物理学报 Acta Physica Sinica
Chinese Physical Society
Institute of Physics, CAS

强散射过程中基于奇异值分解的光学传输矩阵优化方法

张熙程　方龙杰　庞霖

Transmission matrix optimization based on singular value decomposition in strong scattering process

Zhang Xi-Cheng　Fang Long-Jie　Pang Lin

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 67, 104202 (2018)　DOI: 10.7498/aps.67.20172688
在线阅读 View online: http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172688
当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I10

您可能感兴趣的其他文章
Articles you may be interested in

准平行光干涉的滤波型多抖动相控方法研究
Methodology of filter-type multi-dithering phase control for quasi parallel light interference
物理学报.2018, 67(1): 014202　http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.014202

高功率光纤中传输光模式与其波长相关性研究
Analysis of wavelength dependence of mode in high power fiber laser
物理学报.2017, 66(19): 194202　http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.194202

四元裂解位相调制实现相干光通过散射介质聚焦
Four-element division algorithm for focusing light through scattering medium
物理学报.2017, 66(11): 114202　http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.114202

基于空间域和频率域傅里叶变换 F^2 的光纤模式成分分析
Fiber modal content analysis based on spatial and spectral Fourier transform
物理学报.2016, 65(15): 154202　http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.154202

空域移相偏振点衍射波前检测技术
Spatial phase-shifting polarization point-piffraction interferometer for wavefront measurement
物理学报.2016, 65(11): 114203　http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.114203

强散射过程中基于奇异值分解的光学传输矩阵优化方法*

张熙程 方龙杰 庞霖†

(四川大学物理科学与技术学院, 成都 610065)

(2017 年 12 月 19 日收到; 2018 年 3 月 19 日收到修改稿)

通过测量散射介质的传输矩阵能够控制光在此介质中的传输, 但目前没有通过优化传输矩阵 (即搜索介质本征传输矩阵) 来提高光传输效率的研究. 通过测量介质的传输矩阵进行奇异值分解与背景滤波, 初步优化了传输矩阵后, 提出通过遗传算法再次优化传输矩阵, 实现了进一步优化传输矩阵, 提高了聚焦效率和信噪比. 所提方法为可见光在生物组织中的成像提供了一种新的思路和方法.

关键词: 相位调制, 传输矩阵, 散射介质, 奇异值

PACS: 42.25.Hz, 42.30.Rx, 78.20.–e **DOI:** 10.7498/aps.67.20172688

1 引 言

近年来, 通过相位调制技术控制光波在生物组织等强散射介质中的传输逐渐引起了人们的研究兴趣. 目前的相位调制技术包含了逐个调节相位 [1]、分区调节相位 [2]、遗传算法 (GA) 优化相位 [3]、测量传输矩阵 [4,5] 及本研究小组提出的四分法调制相位 [6,7] 等. 其中, 通过测量传输矩阵来控制光在散射介质中的传播是一种快速且有效的方法, 是因为传输矩阵能明确表征输出光场与输入光场的线性关系 [8–15].

目前, 测量散射介质传输矩阵 (TM) 的实验都是在开放系统中进行的 [16–29], 实验结果必定存在误差. 原因在于: 首先, 给定入射光场后, 实验收集的出射光场是有限的; 其次, 探测器本身与环境噪声均对测量结果引入了误差. 因此, 实验测得的传输矩阵不可能是介质本身的本征传输矩阵, 仅是介质传输矩阵的近似. 因而利用传输矩阵得到的输出通道的效率, 即透过散射介质聚焦的焦点强度并不是最高的. 目前, 对散射介质研究的焦点多集中于尽量增加输入通道的数目来增加输出通道的效率, 尚未见从优化传输矩阵 (即搜索介质的本征传输矩阵) 的角度出发去增加输出通道效率的报道. 本文提出以实验测得的传输矩阵为基础来寻找靠近介质本征传输矩阵的一种方法, 探讨如何提高散射介质的成像效果. 本文通过对实验测得的传输矩阵进行反演操作, 并通过奇异值分解获得散射介质 TM 的奇异值, 然后对奇异值直接优化处理获取介质的本征传输矩阵的近似. 本方法以输出通道的聚焦效率为目标函数, 使用 GA 优化传输矩阵的奇异值.

2 传输矩阵优化原理

散射介质实验传输矩阵优化的原理与过程如图 1 所示. 首先, 通过实验获得介质的传输矩阵; 其次, 对介质的传输矩阵进行奇异值分解, 获得代表介质传输矩阵的奇异值, 并按照从大到小的顺序排列; 然后, 以输出通道的聚焦效率作为目标函数, 对奇异值分布进行优化运算, 选择出优化的奇异值, 利用矩阵求逆得到介质传输矩阵的逆矩阵, 在此实验条件下获取散射介质本征传输矩阵的近似; 最

* 国家自然科学基金 (批准号: 61377054, 61675140) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: panglin_p@yahoo.com

© 2018 中国物理学会 Chinese Physical Society

后, 利用得到的逆矩阵求出入射场, 加载到空间光调制器 (SLM) 上, 得到更明锐的焦点, 验证介质的传输矩阵优化.

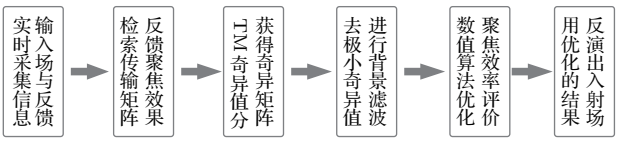

图 1 优化实验所测传输矩阵的原理与过程

Fig. 1. Principle and process of optimizing the measured transmission matrix.

3 原理验证

传输矩阵表征了介质的散射特性, 输入电场 $E^{\rm in}$ 与输出电场 $E^{\rm out}$ 的线性关系用介质的传输矩阵联系:

$$E_m^{\rm out}=\sum_{n=1}^{n} t_{mn}E_n^{\rm in}\quad (\text{或}E^{\rm out}=\boldsymbol{T}E^{\rm in}),\qquad (1)$$

其中 m, n 分别对应输入输出通道数, $E_m^{\rm out}$ 与 $E_n^{\rm in}$ 分别对应 m 个元素的输出场列向量与 n 个元素的输入场列向量, t_{mn} 为传输矩阵的元素, $\boldsymbol{T}$ 为介质的传输矩阵. 因此, 可以通过测量对应输入光场的输出分布求出确定实验条件下的传输矩阵. 本实验中利用 Hadamard 矩阵和四个参考光干涉产生正交的输入场, 测量输出光场分布, 并通过求解线性方程组获取散射介质的传输矩阵 [12−14]. 实验中 SLM 有 $32\times32=1024$ 个独立控制单元, 输出光强分布由电荷耦合器 (CCD) 来测量. 通过求解线性方程组获得散射介质的传输矩阵. 实验可以通过任意形式的输入场进行干涉实验, 测量输出光场分布, 再通过求解方程组获取介质的传输矩阵, 但建立的方程组中, 线性独立方程的个数不能少于求解所需独立方程的个数. 另外可以用 Hadamard 矩阵作为输入光场的方法, 详细内容见参考文献 [30].

实验光路如图 2 所示. 使用波长 $\lambda=632.8$ nm 的圆偏光 He-Ne 激光器 (长春瑞研光电科技有限公司) 作为实验的光源. 光路中所用的光学散射介质 S 是由直径为 5 μm 的氧化铝 (Al_2O_3, 浙江武义恒宇仪器有限公司) 球形颗粒与 PDMS (聚二甲基硅氧烷, 美国道康宁) 均匀混合并固化在显微镜载玻片上的均匀涂层, 厚度约为 100 μm. 来自激光器的圆偏振光通过竖直方向透振的偏振片 P 后被针孔滤波, 接着由一个放大倍数为 40× 的显微物镜 O_1 与凸透镜 L_1 (焦距 100 mm), 得到扩束之后的线偏振平行光, 使得其偏振方向与 SLM 的位相调制最敏感的方向一致. 并照射到液晶 SLM (Holoeye PLUTO-TELCO, 分辨率为 1920 × 1080, 每个像素的大小为 8 μm × 8 μm) 上. SLM 产生的 $32\times32=1024$ 个调制输入模式通过 L_2 (焦距 300 mm) 与 L_3 (焦距 100 mm) 这一 4f 系统缩束, 然后由显微物镜 O_2 ($10\times$, $NA=0.25$) 聚焦到散射样

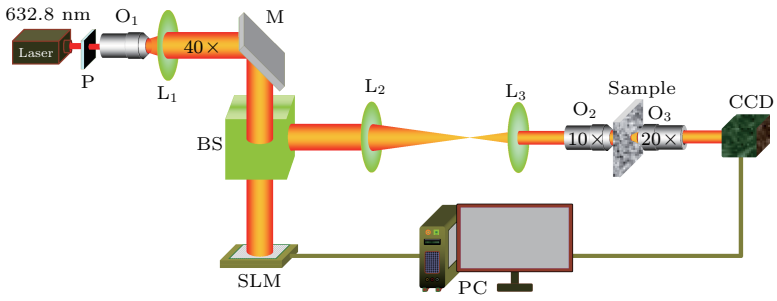

图 2 实验光路图 Laser 是波长为 632.8 nm 的圆偏光氦氖激光器; P 是竖直方向透振的偏振片; O_1, O_2, O_3 为显微物镜, 放大倍数分别为 40 ×, 10 ×, 20 ×, 数值孔径 NA 分别为 0.65, 0.40, 0.25; L_1, L_2, L_3 是焦距分别为 100 mm, 300 mm, 100 mm 的凸透镜; M 是平面镜; BS 是分光镜; SLM 是纯相位调制的液晶 SLM, 分辨率为 1920 × 1080, 单个像素大小为 8 μm × 8 μm; CCD 是分辨率为 1920 × 1200@41 fps 的图像传感器, 像素大小为 5.86 μm × 5.86 μm; CCD 与 SLM 通过电脑 (PC) 实时控制; sample 是 PDMS 与直径约为 5 μm 球形氧化铝颗粒均匀混合并固化到载玻片上制作而成

Fig. 2. Schematic diagram of the experiment. A He-Ne laser is circularly polarized with a wavelength of 632.8 nm; P is a polarizer; O_1, O_2, and O_3 are microscopic objectives, and the magnifications are 40 ×, 10 ×, and 20 ×, respectively; numerical aperture NA = 0.65, 0.40, and 0.25, respectively; L_1, L_2, and L_3 are lenses with focal lengths of 100 mm, 300 mm, and 100 mm, respectively; M is a plane mirror; BS is a non-polarizing 50% beam splitter; SLM stands for a spatial light modulator, the resolution of SLM is 1920 × 1080 pixels; the size of a pixel is 8 μm × 8 μm; the CCD is a detector with a resolution of 1920 × 1200; the sampling frequency is 41 fps, and the pixel size is 5.86 μm × 5.86 μm; the CCD and the SLM are controlled by a personal computer (PC); the sample is PDMS and its diameter is about 5 μm; the spherical alumina particles are uniformly mixed and cured on a glass slide.

品的一侧, 最后通过显微物镜 O_3 (20×, NA = 0.40) 收集出射面的散射光并成像到 CCD (加拿大 Pointgrey 生产, 实验中所用模式为 F7_Mono8_960 × 600_Mode1, 每个像素的大小为 5.86 μm × 5.86 μm) 接受窗.

实验中首先设定好目标焦点的具体位置, 然后以 Hadamard 矩阵作为正交输入基加载到 SLM 上并随即在 CCD 上获得与输入相对应的输出响应 (散斑图案), 此过程需要重复 4096 次. TM 聚焦完成后, 通过计算以获得并存储传输矩阵的振幅和相位信息. 由于 SLM 是纯相位调制光学元件, 我们从获得的传输矩阵中取出目标焦点的相位信息重构输入相位, 加载到 SLM 上便可以输出 TM 聚焦获得的目标焦点. 此步的实验结果如图 3 所示, 其中图 3 (a) 为传输矩阵的相位分布 RGB 图 (共 1024 行、1024 列), 每一行对应一种输出模式的相位信息; 图 3 (b) 为利用图 3 (a) 中的第 671 行的相位信息重构输入场获得的相位掩模灰度图, 对应 32 × 32 = 1024 个输入通道模式; 图 3 (c) 是将图 3 (b) 的相位加载到 SLM 上后 CCD 输出的聚焦结果, 对应传输矩阵第 671 行得到的输出场分布.

理论上讲, 在获得了系统的传输矩阵后, 即可计算得到任何输出场分布所需要的输入场. 为了使输出场满足特殊要求, 比如在指定位置聚焦、聚焦多个焦点等, 我们对传输矩阵进行反演后得到输入场的相位分布. 由 (1) 式, 输入场与输出场通过传输矩阵相联系, 可以得到

$$E^{\text{in}} = \boldsymbol{T}^{-1} E^{\text{out}}, \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{T}$ 表示实验中测得的实际传输矩阵, $\boldsymbol{T}^{-1}$ 表示对 $\boldsymbol{T}$ 进行反演 (求逆矩阵). 将该反演的相位 $Ph(E^{\text{in}})$ 加载到 SLM 上, 即可得到所要求的出射场分布, 例如聚焦的出射场 $[0\cdots\ 0\ 1\ 0\ \cdots 0]$. 然而, 由于散射系统是一个开放系统, 计算传输矩阵时并没有测得所有出射信号, 因此, 传输矩阵的逆矩阵并不存在 (或非有限值).

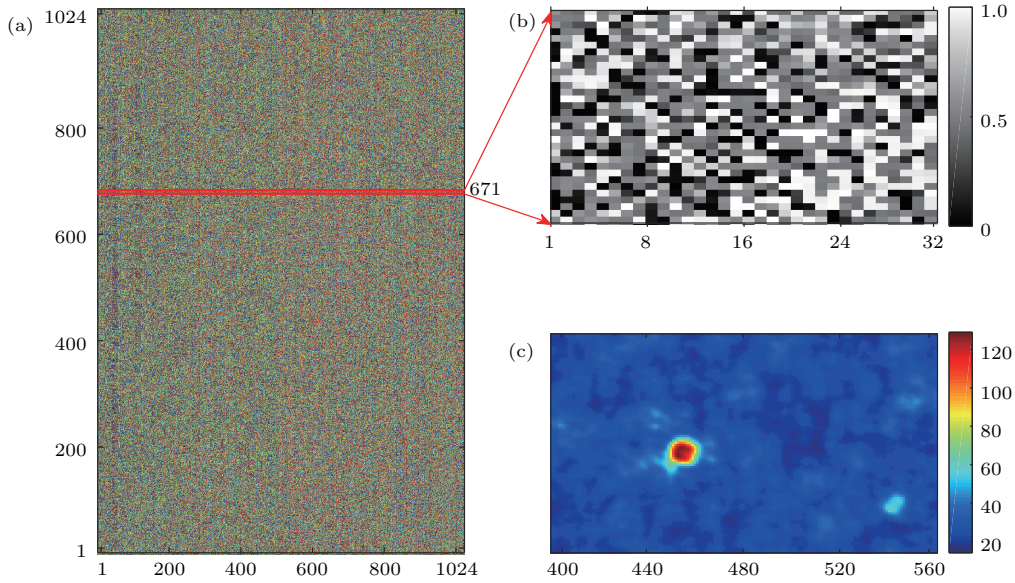

图 3 TM 聚焦的实验结果 (a) 传输矩阵 TM 的相位信息; (b) 用目标焦点的相位信息重构该焦点的输入相位掩模; (c) 将重构的输入相位掩模加载到 SLM 上, 在 CCD 上获得的 TM 聚焦结果

Fig. 3. Experimental results of focusing light by TM approach: (a) Phase mask of the transmission matrix; (b) phase mask of a focal point; (c) the optimized output intensity in the target plane.

为了避免这样的问题, 数学上可通过奇异值分解的方法计算逆矩阵. 首先, 将需要求逆的目标矩阵 (如这里的传输矩阵 $\boldsymbol{T}$) 进行变换:

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{D}\boldsymbol{V}', \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{T}$ 为传输矩阵, $\boldsymbol{U}$ 是一个正交矩阵, $\boldsymbol{V}$ 也是一个正交矩阵 ($\boldsymbol{V}'$ 是 $\boldsymbol{V}$ 的转置矩阵), 奇异值矩阵 $\boldsymbol{D}$ 是对角矩阵 ($\boldsymbol{D} = [\lambda_i]$). $\boldsymbol{T}$ 的逆矩阵与 $\boldsymbol{D}$ 的倒数的直接关系为

$$\boldsymbol{T}^{-1} = \boldsymbol{V}\boldsymbol{D}^{-1}\boldsymbol{U}' = \boldsymbol{V}[\frac{1}{\lambda_i}\delta_{i,j}]_{i,j}\boldsymbol{U}', \tag{4}$$

其中 $\boldsymbol{U}'$ 是 $\boldsymbol{U}$ 的转置矩阵. 将方程 (4) 用于方程 (2) 中即可计算获得产生任意输出场的输入场位相分布. 例如, 通过方程 (2) 和方程 (4) 计算得到. 图 3 (a)

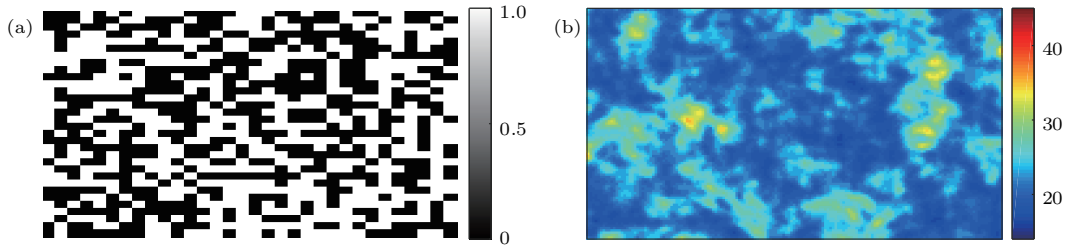

图 4 (a) 直接反演所得输入场的相位分布; (b) 将 (a) 图的相位分布加载到 SLM 上, 获得的输出结果, 并未获得目标焦点, 反而引入了无物理意义的误差

Fig. 4. (a) The optimized phase mask of the direct inversion; (b) the output intensity distribution corresponding to the phase mask of Fig. (a), in which the target focus can't be seen since many random errors.

中纵坐标 671 处对应的焦点的输入场相位分布, 如图 4 (a) 所示. 然而将其加入到实验装置上的 LSM 后, 在 CCD 相应位置并没有得到所期望的焦点, 如图 4 (b). 从图 4 (b) 可以看到, 出射面没有形成聚焦.

因此, 方程 (4) 直接得到的矩阵并不代表介质或系统的传输矩阵 (或逆矩阵). 显然, 直接进行奇异值分解得到的奇异值分布也存在问题, 这是由于矩阵反演过程中极小奇异值的倒数变得异常大, 以至于对噪声非常敏感, 如方程 (5) 所示. 因此去掉这些极小的奇异值是必要的.

$$\boldsymbol{T}^{-1}=\boldsymbol{V}\boldsymbol{D}^{-1}\boldsymbol{U}'=\boldsymbol{V}\begin{bmatrix} 1/\lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \\ & & 1/\lambda_N & \vdots \\ \vdots & & 0 & \\ & & & \ddots\ 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}\boldsymbol{U}', \tag{5}$$

其中 $\boldsymbol{T}^{-1}$ 表示滤波后的传输矩阵逆矩阵; $\boldsymbol{D}^{-1}$ 表示滤波后的奇异值逆矩阵, 也是一个对角矩阵; N 是保留的奇异值个数.

传输矩阵 $\boldsymbol{T}$ 奇异值分解后, 减小因变换中引入的误差是优化传输矩阵的第一步. 首先, 将获得的传输矩阵进行奇异值分解, 求出奇异值 λ_i(奇异值分解的结果是按照从大到小的顺序排列的); 然后, 从最小的奇异值逐一去掉, 并利用保留下来的所有奇异值按由大到小的顺序重构维度有所降低的奇异值矩阵 $\boldsymbol{D}$, 并根据 (5) 式求出降低了变换误差的实验传输矩阵的逆矩阵 $\boldsymbol{T}^{-1}$; 最后利用 (2) 式重构输入场并同时检测对应的反馈结果, 以便获得最佳的奇异值组合. 实验结果如图 5 所示, 其中图 5 (a) 为奇异值分布曲线, 纵坐标表示奇异值的大小, 横坐标对应奇异值重大到小排列的占位, 排在第 1 位的是最大的奇异值 2.2193×10^6, 排在第 1024 位的是最小的奇异值 29, 奇异值的最大值与最小值之间有 5 个数量级的差异; 图 5 (b) 为奇异值倒数的分布曲线, 它的分布刚好与奇异值分布相反, 是从小到达排列的, 纵坐标表奇异值倒数的大小, 横坐标与图 5 (a) 意义相同; 图 5 (c) 显示了被保留 (显示为 1) 与被去掉 (显示为 0) 的奇异值的占位分布; 图 5 (d) 为去掉奇异值后利用剩余的奇异值 (主要是大奇异值) 重构输入相位而得到的焦点光强变化曲线; 通过光强曲线信息, 可以找到获得最大光强的那些奇异值的占位信息. 图 5 (d) 的曲线分布表明, 连续去掉极小的奇异值, 利用剩下的奇异值重构聚焦结果, 焦点归一化光强 (由图 5 (d) 光强的 RGB 值大小表示) 的变化趋势为: 增加到 177, 然后下降到 144; 在图 5 (d) 所示的曲线中某一点的意义为: 从大到小排列 1024 个奇异值, 当给定某一横坐标, 例如 800, 则纵坐标对应 CCD 所探测到的光强. 此光强所代表的意义是: 保留前 800 个大的奇异值, 去掉其余的 224 个小的奇异值, 然后利用这 800 个大的奇异值重构输入相位, 并将此重构的输入相位加载到 SLM 上, 随即让 CCD 直接探测目标焦点区域的光强. 其中图 5 (e) 就是利用反馈光强最大值 177 所对应的那些奇异值 (前 1003 个大的奇异值), 重构入射场获得的相位分布; 图 5 (f) 是图 5 (e) 的相位加载到 SLM 上后输出的焦点, 这与图 4 (b) 的聚焦结果有本质差异.

上述结果表明, 介质或系统传输矩阵是可以利用输出通道 (焦点) 的增强效率为评价函数来进行优化的. 以上我们只是逐一去掉奇异值, 同时观察焦点的增强效率来优化传输矩阵, 以输出场最大为目标来寻找优化的传输矩阵. 从光强曲线的变化趋势分析, 非极小奇异值应该也同样可进行优化来寻找本征传输矩阵的近似.

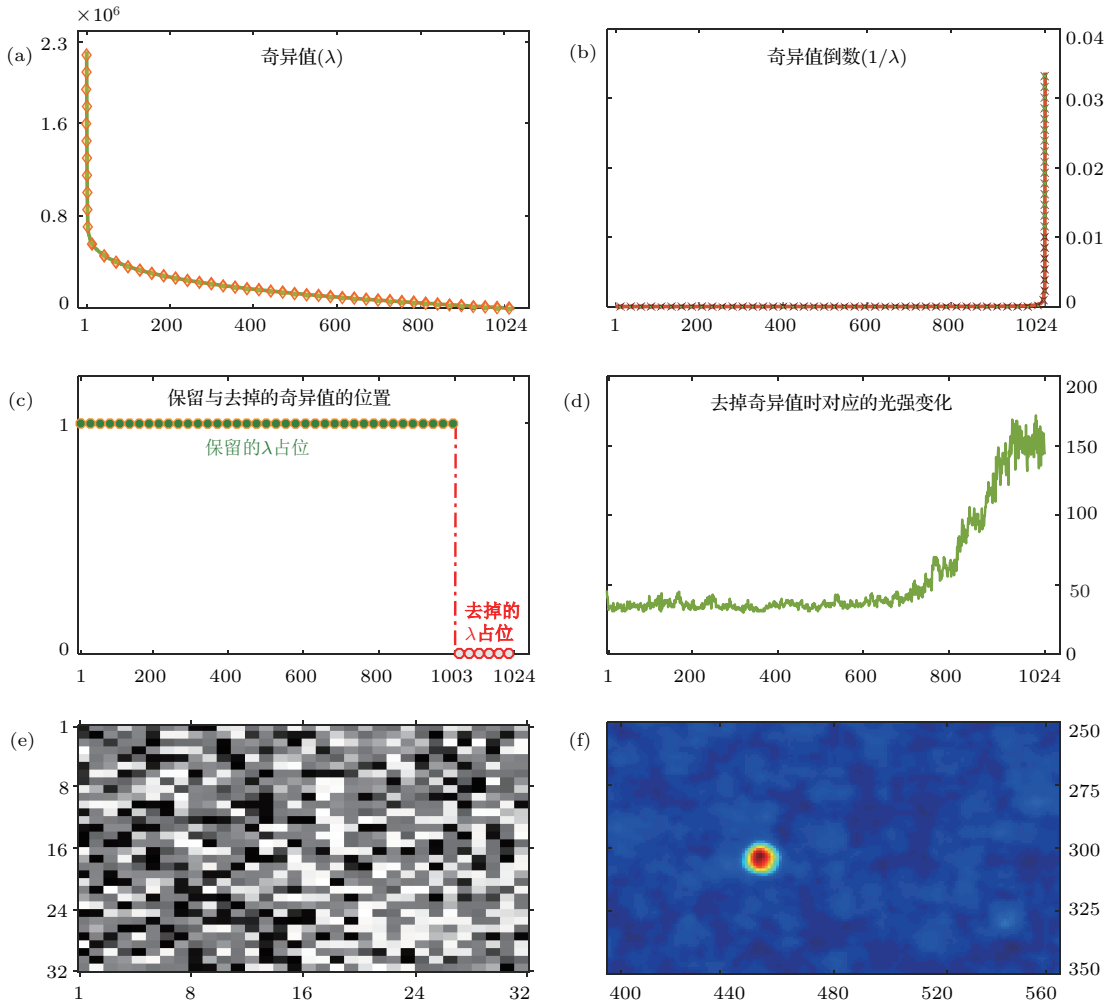

图 5 传输矩阵奇异值分解与减小变换误差的实验结果 (a) 菱形对应的绿色曲线为奇异值 λ 的分布曲线; (b) 叉形对应的橙色曲线是奇异值倒数 $1/\lambda$ 的分布曲线; (c) 连续法筛选出的最优奇异值组合, 横坐标 N 表示奇异值从大到小排序所占的位置, 1 表示保留的奇异值, 0 表示去掉的奇异值; (d) 逐一去掉较小的奇异值后, 利用剩余的奇异值重构输入相位, 并实时探测反馈的聚焦光强, 最后描绘出重构结果的光强变化曲线; (e) 利用最大光强反馈的奇异值信息 (图中是从大到小排列的前 1003 个奇异值), 重构入射场的相位灰度图; (f) 利用重构的输入相位获得的焦点

Fig. 5. The experimental results of the singular value decomposition and the related results: (a) The curve of singular values (up rectangles); (b) the curve of the inverse values of the singular values; (c) the curve of reduced singular values, in which 1 represents the reserved singular values and 0 represents the replaced singular values; (d) the intensity curve with different singular values; (e) the optimized phase distribution; (f) the optimized intensity distribution in the CCD plane.

在上述实验的基础上, 我们选择 GA 来进行第二阶段优化, 即全局优化奇异值. 前面的实验去除奇异值的数值误差后, 获得了从大到小的连续 1003 个奇异值, 并在此基础上再进行 GA 优化. GA 的流程图与相关实验结果如图 6 所示, 其中图 6 (a) 为 GA 流程图. 实验中, 首先产生 120 个初始种群 (由 0 和 1 组成的 1024 个元素的筛选向量), 优化过程中由筛选向量对应位置的元素 (0 或 1) 去乘以奇异值组合中对应位置的奇异值, 与 0 位置对应相乘的奇异值将被去掉, 而与 1 对应位置相乘的奇异值将被保留, 并以聚焦效率为 GA 的适应度函数计算所有个体的适应度, 然后按照适应度函数值从大到小进行排序并判断是否达到最优奇异值组合. 是, 则终止优化并输出最优个体; 否, 则选出这一代最优的两个个体作为亲代, 然后进行单点交叉亲代个体的部分编码, 其余部分编码以大于等于 0.6 的变异率产生新的编码, 最后产生新的更优子代新种群. 然后再计算新种群中每个个体的适应度值、排序并判断是否达到最优. 是, 则终止 GA 并输出最优解; 否, 就再次进入下一交叉变异循环, 直到获得最优的奇异值组合. 经过 GA 全局筛选获得最优奇异值组合后, 利用获得的最优奇异值组合重构输入相位

分布, 将此相位分布加载到SLM上以获得优化的聚焦效果.

实验结果如图6所示. 介质传输矩阵的奇异值分布曲线与图5(a)相同, 此处不再赘述; 图6(b)显示了GA选择优化后, 被保留(显示为1)与被去掉(显示为0)的奇异值的占位分布, 经过GA优化选择奇异值后, 从大到小去掉了第83个、第179个、第678个、第932个、第1004个以及1020—1024最后5个, 总共去掉了大小都有的10个奇异值; 图6(c)是优化过程中, 归一化光强的增强曲线, 遗传了2021代后终止了优化, 输出的最优个体为图6(b)中保留的奇异值; 图6(d)是利用GA选出的最优奇异值组合, 重构输入场获得的相位灰度图; 图6(e)是将图6(d)中的相位加载到SLM上后输出的最终聚焦结果, 从实验数据来看, 比去掉极小的奇异值尾数所得的焦点光强又进一步增强.

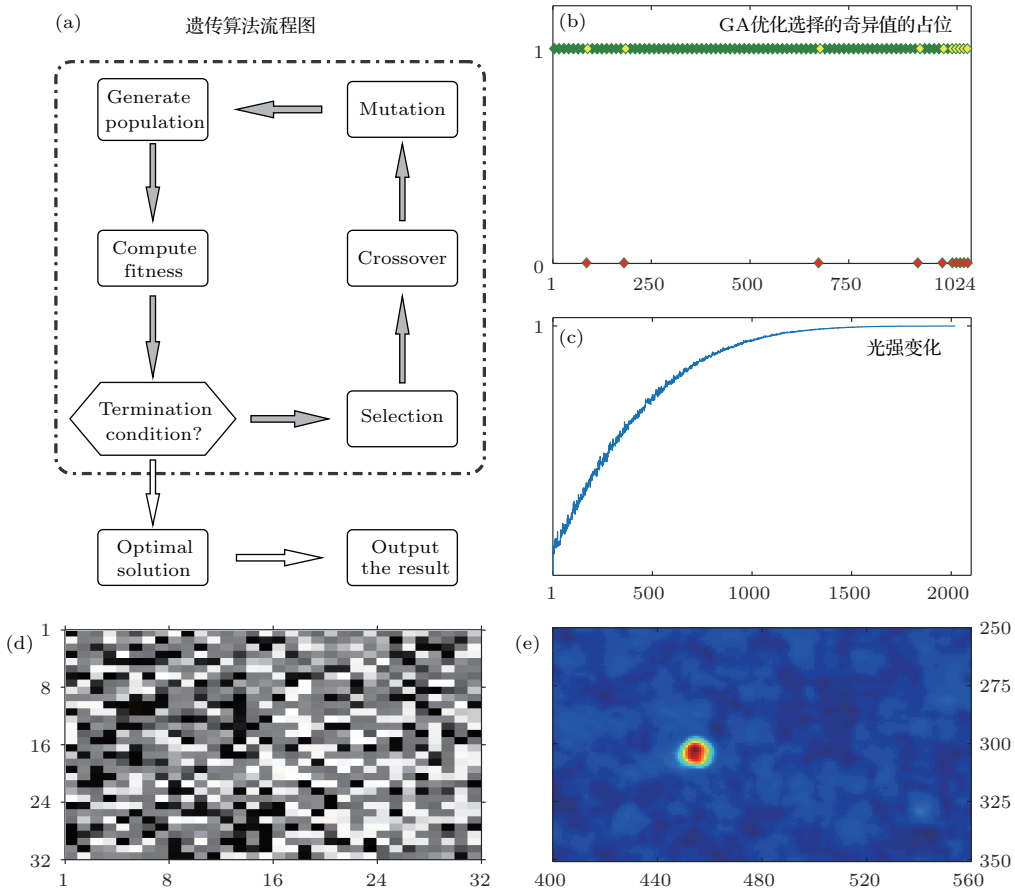

图6 GA全局优化奇异值的实验结果 (a) GA流程图; (b) GA全局筛选出的最优奇异值组合, 1024个奇异值从大到小依次排列, 1对应的位置表示被保留的奇异值, 0对应的位置表示被去掉的奇异值, 最终去掉了第83, 179, 678, 932, 1004, 1020—1024这10个奇异值; (c) GA优化选择奇异值的过程中, 目标焦点归一化光强的增强曲线; (d) 利用最优奇异值组合重构输入场所得的相位灰度图; (e) 利用重构的输入相位获得的最终焦点

Fig. 6. The experimental results of the genetic algorithm: (a) The flow diagram of the genetic algorithm; (b) the optimized set of singular values selected by GA approach, in which the discarded singular values are 83, 179, 678, 923, 1004, 1020 to 1024; (c) the intensity curve during the GA optimization process; (d) the phase mask of the optimized phase distribution; (e) the optimized intensity pattern.

4 结果对比

至此, 我们得到同一介质或系统的三种传输矩阵: 实验检测获得的传输矩阵(简称为TM)、奇异值分解并去极小尾数后获得的一级近似本征传输矩阵(简称为WS_TM)及奇异值分解结合GA进行的全局优化获得的二级近似本征传输矩阵(GA_TM). 本节通过以上传输矩阵对输出场的贡献来对进行对比, 展示我们提出的传输矩阵优化的有效性.

由所得TM, WS_TM及GA_TM, 经方程(2)求得在CCD特定位置形成焦点的输入相位分布, 加载在SLM后即可得到如图7所示的结

果. 图7(a), (d), (g)分别对应TM, WS_TM与GA_TM的聚焦结果, 归一化最大光强$I_{\max}$对应的RGB 值分别为129, 177与192, WS_TM与GA_TM的背景噪声明显低于TM的背景噪声, 信噪比相对较高; 而图7(d), (g)间的背景噪声大小、信噪比的高低肉眼不能直接分辨, 计算结果列于表1. 图7(b), (c), (e), (f), (h)与(i)的灰度值大小对应归一化后的相对光强, 0 为纯黑色(相对光强为零), 255为纯白色(相对光强最大). 图7(b), (e), (h)分别对应图7(a), (d), (g)的焦点灰度图, 红色小方框表示目标焦点的聚焦范围, 对应CCD上焦点的位置和大小(5 × 5个像素); 而图7(c), (f), (i)分别对应图7(a), (d), (g)去掉焦点后的背景灰度图, 橙色小方框表示去掉焦点的区域, 并且填充为无背景噪声贡献的0值(纯黑色). 实验中, 由于聚焦的散射光不可能完全被限制在CCD上所设置的目标范围, 而是在该区域附近一个较小的范围内. 因此背景图片中去焦点的橙色小方框比焦点设定像素5 × 5要大些, 以便达到尽可能多地去除焦点光强同时又保留了真实背景的效果. 数据结果见表1, 其中第一列为获得焦点的实验方式; 第二列为焦点归一化光强的最大值; 第三列为焦点的信噪比.

由实验结果可以计算GA优化与去尾数消数值误差(WS)的聚焦效率η. 定义聚焦效率为: 最大光强差$I_{\mathrm{GA/WS}}$-I_{TM}与传输矩阵聚焦的最大光强I_{TM}之比.

$$\eta_{\mathrm{GA/WS}} = \frac{I_{\mathrm{GA/WS}} - I_{\mathrm{TM}}}{I_{\mathrm{TM}}} \times 100\%. \tag{6}$$

计算结果表明: GA优化与去尾数WS的聚焦效率分别比TM聚焦效率高$\eta_{\mathrm{GA}} = 48.8\%$, $\eta_{\mathrm{WS}} = 33.3\%$.

表1 三种方法聚焦的归一化最大光强与信噪比

Table 1. Normalized intensity and signal-to-noise ratio for three approaches.

Acquired foci	Normalized intensity(I)	SNR
TM-focus	129	7.54
WS-focus	172	9.73
GA-focus	192	10.29

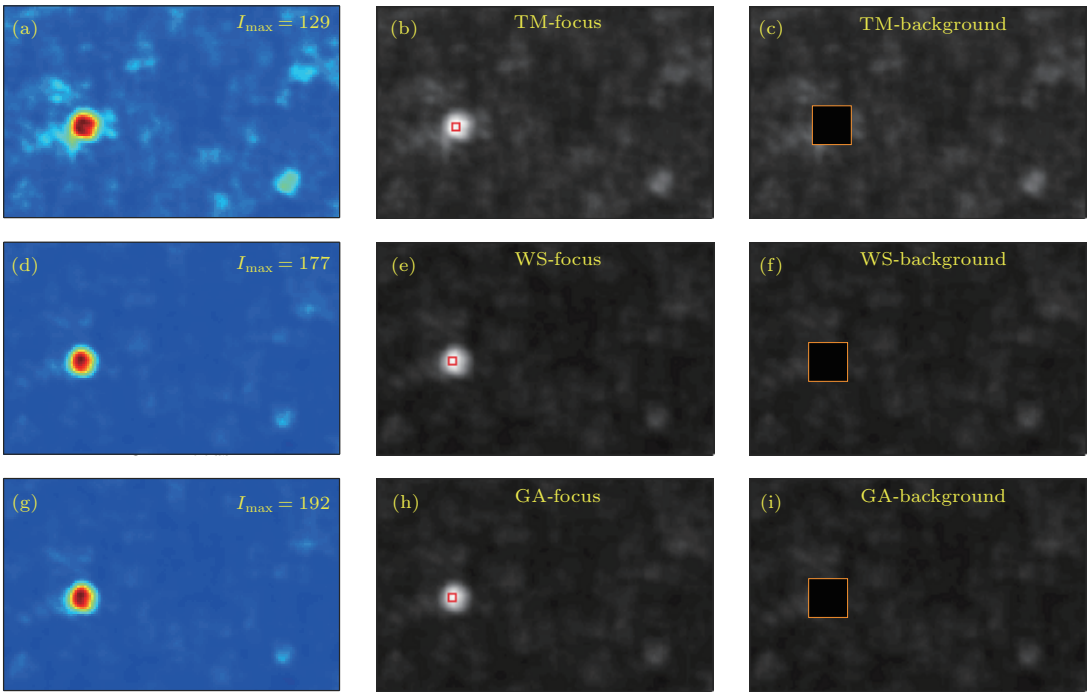

图7 TM聚焦、去尾数减小变化误差(WS)以及GA优化的实验结果 (a), (d), (g)分别为TM, WS和GA聚焦的实验结果, 归一化最大光强的RGB值分别为129, 177和192; (b), (e), (h)分别为TM, WS和GA聚焦的灰度图, 红色小框对应聚焦区域, 大小为5 × 5像素; (c), (f), (i)分别为TM, WS和GA聚焦的背景, 橙色方框填充为纯黑色以便去除焦点, 大小为20 × 20像素

Fig. 7. The experimental results by TM, WS, and GA approaches: (a), (d), (g) The color intensity distribution in the output plane by TM, WS and GA approaches, respectively; (b), (e), (h) the greyscale intensity distribution in the output plane by TM approach, WS and GA approach, respectively; (c), (f), (i) the background noise of the results, in which the rectangles represent the discarded focus.

下面计算信噪比. 定义焦点对背景的归一化平均光强之比为信噪比 SNR, 即

$$SNR = \frac{\bar{I}_{\rm Focus}}{\bar{I}_{\rm Back}}, \tag{7}$$

其中 $\bar{I}_{\rm Focus}$, $\bar{I}_{\rm Back}$ 分别表示焦点、背景的归一化平均光强. 计算表明GA优化的信噪比最高, TM聚焦的信噪比最低, SNR 依次为10.29, 9.73, 7.54, GA优化与直接去尾数WS分别将信噪比提高了36.5%和29.1%.

5 讨 论

在消除物理上的奇异现象和降低传输矩阵反演引起的奇异现象时, 我们从数学上将产生奇异现象的少数奇异值直接设置为零. 这样处理相当于降低了传输矩阵的维度, 同时也向传输矩阵中引入了误差. 对奇异值优化而言, 直接去奇异值极小尾数的一阶优化与GA全局选择的二阶优化都能增强焦点的光强并提高信噪比. 另外需要说明的是, 虽然GA是全局优化模式, 但是当陷入局部最优模式后, 甚至达不到直接去尾数的聚焦效果. 这样的实验结果见图8与表2. 图8(a)—(c)是装置设置与优化参数固定的情况下获得的一组实验结果, 分别对应TM, WS和GA聚焦, 本组实验中WS和GA聚焦都增强了聚焦效率和信噪比, 但是GA却不如WS聚焦结果, 这是GA陷入局域小的缘故; 图8(d)—(f)是改变了激光光强、移动了介质的辐照位置以及另外的优化参数等条件的情况下获得的另一组实验结果, 可以看出, 这一组实验中TM, WS和GA聚焦三种方式的效果都极差, 虽然能看见焦点, 但聚焦效率与信噪比都很差. 根源在于: 最初实验获得的传输矩阵的有效信息太少、噪声信息太多, 加上变换引入的误差使优化的效果显著下降, 甚至无效果或更差. 从理论上分析, 因去掉了部分奇异值, 丢掉了传输矩阵的部分信息, GA优化奇异值与直接去奇异值尾数都不可能达到本征传输矩阵的结果, 只能是更进一步地接近它.

表2 组内统一参数、组间不同参数聚焦实验及归一化最大光强

Table 2. The focusing results of two experiments which shows the optimized intensity of target signal.

Focusing experiments	First group ($I_{\rm normalized}$)	Second group ($I_{\rm normalized}$)
TM-focus	81	54
WS-focus	153	57
GA-focus	126	54

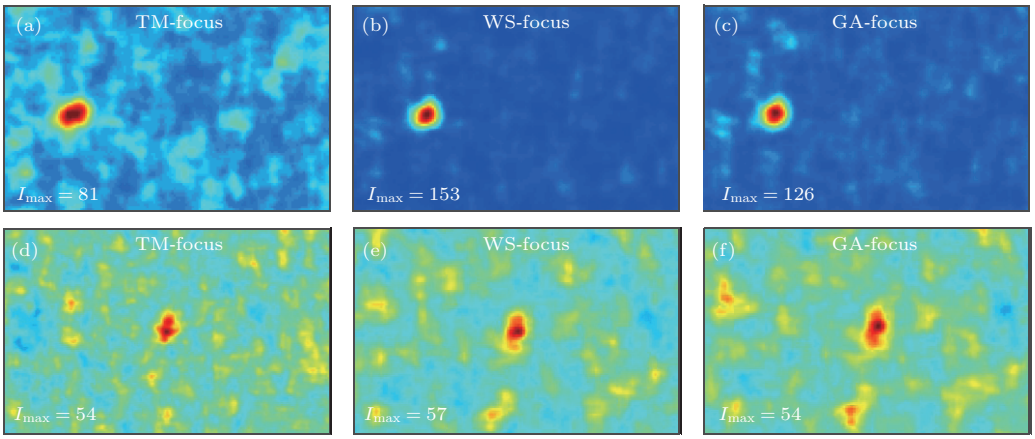

图8 GA优化较WS聚焦结果差和无效优化的实验结果 (a), (b), (c)为装置及优化参数固定所得的结果 (a) TM优化结果, (b)直接去尾数(WS)的实验结果, (c) GA聚焦结果, 这组实验中去TM奇异值尾数(WS)较GA优化好, GA优化陷入局域小; (d), (e), (f)降低激光光强与优化参数设置为一组值所得的结果, (d) GA优化结果, (e)直接去尾数(WS)的实验结果, (f) TM聚焦结果, 这组实验没有优化效果, 有些GA与WS的实验结果甚至还不如TM聚焦

Fig. 8. Comparisons of without converging in the optimization: (a), (b), (c) Correspond one of the experiment, in which GA optimization does not converge, (a) the field distribution of the focal point after the TM evaluation, (b) the focal point after WS optimization, (c) the focus after GA optimization without converging; the focus of WS is better than that after GA in this experiments, meaning that the optimization was terminated at the local extra in the GA processing; (d), (e), (f) correspond the case in which the illumination power was reduced, (d) the field distribution at the focal point with the optimized phase pattern after TM evaluation, (e) the focal point after WS optimization, (f) the focal point after GA optimization.

本实验的光路简单, 操作方便, 实验结果主要受仪器调节、优化参数设置和环境变化 (如空气流动, 温度变化) 等因素的影响; 另外, 介质的移动、激光光强的衰减、噪声水平的变化等因素也可能对实验产生不可预测的结果. 实验中, 入射场的调制模式若低于 $16 \times 16 = 256$ 个模式, 则无法得到聚焦效果, 因为实验测得的传输矩阵仅包含了介质本征传输矩阵较少的信息, 使所测结果的误差信息远大于有效信息, 分解所得的奇异值就很难表示出传输矩阵的有效信息, 最后导致严重的物理奇异现象. 由于 SLM 调制入射场的模式数量将反映散射介质传输矩阵的精细程度, 进而影响聚焦效果, 理论上应该是调制的输入模式越多, 实验测得的 TM 越接近介质的本征传输矩阵. 若入射场的调制模式太多, 如 128×128 或者更高, 聚焦优化完成实验的时间太长, 对于静态介质, 这样的时间可以接受. 但是对于动态介质, 例如生物介质, 其静态时间在毫秒量级以下, 可采用数字微镜 (digital micromirror) 来实现 [26,27].

对传输矩阵进行奇异值分解获得的奇异值是从大到小排列的, 末尾那些极小的奇异值对输入场信息的传输贡献却非常有限, 反演 (求逆) 后, 这些奇异值的倒数将会变得异常的大, 引入的误差使实验出现异常的聚焦结果. 从连续去尾数的光强曲线分析发现: 去掉相邻的两个尾数时, 焦点光强有增有减, 也有不变. 这表明连续去掉的极小奇异值并不是一个最好的方法, 而通过全局优化选择则可以获得更好的效果. 需要强调的是, 除了通过 GA 全局优化选择外, 还可以通过其他全局优化的方法进行优化, 如模拟退火、模式搜索算法等.

本文在进行 GA 优化的过程中, 直接对所有的奇异值进行 GA 选择优化极易陷入局域最优而终止优化过程. 为了保证收敛于全局最优, 在 GA 优化开始前最好先去掉几个极小的奇异值尾数. 但是去掉太多又失去了很多传输矩阵的有效信息, 无法得到精确的优化位相分布. 另外, 在 GA 产生新个体时, 去掉奇异值的概率如果太大, 优化结果去掉的奇异值也越多, 所测传输矩阵保留的有效信息就越少, GA 聚焦的结果就越差.

6 结 论

到目前为止, 有关 TM 的研究, 通常是传输矩阵的实验检测、利用传输矩阵聚焦和成像等. 由于环境变化、仪器探测等影响, 实验测得的 TM 并非介质的本征传输矩阵. 我们提出在实验基础上测得的传输矩阵可进一步优化. 本文在传输矩阵的理论背景下, 以实验测得的 TM 为基础, 利用所测 TM 的奇异值的可能误差大小进行 TM 的一阶优化; 在去掉少数对噪声敏感的极小奇异值后, 再通过 GA 对 TM 进行二阶全局优化, 将光在介质中的传输效率和信噪比分别提高了 48.8% 和 36.5%, 能使实验所测传输矩阵的光学性质更靠近散射介质的本征传输矩阵. 本文提出的方法可以用于通过散射介质聚焦或者成像的光场传输控制中, 例如生物组织成像、脑成像及诊断等.

参考文献

[1] Vellekoop I M, Mosk A P 2007 *Opt. Lett.* **32** 2309
[2] Vellekoop I M, Mosk A P 2008 *Opt. Commun.* **281** 3071
[3] Conkey D B, Brown A N, Caravaca-Aguirre A M, Piestun R 2012 *Opt. Express* **20** 4840
[4] Booth M J, Neil M A, Juskaitis R, Wilson T 2002 *Proc. NAS USA* **99** 5788
[5] Vellekoop I M 2008 *Ph. D. Dissertation* (Enschede: Univeristy of Twente) (in Netherlands)
[6] Fang L, Zhang X, Zuo H, Pang L 2018 *Opt. Commun.* **407** 301
[7] Fang L, Zhang C, Zuo H, Zhu J, Pang L 2017 *Chin. Opt. Lett.* **15** 102901
[8] Vellekoop I M, Aegerter C M 2010 *Opt. Lett.* **35** 1245
[9] Vellekoop I M, Aegerter C M 2010 *Proc. SPIE* **7554** 755430
[10] Vellekoop I M, Cui M, Yang C 2012 *Appl. Phys. Lett.* **101** 2309
[11] Vellekoop I M, Lagendijk A, Mosk A P 2010 *Nat. Photon.* **4** 320
[12] Vellekoop I M, Putten E G V, Lagendijk A, Mosk A P 2008 *Opt. Express* **16** 67
[13] Popoff S, Lerosey G, Fink M, Boccara A C, Gigan S 2010 *Nat. Commun.* **1** 81
[14] Popoff S M, Lerosey G, Carminati R, Fink M, Boccara A C, Gigan S 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 100601
[15] Popoff S M, Lerosey G, Fink M, Boccara A C, Gigan S 2011 *New J. Phys.* **3** 1
[16] Chaigne T, Katz O, Boccara A C, Fink M, Bossy E, Gigan S 2013 *Nat. Photon.* **8** 58
[17] Dai F 1992 *IEEE Trans. Microw. Theor. Tech.* **40** 1538
[18] de Aguiar H B, Gigan S, Brasselet S 2016 *Phys. Rev. A* **94** 043830
[19] Gao G F, Zhao J Z, Fu Z X 2014 *Adv. Mat. Res.* **1027** 262
[20] Guillaume G, Fortin N 2014 *J. Building Perform. Simulat.* **7** 445

[21] Han G, Wang T 2014 *The Proceedings of the Second International Conference on Communications, Signal Processing, and Systems* Tianjin, China, September 1, 2013 p383

[22] Kim M, Choi W, Choi Y, Yoon C, Choi W 2015 *Opt. Express* **23** 12648

[23] Patil M B, Okuyama Y, Ohkura Y, Toyabe T, Ihara S 1994 *Solid-State Electron.* **37** 1359

[24] Tripathi S, Paxman R, Bifano T, Toussaint K C 2012 *Opt. Express* **20** 16067

[25] Akbulut D, Huisman T J, Putten E G V, Vos W L, Mosk A P 2011 *Opt. Express* **19** 4017

[26] Conkey D B, Caravaca-Aguirre A M, Piestun R 2012 *Opt. Express* **20** 1733

[27] Tao X, Bodington D, Reinig M, Kubby J 2015 *Opt. Express* **23** 14168

[28] Zhang X, Kner P 2014 *J. Opt.* **16** 125704

[29] Li Z, Cao J, Zhao X, Liu W 2015 *Opt. Commun.* **338** 11

[30] Larrat B, Pernot M, Montaldo G, Fink M 2010 *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Frequency Control* **57** 1734

Transmission matrix optimization based on singular value decomposition in strong scattering process*

Zhang Xi-Cheng Fang Long-Jie Pang Lin†

(*College of Physical Science and Technology, Sichuan University, Chengdu 610065, China*)

(Received 19 December 2017; revised manuscript received 19 March 2018)

Abstract

In the last decade, the scattering medium has been gradually attacking attention from researchers. Among the proposed approaches, the transmission matrix (TM) is considered as an effect way to describe the scattering properties which relate to input optical and output optical fields. However, the acquired transmission matrix and its eigenvalues strongly depend on the experimental conditions, such as the numbers of input channels (limited numerical aperture and illumination area, or the pixel number of the spatial light modulator) and output channels. In other words, the actual transmission matrix of the scattering medium is the acquired transmission matrix with infinite numbers of the input and output channels. We propose an approach to obtaining the actual matrix by evaluating its eigenvalues. First, the matrix is expressed by the singular value decomposition to obtain its inverse matrix. Then first level optimization is to dispose of some extreme singular values to remove the ill-conditioned problem of the matrix, and then, as a second level optimization, the genetic algorithm is to remove the eigenvalues which have the negative contributions to the intensity of the selected focal point. Our experiments show that the gray value of the intensity and the signal-to-noise ratio (SNR) of the focal point after employing the phase pattern are 129 and 7.54, respectively. After the first level optimization, the gray value of the intensity and the SNR rise to 172 and 9.73, respectively. Then, they reach to 192 and 10.29, respectively, after adopting the genetic algorithm. After the second level optimizations, the intensity at the focal point increases 48.8% compared with the case with just the optimized phase pattern from the acquired TM, and the SNR increases by nearly 36.5%. The reason behind the increase of the intensity after the optimizations, we believe, is that the transmission matrix of the scattering medium reaches its actual matrix in certain conditions. The proposed approach opens the way to obtaining the actual transmission matrix by mathematic optimizations without increasing the experimental levels.

Keywords: phase modulation, transmission matrix, scattering media, singular value

PACS: 42.25.Hz, 42.30.Rx, 78.20.–e **DOI:** 10.7498/aps.67.20172688

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61377054, 61675140).

† Corresponding author. E-mail: panglin_p@yahoo.com