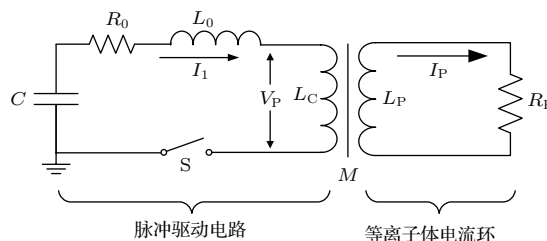


图 14 PIT 电路等离子体系统的变压器等效电路图  
Fig. 14. Transformer equivalent circuit scheme for PIT's drive circuit and plasma load.

采用前期研究提出的方法 [11] 计算所得  $R_P$  和  $M$  结果如图 15 和图 16, 下面对照已给出的等离子体  $j_\theta$  瞬态分布对电路-等离子体之间的双向耦合作用进行定量分析: 在放电初始时刻, 激励线圈表面附近建立起了环形的等离子体电流片,  $j_\theta$  因趋肤效应作用聚集在激励线圈附近, 与线圈电流几乎重合, 因而  $M \approx L_C = 0.75 \mu\text{H}$ ; 此后伴随电流片被加速远离线圈,  $M$  逐渐减小, 其减小的速度也随电流片运动速度的增大而增大;  $t = 10 \mu\text{s}$  时刻  $I_1$  过零

点附近, 因  $j_{\theta}$  再次聚集于激励线圈表面,  $M$  又开始迅速增大, 随后再次减小.  $R_p$  则体现了等离子体的总欧姆耗散, 放电前; 放电后 0—6  $\mu\text{s}$  期间,  $R_p$  因气体被持续电离而不断减小; 6—8  $\mu\text{s}$  伴随感应耦合作用  $M$  的减弱,  $R_p$  开始增大; 8—16  $\mu\text{s}$  再次下降.

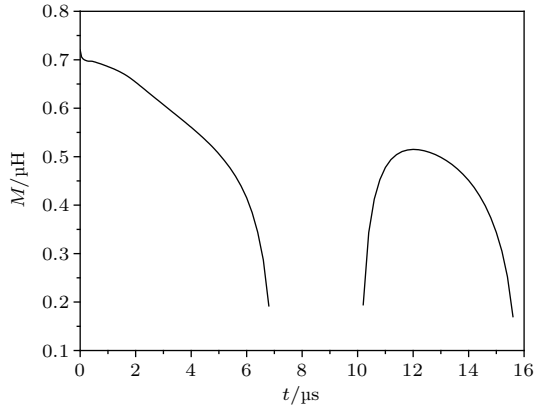


图 15 激励线圈与等离子体之间的互感  $M$

Fig. 15. Mutual inductance  $M$  between plasma load and drive-coil.

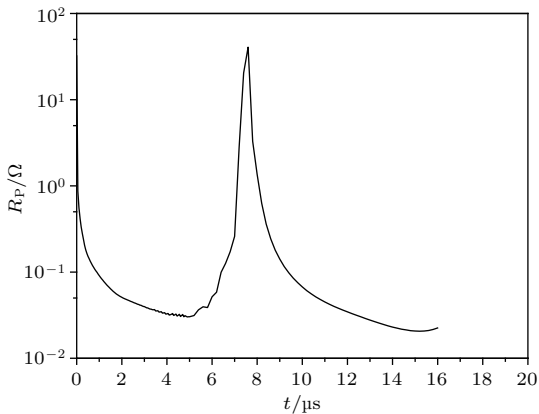


图 16 等离子体等效总电阻  $R_p$

Fig. 16. Effective plasma total resistance  $R_p$ .

综上所述, 耦合等离子体负载将驱动电路总体电阻增大, 电感减小; 等离子体与驱动电路的耦合作用强度随等离子体瞬态参数分布及电路放电状态的变化而变化; 当等离子体电流在激励线圈附近集聚时,  $M$  将增大, 反之减小.

## 5 结 论

建立了一种耦合外部电路的磁流体力学模型, 实现了对加速通道内等离子体二维流场结构演化过程及驱动电路放电过程的同步耦合求解. 数值仿真成功复现了PIT的工作物理图景, 计算结果与

实验数据基本一致, 借助这一新模型, 实现了对电路-等离子体双向耦合作用的定量分析. 模型可用于研究PIT的工作原理, 预测其推进性能, 为推力器结构设计、参数优化提供技术支持和可行的计算方法.

## 参考文献

- [1] Polzin K A 2011 *J. Prop. Power* **27** 3
- [2] Martin A K, Dominguez A, Eskridge R H 2015 *34th International Electric Propulsion Conference* Hyogo-Kobe, Japan, July 4–10, 2015 p50
- [3] Russell D, Poylio J H, Goldstein W 2004 *Space Conference and Exhibit* San Diego, America, September 28–30, 2004 p6054
- [4] Dailey C L, Loveberg R H 1987 *Pulsed Inductive Thruster Component Technology* AFAL TR **07** 012
- [5] Dailey C L, Loveberg R H 1989 *AIAA/ASME/SAE/ASEE 25th Joint Propulsion Conference* Monterey, America, July 10–12, 1989 p2266
- [6] Dailey C L, Lovberg R H 1993 *The PIT MkV Pulsed Inductive Thruster* NASA CR **19** 1155
- [7] Polzin K A, Choueiri E Y 2006 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **34** 3
- [8] Polzin K A 2006 *Ph. D. Dissertation* (Princeton: Princeton University)
- [9] Polzin K A, Sankaran K, Ritchie A G, Reneau J P 2013 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **46** 475201
- [10] Martin A K 2016 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **49** 025201
- [11] Che B X 2015 *M. S. Thesis* (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [车碧轩 2015 硕士学位论文 (长沙: 国防科技大学)]
- [12] Mikellides P G, Neilly C 2007 *J. Prop. Power* **23** 51
- [13] Mikellides P G, Ratnayake N 2007 *J. Prop. Power* **23** 854
- [14] Mikellides P G, Villarreal J K 2007 *J. Appl. Phys.* **102** 103301
- [15] Cheng Y G, Xia G Q 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 075204 (in Chinese) [成玉国, 夏广庆 2017 物理学报 **66** 075204]
- [16] Cheng Y G 2015 *Ph. D. Dissertation* (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [成玉国 2015 博士学位论文 (长沙: 国防科技大学)]
- [17] Comsol Multiphysics Users Guide, Online available <http://www.comsol.com/plasma-module/> [2017-5-11]
- [18] Li M, Liu H, Ning Z X 2015 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **43** 12
- [19] John D A (translated by Yang Y) 2011 *Hypersonic and High-Temperature Gas Dynamics* (2nd Ed.) (Beijing: Aviation Industry Press) pp421–422 (in Chinese) [小约翰 D A 著 (杨永译) 2011 高超声速和高温气体动力学 (第二版)(北京: 航空工业出版社) 第 421—422 页]
- [20] Cheng X 2009 *Thermal Plasma Heat Transfer and Flow* (Beijing: Science Press) pp50–55 (in Chinese) [陈熙 2009 热等离子体传热与流动 (北京: 科学出版社) 第 50—55 页]
- [21] Deb P, Agarwal R K 2001 *AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit* Reno, America 2001, p794

- [22] Tian Z Y 2008 *Ph. D. Dissertation* (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [田正雨 2008 博士学位论文 (长沙: 国防科学技术大学)]
- [23] Ahangar M, Ebrahimi R, Shams M 2014 *Acta Astronaut.* **103** 129
- [24] Heiermann J 2002 *Ph. D. Dissertation* (Stuttgart: Universität Stuttgart)
- [25] Sankaran K 2005 *Ph. D. Dissertation* (Princeton: Princeton University)
- [26] Glumb R J, Krier H 1986 *AIAA J.* **24** 1331
- [27] Lovberg R H, Dailey C L 1982 *AIAA/JSASS/DGLR 16th International Electric Propulsion Conference* New Orleans, America, November 17–19, 1982 p1921
- [28] Lovberg R H, Dailey C L 1982 *AIAA J.* **20** 971

# A magnetohydrodynamic numerical model with external circuit coupled for pulsed inductive thrusters\*

Che Bi-Xuan<sup>†</sup> Li Xiao-Kang Cheng Mou-Sen Guo Da-Wei Yang Xiong

(National University of Defense Technology, College of Aerospace Science and Engineering, Changsha 410073, China)

( Received 27 May 2017; revised manuscript received 10 October 2017 )

## Abstract

Pulsed inductive thruster, which employs pulsed inductive magnetic field to ionize propellant and accelerate a bulk of plasma, is accompanied with complicated phenomena such as plasma physics, magnetohydrodynamics and the strong coupling effect between the drive-circuit and plasma load. Simulations employing a snowplow circuit model or present magnetohydrodynamic model might be insufficient to capture these important phenomena simultaneously and self-consistently. Therefore the validity of currently existing numerical models remain to be verified.

In this paper, a novel circuit-coupled magnetohydrodynamic model is proposed. The flow process of the plasma in the acceleration channel and the discharge process of the circuit are solved simultaneously in a bi-directionally coupled method by calculating the voltage drop across the drive-coil according to the drive-coil geometry and the temporal electric field distribution. The magnetohydrodynamic field is solved with Navier-Stokes equations coupled with Maxwell equations, while the plasma thermodynamic parameters and transport parameters are calculated by employing the local thermal equilibrium model. And the circuit process is solved with a set of circuit equations based on Kirchhoff's law. All the physics fields are computed by the finite element method in COMSOL Multiphysics<sup>TM</sup>.

Numerical simulation for American TRW Inc.'s MK-1 thruster successfully reproduces its working process. The numerical magnetic field distribution in plasma, the time-dependent collective Lorentz force and the specific impulse and efficiency of the thruster under varying working voltages agree well with the corresponding experimental data. Numerical results imply that a compact azimuthal plasma current sheet is established in the initial 1–2  $\mu\text{s}$  in the near-face region of the drive-coil. This plasma current sheet, which entrains the majority of the propellant, is excluded and accelerated by the Lorentz force derived from the drive-coil magnetic field. Most of the propellant acceleration is accomplished within the first half period of the circuit current, which is about 7–8  $\mu\text{s}$ .

Furthermore, the bi-directional coupling effect is quantitatively analyzed with the current model. Numerical results indicate that the coupling plasma load generally tends to increase the effective resistance and reduce the effective inductance of the drive-circuit. Moreover, this effect changes as the plasma structure varies. When the plasma current sheet moves away from the drive-coil, the mutual inductance between plasma load and drive-coil decreases monotonically. That implies that the plasma current sheet decouples gradually from the drive-circuit in the process. In conclusion, bi-directional coupling effect between plasma load and drive-circuit plays an important role in the operation of the thruster.

This model could be used to predict the performances of pulsed inductive thrusters and might be helpful in designing a more effective thruster.

**Keywords:** plasma physics, electric propulsion, magnetohydrodynamic, plasma simulation

**PACS:** 52.25.Kn, 52.75.Di, 52.30.Cv, 51.50.+v

**DOI:** 10.7498/aps.67.20171225

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51306203).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [chebixuan@outlook.com](mailto:chebixuan@outlook.com)