

$\Lambda$ 型三能级原子与两个谐振器的量子相位门

刘超 邬云文

Quantum phase gate on a single superconducting  $\Lambda$ -type three-level and two superconducting resonators

Liu Chao Wu Yun-Wen

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 67, 170302 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20180830

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180830>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I17>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于金刚石体系中氮-空位色心的固态量子传感](#)

Solid quantum sensor based on nitrogen-vacancy center in diamond

物理学报.2018, 67(16): 160301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180788>

[级联光束分离器的纠缠特性及其应用](#)

Entanglement properties of multi-cascaded beamsplitter and its applications

物理学报.2018, 67(15): 150301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180362>

[噪声对一种三粒子量子探针态的影响](#)

Influence of noise on tripartite quantum probe state

物理学报.2018, 67(14): 140302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180040>

[具有 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用的 XY 模型的量子相干性](#)

Quantum coherence of XY model with Dzyaloshinskii-Moriya interaction

物理学报.2018, 67(14): 140303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172755>

[量子计算与量子模拟](#)

Quantum computation and quantum simulation

物理学报.2018, 67(12): 120301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180710>

# $\Lambda$ 型三能级原子与两个谐振器的量子相位门\*

刘超 邬云文<sup>†</sup>

(吉首大学物理与机电工程学院, 吉首 416000)

(2018年4月26日收到; 2018年5月28日收到修改稿)

量子纠缠的生成和操控在量子通信和量子信息处理中具有广泛的应用价值. 通过构建单个 $\Lambda$ 型三能级原子和两个超导谐振器之间相互耦合的模型, 给出了实现控制Z门(Controlled-Z)的四种操作方案和实现交换门(Swap)的两种操作方案; 同时对实现控制Z门的第一种操作方案进行了保真度的数值模拟仿真. 结果表明: 通过20.83 ns的运行时间, 其保真度为96.67%, 而衰减率、弛豫速率和移相比率的增加会降低系统的保真度, 而耦合强度的增加会减少系统的运行时间, 从而减小衰减参数的影响, 提高系统的保真度.

**关键词:**  $\Lambda$ 型三能级原子, 超导谐振器, 量子相位门

**PACS:** 03.67.-a, 03.67.Lx, 32.90.+a

**DOI:** 10.7498/aps.67.20180830

## 1 引言

随着人类社会的发展, 人们对信息的处理和传播提出了更高的要求, 而传统的计算机终将不能满足需要, 量子计算<sup>[1]</sup>和量子信息处理<sup>[2]</sup>能够通过量子力学的基本原理解决经典计算机难以甚至无法解决的算法问题, 近年来引起了广泛关注. 量子相位门是实现量子编码和量子计算所必备的量子组件, 具有么正性和可逆性的特点<sup>[3]</sup>.

人们对量子相位门系统进行了广泛的研究, 相继提出了各种理论方案<sup>[4-6]</sup>, 其中由微波谐振器和超导量子位组成的系统特别具有吸引力<sup>[7,8]</sup>. 超导量子比特(如磁通量子比特)具有相对长的去相干时间<sup>[9]</sup>, 可以使用电磁脉冲来改变Josephson(无耗散非线性电感器件)上的磁通量、电荷或相位差来控制其量子态<sup>[10]</sup>, 并且具有状态读出的各种单量子和多量子位操作能力<sup>[11,12]</sup>. 另一方面, 远距离的量子位之间的相互作用耦合难以实现, 而超导谐振器可以提供用作量子总线的量化腔场, 实现量子

总线在量子位之间分配量子信息<sup>[13-15]</sup>. 此外, 微波腔和超导电荷量子位<sup>[16]</sup>或磁通量子位<sup>[17]</sup>之间的强耦合早在理论上就被推测并且已经被实验证明<sup>[18,19]</sup>.

文献<sup>[20]</sup>提出了一种使用复杂的经典微波脉冲来控制两个超导谐振器的量子态方法, 该方案需要提前准备两个初始态为Bell态的超导量子位, 另外为了获得纯光子的任意量子状态, 还需额外的技术将量子位与谐振器去耦合. 而本文提出的由两个谐振器通过电容与一个 $\Lambda$ 型三能级原子相耦合的方案, 实验装置得到简化, 这对减小器件之间的相干性很重要, 另外, 原则上我们的方案对于经典脉冲的强度没有限制, 可以更快地进行操作. 总体而言, 我们的方案更加简单, 能够有效提高相位门的保真度.

## 2 模型介绍

考虑由两个高质量超导谐振器和一个 $\Lambda$ 型三能级原子耦合的量子系统, 如图1所示.

\* 国家自然科学基金(批准号: 11564014)和湖南省自然科学基金(批准号: 2015JJ6092, 2016JJ6123)资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: wuyw\_jd@163.com

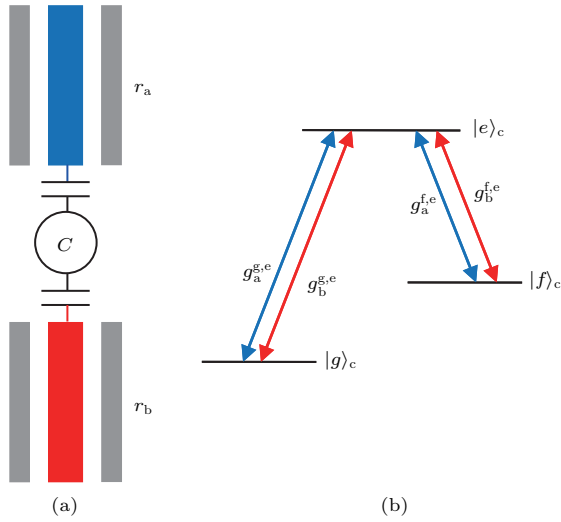


图1 (a) 量子相位门系统结构图; (b)  $\Lambda$ 型三能级原子能级结构图

Fig. 1. (a) Quantum phase gate system structure diagram; (b)  $\Lambda$ -type three-level atom energy level structure diagram.

在这个模型中, 量子相位门系统由两个高质量超导谐振器 ( $r_a$  和  $r_b$ ) 通过电容与一个  $\Lambda$  型三能级原子  $c$  相耦合. 通过调整谐振器频率, 可以使谐振器与  $\Lambda$  型三能级原子  $c$  不同能级的相互作用, 也可以通过改变施加到  $\Lambda$  型三能级原子  $c$  上的超导量子干涉仪 (SQUID) 的磁通量, 来调整  $\Lambda$  型三能级原子  $c$  能级间隔 [21,22], 使  $\Lambda$  型三能级原子  $c$  能级与不同谐振器的相互作用. 图 1(b) 是  $\Lambda$  型三能级原子  $c$  的能级结构图, 该  $\Lambda$  型三能级原子由基态  $|g\rangle_c$ , 第一激发态  $|e\rangle_c$  和第二激发态  $|f\rangle_c$  组成,  $g_a^{g,e}$ ,  $g_a^{f,e}$  是谐振器  $r_a$  与  $\Lambda$  型三能级原子  $c$  的耦合强度,  $g_b^{g,e}$ ,  $g_b^{f,e}$  是谐振器  $r_b$  与  $\Lambda$  型三能级原子  $c$  的耦合强度. 在旋波近似下 ( $\hbar = 1$ ), 系统哈密顿量为

$$\begin{aligned}
 H = & g_a^{g,e} a \sigma_{g,e}^+ e^{i\Delta_a^{g,e} t} + g_a^{g,e} a^+ \sigma_{g,e} e^{-i\Delta_a^{g,e} t} \\
 & + g_a^{f,e} a \sigma_{f,e}^+ e^{i\Delta_a^{f,e} t} + g_a^{f,e} a^+ \sigma_{f,e} e^{-i\Delta_a^{f,e} t} \\
 & + g_b^{g,e} b \sigma_{g,e}^+ e^{i\Delta_b^{g,e} t} + g_b^{g,e} b^+ \sigma_{g,e} e^{-i\Delta_b^{g,e} t} \\
 & + g_b^{f,e} b \sigma_{f,e}^+ e^{i\Delta_b^{f,e} t} + g_b^{f,e} b^+ \sigma_{f,e} e^{-i\Delta_b^{f,e} t}, \quad (1)
 \end{aligned}$$

这里  $\sigma_{g,e}^+ = |e\rangle_c \langle g|$  和  $\sigma_{f,e}^+ = |e\rangle_c \langle f|$  分别是  $|g\rangle_c \rightarrow |e\rangle_c$  和  $|f\rangle_c \rightarrow |e\rangle_c$  的产生算符,  $a^+$  和  $b^+$  分别是谐振器  $r_a$  和  $r_b$  的产生算符;  $\Delta_{a(b)}^{g,e(f,e)} = \omega_{g,e(f,e)} - \omega_{a(b)}$  是谐振器和三态粒子间的失谐, 其中的  $\omega_{g,e(e,f)} = E_{e(e)} - E_{g(f)}$  是能级间跃迁频率,  $E_i$  是能级  $|i\rangle_c$  的本征能级  $i = g, e, f$ ,  $\omega_a$  和  $\omega_b$  是超导谐振器  $r_a$  和  $r_b$  的能级间跃迁频率;  $g_{a(b)}^{g,e}$  和  $g_{a(b)}^{f,e}$  是谐振器  $a$  和  $b$  与  $\Lambda$  型三态粒子  $c$  之间的耦合系数.

通过调整每个谐振器的开关和 SQUID 的磁通量使不同谐振器与不同能级间相互作用.

假设系统的一般初始状态为

$$\begin{aligned}
 |\psi_0\rangle = & (\cos \theta_1 |0\rangle_a + \sin \theta_1 |1\rangle_a) \\
 & \otimes (\cos \theta_2 |0\rangle_b + \sin \theta_2 |1\rangle_b) \otimes |g\rangle_c \\
 = & (\alpha_1 |0\rangle_a |0\rangle_b + \alpha_2 |0\rangle_a |1\rangle_b + \alpha_3 |1\rangle_a |0\rangle_b \\
 & + \alpha_4 |1\rangle_a |1\rangle_b) \otimes |g\rangle_c, \quad (2)
 \end{aligned}$$

其中  $|0\rangle_a$ ,  $|0\rangle_b$  分别表示谐振器  $r_a$ ,  $r_b$  的量子态;  $|g\rangle_c$  表示  $\Lambda$  型三态粒子  $c$  的量子态;  $\alpha_1 = \cos \theta_1 \cos \theta_2$ ,  $\alpha_2 = \cos \theta_1 \sin \theta_2$ ,  $\alpha_3 = \sin \theta_1 \cos \theta_2$ ,  $\alpha_4 = \sin \theta_1 \sin \theta_2$ . 这样无论  $\theta_1$  和  $\theta_2$  取任何值, 都能保证系统的归一化. 本文将两个归一化角度直接取为  $\theta_1 = \pi/3$ ,  $\theta_2 = \pi/6$ , 来对实现量子相位门可行性进行探讨.

### 3 量子相位门的实现

量子相位门的实现主要涉及谐振器  $r_a$  与  $r_b$  的开关和时间上的控制 [23], 以及调节 SQUID 的磁通量大小, 使  $\Lambda$  型三能级原子  $c$  的某个确定跃迁能级与打开的谐振器跃迁能级相等, 使其能级之间产生相互作用. 两个量子相位门的实现详细描述如下.

#### 3.1 Controlled-Z 量子相位门

实现 Controlled-Z 量子相位门的步骤如下:

第一步, 关闭谐振器  $r_b$ , 通过调整谐振器  $r_a$  开关时间控制为  $t = \pi/(2g_a^{g,e})$  和  $\omega_a = \omega_{g,e}$ , 使三能级原子在能级  $|g\rangle_c$  和  $|e\rangle_c$  之间转换, 系统状态将演变成

$$\begin{aligned}
 |\psi_1\rangle = & |0\rangle_a \otimes (\alpha_1 |0\rangle_b |g\rangle_c + \alpha_2 |1\rangle_b |g\rangle_c \\
 & - i\alpha_3 |0\rangle_b |e\rangle_c - i\alpha_4 |1\rangle_b |e\rangle_c); \quad (3)
 \end{aligned}$$

第二步, 关闭谐振器  $r_a$ , 通过调整谐振器  $r_b$  开关时间控制为  $t = \pi/g_b^{e,f}$  和  $\omega_b = \omega_{e,f}$ , 使三能级原子在能级  $|e\rangle_c$  和  $|f\rangle_c$  之间转换, 系统状态将演变成

$$\begin{aligned}
 |\psi_2\rangle = & |0\rangle_a \otimes (\alpha_1 |0\rangle_b |g\rangle_c + \alpha_2 |1\rangle_b |g\rangle_c \\
 & + i\alpha_3 |0\rangle_b |e\rangle_c - i\alpha_4 |1\rangle_b |e\rangle_c); \quad (4)
 \end{aligned}$$

第三步, 关闭谐振器  $r_b$ , 通过调整谐振器  $r_a$  开关时间控制为  $t = \pi/(2g_a^{g,e})$  和  $\omega_a = \omega_{g,e}$ , 使三能级原子在能级  $|g\rangle_c$  和  $|e\rangle_c$  之间转换, 系统状态将演变成

表 1 实现 Controlled-Z 门的四种方法  
Table 1. Four ways to implement a Controlled-Z gate.

方法	步骤 1	步骤 2	步骤 3	结果
方法 1	$t = \frac{\pi}{2g_a^{g,e}}$	$t = \frac{\pi}{g_b^{f,e}}$	$t = \frac{\pi}{2g_a^{g,e}}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$
方法 2	$t = \frac{\pi}{2g_a^{g,e}}$	$t = \frac{\pi}{g_b^{f,e}}$	$t = \frac{3\pi}{2g_a^{g,e}}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
方法 3	$t = \frac{3\pi}{2g_a^{g,e}}$	$t = \frac{\pi}{g_b^{f,e}}$	$t = \frac{\pi}{2g_a^{g,e}}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
方法 4	$t = \frac{3\pi}{2g_a^{g,e}}$	$t = \frac{\pi}{g_b^{f,e}}$	$t = \frac{3\pi}{2g_a^{g,e}}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

$$|\psi_3\rangle = (\alpha_1|0\rangle_a|0\rangle_b + \alpha_2|0\rangle_a|1\rangle_b + \alpha_3|1\rangle_a|0\rangle_b - \alpha_4|1\rangle_a|1\rangle_b) \otimes |g\rangle_c. \quad (5)$$

这只是我们所构建的 Controlled-Z 门操作的一种结果, 同样, 我们还有表 1 中的另外三种操作方法可以构成 Controlled-Z 门, 而这三种方法对器件的调整, 除开关时间外, 都与 Controlled-Z 门方法的步骤相同.

### 3.2 Swap 量子相位门

实现 Swap 量子相位门的步骤如下:

第一步, 关闭谐振器  $r_b$ , 通过调整谐振器  $r_a$  开关时间控制为  $t = \pi/(2g_a^{g,e})$  和  $\omega_a = \omega_{g,e}$ , 使三能级原子在能级  $|g\rangle_c$  和  $|e\rangle_c$  之间转换, 系统状态将演变成

$$|\psi_1\rangle = |0\rangle_a \otimes (\alpha_1|0\rangle_b|g\rangle_c + \alpha_2|1\rangle_b|g\rangle_c - i\alpha_3|0\rangle_b|e\rangle_c - i\alpha_4|1\rangle_b|e\rangle_c); \quad (6)$$

第二步, 关闭谐振器  $r_a$ , 通过调整谐振器  $r_b$  开关时间控制为  $t = 3\pi/(2g_b^{g,e})$  和  $\omega_b = \omega_{g,e}$ , 使三能级原子在能级  $|g\rangle_c$  和  $|e\rangle_c$  之间转换, 系统状态将

演变成

$$|\psi_2\rangle = |0\rangle_a \otimes (\alpha_1|0\rangle_b|g\rangle_c + \alpha_3|1\rangle_b|g\rangle_c + i\alpha_2|0\rangle_b|e\rangle_c - i\alpha_4|1\rangle_b|e\rangle_c); \quad (7)$$

第三步, 关闭谐振器  $r_a$ , 通过调整谐振器  $r_b$  开关时间控制为  $t = \pi/g_b^{e,f}$  和  $\omega_b = \omega_{e,f}$ , 使三能级原子在能级  $|e\rangle_c$  和  $|f\rangle_c$  之间转换, 系统状态将演变成

$$|\psi_3\rangle = |0\rangle_a \otimes (\alpha_1|0\rangle_b|g\rangle_c + \alpha_3|1\rangle_b|g\rangle_c - i\alpha_2|0\rangle_b|e\rangle_c - i\alpha_4|1\rangle_b|e\rangle_c); \quad (8)$$

第四步, 关闭谐振器  $r_b$ , 通过调整谐振器  $r_a$  开关时间控制为  $t = \pi/(2g_a^{g,e})$  和  $\omega_a = \omega_{g,e}$ , 使三能级原子在能级  $|g\rangle_c$  和  $|e\rangle_c$  之间转换, 系统状态将演变成

$$|\psi_4\rangle = (\alpha_1|0\rangle_a|0\rangle_b + \alpha_3|0\rangle_a|1\rangle_b + \alpha_2|1\rangle_a|0\rangle_b + \alpha_4|1\rangle_a|1\rangle_b) \otimes |g\rangle_c. \quad (9)$$

这只是我们所构建的 Swap 门操作的一种结果, 同样, 我们还有表 2 中的另外一种操作方法可以构成 Swap 门, 而第二种方法对器件的调整, 除开关时间外, 都与上述 Swap 门方法的步骤相同.

表2 实现 Swap 门的两种方法  
Table 2. Two ways to implement a Swap gate.

方法	步骤 1	步骤 2	步骤 3	步骤 4	结果
方法 1	$t = \frac{\pi}{2g_a^{g,e}}$	$t = \frac{3\pi}{2g_b^{g,e}}$	$t = \frac{\pi}{g_b^{f,e}}$	$t = \frac{3\pi}{2g_a^{g,e}}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
方法 2	$t = \frac{3\pi}{2g_a^{g,e}}$	$t = \frac{\pi}{2g_b^{g,e}}$	$t = \frac{\pi}{g_b^{f,e}}$	$t = \frac{\pi}{2g_a^{g,e}}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

#### 4 保真度

系统保真度对研究系统的可行性而言是一个非常参量, 为了展示我们所构建的两个量子相位门的可行性, 我们利用可行的经验参数和数值模拟的方法, 来对其中 Controlled-Z 门中的第一种方法进行保真度的计算和运行时间的确定. 由这两个谐振器和  $\Lambda$  型三能级原子  $c$  组成的系统随时间演变可以由如下 Lindblad 主方程描述 [24,25]:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} = & -i[H, \rho] + \kappa_a L[a] + \kappa_b L[b] \\ & + r_{g,e} L[\sigma_{g,e}^-] + r_{f,e} L[\sigma_{f,e}^-] \\ & + r_{\phi,e} (\sigma_{ee} \rho \sigma_{ee} - \sigma_{ee} \rho / 2 - \rho \sigma_{ee} / 2) \\ & + r_{\phi,f} (\sigma_{ff} \rho \sigma_{ff} - \sigma_{ff} \rho / 2 - \rho \sigma_{ff} / 2). \end{aligned} \quad (10)$$

在这个 Lindblad 主方程中,  $L[A] = (2\Lambda\rho A^\dagger - \Lambda^\dagger A \rho - \rho \Lambda^\dagger A) / 2$ , 其中  $\Lambda = a, b, \sigma_{g,e}^-, \sigma_{f,e}^-$ ;  $\sigma_{ee} = |e\rangle_c \langle e|$ ;  $\sigma_{ff} = |f\rangle_c \langle f|$ . 方程第一项引用 (1) 式,  $-i[H, \rho]$  是密度算符  $\rho$  所遵循的基本运动方程项;  $\kappa_a, \kappa_b$  分别是谐振器  $r_a$  和  $r_b$  的衰减率;  $r_{g,e}, r_{f,e}$  分别是关于  $\Lambda$  型三能级原子  $c$  能级变化的弛豫速率;  $r_{\phi,e}$  和  $r_{\phi,f}$  分别是  $\Lambda$  型三能级原子  $c$  能级  $|e\rangle$  和  $|f\rangle$  的移相比率. 主方程后面的几项组成了这个系统的衰减项.

数值模拟参数选为:  $\kappa_a^{-1} = \kappa_b^{-1} = 30 \mu\text{s}$ ,  $r_{g,e}^{-1} = 6 \mu\text{s}$ ,  $r_{f,e}^{-1} = 3 \mu\text{s}$ ,  $r_{\phi,e}^{-1} = r_{\phi,f}^{-1} = 6 \mu\text{s}$ ;  $\omega_a / (2\pi) = 6.2 \text{ GHz}$ ,  $\omega_b / (2\pi) = 8.0 \text{ GHz}$ . 第一步, 我们选择  $\omega_{g,e} / (2\pi) = 6.2 \text{ GHz}$ ,  $\omega_{f,e} / (2\pi) = 4.5 \text{ GHz}$ ,  $g_a^{g,e} / (2\pi) = g_a^{f,e} / (2\pi) = 0.02 \text{ GHz}$ ,  $g_b^{g,e} / (2\pi) = g_b^{f,e} / (2\pi) = 0.25 \text{ GHz}$ , 使  $\omega_a = \omega_{g,e}$ . 第二步, 我们选择  $\omega_{g,e} / (2\pi) = 6.2 \text{ GHz}$ ,  $\omega_{f,e} / (2\pi) = 8.0 \text{ GHz}$ ,  $g_a^{g,e} / (2\pi) = g_a^{f,e} / (2\pi) =$

$0.25 \text{ GHz}$ ,  $g_b^{g,e} / (2\pi) = g_b^{f,e} / (2\pi) = 0.02 \text{ GHz}$ , 使  $\omega_b = \omega_{f,e}$ . 第三步选择与第一步同样的数值模拟参数.

对于三能级原子, 调节范围在  $0.1\text{--}1.0 \text{ GHz}$  之间的电荷耦合强度已在实验中实现 [26,27]. 这里通过调整 SQUID 的磁通量来改变  $\Lambda$  型三能级原子  $c$  的能级差, 使在第一步和第三步中  $\omega_a = \omega_{g,e}$ , 达到谐振器  $r_a$  与指定能级间  $|g\rangle_c \leftrightarrow |e\rangle_c$  相互作用的目的, 第二步中  $\omega_b = \omega_{f,e}$ , 达到谐振器  $r_b$  与能级  $|f\rangle_c \leftrightarrow |e\rangle_c$  相互作用的目的.

通过对密度算符  $\rho$  所遵循的运动方程的计算, 将量子相位门的保真度定义为如下方程:

$$F = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \langle \psi_{id} | \rho_f | \psi_{id} \rangle d\theta_1 d\theta_2, \quad (11)$$

这里  $[1/(2\pi)]^2$  为归一化系数;  $|\psi_{id}\rangle$  是在不考虑任何衰减的情况下, 从初始态  $|\psi_0\rangle$  到最终实现量子相位门的理想态, 对于我们所讨论的 Controlled-Z 门而言, 即是 (5) 式的  $|\psi_3\rangle$ ;  $\rho_f$  是在含衰减的情况下, 通过 Controlled-Z 门三个步骤的实际运行操作后得到整个系统的最终密度算子. 对 Controlled-Z 门方法一的仿真表明, 通过总时间为  $20.83 \text{ ns}$  的运行操作, 其保真度为  $96.67\%$ , 达到了实际可应用的水平.

不同参数对量子相位门保真度的影响如图 2 所示, 改变衰减率  $\kappa$ , 弛豫速率  $r$ , 移相比率  $r_\phi$  或耦合强度  $g$  其中一个参数, 其他参数固定为前文所使用的数值模拟参数. 由于图 2(a)–(c) 的横坐标都为  $x^{-1}$ , 所以随着衰减率、弛豫速率和移相比率的增加, 保真度随之降低, 呈负相关性, 但影响程度明显不一样; 图 2(d) 中, 随着耦合强度  $g$  的增加, 保真度也随之增加, 这是由于增大的耦合强度会使作用时间缩短, 从而减小衰减项的作用时间, 使得保真度增加.

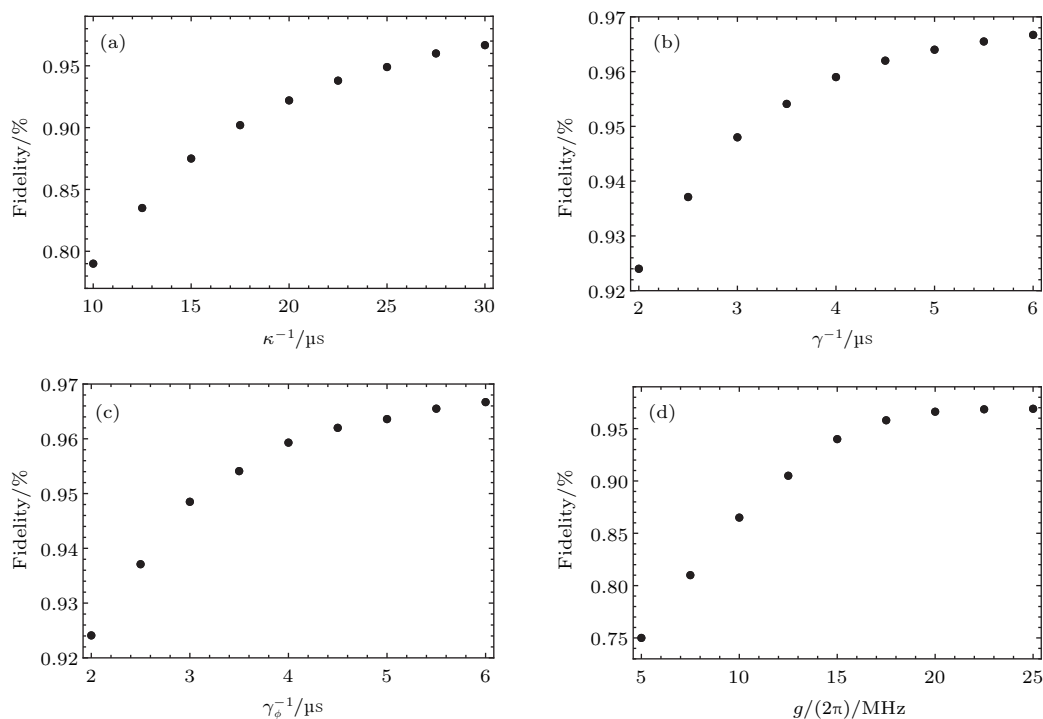


图2 四个参数对实现方法一 Controlled-Z 门保真度的影响 (a)  $\kappa_a^{-1} = \kappa_b^{-1} = \kappa^{-1}$ ; (b)  $r_{g,e}^{-1} = r_{f,e}^{-1} = r^{-1}$ ; (c)  $r_{\phi,e}^{-1} = \kappa_{\phi,f}^{-1} = r_{\phi}^{-1}$ ; (d)  $g_a^{g,e}/(2\pi) = g_b^{f,e}/(2\pi) = g/(2\pi)$   
 Fig. 2. Influence of four parameters on the fidelity of a controlled-Z gate: (a)  $\kappa_a^{-1} = \kappa_b^{-1} = \kappa^{-1}$ ; (b)  $r_{g,e}^{-1} = r_{f,e}^{-1} = r^{-1}$ ; (c)  $r_{\phi,e}^{-1} = \kappa_{\phi,f}^{-1} = r_{\phi}^{-1}$ ; (d)  $g_a^{g,e}/(2\pi) = g_b^{f,e}/(2\pi) = g/(2\pi)$ .

## 5 结 论

通过构建由两个超导谐振器和一个  $\Lambda$  型三能级原子组成的量子相位门系统, 提出了用以实现 Controlled-Z 门和 Swap 门的简单操作方案, 并利用数值模拟参数对实现 Controlled-Z 门的第一种方案进行了仿真, 探讨了各参数对其保真度的影响. 结果表明该方案是可行的. 系统三个衰减参数衰减率  $\kappa$ 、弛豫速率  $r$ 、移相比率  $r_{\phi}$  的增大会减小保真度, 而耦合强度  $g$  的增大会缩短相位门的运行时间, 从而减小衰减参数的作用时间, 使得保真度增加. 我们在今后的研究中能够找到更加有效简单的操作方法, 同时也期待提出的方案能够激励这方面的实验研究, 使更多的研究人员致力于量子相位门系统的研究.

## 参考文献

[1] Ren B C, Deng F G 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 160303 (in Chinese) [任宝藏, 邓富国 2015 物理学报 **64** 160303]  
 [2] Li M, Chen Y, Guo G C, Ren X F 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 144202 (in Chinese) [李明, 陈阳, 郭光灿, 任希峰 2017 物理学报 **66** 144202]

[3] Brune M, Hagley E, Dreyer J, et al. 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 4887  
 [4] Sleator T, Weinfurter H 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 4087  
 [5] Yang C P, Han S 2005 *Phys. Rev. A* **72** 032311  
 [6] Peng J, Wu Y W, Li X J 2011 *Acta Phot. Sin.* **40** 466 (in Chinese) [彭俊, 鄂云文, 李小娟 2011 光子学报 **40** 466]  
 [7] You J Q, Nori F 2011 *Nature* **474** 589  
 [8] Xiang Z L, Ashhab S, You J Q, Nori F 2013 *Rev. Mod. Phys.* **85** 623  
 [9] Barends R, Kelly J, Megrant A, Sank D, Jeffrey E 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 080502  
 [10] Clarke J, Wilhelm F K 2008 *Nature* **453** 1031  
 [11] Filipp S, Maurer P, Leek P J, et al. 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 200402  
 [12] Reed M D, Carlo L D, Johnson B R, Sun L, Schuster D I 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 173601  
 [13] Yang C P, Chu S I, Han S 2003 *Phys. Rev. A* **67** 042311  
 [14] Majer J, Chow J M, Gambetta J M, Johnson B R 2007 *Nature* **449** 7161  
 [15] Dicarlo L, Chow J M, Gambetta J M, Bishop L B 2009 *Nature* **460** 7252  
 [16] Blais A, Huang R S, Wallraff A, Girvin S M, Schoelkopf R J 2004 *Phys. Rev. A* **69** 062320  
 [17] Yang C P, Chu S I, Han S 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 117902  
 [18] Wallraff A, Schuster D I, Blais A, Frunzio L, Huang R S 2004 *Nature* **431** 7005  
 [19] Chiorescu I, Bertet P, Semba K, Nakamura Y 2004 *Nature* **431** 159

- [20] Strauch F W 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 210501
- [21] Leek P J, Filipp S, Maurer P, Baur M, Bianchetti R 2009 *Phys. Rev. B* **79** 180511
- [22] Strand J D, Ware M, Beaudoin F, Ohki T A, Johnson B R 2013 *Phys. Rev. B* **87** 220505
- [23] Hua M, Tao M J, Deng F G 2014 *Phys. Rev. A* **90** 012328
- [24] Blais A, Huang R S, Wallraff A, Girvin S M, Schoelkopf R J 2004 *Phys. Rev. A* **69** 062320
- [25] Su Q P, Yang C P, Zheng S B 2014 *Sci. Rep.* **4** 3898
- [26] Xiang Z L, Ashhab S, You J Q, Nori F 2013 *Rev. Mod. Phys.* **85** 623
- [27] Hoi I C, Wilson C M, Johansson G 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 073601

## Quantum phase gate on a single superconducting $\Lambda$ -type three-level and two superconducting resonators\*

Liu Chao Wu Yun-Wen<sup>†</sup>

(College of Physics, Mechanical and Electrical Engineering, Jishou University, Jishou 416000, China)

( Received 26 April 2018; revised manuscript received 28 May 2018 )

### Abstract

Quantum phase gate is a necessary quantum component for quantum coding and quantum computing. Compared with the traditional gate circuit, quantum phase gate has the characteristics of unitarity and reversibility. Therefore, we construct a model of mutual coupling between a single  $\Lambda$ -type three-level atom and two superconducting resonators, which is connected by a capacitor. By separately controlling the disconnection time and connection time of the two superconducting resonators in the model as well as by controlling the magnetic flux of the superconducting quantum interference device (SQUID) to make a certain transition energy level of the  $\Lambda$ -type three-level atom equal the relevant resonance energy level, the interaction between the two levels can be achieved and the system can be manipulated. Afterwards, we propose four control schemes for implementing the controlled-Z gate through a three-step operation, and two operation schemes for implementing swap gate through a four-step operation. At the same time, the numerical simulations of fidelity are implemented for the first operation scheme for controlling the Z-gate. The results of fidelity discussion show that the fidelity of this scheme is 96.67% through the running time of 20.83 ns, thus it proves that this scheme is theoretically feasible. The increase in the three attenuation parameters, i.e., attenuation rate, relaxation rate, and phase shift ratio, will reduce the fidelity of the system, while the increase in coupling strength will cut down the time of system operation, thus reducing the influence of attenuation parameters and improving the system fidelity.

In this paper we present a quantum phase gate scheme in which two superconducting resonators and a  $\Lambda$ -type three-level atom are coupled with two capacitors. Since the experimental setup is simplified, it is important to reduce the coherence between devices. In addition, the solution has no restriction on the strength of the classic pulse principally, through which the system operates faster and the fidelity of the phase gate is improved effectively.

**Keywords:**  $\Lambda$ -type three-level atom, superconducting resonators, quantum phase gate

**PACS:** 03.67.-a, 03.67.Lx, 32.90.+a

**DOI:** 10.7498/aps.67.20180830

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11564014) and the Natural Science Foundation of Hunan Province, China (Grant Nos. 2015JJ6092, 2016JJ6123).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [wuyw\\_jd@163.com](mailto:wuyw_jd@163.com)