

前缘曲率变化对平板边界层感受性问题的影响

沈露予 陆昌根

Effect of leading-edge curvature variation on flat-plate boundary-layer receptivity

Shen Lu-Yu Lu Chang-Gen

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 184703 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20180593

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180593>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I18>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[合成冷/热射流控制超声速边界层流动稳定性](#)

Linear stability of supersonic boundary layer with synthetic cold/hot jet control

物理学报.2017, 66(23): 234701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.234701>

[三维边界层内诱导横流失稳模态的感受性机理](#)

Receptivity mechanism of cross-flow instability modes induced in three-dimensional boundary layer

物理学报.2017, 66(20): 204702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.204702>

[三维边界层内定常横流涡的感受性研究](#)

Receptivity of the steady cross-flow vortices in three-dimensional boundary layer

物理学报.2017, 66(1): 014703 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.014703>

[无限薄平板边界层前缘感受性过程的数值研究](#)

Numerical study of leading-edge receptivity on the infinite-thin flat-plate boundary layer

物理学报.2016, 65(19): 194701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.194701>

[壁面局部吹吸边界层感受性的数值研究](#)

Numerical study on boundary-layer receptivity with localized wall blowing/suction

物理学报.2015, 64(22): 224702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.224702>

## 前缘曲率变化对平板边界层感受性问题的影响\*

沈露予 陆昌根†

(南京信息工程大学海洋科学学院, 南京 210044)

(2018年4月3日收到; 2018年6月25日收到修改稿)

边界层感受性问题是层流向湍流转捩的初始阶段, 是实现边界层转捩预测和控制的关键环节. 目前已有的研究成果显示, 在声波扰动或涡波扰动作用下前缘曲率变化对边界层感受性机制有着显著的影响. 本文采用直接数值模拟方法, 研究了在自由来流湍流作用下具有不同椭圆形前缘平板边界层感受性问题, 揭示椭圆形前缘曲率变化对平板边界层内被激发出 Tollmien-Schlichting (T-S) 波波包的感受性机制以及波包向前传播速度的影响; 通过快速傅里叶分析方法从波包中提取获得了不同频率的 T-S 波, 详细分析了前缘曲率变化对不同频率的 T-S 波的幅值、色散关系、增长率、相速度以及形状函数的作用; 确定了前缘曲率在平板边界层内激发 T-S 波的感受性过程中所占据的地位. 通过上述研究能够进一步认识和理解边界层感受性机制, 从而丰富和完善了流动稳定性理论.

关键词: 感受性, 前缘曲率, 自由来流湍流

PACS: 47.20.Pc, 47.20.-k, 47.27.ek

DOI: 10.7498/aps.67.20180593

## 1 引言

边界层内层流向湍流转捩的过程是自然界中普遍存在的物理现象, 同时也是一个相当复杂的物理过程, 它受到自由来流湍流、前缘曲率、壁面粗糙以及声波扰动等各种因素的影响. 其中, 感受性阶段是层流向湍流转捩的起始阶段, 诱导产生的不稳定扰动波的幅值、相位、色散关系以及形状函数等初始条件<sup>[1]</sup>是边界层转捩预测与控制的关键参数; 这些参数对飞行器、船舶以及车辆等工程设计至关重要. 边界层感受性问题一般可分为前缘感受性和当地感受性<sup>[2,3]</sup>. 前缘感受性是由于平板前缘附近区域非平行性与外界扰动作用在边界层内被激发出不稳定扰动波的物理过程; 当地感受性则是由自由来流扰动与壁面局部粗糙或吹吸相互作用激发边界层内被诱导不稳定扰动波的感受性过程. Goldstein<sup>[4]</sup>和 Ruban<sup>[5]</sup>基于三层结构渐近理论在声波扰动与壁面局部粗糙相互作用

下验证了边界层当地感受性机制是存在的. 随后, 在 Goldstein<sup>[4]</sup>和 Ruban<sup>[5]</sup>渐近理论的基础上, Crouch<sup>[6]</sup>, Choudhari 和 Streett<sup>[7]</sup>采用有限雷诺数方法研究声波扰动与壁面局部吹吸、粗糙作用下在 Blasius 边界层内激发不稳定 Tollmien-Schlichting (T-S) 波的感受性机制, 并且发现激发产生的 T-S 波幅值与自由来流声波幅值和壁面粗糙高度都呈线性关系; Bertolotti<sup>[8]</sup>同样采用抛物化稳定性方程证实二维和三维涡扰动与壁面局部粗糙相互作用下 Blasius 边界层内当地感受性机制是存在的.

Goldstein 等<sup>[9,10]</sup>对前缘感受性问题进行了系统的研究, 采用高雷诺数方法来揭示声波扰动作用下无限薄平板边界层前缘感受性机制, 计算获得了相应的前缘感受性系数. Goldstein 和 Wundrow<sup>[11]</sup>采用渐近分析法研究了涡扰动作用下有限厚度平板边界层前缘感受性问题. Heinrich 和 Kerschen<sup>[12]</sup>研究发现具有一定入射角的声波扰动所激发边界层内被诱导的前缘感受性系数要大于

\* 国家自然科学基金(批准号: 11472139)、江苏省高等学校自然科学研究面上项目(批准号: 17KJB130008)和江苏高校优势学科建设工程(PAPD)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: cglu@nuist.edu.cn

平行于流动方向的声波扰动所激发边界层内被诱导的前缘感受性系数. 我们之前也研究了自由来流湍流作用下无限薄平板边界层前缘感受性问题, 获得了一些有意义的结果<sup>[13]</sup>.

随后, 人们发现平板前缘几何形状对边界层前缘感受性具有明显的影响, 并展开了大量的研究工作. Hammerton 和 Kerschen<sup>[14,15]</sup> 采用渐近分析法和数值模拟研究斜声波扰动作用下抛物形前缘机翼表面边界层感受性问题时发现, 随着攻角的不断增大, 机翼上表面边界层内被诱导的感受性强度逐渐减弱, 但机翼下表面边界层内被诱导的感受性强度则逐渐增强; 当达到临界攻角以后, 则会出现完全相反的结论. Lin 等<sup>[16]</sup> 研究了椭圆形前缘平板边界层声波感受性问题, 发现当前缘椭圆比逐渐增大时, 边界层内被激发出 T-S 波的幅值将逐渐减小; 反之, 边界层内被激发出 T-S 波的幅值将逐渐增大. 采用与 Lin 等<sup>[16]</sup> 相同的物理模型, Fuciarelli 等<sup>[17]</sup> 计算了边界层中性曲线下支附近声波感受性问题, 数值研究发现在声波入射角为 15° 时边界层内被诱导的前缘感受性系数大约是声波入射角为 0° 时的四倍. Wanderley 和 Corke<sup>[18]</sup> 也做了类似的研究, 并发现边界层中性曲线下支附近 T-S 波的幅值随着前缘椭圆比的增加而逐渐减少等结论. Buter 和 Reed<sup>[19]</sup> 采用与 Lin 等<sup>[16]</sup> 相同的方法, 数值模拟了涡扰动作用下边界层前缘感受性过程, 发现边界层内被激发产生 T-S 波的幅值与自由来流涡扰动的幅值呈线性关系. 2010 年, Schrader 等<sup>[20]</sup> 采用直接数值模拟 (DNS) 方法, 研究了不同类型涡扰动作用下具有椭圆形前缘平板边界层感受性问题, 也获得了一些有意义的结论.

综上所述, 前缘曲率对平板边界层前缘感受性具有显著的影响. 但是, 目前已有的研究大多集中于前缘曲率对边界层声感受性问题的影响, 至于在自由来流湍流作用下前缘曲率变化对边界层内被诱导出感受性机制影响的相关研究报道较少. 因此, 开展这一领域的研究是十分有意义的理论课题. 本文采用 DNS 方法, 研究在自由来流湍流作用下具有不同椭圆形前缘平板边界层感受性问题, 重点揭示不同椭圆形前缘曲率变化对平板边界层内被诱导出 T-S 波模态的感受性过程的影响机制, 为完善流动稳定性理论提供理论依据.

## 2 控制方程和数值方法

### 2.1 控制方程

选取椭圆形前缘的短轴长度  $b$ 、无穷远来流速度  $U_\infty$  以及流体密度  $\rho$  为特征量, 经无量纲化处理获得无量纲的二维不可压缩 Navier-Stokes 方程:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{V}, \end{cases} \quad (1)$$

其中速度为  $\mathbf{V} = \mathbf{U} + \mathbf{V}'$ ,  $\mathbf{V}' = \{u, v\}^T$  为扰动速度,  $\mathbf{U}$  为基本流速度;  $p$  为压力; 雷诺数为  $Re = (U_\infty b)/\nu$ ,  $\nu$  为流体的运动黏性系数. 通过雅克比行列式变换

$$J \equiv \frac{\partial(x, y)}{\partial(\xi, \eta)}, \quad (2)$$

将曲线坐标系  $(x, y)$  化为直角坐标系  $(\xi, \eta)$  问题进行数值计算<sup>[21]</sup>. 控制方程的离散方法为: 时间偏导数采用修正后的四阶 Runge-Kutta 格式; 空间偏导数则采用紧致有限差分格式, 即对流项为五阶精度迎风紧致有限差分格式, 压力梯度项为六阶精度紧致有限差分; 黏性项为六阶精度紧致有限差分格式; 压力方程利用四阶精度的有限差分格式迭代求解<sup>[22]</sup>.

### 2.2 自由来流湍流模型

在自由来流中的扰动主要有以下几种形式: 声波扰动、涡波扰动、自由来流湍流以及熵扰动. 声波扰动以压力脉动的形式来激发感受性机制, 涡波扰动以单波扰动的形式来激发感受性过程以及自由来流湍流是以一群涡波扰动来激发感受性的物理现象; 熵波一般以温度扰动的形式来激发边界层感受性机制. 在自然界和工程技术实践中, 自由来流湍流是普遍存在的, 通过构造一组单波扰动组成的波群来模拟自由来流湍流模型, 使研究课题更加接近于真实的物理问题. 本文依据文献<sup>[23]</sup> 的概念, 推导建立自由来流湍流模型, 其表达式为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_\infty = \begin{pmatrix} u_\infty \\ v_\infty \end{pmatrix} &= \varepsilon \sum_{m=-M}^M \sum_{j=-J}^J \begin{pmatrix} \hat{u}_\infty \\ \hat{v}_\infty \end{pmatrix} \\ &\times \exp[\mathbf{I}(m\kappa_1 x + j\kappa_2 y - m\kappa_1 t)], \\ \begin{cases} \hat{u}_\infty = \mathbf{I} \frac{m\kappa_1 j\kappa_2}{\kappa \sqrt{m^2 \kappa_1^2}} \cdot \sqrt{\frac{2E(\kappa)\kappa_1 \kappa_2}{4\pi\kappa^2}} \cdot e^{\mathbf{I}\sigma}, \\ \hat{v}_\infty = -\mathbf{I} \frac{\sqrt{m^2 \kappa_1^2}}{\kappa} \cdot \sqrt{\frac{2E(\kappa)\kappa_1 \kappa_2}{4\pi\kappa^2}} \cdot e^{\mathbf{I}\sigma}, \end{cases} & \quad (3) \end{aligned}$$

其中  $I = \sqrt{-1}$ ;  $u_\infty$  和  $v_\infty$  表示以无穷远流速度  $U_\infty$  无量纲化后的自由来流湍流的扰动速度分别在  $x$  和  $y$  方向的分量,  $\hat{u}_\infty$  和  $\hat{v}_\infty$  分别为扰动速度  $u_\infty$  和  $v_\infty$  的谱;  $\varepsilon$  为初始幅值;  $M$  和  $J$  为选定的最大模数;  $\kappa_1$  和  $\kappa_2$  分别为  $x$  和  $y$  方向上的基本波数; 频率  $\omega = m\kappa_1$ , 流向和法向波数分别为  $\alpha = m\kappa_1$  和  $\gamma = j\kappa_2$ , 且  $\kappa = (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2}$ .  $\hat{u}_\infty, \hat{v}_\infty$  与一维能量谱  $E(\kappa)$  以及随机相位角  $\sigma$  有关.

### 2.3 计算区域和网格生成

图 1 为本文研究具有不同椭圆形前缘平板边界层感受性问题的计算区域: 其中  $a$  为椭圆形前缘的长轴,  $b$  为椭圆形前缘的短轴, 且椭圆形前缘椭圆球比定义为  $AR = a/b$ ; 椭圆形前缘顶点曲率为  $K = a/b^2$ ; 流向区域  $x \in [-50, 800]$ , 且平板前缘的流向位置位于  $x = 0$ ; 法向区域  $y \in [-11, 11]$ ; 为便于比较, 采用与 Lin 等 [16] 以及 Schrader 等 [20] 研究前缘感受性问题相同的参数, 其雷诺数为  $Re = 2400$ ; 采用泊松方程法 [21]

$$\begin{cases} \phi_1 x_{\xi\xi} - 2\phi_2 x_{\xi\eta} + \phi_3 x_{\eta\eta} = -J^2(Px_\xi + Qx_\eta), \\ \phi_1 y_{\xi\xi} - 2\phi_2 y_{\xi\eta} + \phi_3 y_{\eta\eta} = -J^2(Py_\xi + Qy_\eta), \\ \begin{cases} \phi_1 = x_\eta^2 + y_\eta^2, \\ \phi_2 = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta, \\ \phi_3 = x_\xi^2 + y_\xi^2, \end{cases} \end{cases} \quad (4)$$

生成椭圆形前缘平板边界层感受性问题的贴体网格, 详细见图 2 所示. (4) 式是通过源项函数  $P$  和  $Q$  控制网格在壁面处保持正交, 并在平板前缘驻点以及壁面附近加密网格, 以确保数值计算的准确性, 计算网格数为  $1000 \times 200$ .

壁面采用无滑移条件: 壁面上的速度  $u = v = 0$ , 法向压力梯度  $\partial p / \partial n = 0$ .

无穷远边界条件: 速度由自由来流湍流模型 (2) 确定;  $p = 0$ .

出流边界条件:  $\partial p / \partial x = 0$ ; 速度采用无反射条件.

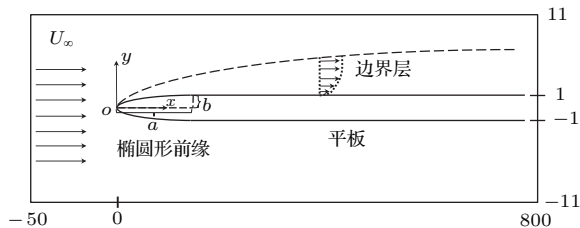


图 1 计算区域示意图  
Fig. 1. Computational domain.

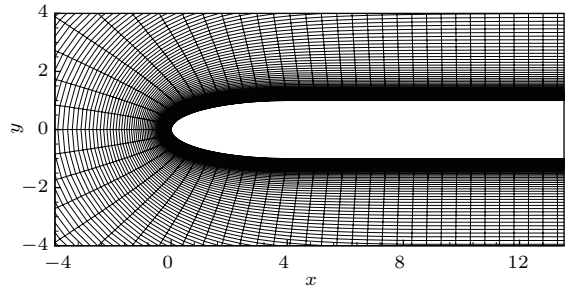


图 2 网格生成的示意图 ( $AR = 4$ )  
Fig. 2. Generated mesh ( $AR = 4$ ).

### 3 数值结果与分析

首先, 研究在自由来流湍流作用下激发具有不同椭圆形前缘平板边界层感受性问题的物理机制, 通过时间快速傅里叶分析和流动稳定性理论, 证明在自由来流湍流作用下激发具有不同椭圆形前缘平板边界层内被诱导出 T-S 波模态的感受性机制是真实存在的, 具体过程与文献 [13] 相同, 这里不再赘述. 本文重点关注椭圆形前缘曲率变化对平板边界层内被激发出 T-S 波波包的感受性过程以及波包向前传播的群速度的影响机理; 建立 T-S 波的幅值、色散关系、增长率、相速度以及形状函数与前缘曲率之间的内在关系; 综合分析前缘曲率在平板边界层内被激发出 T-S 波模态的感受性过程中的作用等. 为方便比较计算结果, 定义无量纲频率为  $F = 2\pi f v / U_\infty^2 \times 10^6$ ; 数值计算发现, 当  $y > 6$  时边界层外缘的扰动速度均方根值经长时间计算趋于稳定值. 在这里, 定义边界层外缘的稳定值为自由来流湍流度  $A_{FST}$ ,

$$A_{FST} = \sqrt{u_{FST}^2 + v_{FST}^2}, \quad (5)$$

式中  $\overline{u_{FST}^2}$  和  $\overline{v_{FST}^2}$  分别表示  $x$  和  $y$  向经无穷远流速度  $U_\infty$  无量纲化后的扰动速度平方的时均值. 当本文选用自由来流湍流模型中的初始幅值  $\varepsilon = 0.0004$  时, 经长时间数值计算获得的自由来流湍流度为  $A_{FST} = 0.1\%$ . 另外, 选取自由来流湍流基本波数  $\kappa_1 = 0.036$ , 最大模数  $M = 8$ .

研究了在自由来流湍流作用下具有不同椭圆形前缘曲率对平板边界层内被激发出的 T-S 波波包向下游演化的作用或影响, 如图 3 所示. 图 3 给出了前缘椭圆球比  $AR$  分别为 4 和 20 情况下, 边界层内被激发出 T-S 波波包沿流向或  $x$  方向的演化规律. 从图 3 可知, 椭圆形前缘顶点曲率较小 (前缘椭圆球比  $AR = 4$ ) 时边界层内激发出 T-S 波波包的



幅值要明显大于椭圆形前缘顶点曲率较大(前缘椭圆比  $AR = 20$ ) 时边界层内被激发出 T-S 波波包的幅值。但是, 在不同椭圆形前缘顶点曲率情况下, 边界层内被激发出 T-S 波波包序列结构具有相似性。此外, 通过近似计算方法<sup>[11]</sup> 获得了不同椭圆形前缘顶点曲率对平板边界内被激发出 T-S 波波包向前传播群速度影响的定量结果, 如表 1 所列。从表 1 可知, 不同椭圆形前缘顶点曲率变化对平板边界层内被激发出 T-S 波波包向下游传播群速度的影响很小, 依然保持在自由来流速度三分之一左右, 与实验结果相符<sup>[24]</sup>。

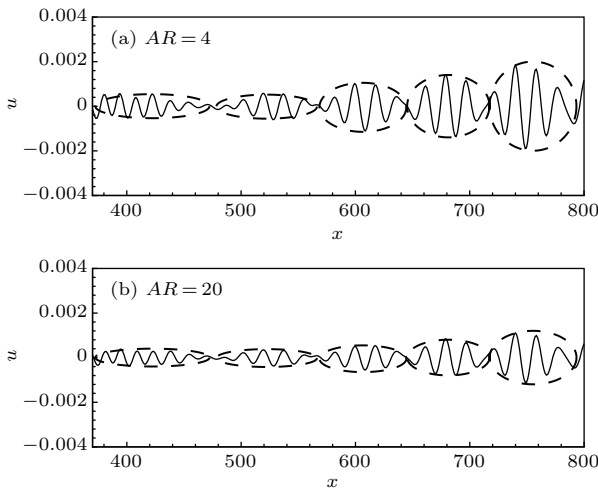


图 3 具有不同椭圆形前缘平板边界层内被激发出的 T-S 波波包沿流向的演化 ( $y = 1.3, t = 2400$ )

Fig. 3. Streamwise evolutions of the excited T-S wave packets in the flat-plate boundary layer with various elliptic leading edges ( $y = 1.3, t = 2400$ ).

表 1 具有不同椭圆形前缘平板边界层内被激发出 T-S 波波包向下游传播的群速度

Table 1. Group speeds of the excited T-S wave packets in the flat-plate boundary layer with various elliptic leading edges.

	AR							
	4	8	12	16	20	30	40	无限薄 <sup>[13]</sup>
$C_g$	0.349	0.352	0.353	0.346	0.351	0.353	0.351	0.342

数值计算了不同前缘椭圆比情况下平板边界层内被激发出 T-S 波波包最大的幅值  $A_{TSP}$ , 其数学表达式定义为

$$A_{TSP} = \sqrt{u_{TSP}^2 + v_{TSP}^2}, \quad (6)$$

式中  $\overline{u_{TSP}^2}$  和  $\overline{v_{TSP}^2}$  分别表示  $x$  和  $y$  向上边界层内被激发出 T-S 波波包的扰动速度平方的时均值。图 4 中椭圆形前缘平板边界层内被激发出 T-S 波波包最大的幅值  $A_{TSP}$  已被无限薄平板边界层内被激

发出 T-S 波波包最大的幅值  $A_{INF}$ <sup>[13]</sup> 归一化。从图 4 可知, 当前缘椭圆比  $AR \geq 2$  时, 随着椭圆形前缘椭圆比的不断增大(或前缘顶点曲率的不断增大), 在自由来流湍流作用下平板边界层内被激发出 T-S 波波包最大的幅值将快速衰减, 并快速衰减到某一阈值 ( $AR = 40$ ) 后, 无论前缘椭圆比如何增大, 平板边界层内被激发出 T-S 波波包的幅值大小几乎保持不变, 并渐渐趋向于无限薄平板边界层内被激发出 T-S 波波包的幅值大小<sup>[13]</sup>。

随后, 通过时间快速傅里叶分析方法, 从图 3 中分别提取获得不同频率的 T-S 波。图 5 分别

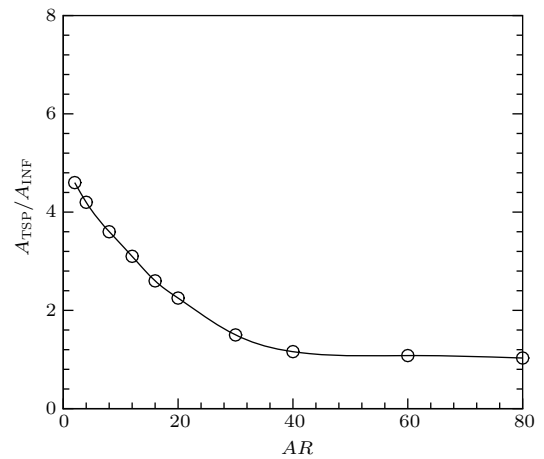


图 4 具有不同椭圆形前缘平板边界层内被激发出 T-S 波波包最大的幅值与前缘椭圆比  $AR$  之间的关系 ( $y = 1.3$ )

Fig. 4. The relation between the maximum amplitude of the excited T-S wave packets and the leading-edge aspect ratio in the flat-plate boundary layer ( $y = 1.3$ ).

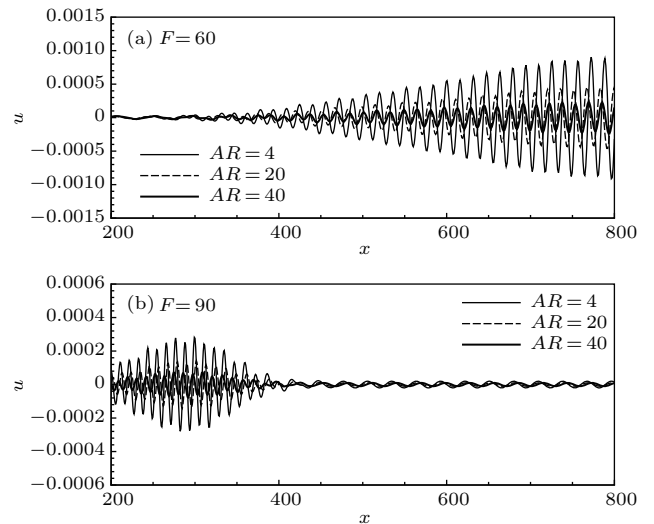


图 5 具有不同椭圆形前缘平板边界层内被激发出的 T-S 波沿流向的演化 ( $y = 1.3, t = 2400$ )

Fig. 5. Streamwise evolutions of the excited T-S waves in the flat-plate boundary layer with various elliptic leading edges ( $y = 1.3, t = 2400$ ).

给出了频率  $F = 60$  和  $90$  情况下, 不同椭圆形前缘平板边界层内被激发出的 T-S 波沿流向的演化规律. 图 5 显示, 无论是提取获得频率  $F = 60$  的不稳定 T-S 波还是频率  $F = 90$  的稳定 T-S 波, 椭圆形前缘顶点曲率越小 (即椭球比越小), 平板边界层内被激发出 T-S 波的幅值就越大; 反之, 椭圆形前缘顶点曲率越大 (即椭球比越大), 平板边界层内被激发出 T-S 波的幅值就越小.

再依据图 5 所示平板边界层内被激发出 T-S 波的演化规律, 可以近似计算出不同前缘椭球比情况下, 平板边界层内被激发出 T-S 波的色散关系和相速度的大小, 具体见表 2 和表 3 所列. 表 2 和表 3 数据显示, 椭圆形前缘顶点曲率 (或椭球比) 变化对平板边界层内被激发出不同频率的 T-S 波的色散关系和相速度的影响很小, 它们之间产生的最大误差大约为 5%.

图 6 和图 7 分别给出了具有不同椭圆形前缘平板边界层内被激发出 T-S 波的幅值和增长率沿流向的演化规律和无限薄平板边界层内被激发出 T-S 波的幅值和增长率沿流向的演化. 其中 T-S 波的幅值  $A_{TS}$  定义为

$$A_{TS} = \sqrt{u_{TS}^2 + v_{TS}^2}, \quad (7)$$

其中  $\overline{u_{TS}^2}$  和  $\overline{v_{TS}^2}$  分别表示  $x$  和  $y$  向上边界层内被激发出 T-S 波的扰动速度平方的时均值. 从图 6 可以看出, 椭圆形前缘顶点曲率越小 (即椭球比越小), 边界层内被激发出 T-S 波的幅值就越大; 相反, 椭圆形前缘顶点曲率越大 (即椭球比越大), 边界层内被激发出 T-S 波的幅值就越小; 这一结论与 Schrader 等<sup>[20]</sup> 数值计算结果 ( $AR = 20$ ) 相一致. 另外, 根据平板边界层内被激发出 T-S 波的幅值沿

流向的演化规律, 近似数值计算相邻近波峰与波峰和波谷与波谷之间的幅值之比, 并分别取对数后再对应除以波峰与波峰和波谷与波谷之间的距离, 然后将它们之和取平均近似获得具有不同椭圆形前缘平板边界层内被激发出 T-S 波的增长率沿流向的演化, 如图 7 所示. 从图 7 也可以看出, 无论是椭圆形前缘顶点曲率 (即椭球比) 如何变化, 边界层内被激发出不同频率的 T-S 波的增长率沿流向的演化规律几乎保持不变, 其中它们之间产生的最大误差大约为 5%.

表 2 具有不同椭圆形前缘平板边界层内被激发出 T-S 波的平均波数  $\alpha_r$  ( $Re_{\delta^*} = 1000$ )

Table 2. Average wave numbers of the excited T-S waves  $\alpha_r$  in the flat-plate boundary layer with various elliptic leading edges ( $Re_{\delta^*} = 1000$ ).

	$F = 60$	$F = 75$	$F = 90$	$F = 105$	$F = 120$
$AR = 4$	0.1762	0.2153	0.2485	0.2721	0.2885
$AR = 20$	0.1761	0.2153	0.2483	0.2719	0.2883
$AR = 40$	0.1759	0.2152	0.2482	0.2714	0.2881
无限薄 <sup>[11]</sup>	0.1754	0.2151	0.2479	0.2714	0.2879

表 3 具有不同椭圆形前缘平板边界层内被激发出 T-S 波的平均相速度 ( $Re_{\delta^*} = 1000$ )

Table 3. Average phase speeds of the excited T-S waves  $\alpha_r$  in the flat-plate boundary layer with various elliptic leading edges ( $Re_{\delta^*} = 1000$ ).

	$F = 60$	$F = 75$	$F = 90$	$F = 105$	$F = 120$
$AR = 4$	0.340	0.348	0.362	0.386	0.416
$AR = 20$	0.341	0.348	0.362	0.386	0.416
$AR = 40$	0.341	0.349	0.363	0.387	0.417
无限薄 <sup>[11]</sup>	0.342	0.351	0.363	0.387	0.417

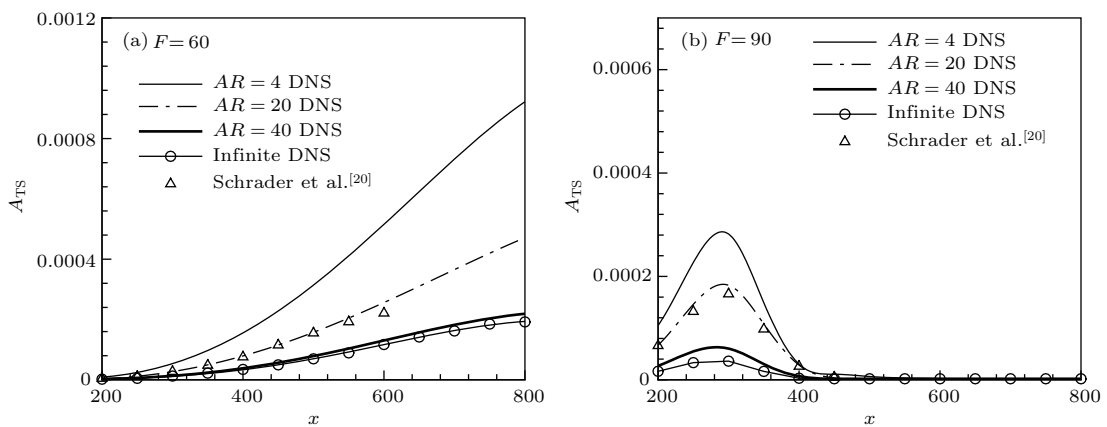


图 6 具有不同椭圆形前缘平板层内被激发出 T-S 波的幅值沿流向的演化

Fig. 6. Streamwise evolutions of amplitudes of the excited T-S waves in the flat-plate boundary layer with various elliptic leading edges.

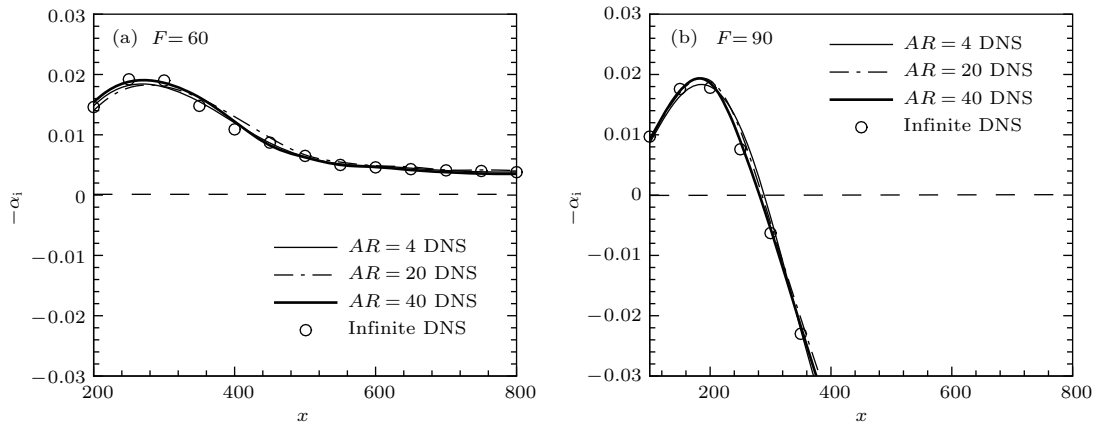


图7 具有不同椭圆形前缘平板边界层内被激发出 T-S 波的增长率沿流向的演化

Fig. 7. Streamwise evolutions of growth rates of the excited T-S waves in the flat-plate boundary layer with various elliptic leading edges.

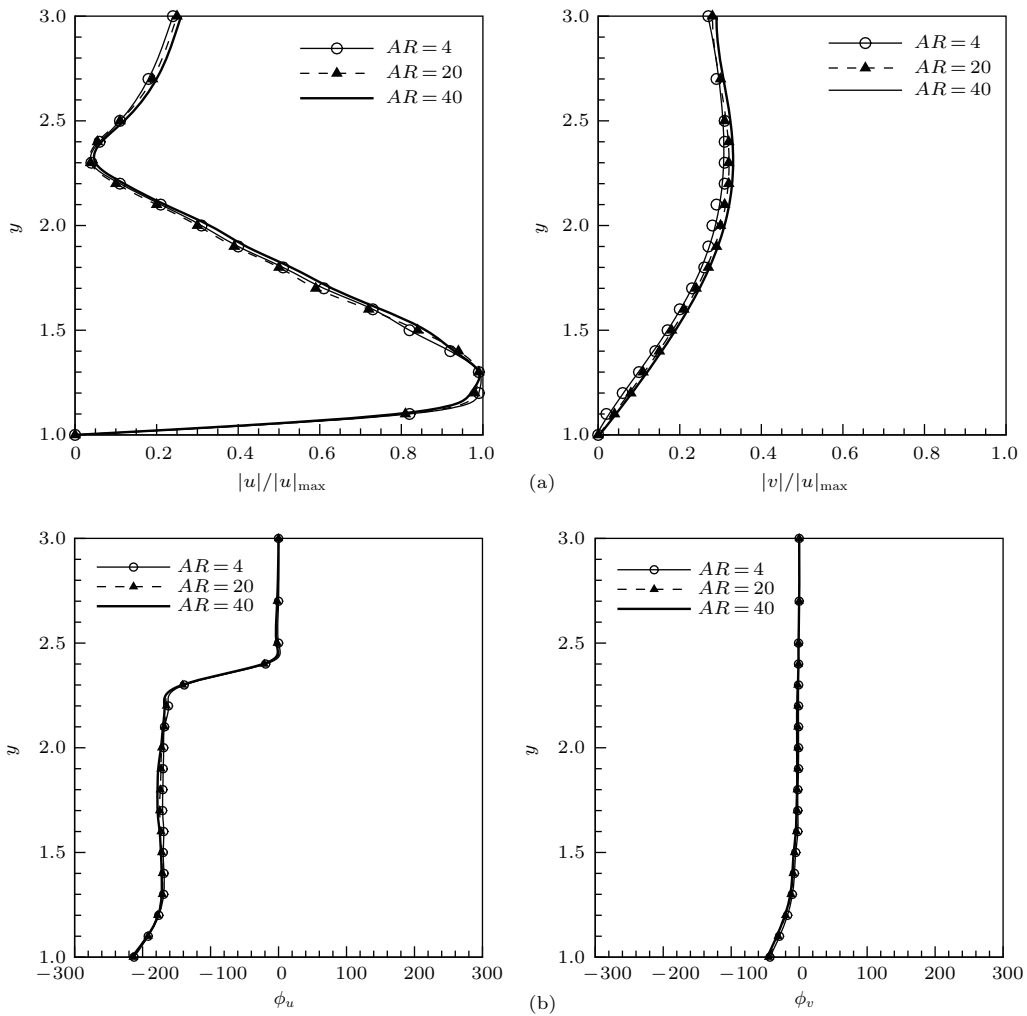


图8 具有不同椭圆形前缘平板边界层内被激发出 T-S 波的形状函数沿  $y$  向的分布 (a) 幅值; (b) 相位

Fig. 8. The  $y$ -direction distributions of the shape functions of the excited T-S waves in the flat-plate boundary layer with various elliptic leading edges: (a) Amplitudes; (b) phases.

最后, 给出具有不同椭圆形前缘平板边界层内被激发出 T-S 波的形状函数随  $y$  向的分布规律(形状函数被平板边界层内诱导出 T-S 波的流向扰动

速度的最大值  $|u|_{\max}$  归一化), 详细见图 8 所示. 从图 8 可以看出, 不同椭圆形前缘顶点曲率(即不同椭球比)情况下, 平板边界层内被激发出 T-S 波的

形状函数沿  $y$  向的分布规律几乎完全重合. 这说明无论椭圆形前缘顶点曲率如何变化, 平板边界层内被激发出 T-S 波的形状函数沿  $y$  向的分布规律是相同的.

## 4 结 论

本文在前缘椭球比  $AR \geq 2$  的情况下, 研究椭圆形前缘曲率变化对平板边界层感受性问题的影响, 其数值结果如下.

1) 当椭圆形前缘顶点曲率越小 (即前缘椭球比越小) 时, 边界层内被激发出的感受性现象就越强; 反之, 椭圆形前缘顶点曲率相对越大 (即前缘椭球比越大) 时, 平板边界层内被激发出的感受性现象就相对较弱; 但是, 当椭圆形前缘顶点曲率大到某一阈值 (即前缘椭球比  $AR = 40$ ) 后, 边界层内被激发出的感受性强度渐渐趋向于稳定状态.

2) 无论椭圆形前缘顶点曲率如何变化, 在自由来流湍流作用下平板边界层内都能被激发出 T-S 波波包序列的演化规律, 它们之间的空间分布具有完全相似性和对称性特性; 其次, 椭圆形前缘顶点曲率的改变对边界层内被激发出 T-S 波波包向下游传播的群速度几乎没有影响, 其群速度的大小近似等于自由流速度三分之一的实验值.

3) 无论椭圆形前缘顶点曲率如何变化, 对平板边界层内被激发出不同频率 T-S 波的色散关系、相速度、增长率以及形状函数的影响很小或者几乎不变, 仅对平板边界层内被激发出不同频率 T-S 波的幅值产生显著的影响, 即当椭球比越小时边界层内被激发出的不同频率的 T-S 波的幅值越大, 反之边界层内被激发出的不同频率的 T-S 波的幅值就越小.

## 参考文献

- [1] Morkovin M V 1969 *On the Many Faces of Transition Viscous Drag Reduction* (New York: Springer) pp1–31
- [2] Saric W S, Reed H L, Kerschen E J 2002 *Annu. Rev. Fluid Mech.* **34** 291
- [3] Goldstein M E, Hultgren L S 1989 *Annu. Rev. Fluid Mech.* **21** 137
- [4] Goldstein M E 1985 *J. Fluid Mech.* **154** 509
- [5] Ruban A I 1984 *Fluid Dynam.* **19** 709
- [6] Crouch J D 1992 *Phys. Fluid A* **4** 1408
- [7] Choudhari M, Streett C L 1992 *Phys. Fluid A* **4** 2495
- [8] Bertolotti F P 1997 *Phys. Fluid* **9** 2286
- [9] Goldstein M E 1983 *J. Fluid Mech.* **127** 59
- [10] Goldstein M E, Sockol P M, Sanz J 1983 *J. Fluid Mech.* **129** 443
- [11] Goldstein M E, Wundrow D W 1998 *Theoret. Comput. Fluid Dyn.* **10** 171
- [12] Heinrich R A, Kerschen E J 1989 *Z. Angew. Math. Mech.* **69** T596
- [13] Lu C G, Shen L Y 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 194701 (in Chinese) [陆昌根, 沈露予 2016 物理学报 **65** 194701]
- [14] Hammerton P W, Kerschen E J 1996 *J. Fluid Mech.* **310** 243
- [15] Hammerton P W, Kerschen E J 1997 *J. Fluid Mech.* **353** 205
- [16] Lin N, Reed H L, Saric W S 1992 *Instability, Transition, and Turbulence* (New York: Springer) pp421–440
- [17] Fuciarelli D, Reed H, Lyttle I 2000 *AIAA J.* **38** 1159
- [18] Wanderley J B V, Corke T C 2001 *J. Fluid Mech.* **429** 1
- [19] Buter T A, Reed H L 1994 *Phys. Fluid* **6** 3368
- [20] Schrader L U, Brandt L, Mavriplis C, Henningson D S 2010 *J. Fluid Mech.* **653** 245
- [21] Hoffmann K A, Chiang S T 2000 *Computational Fluid Dynamics* (Vol. I) (Wichita: Engineering Education System)
- [22] Shen L, Lu C 2016 *Appl. Math. Mech.* **37** 349
- [23] Jacobs R G, Durbin P A 2001 *J. Fluid Mech.* **428** 185
- [24] Dietz A J 1998 *AIAA J.* **36** 1171



# Effect of leading-edge curvature variation on flat-plate boundary-layer receptivity\*

Shen Lu-Yu Lu Chang-Gen<sup>†</sup>

(School of Marine Sciences, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China)

( Received 3 April 2018; revised manuscript received 25 June 2018 )

## Abstract

Boundary-layer receptivity is the initial stage of the laminar-turbulent transition, which is the key step to implement the prediction and control of laminar-turbulent transition in the boundary layer. Current studies show that under the action of acoustic wave or vortical disturbance, the variation of leading-edge curvature significantly affects the boundary-layer receptivity. Additionally, the free-stream turbulence is universal in nature. Therefore, direct numerical simulation is performed in this paper to study the receptivity to free-stream turbulence in the flat-plate boundary layer with an elliptic leading edge. To discretize the Navier-Stokes equation, a modified fourth-order Runge-Kutta scheme is introduced for the temporal discretization; the high-order compact finite difference scheme is utilized for the  $x$ - and  $y$ -direction spatial discretization; the Fourier transform is conducted in the  $z$ -direction. The pressure Helmholtz equation is solved by iterating a fourth-order finite difference scheme. In addition, the Jacobi transform is introduced to convert the curvilinear coordinate system into Cartesian coordinate system. And elliptic equation technique is adopted to generate the body-fitted mesh. Then the effect of elliptic leading-edge curvature on the receptivity mechanism and the propagation speed of the excited Tollmien-Schlichting (T-S) wave packet in the flat-plate boundary layer are revealed. Subsequently, a group of multi-frequency T-S waves is extracted from the T-S wave packets by temporal fast Fourier transform. The influences of different leading-edge curvatures on the amplitudes, dispersion relations, growth rates, phases and shape functions of the excited T-S waves are analyzed in detail. Finally, the position occupied by leading-edge curvature in the boundary-layer receptivity process for the excitation of T-S wave is also confirmed. The numerical results show that the more intensive receptivity is triggered in the smaller leading-edge curvature; on the contrary, the less intensive receptivity is triggered in the greater leading-edge curvature. But in different leading-edge curvatures, the structures of the excited T-S wave packets are almost identical, and the group velocity is close to constant, which is approximate to one-third of the free-stream velocity. Similarly, the greater amplitude of the excited T-S wave can be induced with the smaller leading-edge curvature; whereas the smaller amplitude of the excited T-S wave can be induced with the greater leading-edge curvature. Moreover, the dispersion relations, growth rates, phases and shape function of the excited T-S waves in the boundary layer are found to be nearly invariable in different leading-edge curvatures. Through the above study, a further step can be made to understand the boundary-layer leading-edge receptivity and also improve the theory of the hydrodynamic stability.

**Keywords:** receptivity, leading-edge curvature, free-stream turbulence

**PACS:** 47.20.Pc, 47.20.-k, 47.27.ek

**DOI:** 10.7498/aps.67.20180593

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11472139), the Natural Science Foundation of the Higher Education Institutions of Jiangsu Province, China (Grant No. 17KJB130008), and the Priority Academic Program Development of Jiangsu Higher Education Institutions (PAPD).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [cglu@nuist.edu.cn](mailto:cglu@nuist.edu.cn)