

非局域高次非线性介质中的多极暗孤子

郑一帆 黄光侨 林机

Multi-pole dark solitons in nonlocal and cubic-quintic nonlinear medium

Zheng Yi-Fan Huang Guang-Qiao Lin Ji

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 214207 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20180786

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180786>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I21>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

竞争非局域三次五次非线性介质中孤子的传输特性

Propagating properties of spatial solitons in the competing nonlocal cubic-quintic nonlinear media

物理学报.2017, 66(5): 054208 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.054208>

Cu,Fe 掺杂 LiNbO₃ 晶体电子结构和光学性质的第一性原理研究

First-principles study on the electronic structures and optical properties of Cu, Fe doped LiNbO₃ crystals

物理学报.2016, 65(1): 014212 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.014212>

Ge-Se 基硫系玻璃在通信波段的三阶非线性与光谱特性研究

Third-order optical nonlinearity at communication wavelength and spectral characteristics of Ge-Se based chalcogenide glasses

物理学报.2015, 64(15): 154216 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.154216>

Fe:Mg:LiNbO₃ 晶体电子结构和吸收光谱的第一性原理研究

First-principles study of the electronic structures and absorption spectrum of Fe:Mg:LiNbO₃ crystals

物理学报.2015, 64(12): 124210 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.124210>

高压下 Zn₂GeO₄ 带隙变化的第一性原理研究

First-principles study on the band-gap changes of Zn₂GeO₄ under high pressure

物理学报.2015, 64(11): 114213 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.114213>

非局域高次非线性介质中的多极暗孤子*

郑一帆 黄光侨 林机†

(浙江师范大学物理系, 金华 321004)

(2018年4月23日收到; 2018年7月30日收到修改稿)

研究一维非局域三-五次非线性模型下, 暗孤子和多极暗孤子的新解和传输特性. 发现非局域程度和非线性参量变化对暗孤子的峰值和束宽产生影响, 并且在特定的竞争非局域非线性参数下存在稳定基态暗孤子和多极暗孤子的束缚态. 另外, 讨论了在局域自聚焦三次和非局域自散焦五次非线性介质中暗孤子和两极暗孤子的传输特性, 发现孤子比在自散焦三次和自聚焦五次的非线性介质中传输更加稳定. 进一步研究了单暗孤子和三极暗孤子的功率与传播常数和局域程度的关系, 并讨论了不同类型暗孤子的线性稳定性问题.

关键词: 非局域非线性介质, 自聚焦自散焦, 多极暗孤子

PACS: 42.70.Nq, 42.65.Tg, 42.65.Sf

DOI: 10.7498/aps.67.20180786

1 引言

Mihalache等^[1]在2006年提出一维非局域竞争三-五次(C-Q)非线性模型并研究了亮孤子和偶极孤子传输稳定性. Doktorov和Molchan^[2]根据Toda链模型给出了弱非局域C-Q介质中的多孤子(链孤子)的解析解, 并进一步数值分析孤子与孤子之间的相互补偿作用. 对于弱非局域C-Q介质, Tsoy^[3]研究了亮孤子和暗孤子的特点. 黄光侨和林机^[4]研究了非局域自聚焦三次和自散焦五次非线性介质中的多极亮孤子的存在条件和传输稳定性.

暗孤子中心位置光束场强为零, 远离中心位置光束场强逐渐增大最后两端趋于一个固定值. 近年来, 对非局域三次非线性介质的Snyder和Mitchell模型^[5]的暗孤子研究也越来越多. Nikolov等^[6]研究了暗孤子稳定束缚态的形成和长程相互作用. Gao等^[7]从实验和理论上研究了自散焦非局域非线性介质中的表面暗孤子特征. Ouyang等数值分析了暗孤子的特点^[8], 同时还研究了由多个暗孤子形成的束缚态特征和它们之间的相互作用^[9]. Fischer等^[10]研究表明空间横向倾斜暗条纹的相

互作用特征与介质的非局域非线性响应相关. Pu等^[11]发现, 只有自散焦非线性的向列液晶中存在暗孤子和灰孤子, 同时发现非局域非线性作用极大地影响了暗孤子和灰孤子的速度和束宽. 暗孤子在准一维的玻色-爱因斯坦凝聚中的碰撞等相互作用性质也有相应的研究^[12]. Krolkowski课题组^[13,14]利用变分方法研究了非局域三次非线性介质中的暗孤子的特性. 对于非局域非线性C-Q模型, 人们尝试从解析和数值方法研究暗孤子, 该课题组^[15]对该模型进行特定形变, 使用变分方法并结合数值分析, 研究了暗孤子的特点和相互作用. Xu等^[16]对非局域非线性中孤子的特性和稳定性进行了系统研究. 本文基于非局域非线性C-Q模型, 研究非局域非线性C-Q介质中不同暗孤子的特点和暗孤子之间的相互作用, 并研究三次非局域和五次局域中的暗孤子的束缚态存在性和稳定性.

2 非局域C-Q介质中暗孤子的物理模型

在一维竞争非局域非线性C-Q介质中光的传播, 满足以下无量纲化的非局域非线性薛定谔方程:

* 浙江省自然科学基金(批准号: LZ15A050001)和国家自然科学基金(批准号: 11675146, 11835011)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: linji@zjnu.edu.cn

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + (n_3 + n_5) \psi &= 0, \\ n_3 - d_3 \frac{\partial^2 n_3}{\partial x^2} &= a_3 |\psi|^2, \\ n_5 - d_5 \frac{\partial^2 n_5}{\partial x^2} &= a_5 |\psi|^4, \end{aligned} \quad (1)$$

其中, ψ 是光场振幅; $n_{3,5}$ 是光场诱导折射率; 自变量 x 和 z 分别表示光束宽度横向坐标和光传播方向的纵向坐标; 采用指数函数类型的非局域响应函数 $R_{3,5}(x) = 1/2d_{3,5}^{1/2} \exp(-|x|/d_{3,5}^{1/2})$, 该函数满足归一化条件 $\int_{-\infty}^{+\infty} R_{3,5}(x) dx = 1$; 参数 a_3 和 a_5 分别表示三次和五次的非线性强度, 它们取正值和负值分别对应非线性分量的自聚焦和自散焦; $d_{3,5}$ 代表三次和五次非线性对应的非局域程度 ($d_{3,5} \rightarrow 0$ 对应局域, $d_{3,5} \rightarrow \infty$ 对应强非局域). 事实上, 无量纲化的非局域非线性薛定谔方程 (1) 中的变量和参量与实际物理量之间由以下变换相联系 [17,18]

$$z = \frac{\xi}{kw_0^2}, \quad x = \frac{\eta}{w_0}, \quad \psi(x, z) = \frac{kw_0\sqrt{n_2} E(\eta, \xi)}{\sqrt{n_0} E_0},$$

其中 ξ, η 和 $E(\eta, \xi)$ 分别是实际光传播方向、横向坐标和光电场强度; 参量 $k = 2\pi n_0/\lambda; w_0, n_0, n_2$ 和 E_0 分别表示介质不考虑非线性效应时的波数、暗孤子光束的横向初始宽度、介质的线性折射率、介质的非线性折射率和光波电场强度的最大振幅. 在该非局域响应系统中暗孤子功率为

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} [|\psi(\pm\infty, z)|^2 - |\psi(x, z)|^2] dx.$$

假设耦合方程 (1) 的解为 $\psi(x, z) = w(x) \times \exp(ibz)$, 其中 $w(x)$ 为一个实函数, b 为孤子的传播常数, 方程 (1) 可化为

$$\begin{aligned} -bw + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (n_3 + n_5)w &= 0, \\ n_3 - d_3 \frac{\partial^2 n_3}{\partial x^2} &= a_3 |w|^2, \\ n_5 - d_5 \frac{\partial^2 n_5}{\partial x^2} &= a_5 |w|^4. \end{aligned} \quad (2)$$

当非局域程度 $d_{3,5} \rightarrow 0$, 根据文献 [19, 20], 方程 (2) 有如下解析解:

$$w^2(z) = 1 - \frac{2k^2}{a \pm b \cosh(2kz)}, \quad (3)$$

其中 $a = 8a_5/3, b = \sqrt{a^2 + 4a_5k^2}/3$, 孤子振幅 k 与孤子速度 v 的关系为 $k^2 + 2v^2 = 4a_5 - 2a_3$. 在竞争非局域三次自散焦和五次自聚焦非线性响应中, (3) 式中的“+”表示暗孤子, “-”表示灰孤子; 而在竞争非局域三次自聚焦和五次自散焦非线性响应

中, 仅存在“+”的暗孤子, 灰孤子的振幅为虚数 [21]. 这两种竞争非局域 C-Q 介质中的暗孤子模型和克尔介质中的暗孤子非常类似.

3 暗孤子解和传输稳定性

下面研究方程 (1) 中暗孤子解的特点. 结合文献 [22] 的暗孤子解, 采用牛顿迭代法对方程 (2) 进行求解, 得到暗孤子的幅值分布. 这里采用相对无限大区间对暗孤子进行牛顿迭代法求解, 得到的暗孤子解的两端具有振荡的尾部. 截取暗孤子的两端是平行 x 轴的, 故两端值不固定在某一个数上. 通过分步傅里叶方法可以验证暗孤子的传输稳定性. 为了防止暗孤子两端的振荡尾部干扰传输, 把两端弯曲区间的取值和暗孤子两边平行 x 轴的数值一样, 然后进行数值演化. 另外, 同时也对孤子的数值初值做了线性稳定性分析, 假设系统初值的扰动解为

$$\begin{aligned} \psi(x, z) &= \{u(x) + [v(x, z) + iw(x, z)] e^{\lambda z}\} e^{ibz}, \\ n_3(x, z) &= m_3(x) + h(x, z), \\ n_5(x, z) &= m_5(x) + g(x, z), \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $v(x, z), w(x, z), h(x, z), g(x, z)$ 是微扰小量; m_3, m_5 为 n_3, n_5 的数值初值. 将 (4) 式代入方程 (2), 忽略高阶小量, 可得关于 $v(x, z)$ 和 $w(x, z)$ 的线性方程:

$$\begin{aligned} \lambda v &= bw - \left[\frac{1}{2} w_{xx} + (m_3 + m_5)w \right], \\ \lambda w &= -bv + \frac{1}{2} v_{xx} + (m_3 + m_5)v \\ &\quad + u(\varphi_{1v} + \varphi_{2v}), \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \varphi_{1v} &= 2a_3 \int_{-\infty}^{\infty} R_3(x-x')u(x')v(x')dx', \\ \varphi_{2v} &= 4a_5 \int_{-\infty}^{\infty} R_5(x-x')u^3(x')v(x')dx', \end{aligned}$$

通过数值方法计算 λ , 若孤子给出的 λ 含有实数部分, 说明孤子是不稳定的.

在本节中, 设定传播常数 $b = -1$, 非线性参量 $|a_3| = 1$, 讨论在竞争非局域自散焦三次和自聚焦五次非线性介质中暗孤子的特点和传输稳定性. 图 1 给出了不同非局域程度下暗孤子的特点和稳定传输图, 从图 1(a) 可以看出, 在五次非局域程度 d_5 增大时, 暗孤子的两个凸出的驼峰逐渐降低, 而光场诱导的折射率的幅值升高. 然而, 从图 1(d) 发现, 在 d_3 逐渐增大时, 暗孤子的两个驼峰也相应增

高,同时折射率的幅值也随之增大.在图1中,非局域C-Q介质中的基态暗孤子始终保持稳定传输的状态.并且,根据线性稳定性分析,从数值上也进一步发现基态暗孤子在它存在区域均是稳定的,这与文献[23]中数值证明基态暗孤子下有稳定的束缚态结论相同.无论非局域程度 d_3 和 d_5 是否相等,

基态暗孤子解依然存在.大量的数值结果表明,并不是所有 a_5 自聚焦参量都能存在基态孤子解,当 $d_3 = 1, d_5 = 10$ 时,自聚焦五次非线性参量存在一个最大值 $a_5^m = 0.25$,只有 a_5 小于该最大值时才存在暗孤子解.当参数 $a_3 = -1, a_5 = 0.2, d_5 = 10$ 时的单暗孤子功率 P 与传播常数 b 的关系如图1(g)

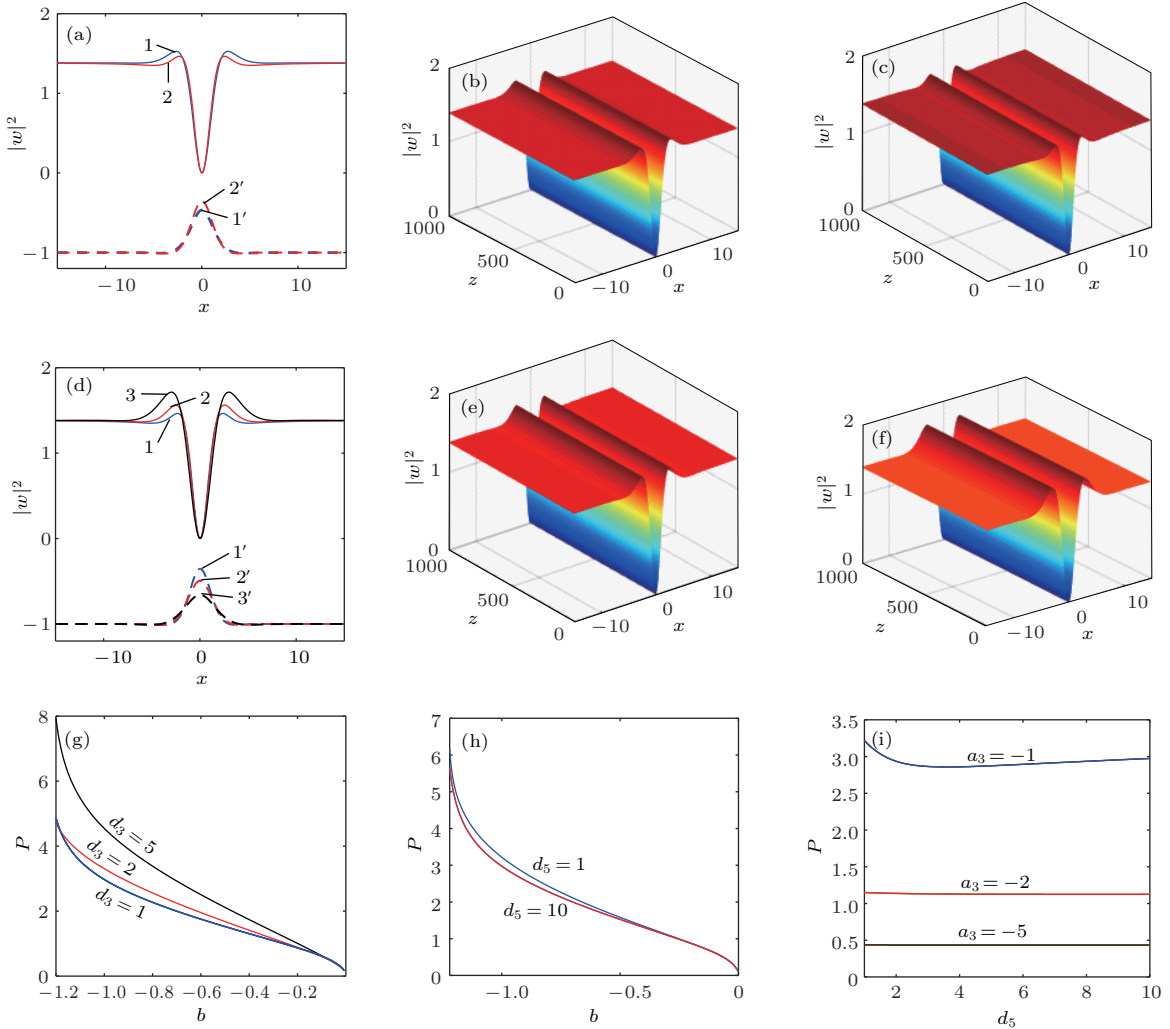


图1 不同非局域程度下暗孤子的特点和稳定传输图 (a) $a_5 = 0.2, d_3 = 1$ 时暗孤子光场波形, $d_5 = 1$ 对应蓝色实线1, $d_5 = 10$ 对应红色实线2, 虚线1'和2'分别是相应的折射率分布; (b) $a_5 = 0.2, d_3 = 1, d_5 = 1$ 时暗孤子传输; (c) $a_5 = 0.2, d_3 = 1, d_5 = 10$ 时暗孤子传输图; (d) $a_5 = 0.2, d_5 = 10$ 时暗孤子光场波形, $d_3 = 1$ 对应蓝色实线1, $d_3 = 2$ 对应红色实线2, $d_3 = 5$ 对应黑色实线3; 1', 2'和3'虚线分别是相应的折射率分布; (e) $a_5 = 0.2, d_3 = 2$ 和 $d_5 = 10$ 时暗孤子传输图; (f) $a_5 = 0.2, d_3 = 5$ 和 $d_5 = 10$ 时暗孤子传输图; (g) $a_3 = -1, a_5 = 0.2, d_5 = 10$ 时功率与传播常数的关系; (h) $a_3 = -1, a_5 = 0.2, d_3 = 1$ 时功率与传播常数的关系; (i) 功率与非局域程度 d_5 的关系图

Fig. 1. Characteristics and stable propagation of the dark solitons for different nonlocal parameters: (a) Soliton structure and induced refractive index when $a_5 = 0.2$ and $d_3 = 1$; blue solid curve 1 corresponds to $d_5 = 1$; red solid curve 2 corresponds to $d_5 = 10$; dash curves 1' and 2' are the corresponding refractive index curves; (b) propagation when $a_5 = 0.2$ and $d_3 = d_5 = 1$; (c) propagation when $a_5 = 0.2, d_3 = 1$ and $d_5 = 10$; (d) soliton structure and induced refractive index when $a_5 = 0.2$ and $d_5 = 10$; blue solid curve 1 corresponds to $d_3 = 1$; red solid curve 2 corresponds to $d_3 = 2$; black solid curve 3 corresponds to $d_3 = 5$; dash curves 1', 2', and 3' are the corresponding refractive index curves; (e) propagation when $a_5 = 0.2, d_3 = 2$ and $d_5 = 10$; (f) propagation when $a_5 = 0.2, d_3 = 5$ and $d_5 = 10$; (g) power versus the propagation constant when $a_3 = -1, a_5 = 0.2, d_5 = 10$; (h) power versus the propagation constant when $a_3 = -1, a_5 = 0.2, d_3 = 1$; (i) the power versus nonlocal parameters d_5 .

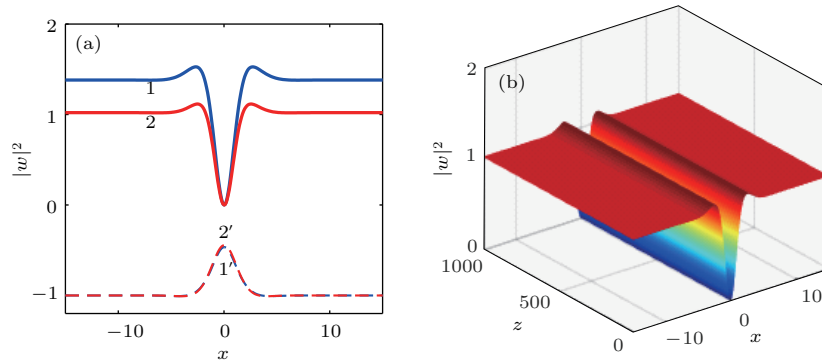


图2 不同非线性参量下暗孤子的特点和稳定传输图 (a) $d_3 = d_5 = 1$ 时暗孤子光场波形, 蓝色实线1 对应 $a_5 = 0.2$, 红色实线2 对应 $a_5 = 0.02$; 1' 和 2' 虚线分别是相应的折射率分布; (b) $d_3 = d_5 = 1, a_5 = 0.02$ 时暗孤子的传输图
 Fig. 2. Characteristic and stable propagation of the dark solitons for different nonlinear parameters: (a) Soliton structure and induced refractive index when $d_3 = d_5 = 1, a_5 = 0.2$ (blue solid curve 1) and $a_5 = 0.02$ (red solid curve 2); (b) propagation when $d_3 = d_5 = 1, a_5 = 0.2$.

所示, 可以发现, 当 d_3 取不同值并且 $b < 0$ 时, 单暗孤子功率是随 b 的减少而单调增加的, 在这样的区间内, 单孤子均存在. 图2 给出了不同非线性参量下暗孤子的特点和稳定传输图, 从图2(a)可以看

到, 当 a_5 的值减小时, 暗孤子的幅值也在减小, 而折射率只是在中心区域发生了微小的增长. 由此可知, 即使不改变传播常数 b , 暗孤子的幅值分布和 a_5 也存在着相应关系.

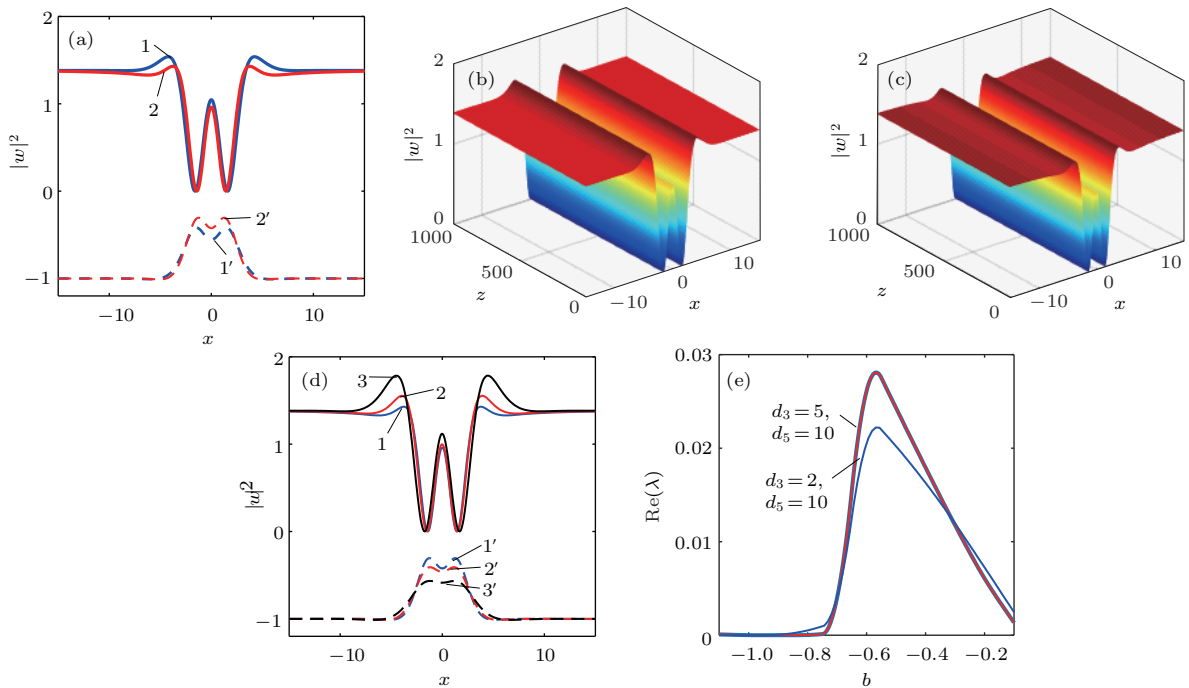


图3 不同非局域程度下两极暗孤子的光场波形和稳定传输的束缚态 (a) $d_3 = 1, d_5 = 1$ 时两极暗孤子光场波形 (蓝色实线1), $d_3 = 1, d_5 = 10$ 时两极暗孤子光场波形 (红色实线2), 1' 和 2' 虚线分别是相应的折射率分布; (b) $d_3 = 1, d_5 = 1$ 时两极暗孤子传输图; (c) $d_3 = 1, d_5 = 10$ 时两极暗孤子传输图; (d) $d_5 = 10, d_3 = 1$ 时两极暗孤子光场波形 (蓝色实线1), $d_5 = 10, d_3 = 2$ 时两极暗孤子光场波形 (红色实线2), $d_5 = 10, d_3 = 5$ 时两极暗孤子光场波形 (黑色实线3), 1', 2' 和 3' 虚线分别是相应的折射率分布; (e) 线性稳定性分析图, 扰动增长率实部与传播常数关系图 ($d_3 = 2, d_5 = 10$ 和 $d_3 = 5, d_5 = 10$)
 Fig. 3. Characteristic and stable propagation of the double-pole dark solitons for different nonlocal parameters: (a) Soliton structure and induced refractive index when $d_3 = d_5 = 1$ (blue solid curve 1) and $d_3 = 1, d_5 = 10$ (red solid curve 2); dash curves 1' and 2' are the corresponding refractive index curves; (b) propagation when $d_3 = d_5 = 1$; (c) propagation when $d_3 = 1$ and $d_5 = 10$; (d) soliton structure and induced refractive index at $d_5 = 10$ when $d_3 = 1$ (blue solid curve 1), $d_3 = 2$ (red solid curve 2), $d_3 = 5$ (black solid curve 3); dash curves 1', 2', and 3' are the corresponding refractive index curves; (e) real part of the perturbation growth rate for the double-pole dark solitons versus propagation constant at $d_3 = 2, d_5 = 10$ and $d_3 = 5, d_5 = 10$.

4 多极暗孤子的束缚态

研究发现, 在竞争非局域C-Q模型中存在两极暗孤子的束缚态. 对两极暗孤子进行数值分析前, 给定参数 $b = -1, a_3 = -1, a_5 = 0.2$, 然后研究在不同的 d_3 和 d_5 下束缚态的变化情况. 由图3(a)可以发现随着非局域程度 d_5 的增大, 两极暗孤子的幅值减小并且束宽变窄, 相应的折射率幅值增大而宽度变窄. 图3给出不同非局域程度下两极暗孤子的光场波形和稳定传输的束缚态, 由图3(b)和图3(c)可以看出, 两极暗孤子的束缚态能稳定传输. 并且在这些参量下, 改变传输常数, 两极暗孤子稳定性不变. 然而, 当 d_5 不变而 d_3 变大时, 图3(d)显示两极暗孤子的幅值和束宽同时增大, 而相应的折射率幅值和宽度减小. 图3(e)是两极暗孤子线性稳定性分析图, 在 $b = [-0.9, -1]$ 区域, 两极暗孤子是不

稳定的. 另外, 两极暗孤子束缚态的稳定性还与它们中间负区域大小和折射率的峰值分布有着密切关系. 图4给出了两极暗孤子不稳定的束缚态, 由图4(a)可以看出, 当折射率中心成一个波谷形状时, 两极暗孤子负区域越大, 即加绝对值后中心波峰越高, 两极距离越远. 因此中间负区域给两极暗孤子的排斥作用越大, 最终导致束缚态不稳定传输(见图4(b)). 如果两极暗孤子两侧向上的驼峰幅值分布大于向下的两极(见图4(d)), 则驼峰所引起的吸引作用比两极的排斥作用大, 驼峰向中间靠近和暗孤子的两极发生相互作用, 导致四极变成两极排斥传输(见图4(e)). 这些情况下的线性稳定性分析发现 λ 存在实数, 验证了它们的不稳定传输(见图4(c)和图4(f)).

在竞争非局域C-Q介质中能支持更高阶暗孤子的稳定束缚态, 图5给出了不同非局域程度下三极暗孤子的光场波形和稳定传输的束缚态. 在非局

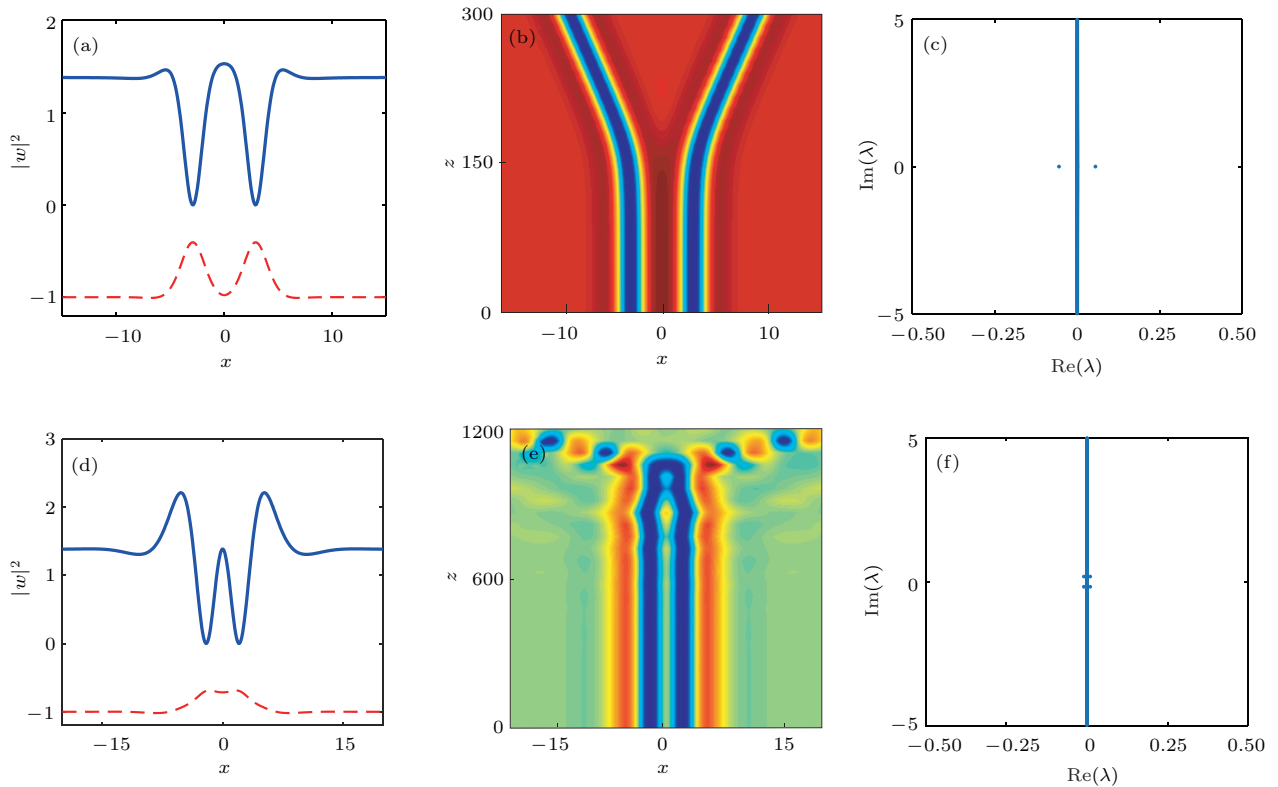


图4 两极暗孤子不稳定的束缚态 (a) $d_3 = 1, d_5 = 3$ 时两极暗孤子的光场波形图(蓝色实线)和诱导折射率(红色虚线); (b) $d_3 = 1, d_5 = 3$ 时对应的两极暗孤子的传输图; (c) 关于情形(a)的线性扰动增长率实部与虚部图谱; (d) $d_3 = 5, d_5 = 3$ 时两极暗孤子的光场波形图(蓝色实线)和诱导折射率(红色虚线); (e) $d_3 = 5, d_5 = 3$ 时对应的两极暗孤子的传输图; (f) 关于情形(d)的线性扰动增长率实部与虚部图谱

Fig. 4. Unstable propagation of the double-pole dark solitons: (a) Soliton structure (blue solid curve) and induced refractive index (red dash curve) when $d_3 = 1$ and $d_5 = 3$; (b) propagation when $d_3 = 1$ and $d_5 = 3$; (c) real part and imaginary part map of the perturbation growth rate for the case (a); (d) soliton structure (blue solid curve) and induced refractive index (red dash curve) when $d_3 = 5$ and $d_5 = 3$; (e) propagation when $d_3 = 5$ and $d_5 = 3$; (f) real part and imaginary part map of the perturbation growth rate for the case (d).

域程度 d_3 不变的情况下, 三极暗孤子的幅值和光束束宽会随着 d_5 的增大而减小 (见图 5(a)—(c)). 然而, 在 d_5 不变的情况下, 三极暗孤子的幅值和光束束宽会随着 d_3 的增大而增大. 光场诱导的折射率变化情况却恰恰与之相反 (见图 5(d)—(f)). 值得注意的是, 从图 5(d) 可以发现, 折射率分布曲线 3' 和其他两条非常不一样, 中间峰值更高, 提供给孤子更强的吸引作用来平衡强光场零点带来

的相互排斥作用. 图 5(g) 和图 5(h) 给出了当参数 $a_3 = -1, a_5 = 0.2, d_3 = 10$ 和 $a_3 = -1, a_5 = 0.2, d_3 = 1$ 时的三极暗孤子功率 P 与传播常数 b 的关系图. 可以看出, 当 d_3 和 d_5 取不同值并且 $b < 0$ 时, 功率是随 b 减少而单调增加的; 在这样的参数和传播常数取值区间内, 三极暗孤子均存在. 当三极暗孤子的每个孤子峰之间达到合适的距离时, 得到了三极暗孤子解, 如图 6(a) 所示, 此三极暗孤子构成

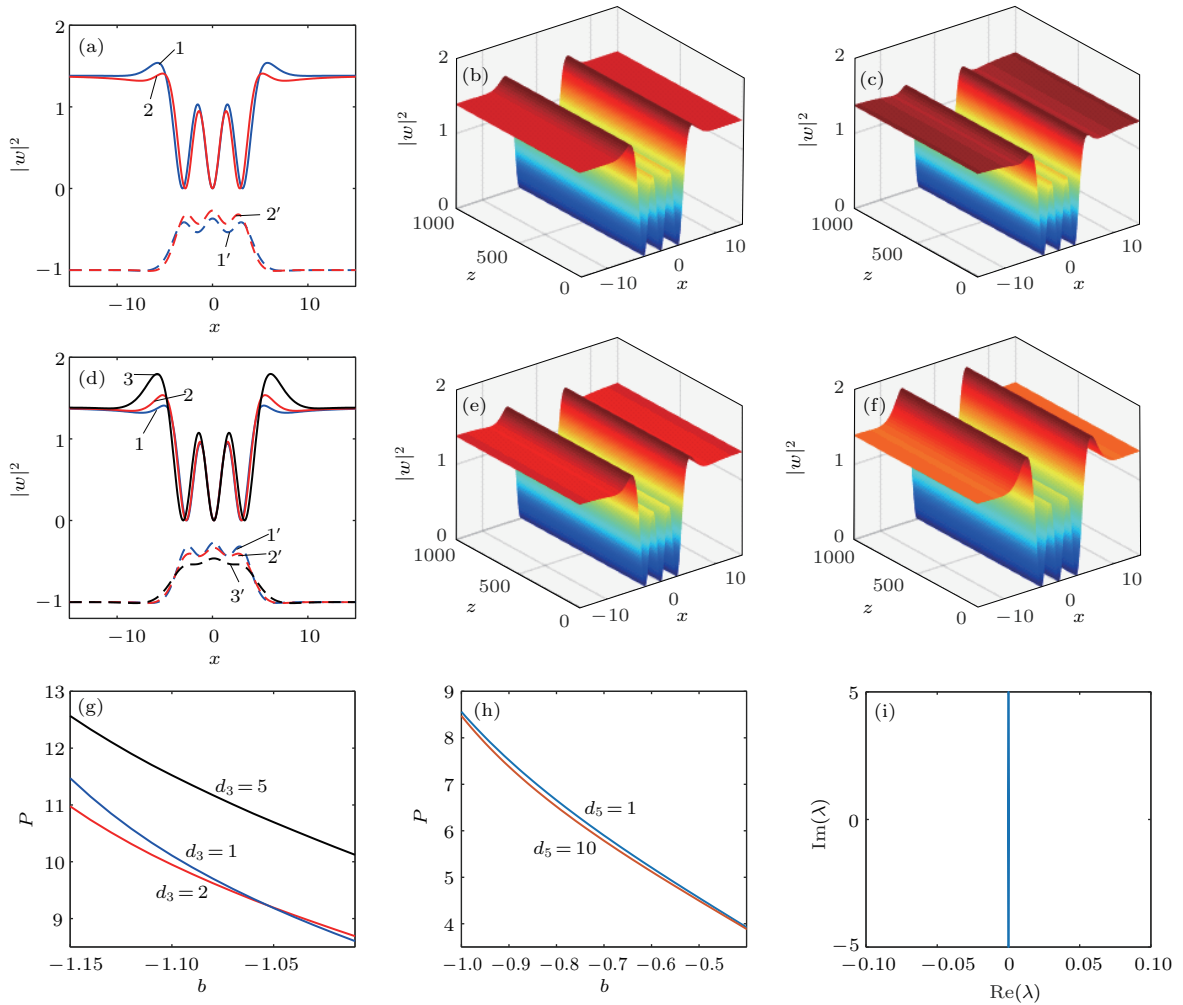


图 5 不同非局域程度下三极暗孤子的光场波形和稳定传输的束缚态 (a) $d_3 = 1, d_5 = 1$ 时三极暗孤子光场波形 (蓝色实线 1), $d_3 = 1, d_5 = 10$ 时三极暗孤子光场波形 (红色实线 2), 1' 和 2' 虚线分别是相应的折射率分布; (b) $d_3 = 1, d_5 = 1$ 时三极暗孤子传输图; (c) $d_3 = 1, d_5 = 10$ 时三极暗孤子传输图; (d) $d_5 = 10, d_3 = 1$ 时三极暗孤子光场波形 (蓝色实线 1), $d_5 = 10, d_3 = 2$ 时三极暗孤子光场波形 (红色实线 2), $d_5 = 10, d_3 = 5$ 时三极暗孤子光场波形 (黑色实线 3); 1', 2' 和 3' 虚线分别是相应的折射率分布; (e) $d_5 = 10, d_3 = 2$ 时三极暗孤子传输图; (f) $d_5 = 10, d_3 = 5$ 时三极暗孤子传输图; (g) $a_3 = -1, a_5 = 0.2, d_5 = 10$ 时功率与传播常数的关系; (h) $a_3 = -1, a_5 = 0.2, d_3 = 1$ 时功率与传播常数的关系; (i) $b = -0.5, d_3 = 1, d_5 = 1$ 时的线性扰动增长率实部与虚部图谱

Fig. 5. Characteristic and stable propagation of the tri-pole dark solitons for different nonlocal parameters: (a) Tri-pole soliton structure and induced refractive index when $d_3 = d_5 = 1$ (blue solid curve 1) and $d_3 = 1, d_5 = 10$ (red solid curve 2); dash curves 1' and 2' are the corresponding refractive index curves; (b) propagation when $d_3 = d_5 = 1$; (c) propagation when $d_3 = 1, d_5 = 10$; (d) soliton structure and induced refractive index at $d_5 = 10$ when $d_3 = 1$ (blue solid curve 1), $d_3 = 2$ (red solid curve 2), $d_3 = 5$ (black solid curve 3); dash curves 1', 2', and 3' are the corresponding refractive index curves; (e) propagation when $d_3 = 2$ and $d_5 = 10$; (f) propagation when $d_3 = 5$ and $d_5 = 10$; (g) power versus the propagation constant when $a_3 = -1, a_5 = 0.2, d_5 = 10$; (h) the power versus the propagation constant when $a_3 = -1, a_5 = 0.2, d_3 = 1$; (i) real part and imaginary part map of the perturbation growth rate when $b = -0.5, d_3 = 1, d_5 = 1$.

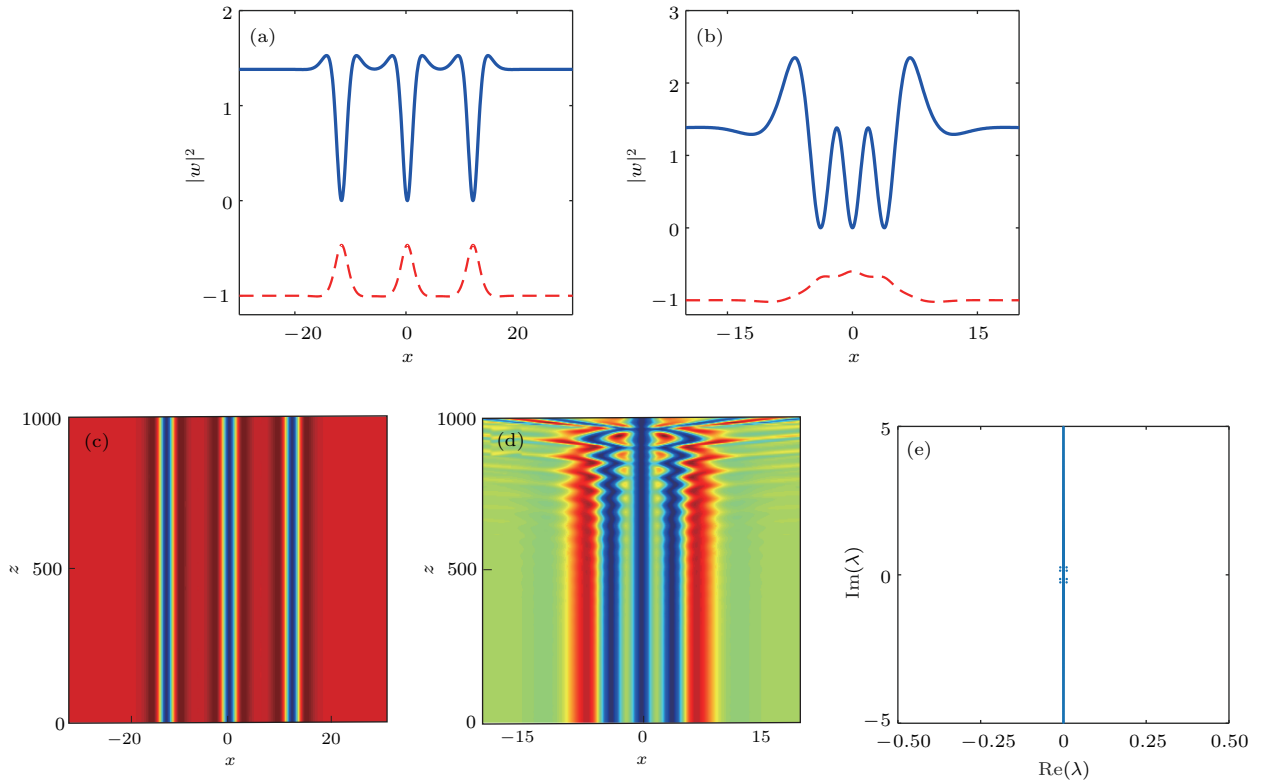


图6 三极暗孤子不同束缚态下的传输特征 (a) $d_3 = d_5 = 1$ 时三极暗孤子的光场波形 (蓝色实线) 和诱导折射率 (红色虚线); (b) $d_3 = 5, d_5 = 3$ 时三极暗孤子的光场波形 (蓝色实线) 和诱导折射率 (红色虚线); (c) $d_3 = d_5 = 1$, 孤子间距为 11.575 时三极暗孤子的传输图; (d) $d_3 = 5, d_5 = 3$ 时三极暗孤子的传输图; (e) $d_3 = 5, d_5 = 3$ 时的线性扰动增长率实部与虚部图谱

Fig. 6. Propagation of different tri-pole dark solitons: (a) Soliton structure (blue solid curve) and induced refractive index (red dash curve) when $d_3 = d_5 = 1$; (b) soliton structure (blue solid curve) and induced refractive index (red dash curve) when $d_3 = 5$ and $d_5 = 3$; (c) propagation when $d_3 = d_5 = 1$ and $L = 11.575$; (d) propagation when $d_3 = 5$ and $d_5 = 3$; (e) real part and imaginary part map of the perturbation growth rate when $d_3 = 5$ and $d_5 = 3$.

束缚态可以稳定传输, 见图 6(c). 三极暗孤子 (图 6(b)) 在非局域程度 $d_3 > d_5$ 的情况下, 仍然容易出现不稳定的束缚态, 如图 6(d) 和图 6(e) 所示. 而当五次非线性参量 $a_5 > 0.2$ 时不存在该特征的束缚态. 在上述三极暗孤子的存在区间, 随着传播系数 b 的改变三极暗孤子总是稳定传输的. 图 5(i) 给出了当 $b = -0.5, d_3 = d_5 = 1$ 时线性扰动增长率实部与虚部图, 此时 λ 只存在虚部, 能稳定传输. 然而, 在之前给定的参数条件下不存在稳定传输的更高阶暗孤子, 因此重新给定参数 $b = -2, a_3 = -0.5, a_5 = -0.3$, 找到稳定传输的四极暗孤子, 如图 7 所示. 在非局域程度 d_3 不变的情况下, 四极暗孤子的幅值和光束束宽会随着 d_5 的增大而增大, 见图 7(a)–(c). 在 d_5 不变的情况下, 四极暗孤子的幅值和光束束宽同样会随着 d_3 的增大而增大, 见图 7(d)–(f), 而光场诱导的折射率变化情况与之相反. 但是当四极暗孤子两两孤子峰之间距离加大 (见图 8(a)) 时, 则

出现了四极暗孤子不稳定的束缚态, 如图 8(b) 和图 8(c) 所示.

暗孤子越高阶越不容易存在稳定的束缚态, 但在严格的参数限定下, 仍能存在稳定传输的五极暗孤子, 如图 9 所示. 给定参数 $b = -2, a_3 = -0.8, a_5 = -0.5$ 时, 非局域程度的影响与四极暗孤子相同, 只是五极暗孤子的幅值、光束束宽以及对应的光场诱导折射率改变甚微. 即在非局域程度 d_3 不变的情况下, 五极暗孤子的幅值和光束束宽会随着 d_5 的增大而微小增大, 如图 9(a)–(c) 所示; 在 d_5 不变的情况下, 五极暗孤子的幅值和光束束宽同样会随着 d_3 的增大而微小增大, 如图 9(d)–(f) 所示. 光场诱导的折射率变化情况与之相反. 当 d_5 大于 6.1 时, 不再存在五极暗孤子. 为了验证竞争非局域 C-Q 非线性介质中并不容易稳定传输的五极暗孤子传输稳定性, 将方程 (2) 的初始输入加入白噪声 $\psi(x, z = 0) = w(x)[1 + \rho(x)]$, 其中 $\rho(x)$ 为高斯分布的随机噪声, 且方差 $\delta^2 = 0.01$. 利用分

步傅里叶方法进行数值模拟可以得到白噪声扰动下的五极暗孤子传输图像,如图10(a)和图10(b)所示,加了白噪声后的五极暗孤子仍能稳定地传输

到 $z = 600$ 之后更远的距离,同时可以发现,当 d_5 保持不变、 d_3 增加时,五极暗孤子束缚态稳定传输的距离会更远.

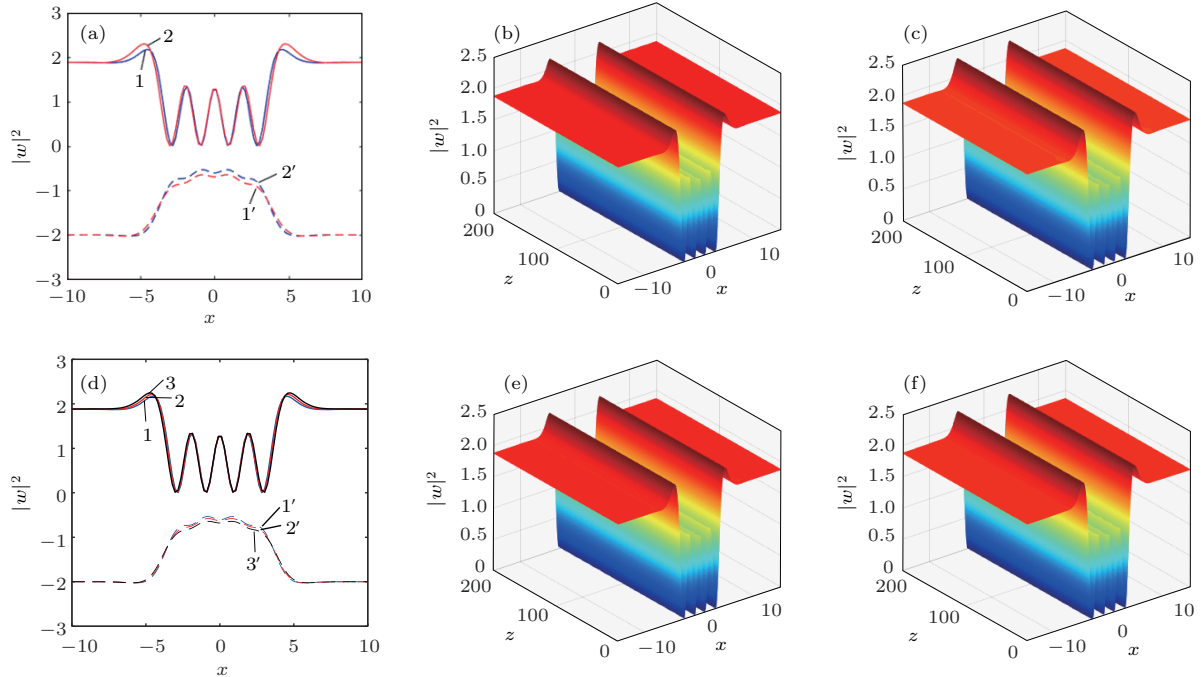


图7 不同非局域程度下四极暗孤子的光场波形和稳定传输的束缚态 (a) $d_3 = 1, d_5 = 1$ 时四极暗孤子光场波形 (蓝色实线1), $d_3 = 1, d_5 = 3$ 时四极暗孤子光场波形 (红色实线2), $1'$ 和 $2'$ 虚线分别是相应的折射率分布; (b) $d_3 = 1, d_5 = 1$ 时四极暗孤子传输图; (c) $d_3 = 1, d_5 = 3$ 时四极暗孤子传输图; (d) $d_5 = 1, d_3 = 1$ 时四极暗孤子光场波形 (蓝色实线1), $d_5 = 1, d_3 = 2$ 时四极暗孤子光场波形 (红色实线2), $d_5 = 1, d_3 = 4$ 时四极暗孤子光场波形 (黑色实线3), $1', 2'$ 和 $3'$ 虚线分别是相应的折射率分布; (e) $d_5 = 1, d_3 = 2$ 时四极暗孤子传输图; (f) $d_5 = 1, d_3 = 4$ 时四极暗孤子传输图

Fig. 7. Characteristic and stable propagation of the quadrupole dark solitons for different nonlocal parameters: (a) Soliton structure and induced refractive index when $d_3 = 1, d_5 = 1$ (blue solid curve 1) and $d_3 = 1, d_5 = 3$ (red solid curve 2); dash curves $1'$ and $2'$ are the corresponding refractive index curves; (b) propagation when $d_3 = 1, d_5 = 1$; (c) propagation when $d_3 = 1$ and $d_5 = 3$; (d) soliton structure and induced refractive index at $d_5 = 1$ when $d_3 = 1$ (blue solid curve 1), $d_3 = 2$ (red solid curve 2), $d_3 = 4$ (black solid curve 3); dash curves $1', 2',$ and $3'$ are the corresponding refractive index curves; (e) propagation when $d_3 = 2$ and $d_5 = 1$; (f) propagation when $d_3 = 4$ and $d_5 = 1$.

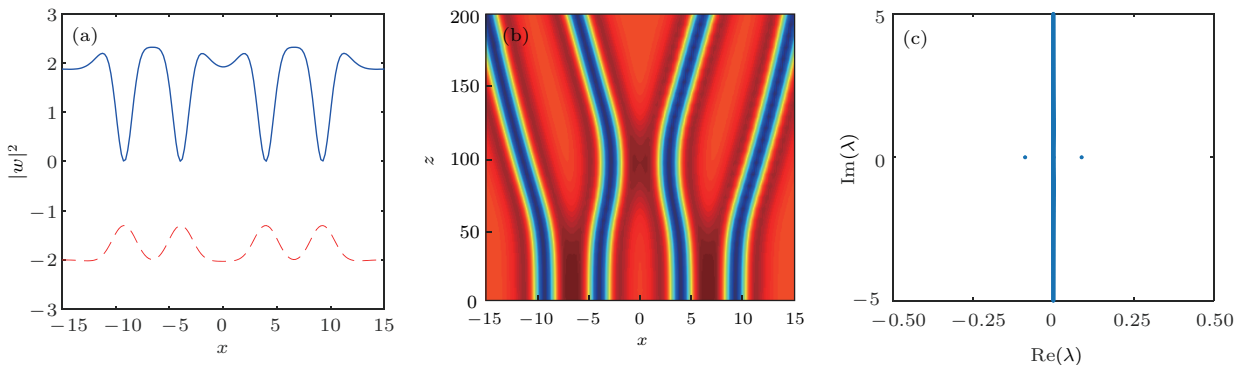


图8 四极暗孤子不稳定的束缚态 (a) $d_3 = 3, d_5 = 1.9$ 时四极暗孤子的光场波形图 (蓝色实线) 和诱导折射率 (红色虚线); (b) $d_3 = 3, d_5 = 1.9$ 时对应的四极暗孤子的传输图; (c) $d_3 = 3, d_5 = 1.9$ 时的线性扰动增长率实部与虚部图谱

Fig. 8. Unstable propagation of the quadrupole dark solitons: (a) Soliton structure (blue solid curve) and induced refractive index (red dash curve) when $d_3 = 3$ and $d_5 = 1.9$; (b) propagation when $d_3 = 3$ and $d_5 = 1.9$; (c) real part and imaginary part map of the perturbation growth rate when $d_3 = 3, d_5 = 1.9$.

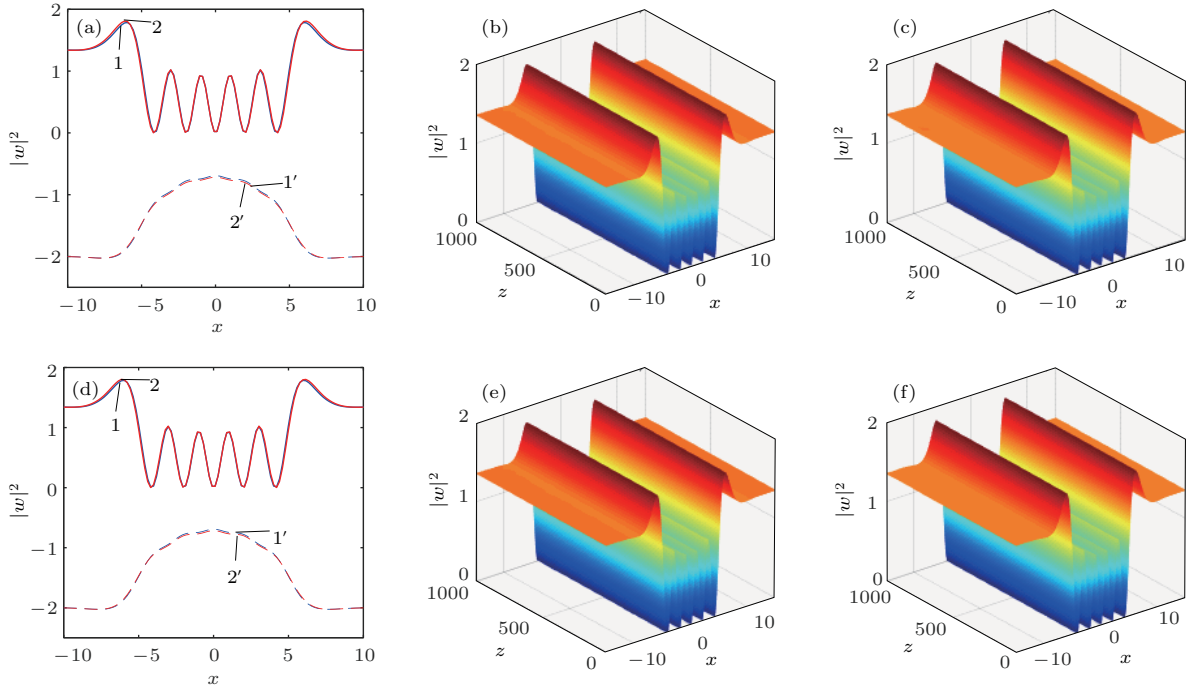


图9 不同非局域程度下五极暗孤子的光场波形和稳定传输的束缚态 (a) $d_3 = 3, d_5 = 5$ 时五极暗孤子光场波形 (蓝色实线 1), $d_3 = 3, d_5 = 6$ 时五极暗孤子光场波形 (红色实线 2), 1' 和 2' 虚线分别是相应的折射率分布; (b) $d_3 = 3, d_5 = 5$ 时五极暗孤子传输图; (c) $d_3 = 3, d_5 = 6$ 时五极暗孤子传输图; (d) $d_5 = 5, d_3 = 3$ 时五极暗孤子光场波形 (蓝色实线 1), $d_5 = 5, d_3 = 4$ 时五极暗孤子光场波形 (红色实线 2), 1', 2' 虚线分别是相应的折射率分布; (e) $d_5 = 5, d_3 = 3$ 时五极暗孤子传输图; (f) $d_5 = 5, d_3 = 4$ 时五极暗孤子传输图

Fig. 9. Characteristic and stable propagation of the penta-pole dark solitons for different nonlocal parameters: (a) Soliton structure and induced refractive index when $d_3 = 3, d_5 = 5$ (blue solid curve 1) and $d_3 = 3, d_5 = 6$ (red solid curve 2); dash curves 1' and 2' are the corresponding refractive index curves; (b) propagation when $d_3 = 3, d_5 = 5$; (c) propagation when $d_3 = 3, d_5 = 6$; (d) soliton structure and induced refractive index when $d_3 = 3, d_5 = 5$ (blue solid curve 1) and $d_3 = 4, d_5 = 5$ (red solid curve 2); dash curves 1' and 2' are the corresponding refractive index curves; (e) propagation when $d_5 = 5, d_3 = 3$; (f) propagation when $d_5 = 5, d_3 = 4$.

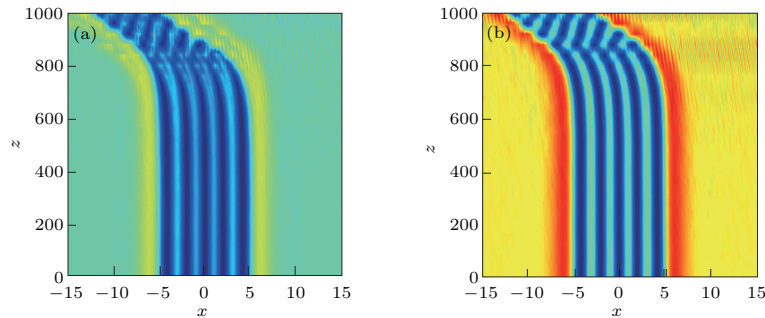


图10 加 $\delta^2 = 0.01$ 白噪声后五极暗孤子传输的束缚态 (a) $d_3 = 3, d_5 = 5$ 时五极暗孤子不稳定的传输图; (b) $d_3 = 4, d_5 = 5$ 时五极暗孤子不稳定的传输图

Fig. 10. Characteristic and propagation of the penta-pole dark solitons with the white noise of $\delta^2 = 0.01$: (a) Propagation with the white noise when $d_3 = 3, d_5 = 5$; (b) propagation with the white noise when $d_3 = 4, d_5 = 5$.

若将无量纲化的方程 (1) 转化为实际物理量纲, 对于单暗孤子 (图 1) 情形, 选择非局域非线性性的若丹明 B 水溶液 (浓度 0.1 mmol/L) 为介质, 该溶液对光具有强吸收性质是一种自散焦介质, 当选择输入光的波长为 532 nm, 输入暗孤子的横向

宽度 $w_0 = 25 \mu\text{m}$, 功率为 1.0 W, 线性折射率 n_0 为 1.3, 非线性折射率 $n_2 = 4.0 \times 10^{-11} \text{m}^2/\text{W}$ 时 [17], 根据数值计算结果, 可估算得单暗孤子的实际横向宽度约为 $23.2 \mu\text{m}$. 输入光波长和暗孤子的横向宽度以及功率取值同单暗孤子情形一样, 同时, 在

满足数值计算要求的实验参数下, 对非局域程度 $d_3 = 3, d_5 = 5$ 时的五极暗孤子 (图 9 (b)), 可计算其实际宽度约为 $110.5 \mu\text{m}$.

5 局域三次和非局域五次介质中的暗孤子

在一维局域三次和非局域五次非线性介质中, 光场振幅 ψ 、横坐标上的光束宽度 x 和纵向坐标上的衍射长度 z , 满足以下非局域非线性薛定谔方程:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + a_3 |\psi|^2 \psi + \psi n = 0, \quad (6)$$

式中 n 是高阶项下的诱导折射率, 可表达为

$$n = a_5 \int_{-\infty}^{+\infty} R(x-x') |\psi(x', z)|^4 dx', \quad (7)$$

其中, 非局域五次的响应函数 $R(x) = 1/2d_5^{1/2} \times \exp(-|x|/d_5^{1/2})$, 参数 a_3 和 a_5 分别表示三次和五次的非线性强度, 取正值和负值分别对应非线性分量的自聚焦和自散焦, d_5 代表五次非线性对应的非局域程度. 假设方程 (4) 的解的形式为 $\psi(x, z) = w(x) \exp(ibz)$, 其中 $w(x)$ 为实函数, b 为传播常数. 为了研究暗孤子的一些特点, 设 $w(x) = \tanh(x)$ 为一个试探解, 并且令 $b = -1$, 通过牛顿迭代法对方程 (4) 进行数值求解分析.

下面讨论方程 (4) 和 (5) 的暗孤子解和折射率分布特点. 图 11 给出了不同非局域和非线性介质中暗孤子的光场波形和稳定传输图像, 从图 11 (a) 看到, 在自聚焦三次和非局域自散焦五次非线性介质中, 基态暗孤子的波形和折射率分布与非局域 C-Q 介质非常类似. 随着非局域程度 d_5 的增大,

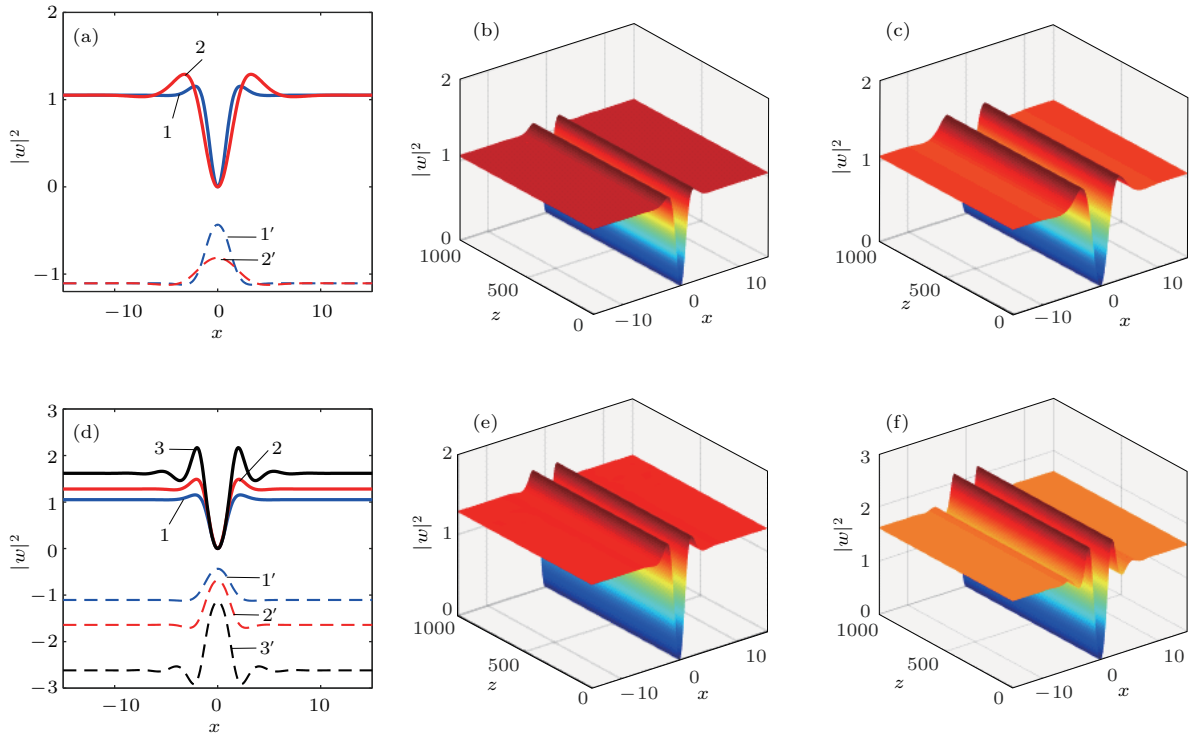


图 11 不同非局域和非线性介质中暗孤子的光场波形和稳定传输图像 (a) $a_3 = 0.1, a_5 = -1$ 时暗孤子光场波形, $d_5 = 1$ 对应蓝色实线 1, $d_5 = 10$ 对应红色实线 2, 虚线 1' 和 2' 分别是相应的折射率分布; (b) $a_3 = 0.1, a_5 = -1, d_5 = 1$ 时暗孤子传输; (c) $a_3 = 0.1, a_5 = -1, d_5 = 10$ 时暗孤子传输; (d) $a_5 = -1, d_5 = 1$ 时暗孤子光场波形; $a_3 = 0.1$ 对应蓝色实线 1, $a_3 = 0.5$ 对应红色实线 2, $a_3 = 1$ 对应黑色实线 3; 1', 2' 和 3' 虚线分别是相应的折射率分布; (e) $a_5 = -1, d_5 = 1, a_3 = 0.5$ 时暗孤子传输图; (f) $a_5 = -1, d_5 = 1, a_3 = 1$ 时暗孤子传输图

Fig. 11. Characteristic and stable propagation of the dark solitons for different nonlocal and nonlinear parameters: (a) Soliton structure and induced refractive index when $a_3 = 0.1$ and $a_5 = -1$; blue solid curve 1 corresponds to $d_5 = 1$; red solid curve 2 corresponds to $d_5 = 10$; dash curves 1' and 2' are the corresponding refractive index curves; (b) propagation when $a_3 = 0.1, a_5 = -1$ and $d_5 = 1$; (c) propagation when $a_3 = 0.1, a_5 = -1$ and $d_5 = 10$; (d) soliton structure and induced refractive index when $a_5 = -1$ and $d_5 = 1$; blue solid curve 1 corresponds to $a_3 = 0.1$; red solid curve 2 corresponds to $a_3 = 0.5$; black solid curve 3 corresponds to $a_3 = 1$; dash curves 1', 2', and 3' are the corresponding refractive index curves; (e) propagation when $a_5 = -1, d_5 = 1$ and $a_3 = 0.5$; (f) propagation when $a_5 = -1, d_5 = 1$ and $a_3 = 1$.

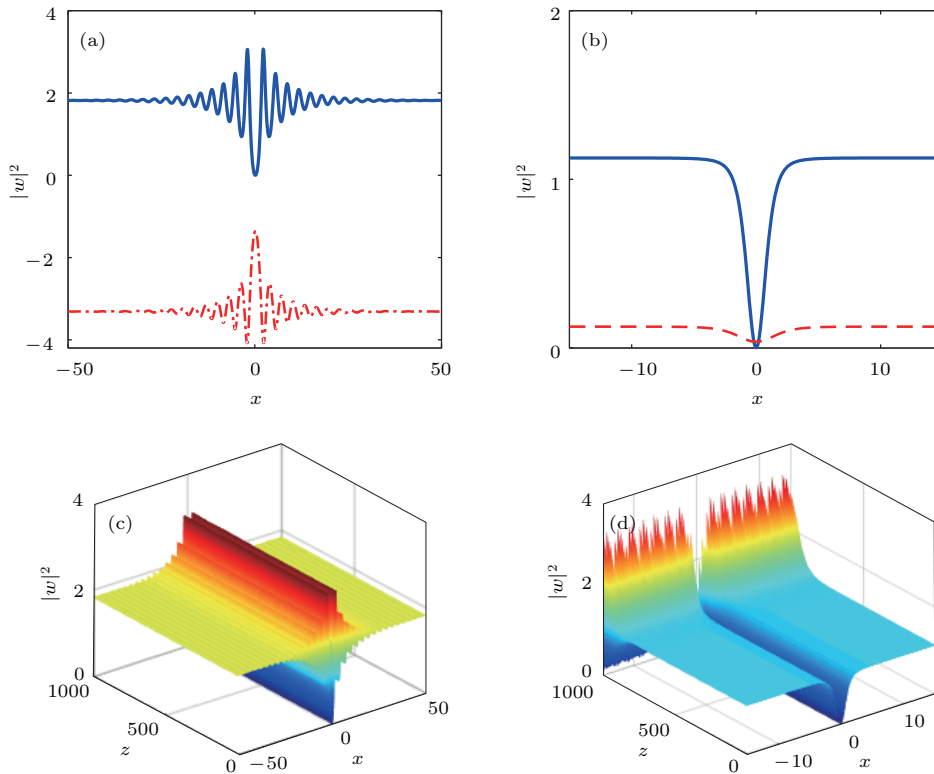


图 12 不同非线性介质中暗孤子的光场波形和传输的稳定性 (a) $a_3 = 1.27, a_5 = -1, d_5 = 1$ 时暗孤子的光场波形 (蓝色实线) 和诱导折射率 (红色虚线); (b) $a_3 = -1, a_5 = 0.1, d_5 = 1$ 时暗孤子的光场波形 (蓝色实线) 和诱导折射率 (红色虚线); (c) $a_3 = 1.27, a_5 = -1, d_5 = 1$ 时暗孤子的传输图; (d) $a_3 = -1, a_5 = 0.1, d_5 = 1$ 时暗孤子的传输图

Fig. 12. Characteristic and stable propagation of the dark solitons for different nonlinear parameters: (a) Soliton structure (blue solid curve) and induced refractive index (red dash curve) when $a_3 = 1.27, a_5 = -1$ and $d_5 = 1$; (b) soliton structure (blue solid curve) and induced refractive index (red dash curve) when $a_3 = -1, a_5 = 0.1$ and $d_5 = 1$; (c) propagation when $a_3 = 1.27, a_5 = -1$ and $d_5 = 1$; (d) propagation when $a_3 = -1, a_5 = 0.1$ and $d_5 = 1$.

孤子的两个驼峰升高, 光束束宽也同时增大, 而光场诱导的折射率的幅值变小, 宽度展宽. 在不同参数下, 基态暗孤子都具有很好的传输稳定性, 如图 11 (b) 和图 11 (c) 所示. 但从图 11 和图 12 发现, 折射率两端并不像非局域 C-Q 介质下那样固定于某一值 (非局域 C-Q 介质中 $n_{\min} = 1$), 其两端的绝对值随着自聚焦非线性参量 a_3 的增大而增大. 如图 12 (d) 所示, 基态暗孤子的幅值和光束束宽也随着 a_3 的增大而增大. 因此, 孤子在光强为零的地方产生的强排斥作用和诱导折射率产生的强吸引作用平衡, 实现了基态暗孤子的稳定传输, 如图 11 (e) 和图 11 (f) 所示. 值得注意的是, 在非线性参量 a_3 继续增大的情况下, 暗孤子两个驼峰尾部也逐渐有波浪形的孤波产生. 当 $a_3 = 1.27$ 时, 从图 12 (a) 看到暗孤子变成了呼吸孤子, 并且能稳定传输, 如图 12 (c) 所示. 在非线性参量 $a_3 > 1.27$ 时基态暗孤子不复存在. 相应于图 12 (b) 和图 12 (d), 暗孤子在自散焦三次和非局域自聚焦五次非线性的介质中变得非常不稳定. 折射率分布在 x 轴的上半部

分, 引起暗孤子两端的振荡, 进而产生多个孤子峰造成暗孤子的不稳定.

在局域三次和非局域五次非线性的介质中依然支持多极暗孤子的束缚态. 图 13 给出了自聚焦三次和自散焦五次非线性介质中两极暗孤子的束缚态. 从图 13 (a) 可以看出, 两极暗孤子与基态暗孤子一样, 束缚态的驼峰和束宽都随着非局域程度 d_5 的增大而增大, 光场诱导的折射率幅值减小. 在非局域程度的变化区间内, 两极暗孤子始终有稳定的束缚态. 其他参量不变, 当非线性 a_3 逐渐增大时, 两极暗孤子波形会整体向上移动, 并且驼峰升高, 两侧开始出现振荡波形, 而折射率分布下降, 峰值增大, 也出现了振荡波形, 如图 13 (d) 所示. 两极暗孤子在 $a_3 > 1.18$ 时开始出现不稳定传输, 如图 13 (f) 所示, 仔细观察该图发现, 束缚态的振荡波形像水波一样, 不断向外跌宕传输, 这必定会引起两极暗孤子最终排斥发散传输. 当非线性参数 $a_3 > 1.27$ 时不存在两极暗孤子的束缚态.

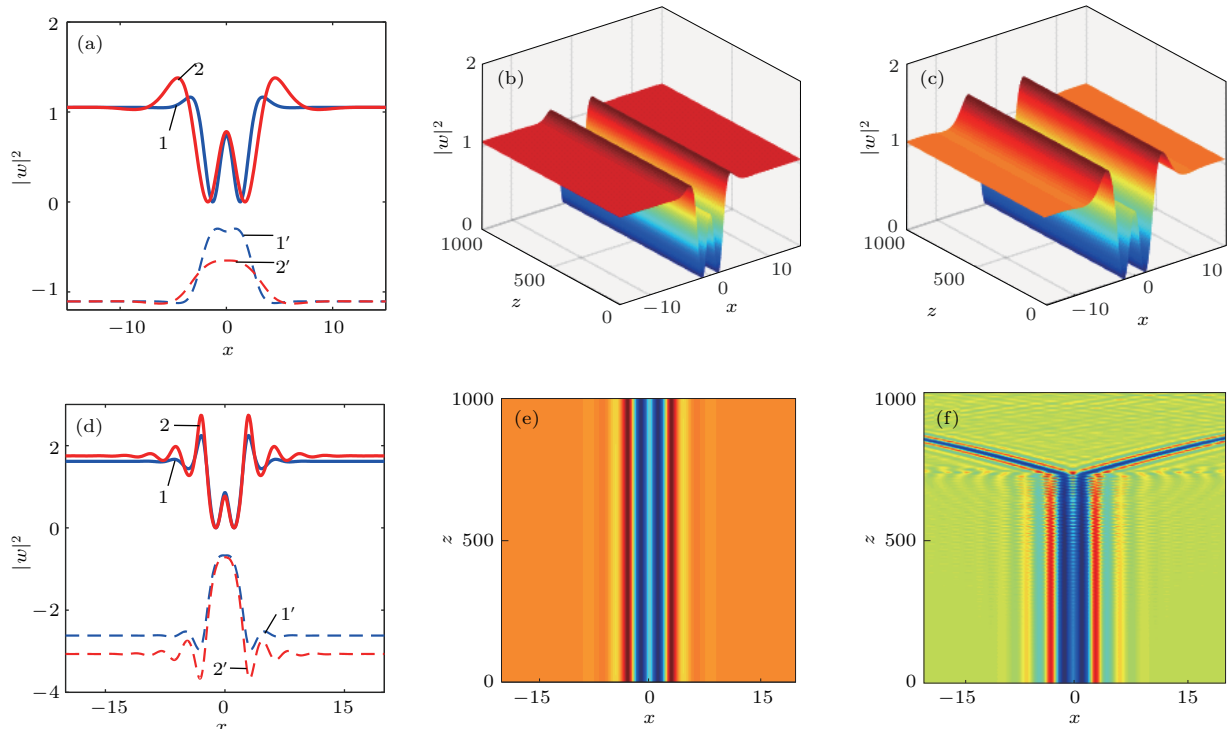


图 13 不同非局域和非线性介质中两极暗孤子的束缚态和传输的稳定性 (a) $a_3 = 0.1, a_5 = -1$ 时两极暗孤子光场波形, $d_5 = 1$ 对应蓝色实线 1, $d_5 = 10$ 对应红色实线 2, 虚线 1' 和 2' 分别是相应的折射率分布; (b) $a_3 = 0.1, a_5 = -1, d_5 = 1$ 时两极暗孤子传输; (c) $a_3 = 0.1, a_5 = -1, d_5 = 10$ 两极暗孤子传输; (d) $a_5 = -1, d_5 = 1$ 时两极暗孤子光场波形; $a_3 = 0.1$ 时为蓝色实线 1, $a_3 = 0.5$ 时为红色实线 2, $a_3 = 1$ 时为黑色实线 3; 1', 2' 和 3' 虚线分别是相应的折射率分布; (e) $a_5 = -1, d_5 = 1, a_3 = 1$ 时微振荡两极暗孤子传输图; (f) $a_5 = -1, d_5 = 1, a_3 = 1.18$ 时微振荡两极暗孤子传输图

Fig. 13. Characteristic and stable propagation of the double-pole dark solitons for different nonlocal nonlinear parameters: (a) Soliton structure and induced refractive index when $a_3 = 0.1$ and $a_5 = -1$; blue solid curve 1 corresponds to $d_5 = 1$; red solid curve 2 corresponds to $d_5 = 10$; dash curves 1' and 2' are the corresponding refractive index curves; (b) propagation when $a_3 = 0.1, a_5 = -1$ and $d_5 = 1$; (c) propagation when $a_3 = 0.1, a_5 = -1$ and $d_5 = 10$; (d) soliton structure and induced refractive index when $a_5 = -1$ and $d_5 = 1$; blue solid curve 1 corresponds to $a_3 = 0.1$; red solid curve 2 corresponds to $a_3 = 0.5$; black solid curve 3 corresponds to $a_3 = 1$; dash curves 1', 2', and 3' are the corresponding refractive index curves; (e) propagation when $a_5 = -1, d_5 = 1$ and $a_3 = 1$; (f) propagation when $a_5 = -1, d_5 = 1$ and $a_3 = 1.18$.

6 结 论

本文研究了非局域 C-Q 介质中的基态暗孤子以及多极暗孤子的特点. 首先, 研究了自散焦三次和自聚焦五次非线性中的暗孤子的幅值和束宽受非局域程度的影响. 结果表明, 非线性参量不仅对孤子的幅值增长造成影响, 而且与孤子上下平移有着密切关系, 但是光场诱导的折射率两端值始终是一个固定值. 数值分析结果发现, 基态暗孤子可以稳定传输, 两极和三极暗孤子也存在稳定的束缚态, 对于更高极暗孤子, 选择合适的非局域常数和传播常数, 仍然可以得到稳定传输的四极和五极暗孤子, 但是对于一些五极暗孤子, 远距离传输将是不稳定的. 通过线性稳定性分析发现, 两极暗孤子存在不稳定区域; 而对于其他情形, 线性稳定性分

析结果与传播的稳定性结果一致. 其次, 讨论了局域三次和非局域五次非线性介质中基态暗孤子和两极暗孤子的特点. 结果表明, 暗孤子和两极暗孤子的幅值和束宽都受非局域程度和非线性参量的影响. 而诱导的折射率两端值则会因为三次非线性参量的改变而改变. 暗孤子和两极暗孤子的束缚态在自聚焦三次和非局域自散焦五次非线性下传输更容易稳定, 而在自散焦三次和非局域自聚焦五次非线性中发散不稳定.

参考文献

- [1] Mihalache D, Mazilu D, Lederer F, Crasovan L C, Kartashov Y V, Torner L, Malomed B A 2006 *Phys. Rev. E* **74** 066614
- [2] Doktorov E V, Molchan M A 2008 *J. Phys. A: Math. Theor.* **41** 315101

- [3] Tsoy E N 2010 *Phys. Rev. A* **82** 063829
- [4] Huang G Q, Lin J 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 054208 (in Chinese) [黄光桥, 林机 2017 物理学报 **66** 054208]
- [5] Snyder A W, Mitchell D J 1997 *Science* **276** 1538
- [6] Nikolov N I, Neshev D, Krolikowski W, Bang O, Rasmussen J J, Christiansen P L 2004 *Opt. Lett.* **29** 286
- [7] Gao X H, Wang J, Zhou L H, Yang Z J, Ma X K, Lu D Q, Guo Q, Hu W 2014 *Opt. Lett.* **39** 3760
- [8] Quyang S G, Guo Q 2009 *Opt. Express* **17** 5170
- [9] Quyang S G, Hu W, Guo Q 2012 *Chin. Phys. B* **21** 040505
- [10] Fischer R, Neshev D N, Krolikowski W, Kivshar Y S, Castillo D I, Cerda S C, Meneghetti M R, Caetano D P, Hickman J M 2006 *Opt. Lett.* **31** 3010
- [11] Pu S Z, Hou C F, Zhan K Y, Yuan C X 2012 *Phys. Scr.* **85** 015402
- [12] Bland T, Edmonds M J, Proukakis N P, Martin A M, O'Dell D H J, Parker N G 2015 *Phys. Rev. A* **92** 063601
- [13] Kong Q, Wang Q, Bang O, Krolikowski W 2010 *Opt. Lett.* **35** 2152
- [14] Kong Q, Wang Q, Bang O, Krolikowski W 2010 *Phys. Rev. A* **82** 013826
- [15] Chen W, Shen M, Kong Q, Shi J L, Wang Q, Krolikowski W 2014 *Opt. Lett.* **39** 1764
- [16] Xu Z Y, Kartashov Y V, Torner L 2005 *Opt. Lett.* **30** 3171
- [17] Zhou L H, Gao X H, Yang Z J, Lu D Q, Guo Q, Cao W W, Hu W 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 044208 (in Chinese) [周罗红, 高星辉, 杨振军, 陆大全, 郭旗, 曹伟文, 胡巍 2011 物理学报 **60** 044208]
- [18] Ghofraniha N, Amato L, Folli V, Trillo S, DelRe E, Conti C 2012 *Opt. Lett.* **37** 2325
- [19] Pelinovsky D E, Kivshar Y S, Afanasjev V V 1996 *Phys. Rev. E* **54** 2015
- [20] Kivshar Y S, Afansjev V V, Snyder A W 1996 *Opt. Commun.* **126** 348
- [21] Zhou Z X, Du Y W, Hou C F, Tian H, Wang Y 2011 *J. Opt. Soc. Am. B* **28** 1583
- [22] Hu Y H, Lou S Y 2015 *Commun. Theor. Phys.* **64** 665
- [23] Gao X H, Zhang C Y, Tang D, Zheng H, Lu D Q, Hu W 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 044214 (in Chinese) [高星辉, 张承云, 唐冬, 郑晖, 陆大全, 胡巍 2013 物理学报 **62** 044214]

Multi-pole dark solitons in nonlocal and cubic-quintic nonlinear medium*

Zheng Yi-Fan Huang Guang-Qiao Lin Ji[†]

(Department of Physics, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China)

(Received 23 April 2018; revised manuscript received 30 July 2018)

Abstract

In this paper, we mainly simulate the characteristics of the ground state dark soliton and the multipole dark soliton in the nonlocal and cubic-quintic nonlinear medium. Firstly, the influences of the degree of nonlocality on the amplitude and the width of the dark soliton in the self-defocusing cubic- and self-focusing quintic-nonlinear medium are studied. Secondly, we find the nonlinear parameters affecting the amplitude values of solitons, but the refractive index induced by the light beam is always a fixed value. The numerical results show that the ground state dark soliton can be propagated stably along the z axis, and the stable states of the dipole soliton and the dark tri-pole and quadru-pole solitons are stable. However, some quadru-pole dark soliton is unstable after propagating the remote distance. Furthermore, we also discuss the characteristics of the ground state dark soliton and the dark dipole soliton in the local cubic-nonlinear and nonlocal quintic nonlinear media. Both the amplitude and the beam width of the dark ground state soliton and dark dipole soliton are also affected by the degree of nonlocality and nonlinearity. Two boundary values of the induced refractive index change with the variations of the three nonlinear parameters. The dark soliton and the dipole dark soliton are more stable in the self-focusing cubic nonlinear and the nonlocal self-defocusing quintic nonlinear medium than those in the self defocusing cubic nonlinear and nonlocal self-focusing quintic nonlinear medium. The powers of single dark soliton and dark tri-pole soliton decrease monotonically with the increase of propagation constant when the cubic-quintic nonlinearities are certain values and these degrees of nonlocalities are taken different values. Furthermore, we also analyze linear stabilities of various nonlocal spatial dark solitons. And we find that the dipole dark soliton is unstable when the propagation constant is in the region $[-0.9, -1.0]$. These properties of linear stabilities of other multi-pole dark solitons are the same as their propagation properties.

Keywords: nonlocal and nonlinear media, multi-pole dark soliton, stability

PACS: 42.70.Nq, 42.65.Tg, 42.65.Sf

DOI: 10.7498/aps.67.20180786

* Project supported by the Natural Science Foundation of Zhejiang Province, China (Grant No. LZ15A050001) and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11675146, 11835011).

[†] Corresponding author. E-mail: linji@zjnu.edu.cn