

噪声对一种三粒子量子探针态的影响

赵军龙 张译丹 杨名

Influence of noise on tripartite quantum probe state

Zhao Jun-Long Zhang Yi-Dan Yang Ming

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 140302 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20180040

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180040>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I14>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[量子计算与量子模拟](#)

Quantum computation and quantum simulation

物理学报.2018, 67(12): 120301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.120301>

[基于自发参量下转换源二阶激发过程产生四光子超纠缠态](#)

Generation of four-photon hyperentangled state using spontaneous parametric down-conversion source with the second-order term

物理学报.2018, 67(6): 060302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172230>

[基于纠缠见证的路径纠缠微波检测方法](#)

Path-entanglement microwave signals detecting method based on entanglement witness

物理学报.2018, 67(4): 040301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.040301>

[带有三体相互作用的 S=1 自旋链中的保真率和纠缠熵](#)

Fidelity susceptibility and entanglement entropy in S=1 quantum spin chain with three-site interactions

物理学报.2018, 67(2): 020302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172087>

[一种生成质量最优路径纠缠微波信号的压缩参量选择方法](#)

An approach to selecting the optimal squeezed parameter for generating path entangled microwave signal

物理学报.2017, 66(23): 230302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.230302>

噪声对一种三粒子量子探针态的影响*

赵军龙 张译丹 杨名†

(安徽大学物理与材料科学学院, 合肥 230601)

(2018年1月5日收到; 2018年3月26日收到修改稿)

量子度量学是研究量子测量与统计推断的一门学科, 主要利用量子手段来提高参数估计的精度, 在量子信息处理与测量中起到关键作用. 量子参数估计的一般过程包含四个步骤: 探针态的制备、参数化过程、对参数化后的输出态进行测量以及根据测量结果估计待测参数. 其中探针态的选取对测量精度起着至关重要的作用. 然而在实际的量子探针态的制备过程中, 初始探针态会受到环境噪声的影响. 目前人们已经研究了W态与Greenberger-Horne-Zeilinger(GHZ)态的量子Fisher信息(QFI)在典型噪声通道下的变化行为. 由于W态与GHZ态有着不同的纠缠性质, 对于W态与GHZ态的叠加态的QFI动力学研究具有重要的实际意义. 故此, 本文主要研究典型噪声通道对这两种状态的叠加态的QFI动力学行为的影响, 得出了QFI随噪声参数的变化行为. 结果表明, 叠加态中W态组分可明显对抗相位阻尼噪声对探针态的QFI的影响, 而其中的GHZ态组分可明显对抗振幅阻尼噪声的影响, 从而为在实际环境中选取高精度的参数估计过程提供参考.

关键词: 量子度量学, 量子Fisher信息, 消相干, W态, GHZ态, 相干叠加

PACS: 03.67.-a, 03.67.Pp, 06.20.-f, 06.20.Dk

DOI: 10.7498/aps.67.20180040

1 引言

量子度量学是关于量子参数估计的一门学科, 主要利用量子手段进行高分辨率与高敏感度测量^[1]. 在传统的参数估计中, 可以达到的测量精度受到散粒噪声极限的限制, 为了进一步提高参数估计的精度, 需要引入量子技术, 也就是利用粒子的量子性质来提高参数估计的精度. 常见的量子特性包括量子自旋压缩^[2], 量子纠缠^[3,4], 量子态纯度^[5]和量子失谐^[6]等.

一般的参数估计过程包括四个步骤: 探针态的制备、参数化过程、对参数化后的输出态进行测量以及根据测量结果估计待测参数. 针对上述四个步骤, Giovannetti等^[7]进行了研究并得出结论: 探针态的量子性质可以明显提高参数估计的精度, 而在测量端采用量子手段并不能明显提高参数估计的精度. 也就是说, 对于参数估计精度的大小, 探针

态的性质起到决定性的作用.

虽然同一个探针态在不同的参数化过程中对参数的敏感度不同, 但是Hyllus等^[3]提出了不依赖于具体参数化过程的最大量子Fisher信息的概念, 定义了自旋参数化过程对于自旋角度 θ 的敏感度, 并遍历所有可能的参数化过程(自旋方向), 使得探针态的量子Fisher信息(QFI)取最大值, 即将自旋角度敏感性最大的方向上的Fisher信息作为探针态的QFI^[8-11]. 当一个 N 粒子量子态作为探针态时, 如果各粒子之间都是独立的, 即没有纠缠, 此时可达到的最大QFI为 N , 此极限称为散粒噪声极限. 如果这 N 个粒子处于理想的最大纠缠态, 则最大QFI可以达到 N^2 , 此极限称为Heisenberg极限^[7,12]. 当环境噪声的影响考虑在内时, 人们研究了量子增强的度量极限以及达到该极限的条件^[13,14]. 更进一步的研究表明, 在非线形参数化过程中还可以突破Heisenberg极限^[15], 这里不做研究.

* 国家自然科学基金(批准号: 11274010, 11374085)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: mingyang@ahu.edu.cn

由于多粒子纠缠结构的复杂性,多粒子态通常可以分为多个不能通过局域操作和经典通信进行互相转换的类别,如Greenberger-Horne-Zeilinger(GHZ)态^[16],W态^[17]和Cluster态^[18]等.由于W态与GHZ态具有不同的纠缠性质,在典型的噪声通道下研究W态与GHZ态度量学性质的演化规律具有重要的现实意义.目前,人们已经研究了噪声对GHZ态^[19]和W态^[8]的量子度量学功能的影响,以及W态与GHZ态的叠加态中的叠加系数对QFI的影响^[20-22].但W态与GHZ态的叠加态以及统计混合态的量子度量学功能(QFI)是否会受到噪声的影响尚未可知,虽然有人研究了W态与GHZ态的相干叠加态的度量学功能对不同噪声的免疫能力^[23,24],但是并没有给出这种现象的物理原因.故此,本文主要聚焦噪声对三粒子W态与GHZ态的相干叠加态的QFI的影响,并寻找产生这种现象的物理根源,结果表明:叠加态中W态组分可明显对抗相位阻尼噪声对探针态的QFI的影响,而其中的GHZ态组分可明显对抗振幅阻尼噪声,从而为在实际环境中选取高精度的参数估计过程提供参考.

2 量子Fisher信息

假设待估计的参数为系统中某一变量 θ ,则 θ 的估计精度极限可由量子Cramér-Rao不等式决定^[25,26]:

$$\Delta\hat{\theta} \geq \frac{1}{\sqrt{N_m F}}, \quad (1)$$

其中 N_m 为实验重复次数; F 为量子Fisher信息,其数值越大,测量精度越高; $\Delta\hat{\theta}$ 代表 θ 的标准差.量子Fisher信息是经典Fisher信息在量子领域的自然拓展^[27],表征量子态对参数的敏感度,其定义为^[25,26,28]

$$F = \text{Tr}(\rho_\theta L^2), \quad (2)$$

其中 ρ_θ 表示含有未知参数的参数化量子态, L 为对称对数导数(SLD)算符,

$$\partial_\theta \rho_\theta = \frac{1}{2}(L\rho_\theta + \rho_\theta L). \quad (3)$$

考虑一个自旋系统, ρ_θ 表示由初始量子态 $\rho = \sum_{i=1}^s p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|$ 绕某一自旋方向 J_n 旋转 θ 角

度所得状态,此时自旋系统的量子Fisher信息为^[8,9,29]

$$F(\rho, J_n) = 2 \sum_{i \neq j} \frac{(p_i - p_j)^2}{p_i + p_j} |\langle \psi_i | J_n | \psi_j \rangle|^2. \quad (4)$$

如果 ρ 为纯态,即 $\rho = |\psi\rangle \langle \psi|$,则^[30,31]

$$F(\rho, J_n) = 4(\langle J_n^2 \rangle - \langle J_n \rangle^2). \quad (5)$$

在(4)式中选取 $J_n = n_x J_x + n_y J_y + n_z J_z$, $n = (n_x, n_y, n_z)$,分别代表绕 x 轴, y 轴, z 轴旋转的自旋Hamilton量.为了寻找使 F 最大的 n ,可构建一个矩阵 C ,其矩阵元定义为

$$C_{kl} = \sum_{i \neq j} \frac{(p_i - p_j)^2}{p_i + p_j} [\langle i | J_k | j \rangle \langle j | J_l | i \rangle + \langle i | J_l | j \rangle \langle j | J_k | i \rangle]. \quad (6)$$

当 ρ 为纯态时,(6)式可以简化为

$$C_{kl} = 2 \langle J_k J_l + J_l J_k \rangle - 4 \langle J_k \rangle \langle J_l \rangle. \quad (7)$$

上述 $F(\rho, J_n)$ 表示探针态 ρ 绕自旋 n 方向旋转过程中,对旋转角度 θ 的敏感度.很显然QFI依赖于旋转轴的方向 n ,故遍历所有可能的旋转方向可以得到探针态 ρ 的最大QFI^[3,8,9]:

$$F_{\max} = \max_n F(\rho, J_n) = \lambda_{\max}, \quad (8)$$

其中 λ_{\max} 是矩阵 C 的最大本征值.

下面主要利用W态与GHZ态叠加态的最大量子Fisher信息(F_{\max})的动力学行为来研究噪声对该叠加态的量子度量学功能的影响.

3 W态与GHZ态的叠加态在噪声通道下的QFI动力学

3.1 W态与GHZ态相干叠加态的最大QFI

在自旋系统中, GHZ态与W态的最大QFI分别为 N^2 与 $3N - 2$ ^[8,27],则相应的三粒子系统QFI,分别为9和7.如果制备一个GHZ态与W态的相干叠加态,其QFI将会是怎样的呢?设该相干叠加态的形式如下^[32]:

$$|\psi\rangle = \sqrt{1 - \alpha} |\text{GHZ}\rangle + \sqrt{\alpha} |\text{W}\rangle, \quad (9)$$

其中

$$|\text{GHZ}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |111\rangle),$$

$$|W\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|001\rangle + |010\rangle + |100\rangle).$$

根据(6)式—(8)式可计算出该状态的 F_{\max} 随着 α 的变化情况, 如图1所示.

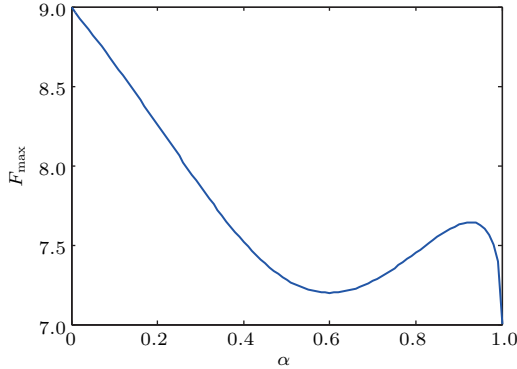


图1 W态与GHZ态的相干叠加态的QFI随着叠加系数 α 的变化
Fig. 1. The QFI of superposition of W state and GHZ state as a function of α .

由图1可以发现, 当 α 为零时, 即 $|\psi\rangle$ 为GHZ态, 此时 $F_{\max} = 9$; 当 $\alpha = 1$ 时, $|\psi\rangle$ 为W态, 此时 $F_{\max} = 7$; 当 $\alpha \in (0, 1)$ 时, 随着 α 的增大, W态所占比例也会增加, F_{\max} 呈现出先减小后增加然后再减小的趋势, 最后达到7, 也就是W态的 F_{\max} .

通过上面的研究可以得出: W态与GHZ态进行相干叠加时, 最大QFI随着叠加系数的减小而从GHZ态的 F_{\max} 最终减小到W态的 F_{\max} , 但减小过程不是预想中的单调过程, 而是一个非单调过程. 说明两个纠缠特性不同的多粒子纠缠态的叠加可以使该量子系统状态的纠缠特性更加丰富, 进而使其量子度量学特性更加丰富.

3.2 三粒子W态与GHZ态的叠加态在噪声通道下的QFI动力学

环境噪声对量子态的影响有多种形式, 这里选取三种典型的噪声作为研究对象: 退极化、振幅阻尼与相位阻尼. 首先讨论退极化噪声对该叠加态度量学功能的影响.

对于qubit系统, 退极化通道的Kraus算子为:

$$\begin{aligned} E_0 &= \sqrt{1-p'}\hat{I}, \quad E_1 = \sqrt{\frac{p'}{3}}\sigma_x, \\ E_2 &= \sqrt{\frac{p'}{3}}\sigma_y, \quad E_3 = \sqrt{\frac{p'}{3}}\sigma_z, \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $p' = \frac{3}{4}p$, p 表示退极化系数.

相干叠加态 $|\psi\rangle = \sqrt{1-\alpha}|\text{GHZ}\rangle + \sqrt{\alpha}|\text{W}\rangle$ 在退极化通道下的演化可表示为

$$\begin{aligned} \varepsilon(\rho) &= \sum_{i,j,k=0}^3 (E_i \otimes E_j \otimes E_k) |\psi\rangle \\ &\quad \times \langle \psi | (E_i \otimes E_j \otimes E_k)^\dagger \\ &= p \cdot \frac{\hat{I}}{8} + (1-p) |\psi\rangle \langle \psi|. \end{aligned} \quad (11)$$

由(11)式可以计算得到该叠加态的QFI随退极化系数 p 的变化, 如图2所示.

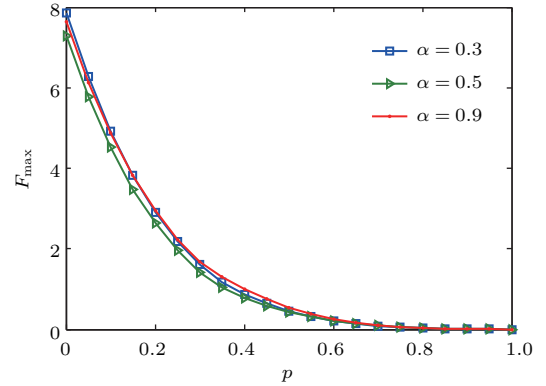


图2 在退极化通道下W态与GHZ态的相干叠加态的最大QFI动力学
Fig. 2. Dynamics of QFI for the superposition of W state and GHZ state under depolarization damping channels.

从图2可以看出, 在退极化通道下, 随着退极化过程的演进, 该叠加态的 F_{\max} 呈现出减小的趋势, 最后趋于零. 其物理原因不难理解, 即在退极化噪声通道中, 随着消相干过程的推进, 量子态的纯度不断降低, QFI也随之降低, 最后达到最大混合态的QFI, 即为零.

对于qubit系统, 振幅阻尼通道的Kraus算子为

$$E_0 = \sqrt{s}|1\rangle\langle 1| + |0\rangle\langle 0|, \quad E_1 = \sqrt{p}|0\rangle\langle 1|, \quad (12)$$

其中 $p = 1 - s$, $s = \exp(-\gamma_1 t/2)$, γ_1 称为阻尼率.

相干叠加态 $|\psi\rangle = \sqrt{1-\alpha}|\text{GHZ}\rangle + \sqrt{\alpha}|\text{W}\rangle$ 在振幅阻尼通道下的演化可表示为

$$\begin{aligned} \varepsilon(\rho) &= \sum_{i,j,k=0}^1 (E_i \otimes E_j \otimes E_k) |\psi\rangle \\ &\quad \times \langle \psi | (E_i \otimes E_j \otimes E_k)^\dagger, \end{aligned} \quad (13)$$

当 $p = 1$ 时, 噪声演化后的终态为

$$\rho = |000\rangle\langle 000|, \quad (14)$$

即为分离态. W态与GHZ态的相干叠加态在振幅阻尼通道下的最大QFI动力学行为如图3所示.

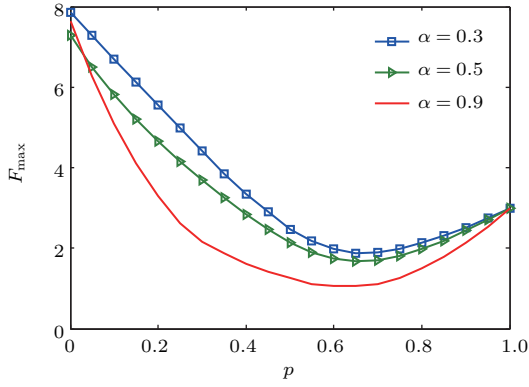


图3 W态与GHZ态的相干叠加态在振幅阻尼通道下的最大QFI动力学

Fig. 3. The dynamics of QFI for the superposition of W state and GHZ state under amplitude damping channels.

从图3可以看出,在振幅阻尼通道下,随着衰减的演进,QFI呈现出先减小到最小(但不为零),然后增加到3,也就是散粒噪声极限。这里,该叠加态的最大QFI并不是随着振幅阻尼最终衰减到零,而是最终达到散粒噪声极限。出现该反常QFI动力学行为的物理根源在于:振幅衰减会使得该纯的叠加态演化为混合纠缠态,而混合态的QFI可以低于散粒噪声极限;随着振幅衰减的演进,量子系统将损失掉所有能量,最终处于稳定基态上,即纯的三粒子直积态。而三粒子直积态的QFI即为散粒噪声极限3。另外,从图中可以看出,叠加参数 α 越小,振幅阻尼衰减对该叠加态的QFI影响越小,即从量子度量学角度来说,GHZ态组分比W态组分具有更好的抗振幅阻尼噪声效果。

对于qubit系统,相位阻尼通道的Kraus算子为:

$$\begin{aligned} E_0 &= \sqrt{s}\hat{I}, \\ E_1 &= \sqrt{p}|0\rangle\langle 0|, \\ E_2 &= \sqrt{p}|1\rangle\langle 1|. \end{aligned} \quad (15)$$

相干叠加态 $|\psi\rangle = \sqrt{1-\alpha}|\text{GHZ}\rangle + \sqrt{\alpha}|\text{W}\rangle$ 在相位阻尼通道下的演化可表示为

$$\begin{aligned} \varepsilon(\rho) &= \sum_{i,j,k=0}^2 (\mathbf{E}_i \otimes \mathbf{E}_j \otimes \mathbf{E}_k) |\psi\rangle \\ &\quad \times \langle\psi| (\mathbf{E}_i \otimes \mathbf{E}_j \otimes \mathbf{E}_k)^\dagger. \end{aligned} \quad (16)$$

当 $p = 1$ 时,

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{2}(1-\alpha)(|000\rangle\langle 000| + |111\rangle\langle 111|) \\ &\quad + \frac{1}{3}\alpha(|001\rangle\langle 001| + |010\rangle\langle 010| \\ &\quad + |100\rangle\langle 100|). \end{aligned} \quad (17)$$

W态与GHZ态的相干叠加态在相位阻尼通道下的最大QFI动力学行为如图4所示。从图4中可以看出,在相位阻尼通道下,随着消相干的演进,相干叠加态的 F_{\max} 呈现出下降趋势,但最终趋于一个稳定的非零值。由(17)式可以看出,系统最终将演化为一个混合纠缠态,而不是纠缠为零的最大混合态,故最终的QFI稳定值非零。另外,从图中可以看出,叠加参数 α 越小,相位阻尼衰减对该叠加态的QFI影响越大,即从量子度量学角度来说,W态组分比GHZ态组分具有更好的抗相位阻尼噪声效果。

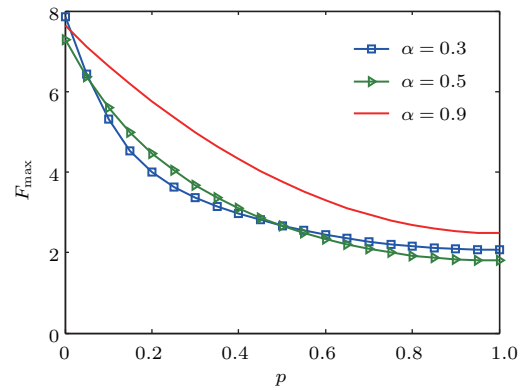


图4 W态与GHZ态的相干叠加态在相位阻尼通道下的最大QFI动力学

Fig. 4. The dynamics of QFI for the superposition of W state and GHZ state under phase damping channels.

3.3 多粒子W态与GHZ态的叠加态在噪声通道下的QFI动力学

3.2节研究了三粒子W态与GHZ态的叠加态在噪声通道下的QFI动力学,结果表明:从量子度量学角度来说,W态组分比GHZ态组分具有更好的抗相位阻尼噪声效果,而GHZ态组分比W态组分具有更好的抗振幅阻尼噪声效果。但随着粒子数的增多该结论是否依然成立尚未可知,故此选取粒子数为5的情况进行进一步研究,即

$$|\psi\rangle = \sqrt{1-\alpha}|\text{GHZ}\rangle_5 + \sqrt{\alpha}|\text{W}\rangle_5, \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} |\text{GHZ}\rangle_5 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00000\rangle + |11111\rangle), \\ |\text{W}\rangle_5 &= \frac{1}{\sqrt{5}}(|00001\rangle + |00010\rangle + \dots + |10000\rangle). \end{aligned}$$

(18) 式中的量子态在振幅阻尼噪声通道 ((12) 式) 与相位阻尼噪声通道 ((15) 式) 下的最大 QFI 动力学行为分别如图 5 (振幅阻尼) 和图 6 (相位阻尼) 所示.

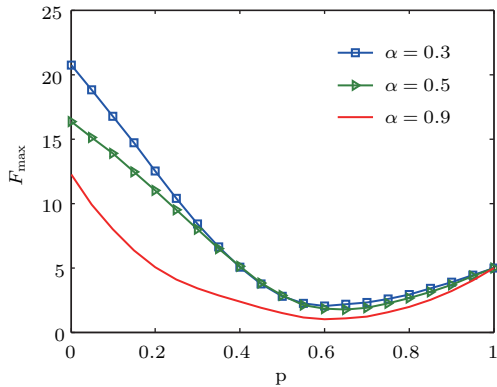


图 5 五粒子 W 态与 GHZ 态的相干叠加态在振幅阻尼通道下的最大 QFI 动力学

Fig. 5. Dynamics of QFI for the superposition of 5-particle W state and GHZ state under amplitude damping channels.

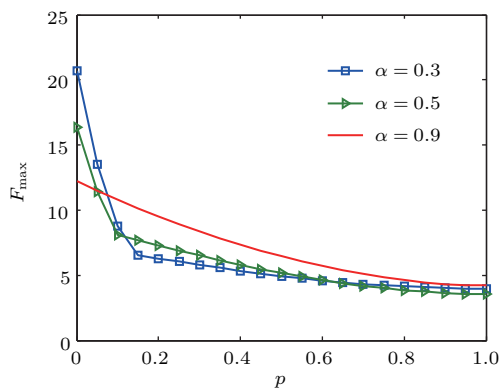


图 6 五粒子 W 态与 GHZ 态的相干叠加态在相位阻尼通道下的最大 QFI 动力学

Fig. 6. Dynamics of QFI for the superposition of 5-particle W state and GHZ state under phase damping channels.

通过图 5 与图 6 可以看出, 从量子度量学角度来说, 五粒子 W 态与 GHZ 态的相干叠加态中的 W 态组分比 GHZ 态组分具有更好的抗相位阻尼噪声效果, 而 GHZ 态组分比 W 态组分具有更好的抗振幅阻尼噪声效果, 即与三粒子系统中所得到的结论相同.

4 讨论

本文主要研究 W 态与 GHZ 态的相干叠加态的最大 QFI 随噪声的演化情况. 由于这里重点讨论量子参数估计过程中的第一个步骤, 即探针态的制

备, 所以对参数估计过程的其他三个步骤进行了约定, 即所有的探针态都经历相同的参数化、测量以及估计过程. 本文中选取自旋量子系统为研究对象, 并选取系统的 Hamiltonian 量 (即自旋的旋转方向) 使得探针态的 QFI 达到最大值. 这里选用最大 QFI 来刻画探针态的度量学功能主要基于以下两点考虑: 1) 本文的讨论重点是量子参数估计过程中的第一个步骤, 即探针态的制备, 故其他三个步骤必须进行约定; 2) QFI 可以衡量测量的理论精确程度, QFI 越大, 理论上的精确度越高. 虽然在实际测量中由于各种原因无法达到理论上的精度极限, 但理论精度是实际测量努力的方向, 有了明确的理论精度, 就可以千方百计提高实际的测量精度, 使其不断接近理论上的测量精度极限, 这也正是对理论测量精度极限进行研究的意义所在.

同时, 本文选取的三个噪声通道也是常见的噪声过程, 即退极化、振幅阻尼与相位阻尼. 这三个典型噪声通道的演化规律具有代表性, 且都有明确的 Kraus 算子表示.

本文中的结果以函数图像的形式展示, 便于对 QFI 的变化趋势进行分析; 同时, 选取了不同叠加系数的相干叠加态进行研究, 防止因所选取的叠加系数特殊而得不到普遍的规律. 另外, 由于噪声通道对量子态的影响是一个渐进行为, 只有当时间趋于无穷大时才会有稳定的结果, 为了克服做图中出现的时间无限大问题, 选取随着时间趋向无穷大而无限接近于 1 的参量 p 来替代时间参量.

5 结论

本文主要研究噪声对多粒子探针态的度量学功能 QFI 的影响, 给出了 W 态与 GHZ 态相干叠加态在三种不同噪声通道下的最大 QFI 的动力学行为. 结果表明, 最大 QFI 在退极化通道下随着消相干的演进而衰减, 最后减小为零; 在振幅阻尼通道下随着消相干的演进而, 最大 QFI 先衰减到最小, 然后再增加到散粒噪声极限; 在相位阻尼通道下, 与退极化通道相似, 最大 QFI 也随着消相干的演进而衰减, 但是最终稳定值不为零. 通过对比发现, 噪声对该叠加态的度量学功能的影响并不只是单纯地使 QFI 减小, 而是在不同的噪声影响下呈现出不同的动力学行为. 从量子度量学角度来说, W 态组分比 GHZ 态组分具有更好的抗相位阻尼噪声效果,

而GHZ态组比分W态组分具有更好的抗振幅阻尼噪声效果,从而为在实际环境中选取高精度的参数估计过程提供参考.

参考文献

- [1] Braunstein S L, Caves C M 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 3439
- [2] Jin G R, Kim S W 2007 *Phys. Rev. A* **76** 043621
- [3] Hyllus P, Laskowski W, Krischek P, Schwemmer C, Wieczorek W, Weinfurter H, Pezzé L, Smerzi A 2012 *Phys. Rev. A* **85** 022321
- [4] Liu W F, Zhang L H, Li C J 2010 *Int. J. Theor. Phys.* **49** 2463
- [5] Liu J, Xiong H N, Song F, Wang X G 2014 *Physica A* **410** 167
- [6] Yao Y, Xiao X, Ge L, Wang X G, Sun C P 2014 *Phys. Rev. A* **89** 042336
- [7] Giovannetti V, Lloyd S, Maccone L 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 010401
- [8] Ozaydin F 2014 *Phys. Lett. A* **378** 3161
- [9] Ozaydin F, Altintas A A, Bugu S, Yesilyurt C 2014 *Acta Phys. Pol. A* **125** 606
- [10] Luati A 2004 *Ann. Stat.* **32** 1770
- [11] Jing X X, Liu J, Xiong H N, Wang X G 2015 *Phys. Rev. A* **92** 012312
- [12] Pezzé L, Smerzi A 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 100401
- [13] Escher B M, Filho R L D M, Davidovich L 2011 *Nat. Phys.* **7** 406
- [14] Demokowicz-Dobrzański R, Kolodyński J, Gută M 2012 *Nat. Commun.* **3** 1063
- [15] Roy S M, Braunstein S L 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 220501
- [16] Greenberger D M, Horne M A, Shimony A, Zeilinger A 1990 *Am. J. Phys.* **58** 1131
- [17] Dür W, Vidal G, Cirac J I 2000 *Phys. Rev. A* **62** 062314
- [18] Briegel H J, Raussendorf R 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 910
- [19] Ma J, Huang Y X, Wang X G, Sun C P 2011 *Phys. Rev. A* **84** 022302
- [20] Ozaydin F, Altintas A A, Bugu S, Yesilyurt C 2013 *Int. J. Theor. Phys.* **52** 2977
- [21] Ozaydin F, Altintas A A, Bugu S, Yesilyurt C 2014 *Int. J. Theor. Phys.* **53** 3219
- [22] Yi X J, Huang G Q, Wang J M 2012 *Int. J. Theor. Phys.* **51** 3458
- [23] Erol V 2017 *Int. J. Theor. Phys.* **56** 3202
- [24] Erol V 2017 arXiv: 1704.07367 (preprints)
- [25] Helstrom C W 1976 *Quantum Detection and Estimation Theory* (New York: Academic Press) pp56–57
- [26] Holevo A S 1982 *Probabilistic and Statistical Aspects of Quantum Theory* (Amsterdam: North-Holland) pp102–104
- [27] Braunstein S L, Caves C M 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 3439
- [28] Paris M G A 2009 *Int. J. Quantum Inf.* **07** 125
- [29] Ma J, Huang Y X, Wang X G, Sun C P 2011 *Phys. Rev. A* **84** 022302
- [30] Pang S S, Brun T A 2014 *Phys. Rev. A* **90** 022117
- [31] Liu J, Jing X X, Wang X G 2014 *Sci. Rep.* **5** 8565
- [32] Wang X, Shi X 2015 *Phys. Rev. A* **92** 042318

Influence of noise on tripartite quantum probe state*

Zhao Jun-Long Zhang Yi-Dan Yang Ming[†]

(School of Physics and Material Science, Anhui University, Hefei 230601, China)

(Received 5 January 2018; revised manuscript received 26 March 2018)

Abstract

Quantum metrology is a subject of studying quantum measurement and quantum statistical deduction, and the precision of parameter estimation can be enhanced by quantum properties. In general, the process of parameter estimation includes four steps: preparation of probe state, parameterization process, measurement, and data processing. Of these four steps, the preparation of probe state is the most crucial. However, in practical applications, in the process of preparing quantum probe state, the probe system will couple to its environment, which will inevitably cause the quantum properties of the probe system to deteriorate, and thus reducing the precision of quantum parameter estimation. The dynamics of quantum Fisher information (QFI) for W state and Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) state have been studied in decoherence channels. Because W state and GHZ state have different entanglement properties, the studies of the dynamics of QFI for the superposition of W state and GHZ state are of practical significance in quantum metrology field. In this paper, the dynamics of QFIs for the superposition of W state and GHZ state in three typical decoherence channels (depolarization channel, amplitude damping channel and phase damping channel) are studied. In the four steps of quantum parameter estimation, our major attention is paid to the first step (i.e., the preparation of probe state). For comparison, the QFIs of different probe states are studied, with the other three steps fixed, i.e., all the probe states will undergo the same parameterization, measurement and estimation process. The parameterization process involved here is a quantum spin operation (specified by the spin rotation direction), which is chosen to maximize the QFI of the probe state. The initial probe states under consideration are the superpositions of W state and GHZ state of three-particle and five-particle systems, and the QFI dynamics of those probe states are studied in the three different typical decoherence channels. By using the operator-sum (Kraus) representation of those three typical decoherence channels, the QFI dynamics of the probe state can be analytically derived in three different decoherence channels. The results show that in the depolarization channel, the maximum QFI of the probe state decreases with the decoherence evolving to zero in the end; in the amplitude damping channel, the QFI of the probe state decreases to the minimum with the decoherence evolution and then increases to the shot noise limit; in the phase damping channel, the QFI of the probe state decreases with the evolution of decoherence, but the final stable value is not zero. Further analyses show that W state component of the superposition plays a role in resisting phase damping and the GHZ state component plays a role in resisting amplitude damping. These results can help us to choose the optimal probe state for maximizing the estimation precision in practice.

Keywords: quantum metrology, quantum Fisher information, decoherence channel, W state, GHZ state, superposition

PACS: 03.67.-a, 03.67.Pp, 06.20.-f, 06.20.Dk

DOI: [10.7498/aps.67.20180040](https://doi.org/10.7498/aps.67.20180040)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11274010, 11374085).

† Corresponding author. E-mail: mingyang@ahu.edu.cn