

高灵敏度的量子迈克尔孙干涉仪

左小杰 孙颖榕 闫智辉 贾晓军

High sensitivity quantum Michelson interferometer

Zuo Xiao-Jie Sun Ying-Rong Yan Zhi-Hui Jia Xiao-Jun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 134202 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20172563

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172563>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I13>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[高灵敏度的量子迈克尔孙干涉仪](#)

High sensitivity quantum Michelson interferometer

物理学报.2018, 67(13): 134202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.134202>

[稀薄里德伯原子气体中的两体纠缠](#)

Two-body entanglement in a dilute gas of Rydberg atoms

物理学报.2018, 67(3): 034202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.034202>

[频域图像下的强场非序列电离过程](#)

Frequency-domain view of nonsequential double ionization in intense laser fields

物理学报.2016, 65(22): 224205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.224205>

[1.5 \$\mu\text{m}\$  光通信波段明亮压缩态光场的产生及其 Wigner 函数的重构](#)

Generation of bright squeezed light at 1.5  $\mu\text{m}$  telecommunication band and its Wigner function reconstruction

物理学报.2016, 65(4): 044203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.044203>

[原子系统中远失谐脉冲光束对的群速度操控](#)

Group velocity manipulation of far off-resonant pulse-pair in atomic system

物理学报.2015, 64(9): 094208 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.094208>

## 高灵敏度的量子迈克耳孙干涉仪\*

左小杰<sup>1)</sup> 孙颖榕<sup>1)</sup> 闫智辉<sup>1)2)†</sup> 贾晓军<sup>1)2)</sup>

1) (山西大学光电研究所, 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 太原 030006)

2) (山西大学, 极端光学协同创新中心, 太原 030006)

(2017年11月30日收到; 2018年4月23日收到修改稿)

迈克耳孙干涉仪不仅可以用来研究物理学的基本问题, 而且能够用于精密测量, 比如引力波信号的测量. 因此, 构建高灵敏度的迈克耳孙干涉仪是实现微弱信号测量的关键. 目前, 人们利用压缩态可以降低迈克耳孙干涉仪的噪声; 通过光学四波混频过程能够放大马赫·曾德尔干涉仪中的相位信号, 从而提高干涉仪的信噪比和灵敏度. 本文研究了一种用于高灵敏度相位测量的量子迈克耳孙干涉仪. 在迈克耳孙干涉仪中, 利用非简并光学参量放大器取代干涉仪中的线性光学分束器; 并且将压缩态注入干涉仪的真空通道, 可以得到高信噪比和高灵敏度的干涉仪. 由于存在不可避免的光学损耗, 分析了迈克耳孙干涉仪内部和外部的损耗对相位测量灵敏度的影响. 通过理论计算研究了干涉仪的相位测量灵敏度随系统参数的变化关系, 得到了高灵敏度的相位测量量子迈克耳孙干涉仪的实现条件, 为用于精密测量的干涉仪的设计提供了直接参考.

**关键词:** 迈克耳孙干涉仪, 压缩态, 非简并光学参量放大器, 灵敏度

**PACS:** 42.50.Ct, 42.50.Lc, 42.65.Yj

**DOI:** 10.7498/aps.67.20172563

## 1 引言

1916年, 爱因斯坦在广义相对论中首次预言了引力波的存在<sup>[1]</sup>. 最近理论研究表明在双星系统中可以产生引力波信号<sup>[2-5]</sup>, 并且多个国家已开展了引力波直接观测的研究<sup>[6-12]</sup>. 2015年, LIGO中位于美国华盛顿州的Hanford和路易斯安那州的Livingston的两个探测器在35—250 Hz的频率范围内同时观测到了黑洞双星系统产生的引力波信号<sup>[13]</sup>; 2017年, Advanced LIGO和Advanced Virgo的探测器观测到了在双中子星系统中产生的GW170817信号<sup>[14]</sup>. 目前的引力波观测仪是利用迈克耳孙干涉仪来实现的. 由于迈克耳孙干涉仪的输出光场对两臂路径的相位非常敏感, 因此通过测量悬挂在真空中镜子的距离变化引起的相位变化可以直接观测微弱的引力波信号. 微弱的引力波信

号的直接观测是近来的研究热点之一, 这就需要探索设计用于高灵敏度相位测量的迈克耳孙干涉仪.

目前, 许多精密测量的灵敏度都受限于标准量子极限. 基于量子技术的精密测量可以提高测量灵敏度<sup>[15,16]</sup>. 迈克耳孙干涉仪的相位测量灵敏度与它的信噪比有关, 通过减小噪声和放大信号的手段可以提高它的灵敏度. 一方面, 通过降低注入迈克耳孙干涉仪的电磁场或者真空的噪声, 可以提高干涉仪的信噪比, 进而使其相位测量的灵敏度超越标准量子极限. 在用于引力波测量的迈克耳孙干涉仪中, 真空起伏进入了干涉仪的反对称端, 限制了相位测量的灵敏度. 对于相干态或者真空态, 两个正交分量有相同的不确定性关系, 并且不确定性乘积满足海森伯不确定性关系. 由于光场的量子力学本性, 光子的散粒噪声决定了干涉仪臂长在公里尺度的迈克耳孙干涉仪的位移灵敏度极限在艾米量级. 对于压缩态, 一个正交分量的起伏低于真空态的起

\* 国家重点研发计划 (批准号: 2016YFA0301402)、国家自然科学基金 (批准号:61775127, 11474190, 11654002)、山西青年三晋学者项目、山西省回国留学人员科研资助项目和山西省“1331工程”重点学科建设计划资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zhyan@sxu.edu.cn

伏(量子噪声极限),同时,它的共轭正交分量的起伏必将高于真空态的起伏,使其乘积满足海森伯不等式<sup>[17,18]</sup>.Caves指出利用压缩态取代真空态可以使其正交分量的起伏低于量子噪声极限,进而提高干涉仪的相位测量灵敏度<sup>[19-21]</sup>.而且,利用非线性光学介质可以在射频<sup>[22-26]</sup>以及音频<sup>[27-29]</sup>范围内产生压缩态光场,并且可以将其应用于迈克耳孙干涉仪来增强相位测量的灵敏度<sup>[30,31]</sup>.2011年,GEO600探测器利用在700 Hz处的压缩态实现了超越标准量子极限的精密相位测量<sup>[32]</sup>;2013年,LIGO探测器利用压缩态提高了在150 Hz处的灵敏度,使其超越标准量子极限<sup>[33]</sup>.

另一方面,通过放大迈克耳孙干涉仪的信号,也可以提高干涉仪的信噪比和灵敏度.传统干涉仪通常利用线性光学分束器实现光场的分束与合束.参量放大过程在量子技术的多个领域有着广泛的应用<sup>[34-36]</sup>.Yuerke等<sup>[37]</sup>,Plick等<sup>[38]</sup>分别提出利用参量放大过程实现携带相位信息光场的分束与合束,可以放大干涉仪中的相位信号;随后,Ou<sup>[39]</sup>将其推广至相位测量的任意么正变换.原子系综是开展量子技术的理想平台之一<sup>[40,41]</sup>,基于原子系综的四波混频过程不仅可以用纠缠产生和操控<sup>[42]</sup>,而且可以用于光场的分束与合束.华东师范大学开展了一系列基于四波混频的非线性干涉仪的研究<sup>[43-48]</sup>.在马赫-曾德尔干涉仪中,它们研究了干涉仪的经典和量子性质,将干涉仪的信噪比提高了4.1 dB,并且使相位测量的灵敏度超越了散粒噪声极限1.6倍<sup>[43,44]</sup>.随后,他们将线性与非线性技术

相结合构建了混合型干涉仪<sup>[49]</sup>.

本文研究了基于非线性分束器和压缩态填补真空通道技术的量子迈克耳孙干涉仪.光学参量放大器是实现参量放大的有效器件之一,能够用于实现光学参量放大.我们将非简并光学参量放大器引入迈克耳孙干涉仪,使其取代干涉仪中的线性分束器,构建基于非简并光学参量放大器的迈克耳孙干涉仪.通过非简并光学参量放大器对信号的放大作用,实现了干涉仪信噪比的提高.同时,压缩态光场填补真空通道的技术可以降低迈克耳孙干涉仪的噪声水平,进一步提高干涉仪的信噪比.由于不完美光学元件的应用,我们考虑了干涉仪内部和外部的损耗对非线性迈克耳孙干涉仪的相位测量灵敏度的影响.根据非简并光学参量放大器和迈克耳孙干涉仪的理论模型,分析了相位测量灵敏度和干涉仪内相敏光场强度、非简并光学参量放大器的参量放大因子、注入压缩态的压缩参量、干涉仪内部和外部的损耗等实验参数的关系,得到了高灵敏度的量子迈克耳孙干涉仪的实现条件.在合适的参数下,该量子迈克耳孙干涉仪的相位测量灵敏度可以优于标准量子极限,为高灵敏度的迈克耳孙干涉仪的实验实现提供了理论依据.

## 2 理论模型

线性和基于非简并光学参量放大器的迈克耳孙干涉仪的原理图分别如图1(a)和图1(b)所示.

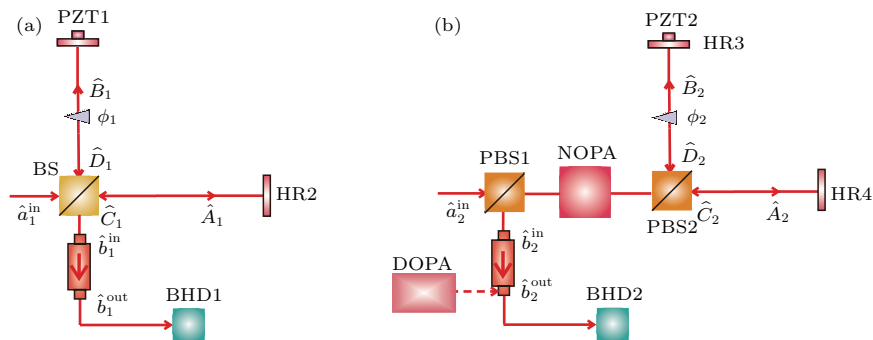


图1 (a) 线性迈克耳孙干涉仪; (b) 基于非简并光学参量放大器的量子迈克耳孙干涉仪; BS, 光学分束器; PBS1, 偏振分束棱镜1; PBS2, 偏振分束棱镜2; NOPA, 非简并光学参量放大器; DOPA, 简并光学参量放大器; BHD1, 平衡零拍探测器1; BHD2, 平衡零拍探测器2

Fig. 1. (a) Linear Michelson interferometer; (b) OPA based quantum Michelson interferometer. BS, beam splitter; PBS1, polarization beam splitter1; PBS2, polarization beam splitter2; NOPA, non-degenerated optical parametric amplifier; DOPA, degenerated optical parametric amplifier; BHD1, balanced homodyne detector1; BHD2, balanced homodyne detector 2.

在线性迈克耳孙干涉仪中, 注入信号光场  $\hat{a}_1^{\text{in}}$  通过 50 : 50 线性光学分束器, 将其分成功率相等的两束相敏光场  $\hat{A}_1$  和  $\hat{B}_1$ ; 它们分别经过  $0^\circ$  高反镜 HR1 和 HR2 得到反射光场  $\hat{C}_1$  和  $\hat{D}_1$ . 利用高反镜 HR1 上的 PZT1 可以控制两臂的相位差  $\phi_1$ ; 最后在 50 : 50 线性光学分束器耦合干涉, 经过光学隔离器获得干涉仪的输出光场  $\hat{b}_1^{\text{out}}$ , 通过 BHD1 对包含相位信息光场的正交分量进行测量. 在量子迈克耳孙干涉仪中, 利用非简并光学参量放大器取代线性光学分束器. 注入信号光场  $\hat{a}_2^{\text{in}}$  通过 PBS1, NOPA 和 PBS2, 得到两束相敏光场  $\hat{A}_2$  和  $\hat{B}_2$ ; 它们分别经过  $0^\circ$  高反镜 HR3 和 HR4 得到反射光场  $\hat{C}_2$  和  $\hat{D}_2$ , 利用高反镜 HR3 上的 PZT2 可以控制两臂的相位差  $\phi_2$ ; 最后通过 PBS2, NOPA 和 PBS1, 在 PBS1 的反射输出端, 经过光学隔离器得到输出光场  $\hat{b}_2^{\text{out}}$ , 最后 BHD2 输出放大的相位信号. 干涉仪内光场  $\hat{A}_2$  和  $\hat{B}_2$  的噪声具有量子关联特性;  $0^\circ$  高反镜 HR3 和 HR4 的反射光场  $\hat{C}_2$  和  $\hat{D}_2$  再次通过非简并光学参量放大器进行相消干涉, 放大包含相位信息的光场的强度. 此外, DOPA 能够产生压缩真空态, 用于填补非线性迈克耳孙干涉仪的真空端口. 这样可以进一步降低干涉仪输出光场的噪声, 提高基于非简并光学参量放大器的迈克耳孙干涉仪的信噪比和灵敏度.

## 2.1 线性迈克耳孙干涉仪的理论模型

在量子光学中, 电磁场用与电场强度相关的湮灭算符  $\hat{a}$  来描述, 光场的正交振幅  $\hat{X}$  和正交相位  $\hat{Y}$  分别对应于湮灭算符  $\hat{a}$  的实部和虚部 ( $\hat{X}_a = \hat{a} + \hat{a}^+$ ,  $\hat{Y}_a = (\hat{a} - \hat{a}^+)/i$ ). 由于  $[\hat{a}, \hat{a}^+] = 1$ , 可得真空态或者相干态的起伏为  $\langle \Delta^2 \hat{X}_a \rangle_{\text{vac}} = \langle \Delta^2 \hat{Y}_a \rangle_{\text{vac}} = 1$ , 我们称之为量子噪声极限.

在线性迈克耳孙干涉仪中, 注入相干态光场  $\hat{a}_1^{\text{in}}$  和真空态  $\hat{b}_1^{\text{in}}$  在线性光学分束器耦合, 线性光学分束器输出光场  $\hat{A}_1$  和  $\hat{B}_1$  分别为:

$$\begin{aligned}\hat{A}_1 &= (\hat{a}_1^{\text{in}} + \hat{b}_1^{\text{in}})/\sqrt{2}, \\ \hat{B}_1 &= (\hat{b}_1^{\text{in}} - \hat{a}_1^{\text{in}})/\sqrt{2}.\end{aligned}\quad (1)$$

由于存在不可避免的光学损耗, 干涉仪内部的光学损耗  $L_1$  被考虑在理论模型中. 经  $0^\circ$  高反镜 HR1 和 HR2 反射后光场  $\hat{C}_1$  和  $\hat{D}_1$  分别为:

$$\hat{C}_1 = \sqrt{1-L_1}(\sqrt{1-L_1}\hat{A}_1 e^{i\varphi_1} + \sqrt{L_1}\hat{A}_0)$$

$$\begin{aligned}&+ \sqrt{L_1}\hat{C}_0, \\ \hat{D}_1 &= \sqrt{1-L_1}(\sqrt{1-L_1}\hat{B}_1 e^{i\varphi_2} + \sqrt{L_1}\hat{B}_0) \\ &+ \sqrt{L_1}\hat{D}_0,\end{aligned}\quad (2)$$

式中,  $\varphi_1, \varphi_2$  是每一臂的相位; 干涉仪两臂之间的相位差为  $\phi_1 = \varphi_1 - \varphi_2$ . 假设每个干涉仪臂上的光学损耗都相同为  $L_1$ ,  $\hat{A}_0, \hat{B}_0, \hat{C}_0, \hat{D}_0$  为由于光学损耗  $L_1$  引入的真空噪声.

考虑干涉仪外部的光学损耗  $L_2$ , 干涉仪输出光场为

$$\hat{b}_{1L}^{\text{out}} = \sqrt{1-L_2}(\hat{C}_1 + \hat{D}_1)/\sqrt{2} + \sqrt{L_2}\hat{E}_0, \quad (3)$$

其中  $\hat{E}_0$  为干涉仪外部光学损耗  $L_2$  引入的真空噪声.

当  $\phi = 2k\pi$  时, 假设测量的相位灵敏度为  $\delta$  ( $\delta \ll 1$ ), 我们可以得到线性迈克耳孙干涉仪输出光场的正交相位分量为

$$\langle \hat{Y}_{b_{1L}^{\text{out}}}^2 \rangle = 1 + 2(1-L_1)^2(1-L_2)I\delta^2, \quad (4)$$

这里, 干涉仪内相敏光场强度为  $I = |\alpha|^2/2$ ,  $\alpha$  为注入干涉仪的光子数,  $|\alpha|^2 \gg 1$ .

由此可得线性迈克耳孙干涉仪的信噪比为

$$R_{1L} = 2(1-L_1)^2(1-L_2)I\delta^2. \quad (5)$$

灵敏度是描述精密测量的重要指标. 光学干涉仪的灵敏度受限于光子的散粒噪声, 通过经典的重复测量方法不能消除这部分噪声, 相应的测量灵敏度被称之为标准量子极限  $\delta_{\text{SQL}} = 1/\sqrt{N}$ , 这里  $N$  是重复测量的次数.

根据干涉仪的信噪比 (5) 式, 可以得到相位测量的灵敏度为

$$\delta_{1L} = 1/\sqrt{2(1-L_1)^2(1-L_2)I} \approx 1/\sqrt{N}. \quad (6)$$

因此, 线性迈克耳孙干涉仪的灵敏度可以当作标准量子极限.

如果用压缩态填补迈克耳孙干涉仪的真空通道, 可以提高干涉仪的信噪比和灵敏度. 若  $\hat{b}_{1,2}^{\text{in}}$  端注入为压缩真空态,  $\hat{b}_{1,2}^{\text{in}} = \hat{b}_0^{\text{in}} \cosh r + \hat{b}_0^{\text{in}+} \sinh r$ , 其中,  $r$  为注入压缩态的压缩参量. 根据正交分量的定义, 线性迈克耳孙干涉仪输出光场的正交相位分量为

$$\begin{aligned}\langle \hat{Y}_{b_{1L}^{\text{out}}}^2 \rangle \\ = e^{-2r} + (1-L_1)^2(1-L_2)(2I - \sinh^2 r)\delta^2,\end{aligned}\quad (7)$$

其中, 干涉仪内相敏光场强度为  $I = (|\alpha|^2 + \sinh^2 r)/2$ .

于是, 压缩态注入的线性迈克耳孙干涉仪的信噪比为

$$R_{1\text{LS}} = (1 - L_1)^2(1 - L_2)(2I - \sinh^2 r)\delta^2 e^{2r}. \quad (8)$$

当取最佳压缩参数  $e^r = \sqrt{1 + 4I}$  时, 压缩注入的线性迈克耳孙干涉仪的信噪比达到最大值:

$$R_{1\text{LS}}^{\text{opt}} = 2(1 - L_1)^2(1 - L_2)I(1 + 2I)\delta^2. \quad (9)$$

相应的最佳相位测量灵敏度为

$$\delta_{1\text{LS}} = \sqrt{\frac{1}{2(1 - L_1)^2(1 - L_2)I(1 + 2I)}}. \quad (10)$$

## 2.2 量子迈克耳孙干涉仪的理论模型

光学参量放大器通过光学谐振腔有效地增强了光学参量下转换过程, 是制备非经典光场的有效器件之一. 非简并光学参量放大器通常用参量增益模型来描述, 相应的哈密顿量为

$$\hat{H} = i\hbar\kappa A_p \hat{a}_s^+ \hat{a}_i^+ - i\hbar\kappa^* \hat{a}_s \hat{a}_i \hat{A}_p^*, \quad (11)$$

其中,  $\hbar$  代表约化普朗克常量,  $\kappa$  代表非线性耦合系数,  $A_p$  代表抽运光场,  $\hat{a}_s$  和  $\hat{a}_i$  分别代表信号光场和闲置光场.

在非线性的迈克耳孙干涉仪中, 分束与合束的元件不再是线性分束器, 取而代之的是非简并光学参量放大器系统. 该非简并光学参量放大器系统的输入输出关系如下:

$$\begin{aligned} \hat{a}_s^{\text{out}} &= G\hat{a}_s^{\text{in}} + g\hat{a}_i^{\text{in}}, \\ \hat{a}_i^{\text{out}} &= G\hat{a}_i^{\text{in}} + g\hat{a}_s^{\text{in}}, \end{aligned} \quad (12)$$

这里,  $G = \cosh(|\kappa A_p|\tau)$  和  $g = \sinh(|\kappa A_p|\tau)$  分别为非简并光学参量放大器中信号光场  $\hat{a}_s^{\text{out}}$  和闲置光场  $\hat{a}_i^{\text{out}}$  的经典增益因子,  $\tau$  为光场和非线性晶体相互作用的时间.

考虑光学损耗, 若  $\hat{a}_2^{\text{in}}$  端注入为相干态  $|\alpha\rangle$ ,  $\hat{b}_2^{\text{in}}$  端注入为真空态, 非线性迈克耳孙干涉仪中的相敏光场可以表示为

$$\begin{aligned} \hat{A}_2 &= G\hat{a}_2^{\text{in}} + g\hat{b}_2^{\text{in}}, \\ \hat{B}_2 &= G\hat{b}_2^{\text{in}} + g\hat{a}_2^{\text{in}}, \\ \hat{C}_2 &= \sqrt{1 - L_1}(\sqrt{1 - L_1}\hat{A}_2 e^{i\varphi_3} + \sqrt{L_1}\hat{A}_0') \\ &\quad + \sqrt{L_1}\hat{C}_0', \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \hat{D}_2 &= \sqrt{1 - L_1}(\sqrt{1 - L_1}\hat{B}_2 e^{i\varphi_4} + \sqrt{L_1}\hat{B}_0') \\ &\quad + \sqrt{L_1}\hat{D}_0', \end{aligned} \quad (14)$$

式中,  $\varphi_3, \varphi_4$  是每一臂的相位; 干涉仪两臂之间的相位差为  $\phi_2 = \varphi_3 - \varphi_4$ ;  $L_1$  为干涉仪内部的光学损耗;  $\hat{A}_0', \hat{B}_0', \hat{C}_0', \hat{D}_0'$  为干涉仪内部的光学损耗  $L_1$  引入的真空噪声.

非线性迈克耳孙干涉仪的输出光场为

$$\hat{b}_{2\text{NL}}^{\text{out}} = \sqrt{1 - L_2}(G\hat{D}_2 + g\hat{C}_2^+) + \sqrt{L_2}\hat{E}_0', \quad (15)$$

式中,  $L_2$  为干涉仪外部的光学损耗,  $\hat{E}_0'$  为干涉仪外部的光学损耗  $L_2$  引入的真空噪声.

当  $\phi_2 = \pi + 2k\pi$  时, 正交相位分量为

$$\begin{aligned} \langle \hat{Y}_{b_{2\text{NL}}^{\text{out}}}^2 \rangle &\approx 1 + 2g^2 L_1(2 - L_1)(1 - L_2) \\ &\quad + 4(1 - L_1)^2(1 - L_2)G^2 I \delta^2, \end{aligned} \quad (16)$$

其中相敏光场强度为  $I \approx g^2|\alpha|^2$ .

因此非线性迈克耳孙干涉仪的信噪比为

$$R_{2\text{NL}} = \frac{4(1 - L_1)^2(1 - L_2)G^2 I \delta^2}{1 + 2g^2 L_1(2 - L_1)(1 - L_2)}. \quad (17)$$

相应的相位测量的灵敏度为

$$\delta_{2\text{NL}} = \sqrt{\frac{1 + 2g^2 L_1(2 - L_1)(1 - L_2)}{4G^2(1 - L_1)^2(1 - L_2)I}}. \quad (18)$$

若  $\hat{b}_2^{\text{in}}$  端注入为压缩真空态  $\hat{\xi}|0\rangle$ , 非线性迈克耳孙干涉仪的正交相位分量为

$$\begin{aligned} \langle \hat{Y}_{b_{2\text{NLS}}^{\text{out}}}^2 \rangle &\approx \\ &[1 + 2g^2 L_1(2 - L_1)(1 - L_2)] e^{-2r} \\ &\quad + 4(1 - L_1)^2(1 - L_2)G^2(I - G^2 \sinh^2 r)\delta^2, \end{aligned} \quad (19)$$

式中, 相敏光场强度为  $I \approx G^2 \sinh^2 r + g^2|\alpha|^2$ .

因此, 非线性迈克耳孙干涉仪的信噪比为

$$R_{2\text{NLS}} = \frac{4(1 - L_1)^2(1 - L_2)G^2(I - G^2 \sinh^2 r)\delta^2 e^{2r}}{1 + 2g^2 L_1(2 - L_1)(1 - L_2)}. \quad (20)$$

当取最佳压缩参量  $e^r = \sqrt{G^2 + 2I}/G$  时, 信噪比有最大值

$$R_{2\text{NLS}}^{\text{opt}} = \frac{4(1 - L_1)^2(1 - L_2)I(G^2 + I)\delta^2}{1 + 2g^2 L_1(2 - L_1)(1 - L_2)}. \quad (21)$$

相应的最佳相位测量的灵敏度为

$$\delta_{2\text{NLS}} = \sqrt{\frac{1 + 2g^2 L_1(2 - L_1)(1 - L_2)}{4(1 - L_1)^2(1 - L_2)I(G^2 + I)}}. \quad (22)$$

### 3 理论结果与分析

接下来, 我们分析注入压缩态的压缩度、迈克耳孙干涉仪内相敏光场强度、非简并光学参量放大器增益因子、迈克耳孙干涉仪内部以及外部损耗等因素分别对量子迈克耳孙干涉仪的影响.

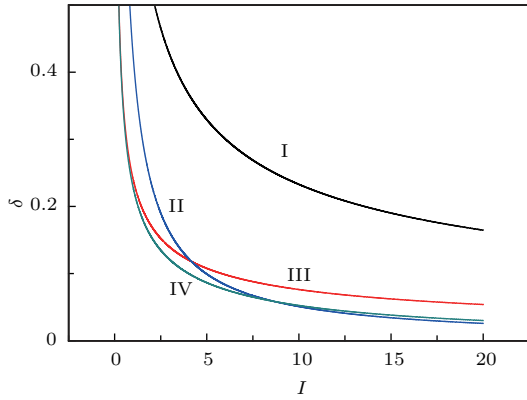


图2 迈克耳孙干涉仪的灵敏度随干涉仪内部相敏光场强度的变化

Fig. 2. The function of the sensitivity of Michelson interferometer on phase sensing field intensity for phase sensing inside interferometer.

图2描述了迈克耳孙干涉仪的灵敏度随干涉仪内部相敏光场强度的变化关系. 图中, 曲线I (黑色)、曲线II (蓝色)、曲线III (红色)、曲线IV (绿色) 分别对应于无压缩态注入的线性迈克耳孙干涉仪 (根据(6)式可以近似作为标准量子极限)、压缩态注入的线性迈克耳孙干涉仪、无压缩态注入的非线性迈克耳孙干涉仪、压缩态注入的非线性迈克耳孙干涉仪的相位测量灵敏度. 非简并光学参量放大器的增益因子取  $G = 3$ , 干涉仪内部和外部的光学损耗分别为  $L_1 = 0.03$  和  $L_2 = 0.02$ . 从图中可以看出各种干涉仪的灵敏度都随相敏光场强度的增加而变好. 注入压缩态的迈克耳孙干涉仪和非线性迈克耳孙干涉仪, 均可以提高相位测量的灵敏度, 使其远低于标准量子极限. 在相敏光场的强度小于 4.17 时, 无压缩态注入的非线性迈克耳孙干涉仪比起压缩态注入的线性干涉仪有更好的相位测量灵敏度; 当相敏光场的强度大于 4.17 时, 压缩态注入的线性迈克耳孙干涉仪比起无压缩态注入的非线性迈克耳孙干涉仪有更好的灵敏度; 当相敏光场的强度较弱时 (小于 8.68), 压缩态注入的非线性迈克耳孙干涉仪比起压缩态注入的线性干涉仪有更好的相位测量灵敏度, 达到量子干涉仪最佳相位测量灵敏

度; 当相敏光场的强度较大时 (大于 8.68), 压缩态注入的线性迈克耳孙干涉仪接近压缩态注入的非线性干涉仪的灵敏度, 均可以达到量子干涉仪最佳相位测量灵敏度. 因此, 压缩态注入的非线性迈克耳孙干涉仪适用于微弱信号的精密测量; 在相敏光场强度较大的情况下, 压缩态注入的线性迈克耳孙干涉仪可以达到最佳相位测量灵敏度.

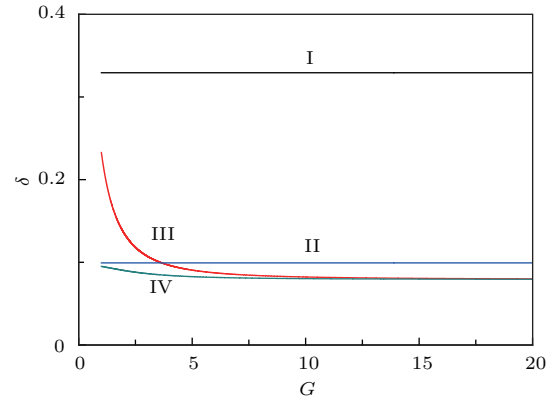


图3 迈克耳孙干涉仪的灵敏度随光学参量放大器增益因子的变化

Fig. 3. The function of the sensitivity of Michelson interferometer on gain factor of optical parametric amplifier.

图3描述了迈克耳孙干涉仪的灵敏度随光学参量放大器增益因子的变化关系, 曲线I (黑色)、曲线II (蓝色)、曲线III (红色)、曲线IV (绿色) 的定义以及其他系统参数与图2相同. 迈克耳孙干涉仪中其他参数选择如下: 干涉仪内部相敏光场强度取  $I = 5$ , 干涉仪内部和外部的光学损耗分别为  $L_1 = 0.03$  和  $L_2 = 0.02$ . 从图中, 可以得出干涉仪的灵敏度随着非简并光学参量放大器增益因子的增加而提高. 非简并光学参量放大器的引入、压缩态注入的技术都能够使相位测量的灵敏度优于标准量子极限. 在增益因子小于 3.66 时, 与无压缩态注入的非线性干涉仪相比较, 压缩态注入的线性迈克耳孙干涉仪有更好的相位测量灵敏度; 当增益因子大于 3.66 时, 与压缩注入的线性迈克耳孙干涉仪相比较, 无压缩态注入的非线性迈克耳孙干涉仪有更好的灵敏度; 当增益因子较弱时 (小于 13), 压缩态注入的非线性迈克耳孙干涉仪达到量子干涉仪最佳相位测量灵敏度; 当增益因子较大时 (大于 13), 无压缩态注入的非线性迈克耳孙干涉仪接近压缩态注入的非线性干涉仪的灵敏度, 均可以达到量子干涉仪最佳相位测量灵敏度. 因此, 光学参量

放大器的引入可以节约量子资源——压缩态. 随着增益因子的提高, 需要注入的压缩态的压缩度降低. 当增益因子  $G = 3$  时, 线性迈克耳孙干涉仪需要注入  $-13$  dB 的压缩态 (对应的最佳压缩参量为 1.52), 非线性迈克耳孙干涉仪仅需要注入  $-4$  dB 的压缩态 (对应的最佳压缩参量为 0.45); 甚至当增益因子达到一定条件时, 可以不需要注入压缩态而达到最佳灵敏度.

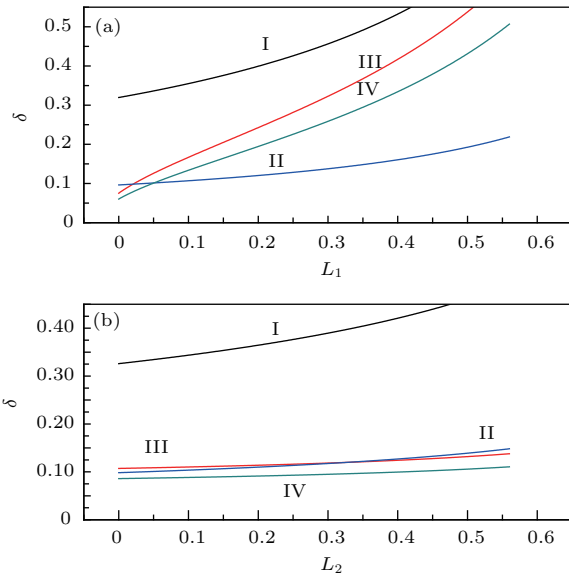


图4 迈克耳孙干涉仪的灵敏度随干涉仪损耗的变化 (a) 干涉仪内部损耗; (b) 干涉仪外部损耗

Fig. 4. The function of the sensitivity of Michelson interferometer on loss inside (a) the loss in the interferometer; (b) the loss outside the interferometer.

图4(a)和图4(b)分别描述了迈克耳孙干涉仪的灵敏度随干涉仪内部损耗和外部损耗的变化关系, 曲线I(黑色)、曲线II(蓝色)、曲线III(红色)、曲线IV(绿色)的定义以及其他系统参数与图2相同. 迈克耳孙干涉仪中其他参数选择如下: 非简并光学参量放大器的增益因子取  $G = 3$ , 干涉仪内部相敏光场强度取  $I = 5$ , 图4(a)中干涉仪外部的光学损耗为  $L_2 = 0.02$ , 图4(b)中干涉仪内部的光学损耗为  $L_1 = 0.03$ . 从迈克耳孙干涉仪的灵敏度随干涉仪内部损耗和外部损耗的变化关系中, 我们可以看出迈克耳孙干涉仪的灵敏度随干涉仪内部、外部损耗的增加而变差. 通过减小系统的损耗, 特别是干涉仪内部损耗, 可以显著提高相位测量的灵敏度. 与无压缩态注入的线性迈克耳孙干涉仪相比较, 三种量子干涉仪的灵敏度受干涉仪外部损耗的影响都不敏感. 在较小的迈克耳孙干涉仪内部损耗的情况下 (小于 0.05), 非线性干涉仪有更好的灵敏

度. 当迈克耳孙干涉仪内部损耗大于 0.05 时, 压缩态注入的线性迈克耳孙干涉仪的灵敏度好于非线性迈克耳孙干涉仪的灵敏度. 非线性迈克耳孙干涉仪对内部损耗较为敏感, 适用于低干涉仪内部损耗的情况; 在较大的干涉仪内部损耗的情况下, 压缩态注入的线性迈克耳孙干涉仪仍有较好的相位测量灵敏度, 具有很好的精密测量稳定性.

由上面的理论分析可知, 量子迈克耳孙干涉仪的灵敏度在很大的参数范围内可以超越标准量子极限. 由于光学参量放大器输出光场的量子噪声之间存在关联, 因此, 当它们再次耦合时, 相消干涉可以减小相互关联的量子噪声, 放大包含相位信息的信号, 从而提高干涉仪的信噪比和灵敏度. 并且, 注入压缩态可以进一步降低干涉仪的量子噪声, 对于压缩态注入的非线性迈克耳孙干涉仪, 非简并光学参量放大器的增益因子取  $G = 3$ , 干涉仪内相敏光场取  $I = 5$ , 干涉仪内部和外部的光学损耗分别为  $L_1 = 0.03$  和  $L_2 = 0.02$ , 注入压缩态的最佳压缩参量为 0.45, 相应的最佳相位测量灵敏度可以达到 0.09. 三种量子迈克耳孙干涉仪适用于不同的条件. 由上面的理论分析可知, 不同量子迈克耳孙干涉仪的灵敏度在很大的参数范围内可以超越标准量子极限. 由于光学参量放大器输出光场的量子噪声之间存在关联, 因此, 当它们再次耦合时, 相消干涉可以减小相互关联的量子噪声, 放大包含相位信息的信号, 从而提高干涉仪的信噪比和灵敏度. 并且, 注入压缩态可以降低干涉仪的量子噪声. 在一定条件下, 非线性迈克耳孙干涉仪和注入压缩态的线性干涉仪可以分别接近最佳相位测量灵敏度. 压缩态注入的非线性迈克耳孙干涉仪适用于微弱信号的精密测量, 并且能够降低注入压缩态的压缩度. 压缩态注入的线性迈克耳孙干涉仪在相敏光场强度较大的情况下, 可以达到最佳相位测量灵敏度, 并且对干涉仪内部损耗更加不敏感.

### 4 结 论

非线性迈克耳孙干涉仪与压缩真空态填补迈克耳孙干涉仪真空通道的技术都可以提高干涉仪的灵敏度, 我们通过对基于这两种技术的迈克耳孙干涉仪灵敏度随系统参数变化的依赖关系的理论计算, 比较了三种量子迈克耳孙干涉仪, 得到了它们的适用条件及优势. 在很大的参数选择范围内,

量子迈克耳孙干涉仪的灵敏度可以超越标准量子极限. 在微弱信号精密测量中, 压缩态注入的非线性迈克耳孙干涉仪具有最佳的灵敏度, 并且可以节约量子资源——压缩态. 压缩态注入的线性迈克耳孙干涉仪对于较大相敏强度信号的测量可以达到与压缩态注入的非线性迈克耳孙干涉仪相同的灵敏度, 并且具有良好的灵敏度稳定性. 本文的研究为高信噪比和灵敏度的干涉仪的实验实现提供了理论参考.

## 参考文献

- [1] Einstein A 1916 *Ann. Phys.* **49** 769
- [2] Sathyaprakash B S, Schutz B F 2009 *Living Rev. Relativ.* **2** 1
- [3] Hinderer T J, Lackey B D, Lang R N, Read J S 2010 *Phys. Rev. D* **81** 123016
- [4] Vines J, Flanagan E E, Hinderer T J 2011 *Phys. Rev. D* **83** 084051
- [5] Bauswein A, Janka H T 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 011101
- [6] Abramovici A, Althouse W E, Drever R W P, Gürsel Y, Kawamura S, Raab F J, Shoemaker D, Sievers L, Spero R E, Thorne K S, Vogt R E, Weiss R, Whitcomb S E, Zucker M E 1992 *Science* **256** 5055
- [7] Aasi J, Abbott B P, Abbott R, et al. 2015 *Class. Quant. Grav.* **32** 074001
- [8] Grote H 2010 *Class. Quant. Grav.* **27** 084003
- [9] Acernese F, Agathos M, Agatsuma K, et al. 2015 *Class. Quant. Grav.* **32** 024001
- [10] Arai K, Takahashi R, Tatum D, et al. 2009 *Class. Quant. Grav.* **26** 204020
- [11] Barriga P, Blair G D, Coward D, et al. 2010 *Class. Quant. Grav.* **27** 084005
- [12] Punturo M, Abernathy M, Acernese F, et al. 2010 *Class. Quant. Grav.* **27** 084007
- [13] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. 2016 *Phys. Rev. Lett.* **116** 061102
- [14] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. 2017 *Phys. Rev. Lett.* **119** 161101
- [15] Hou Z B, Zhu H J, Xiang G Y, Li C F, Guo G C 2016 *npj Quantum Information* **2** 16001
- [16] Liu F, Zhou Y Y, Yu J, Guo J L, Wu Y, Xiao S X, Wei D, Zhang Y, Jia X J, Xiao M 2017 *Appl. Phys. Lett.* **110** 021106
- [17] Walls D F 1983 *Nature* **306** 141
- [18] Zhang M Z 2015 *Quantum Optics* (Beijing: Science Press) pp72–75 (in Chinese) 张智明 2015 量子光学 (北京: 科学出版社) 第 72—75 页
- [19] Caves C M 1980 *Phys. Rev. Lett.* **45** 75
- [20] Caves C M 1981 *Phys. Rev. D* **23** 1693
- [21] Sun H X, Liu K, Zhang J X, Gao J R 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 234210 (in Chinese) [孙恒信, 刘奎, 张俊香, 郜江瑞 2015 物理学报 **64** 234210]
- [22] Slusher R E, Hollberg L W, Yurke B, Mertz J C, Valley J F 1985 *Phys. Rev. Lett.* **55** 2409
- [23] Wu L A, Kimble H J, Hall J L, Wu H F 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 2520
- [24] Henning V, Moritz M, Karsten D, Schnabel R 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 110801
- [25] Wan Z J, Feng J X, Sun Z N, Yao L T, Zhang K S 2014 *Acta Sin. Quantum Opt.* **20** 271 (in Chinese) [万振菊, 冯晋霞, 孙志妮, 要立婷, 张宽收 2014 量子光学学报 **20** 271]
- [26] Sun Z N, Feng J X, Wan Z J, Zhang K S 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 044203 (in Chinese) [孙志妮, 冯晋霞, 万振菊, 张宽收 2016 物理学报 **65** 044203]
- [27] McKenzie K, Grosse N, Bowen W P, Whitcomb S E, Gray M B, McClelland D E, Lam P K 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 161105
- [28] Vahlbruch H, Chelkowski S, Hage B, Franzen A, Danzmann K, Schnabel R 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 011101
- [29] Yan Z H, Sun H X, Cai C X, Ma L, Liu K, Gao J R 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 114205 (in Chinese) [闫子华, 孙恒信, 蔡春晓, 马龙, 刘奎, 郜江瑞 2017 物理学报 **66** 114205]
- [30] Goda K, Miyakawa O, Mikhailov E E, Saraf S, Adhikari R, McKenzie K, Ward R, Vass S, Weinstein A J, Mavalvala N 2008 *Nature Phys.* **4** 472
- [31] Schnabel R, Mavalvala N, McClelland D E, Lam P K 2010 *Nature Commun.* **1** 121
- [32] Abadie J, Abbott B P, Abbott R, et al. 2011 *Nature Phys.* **7** 962
- [33] Aasi J, Abadie J, Zweizi J, et al. 2013 *Nature Photon.* **7** 613
- [34] Liu Y C, Xiao Y F, Chen Y L, Yu X C, Gong Q H 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 083601
- [35] Wang X L, Chen L K, Li W, Huang H L, Liu C, Chen C, Luo Y H, Su Z E, Wu D, Li Z D, Lu H, Hu Y, Jiang X, Peng C Z, Li L, Liu N L, Chen Y A, Lu C Y, Pan J W 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 210502
- [36] Deng X W, Xiang Y, Tian C X, Adesso G, He Q Y, Gong Q H, Su X L, Xie C D, Peng K C 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 230501
- [37] Yurke B, McCall S L, Klauder J R 1986 *Phys. Rev. A* **33** 4033
- [38] Plick W N, Dowling J P, Agarwal 2010 *New J. Phys.* **12** 083014
- [39] Ou Z Y 1997 *Phys. Rev. A* **55** 2598
- [40] Tian X D, Liu Y M, Cui C L, Wu J H 2015 *Phys. Rev. A* **92** 063411
- [41] Ding D S, Zhang W, Zhou Z Y, Shi S, Shi B S, Guo G C 2015 *Nature Photon.* **9** 332
- [42] Xin J, Jian Q, Jing J T 2017 *Opt. Lett.* **42** 366
- [43] Jing J T, Liu C J, Zhou Z F, Ou Z Y, Zhang W P 2011 *Appl. Phys. Lett.* **99** 011110
- [44] Hudelist F, Kong J, Liu C J, Jing J T, Zhou Z F, Ou Z Y, Zhang W P 2014 *Nature Commun.* **5** 3049
- [45] Xin J, Liu J M, Jing J T 2017 *Opt. Express* **25** 1350
- [46] Xin J, Wang H L, Jing J T 2016 *Appl. Phys. Lett.* **109** 051107
- [47] Wang H L, Marino A M, Jing J T 2015 *Appl. Phys. Lett.* **107** 121106
- [48] Kong J, Jing J T, Wang H L, Hudelist F, Liu C J, Zhang W P 2013 *Appl. Phys. Lett.* **102** 011130
- [49] Liu S S, Jin J T 2017 *Opt. Express* **25** 15854



# High sensitivity quantum Michelson interferometer\*

Zuo Xiao-Jie<sup>1)</sup> Sun Ying-Rong<sup>1)</sup> Yan Zhi-Hui<sup>1)2)†</sup> Jia Xiao-Jun<sup>1)2)</sup>

1) (*Institute of Opto-Electronics, State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

2) (*Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

( Received 30 November 2017; revised manuscript received 23 April 2018 )

## Abstract

Michelson interferometer can be applied to not only the building block of the fundamental research of physics, but also the precise measurement, such as the direct observation of gravity wave signal. Therefore, high performance Michelson interferometer is the key step towards the implementation of direct observation of weak gravity wave signal. Recently, the vacuum noise was reduced by injecting squeezed vacuum into the unused port of Michelson interferometer, and the phase signal optical field in Mach-Zender interferometer is amplified based on the four-wave mixing in hot Rubidium atom. Here we study high sensitivity quantum Michelson interferometer. In the Michelson interferometer, the linear optical beam splitter is replaced by a non-degenerated optical parametric amplifier to realize the splitting and combining of optical fields, and the squeezed vacuum is also injected into the unused port of interferometer, so that the high signal-to-noise ratio and high sensitivity of phase measurement can be realized. Due to the inevitable optical losses, the losses inside and outside the Michelson interferometer are considered in our theoretical model. We investigate the influences of the losses inside and outside the Michelson interferometer on the sensitivity of phase measurement. By theoretical calculation, we analyze the dependence of sensitivity of phase measurement on system parameters, such as intensity of optical fields for phase sensing, gain factor of non-degenerated optical parametric amplifier, the losses inside and outside the Michelson interferometer, and the squeezing parameter of input squeezed vacuum, and thus the condition of high sensitivity nonlinear Michelson interferometer can be obtained. In a broad system parametric range, the quantum Michelson interferometer can surpass standard quantum limit, and the nonlinear Michelson interferometer with squeezed state injection can provide the optimal sensitivity for phase measurement. The nonlinear Michelson interferometer with squeezed state is suitable for weak signal measurement. While the gain factor of non-degenerated optical parametric amplifier is large enough, the nonlinear Michelson interferometer without injecting the squeezed vacuum can still reach the optimal sensitivity, which reduces the use of quantum resources. When the phase sensing optical field is strong, the linear Michelson interferometer with injecting the squeezed vacuum can also reach the optimal sensitivity, and the sensitivity is robust for both losses inside and outside the interferometer. All the kinds of interferometers are more sensitive to the loss inside the interferometer than outside the interferometer, and the sensitivity of phase measurement can be improved by reducing the loss inside the interferometer. Our result provides direct reference of experimental implementation of high performance interferometer for high precision quantum metrology.

**Keywords:** Michelson interferometer, squeezed state, non-degenerated optical parametric amplifier, sensitivity

**PACS:** 42.50.Ct, 42.50.Lc, 42.65.Yj

**DOI:** [10.7498/aps.67.20172563](https://doi.org/10.7498/aps.67.20172563)

\* Project supported by National Key R&D Program of China (Grant No. 2016YFA0301402), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61775127, 11474190, 11654002), the Program for Sanjin Scholars of Shanxi Province, Shanxi Scholarship Council of China, and the Fund for Shanxi "1331Project" Key Subjects Construction, China.

† Corresponding author. E-mail: [zhyan@sxu.edu.cn](mailto:zhyan@sxu.edu.cn)