

海洋湍流中光波特征参量和短期光束扩展的研究

吴彤 季小玲 李晓庆 王欢 邓宇 丁洲林

Characteristic parameters of optical wave and short-term beam spreading in oceanic turbulence

Wu Tong Ji Xiao-Ling Li Xiao-Qing Wang Huan Deng Yu Ding Zhou-Lin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 224206 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20181033

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20181033>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I22>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

随机电磁高阶 Bessel-Gaussian 光束在海洋湍流中的传输特性

Propagation of stochastic electromagnetic high-order Bessel-Gaussian beams in the oceanic turbulence

物理学报.2017, 66(12): 124205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.124205>

基于分光光度法痕量重金属传感模型和影响因素的研究

Study on the influence factors of the concentration of heavy metals by spectrophotometry

物理学报.2017, 66(7): 074206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.074206>

粗糙海面和高斯分布激光光束的反射模型推导

Modeling of Gaussian laser beam reflection from rough sea surface

物理学报.2016, 65(14): 144204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.144204>

部分相干环状偏心光束通过海洋湍流的传输特性

Propagation characteristics of partially coherent decentred annular beams propagating through oceanic turbulence

物理学报.2015, 64(20): 204206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.204206>

不同光照条件下水下成像背景光的建模与研究

Modeling and simulation of the background light in underwater imaging under different illumination conditions

物理学报.2015, 64(10): 104201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.104201>

海洋湍流中光波特征参量和短期光束扩展的研究*

吴彤 季小玲[†] 李晓庆 王欢 邓宇 丁洲林

(四川师范大学物理与电子工程学院, 成都 610068)

(2018年5月28日收到; 2018年9月13日收到修改稿)

Nikishov 等建立的海洋湍流功率谱模型中, 假设了海水有着稳定的分层. 但是, 实际海水通常不是稳定分层的, 温度与盐度的涡流扩散率是不相等的. 2017年, Elamassie 等建立了考虑这些因素的更合理的海洋湍流功率谱模型. 湍流介质中光波空间相干长度等基本特征参量在表征湍流强度和光传输相位校正技术等方面起着重要作用. 本文基于 Elamassie 海洋湍流功率谱模型, 重新推导出了海洋湍流中光波结构函数、光波空间相干长度和 Fried 参数的解析公式, 并校验了所得公式的正确性. 研究发现: 当温度变化引起的光学湍流占主导地位时, Nikishov 海洋湍流功率谱模型把湍流强度低估了; 当盐度变化引起的光学湍流占主导地位时, Nikishov 海洋湍流功率谱模型把湍流强度高估了. 基于 Elamassie 海洋湍流功率谱模型, 本文推导出了高斯光束短期光束扩展的半解析公式, 并验证了其正确性. 研究还表明: 海水稳定分层与否, 短期光束扩展差异很大. 本文研究结果对水下湍流环境中的光通信、成像和传感等应用具有重要意义.

关键词: 海洋湍流, 波结构函数, 空间相干长度和 Fried 参数, 短期光束扩展

PACS: 42.68.Xy, 42.25.Dd, 42.25.Kb, 42.25.Fx

DOI: 10.7498/aps.67.20181033

1 引言

在湍流介质中光学传递函数取决于光波结构函数, 而光波空间相干长度是表征湍流中光波结构函数的唯一参量, 它在表征湍流强度和光传输相位校正技术中起着重要作用^[1,2]. 目前, 大气湍流中光波特征参量(如光波结构函数、光波空间相干长度、Fried 参数和光波闪烁指数等)的研究理论已较成熟. 与大气湍流不同, 海洋湍流是由温度和盐度变化引起水折射率起伏而造成的^[3]. 近年来, 由于水下光通信、成像和传感等应用的兴起, 海洋湍流对光波传输特性和成像特性影响的研究受到了极大的重视^[4-16]. 2014年, Lu 等^[4]推导出了海洋湍流中波结构函数和空间相干长度的解析公式. 2016年, Pu 和 Ji^[5]推导出了海洋湍流中 Fried 参数的解析公式, 并修正了用光学传递函数表征的海洋湍流中光成像模型.

然而, 之前的研究^[4-16]均采用了 Nikishov

等^[3]建立的海洋湍流功率谱模型. 值得指出的是, Nikishov 等建立的海洋湍流功率谱模型存在一定的弊端, 即该模型假设了海水有着稳定的分层, 小密度层始终在大密度层之上. 这样, 海水热传递与盐分转移有相似的物理机制, 此时涡流热扩散率 K_T 与涡流盐扩散率 K_S 被当作常数, 甚至彼此相等(温度和盐度扩散对海水密度变化的影响相同), 即涡流扩散率 $d_r = K_S/K_T \equiv 1$ ^[3]. 实际上, 由于地表水受风和大气热交换的影响, 海水通常不是稳定分层的, 特别是在中高纬度地区, 这种密度分层将会减少, 甚至消失. 2017年, Elamassie 等^[17]提出了新的海洋湍流功率谱模型, 该模型考虑了实际水下环境中分层的不稳定性、温度与盐度的涡流扩散率彼此不相等的情况, 因此更具合理性. 本文基于 Elamassie 海洋湍流功率谱模型, 重新推导出海洋湍流中光波结构函数、光波空间相干长度和 Fried 参数的解析公式, 并校验所得解析公式的正确性. 研究发现, 采用 Elamassie 海洋湍流功率谱模型与

* 国家自然科学基金(批准号: 61475105, 61775152, 61505130)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: jiXL100@163.com

采用Nikishov海洋湍流功率谱模型所得结果差异很大. 因此, 本文研究结果具有重要意义.

另一方面, 激光在湍流介质中传输要造成光束扩展和漂移. 涡流小尺度引起的衍射效应造成光束扩展, 涡流大尺度引起的折射效应造成光束漂移^[1]. 光束漂移和光束扩展的综合效应被称为长期光束扩展, 它包括短期光束扩展和光束漂移, 是评估沿光路光强分布的主要参数之一^[18]. 基于Nikishov等建立的海洋湍流功率谱模型, Lu等^[19]研究了高斯光束在海洋湍流中的光束漂移, Yang等^[20]研究了部分相干高斯光束在海洋湍流中的短期光束扩展. 本文基于Elamassie海洋湍流功率谱模型, 推导出准直和聚焦高斯光束短期光束扩展半解析公式, 并验证其正确性. 研究还表明: 海水稳定分层与否, 短期光束扩展差异很大. 需要指出的是, 本文只研究光学湍流对光波特征参量和短期光束扩展的影响, 未考虑其他复杂因素.

2 海洋湍流中光波特征参量

2017年, Elamassie等^[17]建立了各向同性且非均匀海水介质中海洋湍流折射率起伏空间功率谱模型, 即

$$\begin{aligned} \Phi_n(\kappa) &= (4\pi\kappa^2)^{-1}C_0\left(\frac{\alpha^2\chi_T}{\omega^2}\right)\varepsilon^{-\frac{1}{3}}\kappa^{-\frac{5}{3}}[1+C_1(\kappa\eta)^{\frac{2}{3}}] \\ &\times [\omega^2 e^{-A_T\delta} + d_r e^{-A_S\delta} - \omega(d_r+1)e^{-A_{TS}\delta}], \quad (1) \end{aligned}$$

其中, $\delta = 8.284(\kappa\eta)^{4/3} + 12.978(\kappa\eta)^2$, κ 是空间波数, η 是Kolmogorov内尺度; ε 表示海水单位质量湍流动能耗散率, 其取值范围为 10^{-10} — 10^{-1} m^2/s^3 ; χ_T 表示海水温度方差耗散率, 其取值范围为 10^{-10} — 10^{-4} K^2/s ; ω 表示海洋湍流功率谱中温度与盐度起伏引起折射率变化贡献的比率, 其范围取值为 $[-5, 0]$, -5 和 0 分别对应于温度和盐度变化引起的光学湍流^[10]; α 是热膨胀系数; $C_0 = 0.72$, $C_1 = 2.35$; $A_T = C_0C_1^{-2}P_T^{-1}$, $A_S = C_0C_1^{-2}P_S^{-1}$, $A_{TS} = 0.5C_0C_1^{-2}P_{TS}^{-1}$; P_T 和 P_S 分别为温度普朗特数和盐度普朗特数, $P_{TS} = (P_T + P_S)/(P_T P_S)$. 涡流扩散率 d_r 定义为^[17,21]

$$d_r = \frac{K_S}{K_T} = \frac{|\omega|}{R_F}, \quad (2)$$

其中, K_S 和 K_T 分别为涡流热扩散率和盐扩散率. 涡流比 R_F 是关于 ω 的分段函数^[17]:

$$R_F \approx \begin{cases} |\omega| - \sqrt{|\omega|(|\omega| - 1)}, & |\omega| \geq 1, \\ 1/(1.85 - 0.85|\omega|^{-1}), & 0.5 \leq |\omega| \leq 1, \\ 1/0.15, & |\omega| < 0.5. \end{cases} \quad (3)$$

2000年, Nikishov等^[3]建立各向同性且均匀的海水介质中海洋湍流功率谱模型为

$$\begin{aligned} \Phi_n(\kappa)|_{d_r \equiv 1} &= 0.388 \times 10^{-8} \varepsilon^{-1/3} \kappa^{-11/3} [1 + 2.35(\kappa\eta)^{2/3}] \\ &\times \frac{\chi_T}{\omega^2} (\omega^2 e^{-A_T\delta} + e^{-A_S\delta} - 2\omega e^{-A_{TS}\delta}). \quad (4) \end{aligned}$$

(4)式功率谱假设了涡流热扩散率和盐扩散率始终相等(即 $d_r = K_S/K_T \equiv 1$), 意味着海水有着稳定的分层(即小密度层始终在大密度层之上). 但实际水下环境中, 海水的分层一般是不稳定的. 当 $d_r \equiv 1$ 时, (1)式可化简为(4)式, 即(4)式是(1)式的特例.

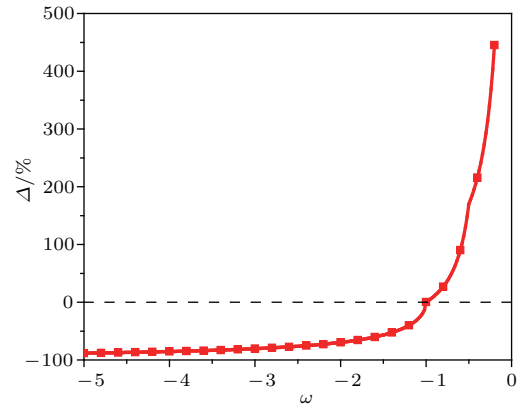


图1 海洋湍流功率谱模型 $\Phi_n(\kappa)$ 与 $\Phi_n(\kappa)|_{d_r \equiv 1}$ 的相对差值 Δ 随 ω 的变化

Fig. 1. Relative difference Δ of the power spectrum model of oceanic turbulence between $\Phi_n(\kappa)$ and $\Phi_n(\kappa)|_{d_r \equiv 1}$ vs ω .

图1给出了以上两种海洋湍流功率谱模型的数值结果比较, 其中

$$\Delta = \frac{\Phi_n(\kappa)|_{d_r \equiv 1} - \Phi_n(\kappa)}{\Phi_n(\kappa)}.$$

计算参数为 $\eta = 1$ mm, $\alpha = 2.6 \times 10^{-4}$ 1/deg, $\varepsilon = 10^{-5}$ m^2/s^3 , $\chi_T = 10^{-7}$ K^2/s , $\kappa = 500$, $A_T = 1.863 \times 10^{-2}$, $A_S = 1.9 \times 10^{-4}$ 和 $A_{TS} = 9.41 \times 10^{-3}$. 图1表明: 两种海洋湍流功率谱模型差异很大. 当 $|\omega| > 1$ 时(即温度变化引起的光学湍流占主导地位), $\Phi_n(\kappa) > \Phi_n(\kappa)|_{d_r \equiv 1}$, Nikishov等的海洋湍流功率谱模型把湍流强度低估了; 当 $|\omega| < 1$ 时(即盐度变化引起的光学湍流占主导地位), $\Phi_n(\kappa) < \Phi_n(\kappa)|_{d_r \equiv 1}$, Nikishov等的海

湍流功率谱模型把湍流强度高估了; 当 $|\omega| = 1$ 时 (即温度与盐度引起的海水密度变化贡献相同), $\Phi_n(\kappa) = \Phi_n(\kappa)|_{d_r \equiv 1}$.

2.1 波结构函数与空间相干长度

Rytov 近似下, 各向同性且非均匀海水介质中, 平面波的波结构函数可表示为^[1]

$$D_{\text{pl}}(\rho, L) = 8\pi^2 k^2 L \int_0^\infty [1 - J_0(\kappa\rho)] \Phi_n(\kappa) \kappa d\kappa, \quad (5)$$

其中, ρ 为两点间距; $J_0(\cdot)$ 为零阶贝塞尔函数; L 为传输距离; 波数 $k = 2\pi/\lambda$, λ 为光波波长. 将零阶贝塞尔函数展开成幂级数形式, 并将 (1) 式代入 (5)

式后得到:

$$D_{\text{pl}}(\rho, L) = A \sum_{n=1}^\infty \frac{(-1)^{n-1} \rho^{2n}}{(n!)^2 2^{2n}} \int_0^\infty \kappa^{2n-\frac{8}{3}} [1 + g\kappa^{\frac{2}{3}}] \times [\omega^2 e^{-a\kappa^{\frac{4}{3}} - b\kappa^2} + d_r e^{-c\kappa^{\frac{4}{3}} - d\kappa^2} - \omega(d_r + 1) e^{-e\kappa^{\frac{4}{3}} - f\kappa^2}] d\kappa, \quad (6)$$

其中 $A = \frac{8\pi^2 k^2 L C_0 \alpha^2 \chi_T}{4\pi\omega^2 \varepsilon^{1/3}}$, $a = 8.284 A_T \eta^{4/3}$, $b = 12.978 A_T \eta^2$, $c = 8.284 A_S \eta^{4/3}$, $d = 12.978 A_S \eta^2$, $e = 8.284 A_{TS} \eta^{4/3}$, $f = 12.978 A_{TS} \eta^2$, $g = 2.35 \eta^{2/3}$. 为得到 (6) 式的解析结果, 我们利用如下积分公式^[4]:

$$\int_0^\infty \kappa^{2n-\frac{8}{3}} e^{-Q\kappa^{\frac{4}{3}} - R\kappa^2} d\kappa = \frac{1}{4} R^{-\frac{1}{2}-n} \left\{ 2R^{\frac{4}{3}} \Gamma\left(n - \frac{5}{6}\right) {}_2F_2\left(\frac{n}{2} - \frac{5}{12}, \frac{n}{2} + \frac{1}{12}; \frac{1}{3}, \frac{2}{3}; -\frac{4Q^3}{27R^2}\right) - 2QR^{\frac{2}{3}} \Gamma\left(n - \frac{1}{6}\right) {}_2F_2\left(\frac{n}{2} - \frac{1}{12}, \frac{n}{2} + \frac{5}{12}; \frac{2}{3}, \frac{4}{3}; -\frac{4Q^3}{27R^2}\right) + Q^2 \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) {}_2F_2\left(\frac{n}{2} + \frac{1}{4}, \frac{n}{2} + \frac{3}{4}; \frac{4}{3}, \frac{5}{3}; -\frac{4Q^3}{27R^2}\right) \right\}, \quad (7)$$

$$\int_0^\infty \kappa^{2n-2} e^{-Q\kappa^{\frac{4}{3}} - R\kappa^2} d\kappa = \frac{1}{4} R^{-\frac{5}{6}-n} \left\{ 2R^{\frac{4}{3}} \Gamma\left(n - \frac{1}{2}\right) {}_2F_2\left(\frac{n}{2} - \frac{1}{4}, \frac{n}{2} + \frac{1}{4}; \frac{1}{3}, \frac{2}{3}; -\frac{4Q^3}{27R^2}\right) - 2QR^{\frac{2}{3}} \Gamma\left(n + \frac{1}{6}\right) {}_2F_2\left(\frac{n}{2} + \frac{1}{12}, \frac{n}{2} + \frac{7}{12}; \frac{2}{3}, \frac{4}{3}; -\frac{4Q^3}{27R^2}\right) + Q^2 \Gamma\left(n + \frac{5}{6}\right) {}_2F_2\left(\frac{n}{2} + \frac{5}{12}, \frac{n}{2} + \frac{11}{12}; \frac{4}{3}, \frac{5}{3}; -\frac{4Q^3}{27R^2}\right) \right\}, \quad (8)$$

其中 $\Gamma(\cdot)$ 是伽马函数, ${}_pF_q(a_1, \dots, a_p, b_1, \dots, b_q; x)$ 是一般超几何函数, p 和 q 均为正整数^[1]. 可以证明, 对于 Elamassie 功率谱 (1) 式及其各参数取值范围, 不等式 $\frac{4Q^3}{27R^2} \ll 1$ 成立. 根据一般超几何函数 ${}_pF_q$ 和合流超几何函数 ${}_mF_m$ (m 为正整数) 的定义, 并依照文献 [4] 中的推导方法, 当海水盐度为 35%, 温度为 20 °C 时 (即 $P_T \approx 7$, $P_S \approx 700$, $A_T = 1.863 \times 10^{-2}$, $A_S = 1.9 \times 10^{-4}$, $A_{TS} = 9.41 \times 10^{-3}$)^[22], 经过非常复杂的运算, 我们得到海洋湍流中平面波波结构函数的解析表达式为

$$D_{\text{pl}}(\rho, L) \approx \begin{cases} 4.524\alpha^2 k^2 L (\varepsilon\eta)^{-1/3} \frac{\chi_T}{\omega^2} \rho^2 (1.6958\omega^2 - 2.2087(d_r + 1)\omega + 11.8923d_r), & \rho \ll \eta, \\ 4.524\alpha^2 k^2 L \varepsilon^{-1/3} \frac{\chi_T}{\omega^2} \rho^{5/3} (1.116\omega^2 - 1.1175(d_r + 1)\omega + 1.119d_r), & \rho \gg \eta. \end{cases} \quad (9)$$

空间相干函数 $M(\rho, L) = \exp[-D(\rho, L)/2]$, 根据空间相干长度 ρ_0 的定义 $M(\rho_0, L) = e^{-1}$ (即 $D(\rho_0, L) = 2$)^[1,2], 并利用 (9) 式, 可得到海洋湍流中平面波的空间相干长度 $\rho_{0,\text{pl}}$ 为

$$\rho_{0,\text{pl}} \approx \begin{cases} \left[4.524\alpha^2 k^2 L (\varepsilon\eta)^{-1/3} \frac{\chi_T}{2\omega^2} (1.6958\omega^2 - 2.2087(d_r + 1)\omega + 11.8923d_r) \right]^{-1/2}, & \rho_0 \ll \eta, \\ \left[4.524\alpha^2 k^2 L \varepsilon^{-1/3} \frac{\chi_T}{2\omega^2} (1.116\omega^2 - 1.1175(d_r + 1)\omega + 1.119d_r) \right]^{-3/5}, & \rho_0 \gg \eta. \end{cases} \quad (10)$$

另一方面, Rytov 近似下, 各向同性且非均匀海水介质中球面波的波结构函数可表示为^[1]

$$D_{\text{sp}}(\rho, L) = 8\pi^2 k^2 L \int_0^1 \int_0^\infty [1 - J_0(\kappa\xi\rho)] \Phi_n(\kappa) \kappa d\kappa d\xi, \quad (11)$$

其中 $\xi = 1 - z/L$ 是归一化距离变量, z 为可变距离 ($0 < z < L$). 同理, 可推导出海洋湍流中球面波波结构函数 $D_{sp}(\rho, L)$ 的解析表达式为

$$D_{sp}(\rho, L) \approx \begin{cases} 4.524\alpha^2 k^2 L (\varepsilon \eta)^{-1/3} \frac{\chi_T}{\omega^2} \rho^2 (0.5623\omega^2 - 0.7363(d_r + 1)\omega + 3.9641d_r), & \rho \ll \eta, \\ 4.524\alpha^2 k^2 L \varepsilon^{-1/3} \frac{\chi_T}{\omega^2} \rho^{5/3} (0.419\omega^2 - 0.419(d_r + 1)\omega + 0.419d_r), & \rho \gg \eta, \end{cases} \quad (12)$$

和海洋湍流中球面波的空间相干长度 $\rho_{0,sp}$ 为

$$\rho_{0,sp} \approx \begin{cases} \left[4.524\alpha^2 k^2 L (\varepsilon \eta)^{-1/3} \frac{\chi_T}{2\omega^2} (0.5623\omega^2 - 0.7363(d_r + 1)\omega + 3.9641d_r) \right]^{-1/2}, & \rho_0 \ll \eta, \\ \left[4.524\alpha^2 k^2 L \varepsilon^{-1/3} \frac{\chi_T}{2\omega^2} (0.419\omega^2 - 0.419(d_r + 1)\omega + 0.419d_r) \right]^{-3/5}, & \rho_0 \gg \eta. \end{cases} \quad (13)$$

可以证明: 当 $\alpha = 2.6 \times 10^{-4}$ l/deg, $\eta = 1$ mm 和 $d_r = 1$ 时, 按照 Elamassie 海洋湍流功率谱模型推导出的波结构函数和空间相干长度的解析结果 (即 (9), (10), (12) 和 (13) 式) 可简化为文献 [4] 中相应的结果. 因此, 文献 [4] 中的结果仅是本文研究结果的特例.

根据 (9), (10), (12) 和 (13) 式, 可以得到

$$D(\rho, L) = \begin{cases} 2(\rho/\rho_0)^2, & \rho \ll \eta, \\ 2(\rho/\rho_0)^{5/3}, & \rho \gg \eta. \end{cases} \quad (14)$$

(14) 式表明, 按照 Elamassie 海洋湍流功率谱模型推导出的波结构函数在惯性范围内依然满足 Kolmogorov 三分之五定律, 该结果与大气湍流中的结果一致.

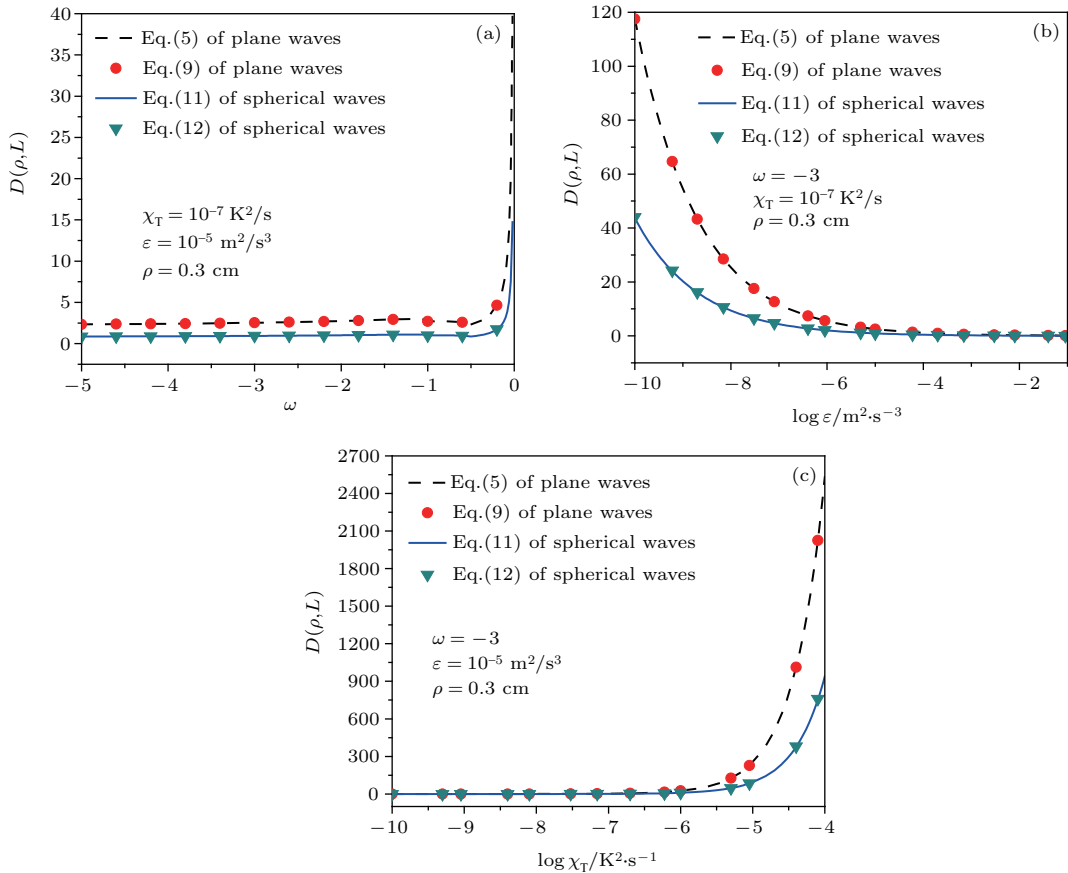


图2 波结构函数 $D(\rho, L)$ 的解析结果与积分结果的比较

Fig. 2. Comparison of the wave structure function $D(\rho, L)$ between analytical results and integral results.

为了验证本文得到解析结果的正确性, 图2给出了波结构函数的解析式与积分式的数值比较结果, 计算参数为 $\lambda = 0.417 \mu\text{m}$, $L = 30 \text{ m}$, $\eta = 1 \text{ mm}$, $\alpha = 2.6 \times 10^{-4} \text{ l/deg}$ 和 $\rho \gg \eta$. 图2表明: 波结构函数 $D(\rho, L)$ 解析式(9)和(12)与积分式(5)和(11)的数值计算结果完全一致. 此外, 由图2可知: ω , χ_T 增大或 ε 减小, 则 $D(\rho, L)$ 增大, 即海洋湍流增强; 平面波波结构函数大于球面波波结构函数.

图3给出了本文所得波结构函数解析结果与

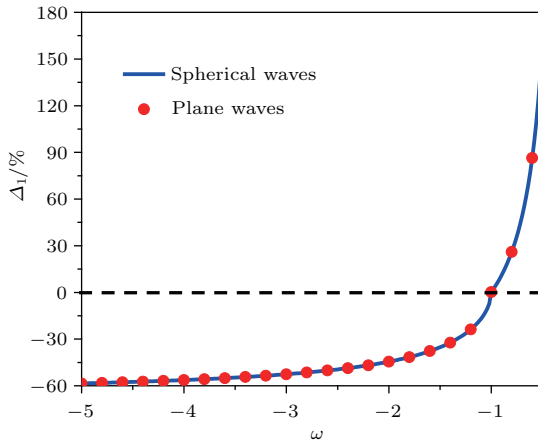


图3 波结构函数 $D(\rho, L)$ 与 $D(\rho, L)|_{d_r=1}$ 的相对差值 Δ_1 随 ω 的变化

Fig. 3. Relative difference Δ_1 of the wave structure function between $D(\rho, L)$ and $D(\rho, L)|_{d_r=1}$ vs ω .

文献[4]中对应结果 ($d_r \equiv 1$) 的比较, 其中

$$\Delta_1 = \frac{D(\rho, L)|_{d_r=1} - D(\rho, L)}{D(\rho, L)},$$

计算参数为 $\lambda = 0.417 \mu\text{m}$, $L = 30 \text{ m}$, $\eta = 1 \text{ mm}$, $\alpha = 2.6 \times 10^{-4} \text{ l/deg}$, $\varepsilon = 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}^3$, $\chi_T = 10^{-7} \text{ K}^2/\text{s}$, $\rho = 3 \text{ mm}$ 和 $\rho \gg \eta$. 图3表明两者差异很大, 当 $|\omega| > 1$ 时(即温度变化引起的光学湍流占主导地位), $D(\rho, L) > D(\rho, L)|_{d_r=1}$; 当 $|\omega| < 1$ 时(即盐度变化引起的光学湍流占主导地位), $D(\rho, L) < D(\rho, L)|_{d_r=1}$; 当 $|\omega| = 1$ 时(即温度与盐度引起的海水密度变化贡献相同), $D(\rho, L) = D(\rho, L)|_{d_r=1}$.

2.2 Fried 参数

海洋湍流中长曝光成像分辨率可表示为[23]

$$R_{LE} = 2\pi \int_0^\infty MTF_0 MTF_{LE} \Omega d\Omega, \quad (15)$$

其中, MTF_0 和 MTF_{LE} 分别是透镜调制传递函数和长曝光成像调制传递函数, Ω 为空间角频率. 当满足 $D_0/\rho_0 \gg 1$ 时(D_0 为光瞳孔径), 只考虑 MTF_{LE} 的影响, 忽略 MTF_0 的影响[1], 将(9)式代入长曝光成像调制传递函数 $MTF_{LE} = \exp[-D(\lambda\Omega)/2]$ 中, 并考虑 $\rho = \lambda\Omega$ [1], (15)式可简化为极限分辨率 R_{max} , 即

$$\begin{aligned} R_{max} &= \lim_{D_0 \rightarrow \infty} R_{LE} \approx 2\pi \int_0^\infty MTF_{LE} \Omega d\Omega \\ &= \frac{\pi}{2.262\alpha^2 k^2 L (\varepsilon\eta)^{-1/3} \frac{\chi_T}{\omega^2} \lambda^2 (1.6958\omega^2 - 2.2087(d_r + 1)\omega + 11.8923d_r)}. \end{aligned} \quad (16)$$

当满足 $D_0/\rho_0 \ll 1$ 时, 只考虑 MTF_0 的影响, 忽略 MTF_{LE} 的影响[1], (15)式可简化为 R_0 :

$$R_0 = \lim_{D_0 \rightarrow 0} R_{LE} \approx 2\pi \int_0^\infty MTF_0 \Omega d\Omega = \pi(D_0/\lambda)^2/4. \quad (17)$$

依据Fried参数 r_0 的定义[23], 将(17)式中的 D_0 替换为 r_0 , 并令(16)式与(17)式相等, 可得到平面波Fried参数 $r_{0,pl}$ 为

$$r_{0,pl} \approx \begin{cases} [0.565\alpha^2 k^2 L (\varepsilon\eta)^{-1/3} \chi_T (1.6958\omega^2 - 2.2087(d_r + 1)\omega + 11.8923d_r)/\omega^2]^{-1/2}, & \rho_0 \ll \eta, \\ [0.6571\alpha^2 k^2 L \varepsilon^{-1/3} \chi_T (1.116\omega^2 - 1.1175(d_r + 1)\omega + 1.119d_r)/\omega^2]^{-3/5}, & \rho_0 \gg \eta. \end{cases} \quad (18)$$

同理, 可得球面波Fried参数 $r_{0,sp}$ 为:

$$r_{0,sp} \approx \begin{cases} [0.565\alpha^2 k^2 L (\varepsilon\eta)^{-1/3} \chi_T (0.5623\omega^2 - 0.7363(d_r + 1)\omega + 3.9641d_r)/\omega^2]^{-1/2}, & \rho_0 \ll \eta, \\ [0.6571\alpha^2 k^2 L \varepsilon^{-1/3} \chi_T (0.419\omega^2 - 0.419(d_r + 1)\omega + 0.419d_r)/\omega^2]^{-3/5}, & \rho_0 \gg \eta. \end{cases} \quad (19)$$

可以证明: 当 $\alpha = 2.6 \times 10^{-4}$ 1/deg, $\eta = 1$ mm 和 $d_r = 1$ 时, 按照 Elamassie 海洋湍流功率谱模型推导出的 Fried 参数的解析结果 (即 (18) 和 (19) 式) 可简化为文献 [5] 中相应的结果. 因此, 文献 [5] 中的结果仅是本文研究结果的特例. 并且, 比较 2.2 节与 2.1 节的结果, 可以得到: $r_{0,sp} \approx 2.1\rho_{0,sp}$ 和 $r_{0,pl} \approx 2.1\rho_{0,pl}$, 该结果与大气湍流中的结果一致.

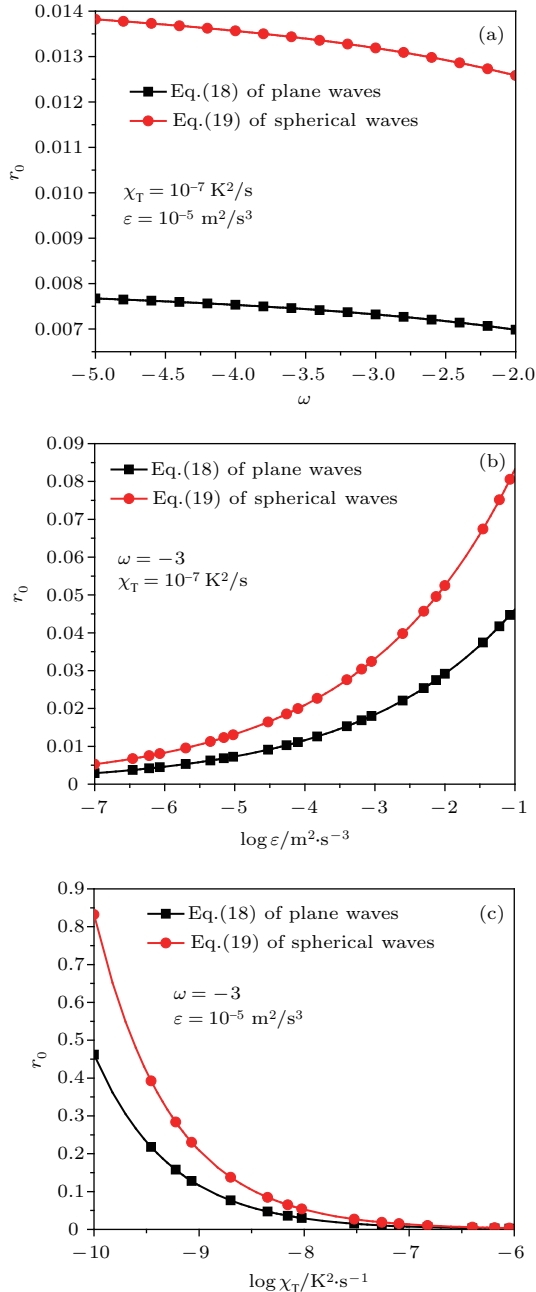


图4 Fried 参数随海洋湍流参数的变化 (a) ω ; (b) ϵ ; (c) χ_T
 Fig. 4. Curves of Fried parameter versus the oceanic turbulence parameters: (a) ω ; (b) ϵ ; (c) χ_T .

Fried 参数随海洋湍流参数变化曲线示于图 4, 计算参数为 $\lambda = 0.532 \mu\text{m}$, $L = 30$ m, $\eta = 1$ mm, $\alpha = 2.6 \times 10^{-4}$ 1/deg 和 $\rho_0 \gg \eta$. 由图 4 可知: ω , χ_T 增大或 ϵ 减小, 则 r_0 减小, 即湍流增强, 光波相干性变差; 平面波 Fried 参数小于球面波 Fried 参数.

图 5 给出了本文所得 Fried 参数解析结果与文献 [5] 中的对应结果 ($d_r \equiv 1$) 的比较, 其中 $\Delta_2 = (r_0|_{d_r \equiv 1} - r_0)/r_0$, 计算参数为 $\lambda = 0.532 \mu\text{m}$, $\eta = 1$ mm, $\alpha = 2.6 \times 10^{-4}$ 1/deg, $\epsilon = 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}^3$, $\chi_T = 10^{-7} \text{ K}^2/\text{s}$, $L = 30$ m 和 $\rho_0 \gg \eta$. 图 5 表明两者差异很大. 当 $|\omega| > 1$ 时 (即温度变化引起的光学湍流占主导地位), $r_0 < r_0|_{d_r \equiv 1}$, Nikishov 海洋湍流功率谱模型把 Fried 参数值高估了, 即海洋湍流强度被低估了; 当 $|\omega| < 1$ 时 (即盐度变化引起的光学湍流占主导地位), $r_0 > r_0|_{d_r \equiv 1}$, Nikishov 海洋湍流功率谱模型把 Fried 参数值低估了, 即海洋湍流强度被高估了; 当 $|\omega| = 1$ 时, $r_0 = r_0|_{d_r \equiv 1}$.

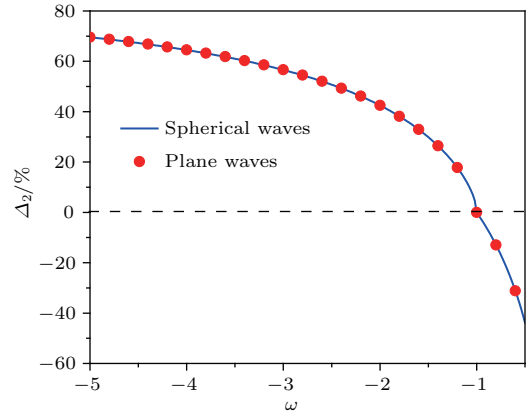


图5 Fried 参数 r_0 与 $r_0|_{d_r \equiv 1}$ 的相对差值 Δ_2 随 ω 的变化
 Fig. 5. Relative difference Δ_2 between the Fried parameter r_0 and $r_0|_{d_r \equiv 1}$ vs ω .

3 海洋湍流中短期光束扩展

海洋湍流中, 长期光束扩展 W_{LT}^2 可以表示为 [1]

$$W_{LT}^2(L) = W^2 + W^2 T_{SS} + W^2 T_{LS}, \quad (20)$$

其中, $W = W_0 \sqrt{\theta_0^2 + \Lambda_0^2}$ 是自由空间光束半径, W_0 为初始光束半径, θ_0 和 Λ_0 分别为光束在发射端的曲率半径和菲涅耳比 [1]; T_{SS} 为小尺度引起的光束扩展, T_{LS} 为大尺度引起的光束漂移; $W^2 T_{SS}$ 为光束缓变项, W^2 与 $W^2 T_{SS}$ 之和为短期光束扩展 W_{ST}^2 [1]. 高斯光束在湍流介质中的短期光束扩展 W_{ST}^2 为 [24,25]

$$W_{ST}^2 = W^2 + 4\pi^2 k^2 W^2 \int_0^L \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa) H_{SS}(\kappa, \xi) \left[1 - \exp\left(-\frac{\Lambda L \kappa^2 \xi^2}{k}\right) \right] d\kappa dz, \quad (21)$$

其中, $\Lambda = 2L/(kW^2)$ 为接收端的光束菲涅耳比; H_{SS} 为小尺度滤波函数^[1,25],

$$H_{SS}(\kappa, \xi) = \exp\{-\kappa^2 W_0^2 [(\Theta_0 + \bar{\Theta}_0 \xi)^2 + \Lambda_0^2 (1 - \xi)^2]\}. \quad (22)$$

为强调光束缓变的自然特性, 去掉(22)式中指数函数内的第一项, 并且考虑几何光学近似有^[1]:

$$1 - \exp\left(-\frac{\Lambda L \kappa^2 \xi^2}{k}\right) \cong \frac{\Lambda L \kappa^2 \xi^2}{k}, \quad L \kappa^2/k \ll 1. \quad (23)$$

将 Elamassie 海洋湍流功率谱(1)式代入(21)式中, 并考虑(23)式, 短期光束扩展 W_{ST}^2 可表述为

$$W_{ST}^2 = W^2 + B \int_0^1 \int_0^\infty \xi^2 \kappa^{-\frac{2}{3}} [1 + g\kappa^{\frac{2}{3}}] \times [\omega^2 e^{-a_0 \kappa^{\frac{4}{3}} - b_0 \kappa^2} + d_r e^{-c_0 \kappa^{\frac{4}{3}} - d_0 \kappa^2} - \omega(d_r + 1) e^{-e_0 \kappa^{\frac{4}{3}} - f_0 \kappa^2}] d\kappa d\xi, \quad (24)$$

其中, $B = \frac{\Lambda \pi k W^2 L^2 C_0 \alpha^2 \chi_T}{\omega^2 \varepsilon^{1/3}}$, $a_0 = 8.284 A_T \eta^{4/3}$, $b_0 = 12.978 A_T \eta^2 + W_0^2 \Lambda_0^2 (1 - \xi)^2$, $c_0 = 8.284 A_S \eta^{4/3}$, $d_0 = 12.978 A_S \eta^2 + W_0^2 \Lambda_0^2 (1 - \xi)^2$, $e_0 = 8.284 A_{TS} \eta^{4/3}$, $f_0 = 12.978 A_{TS} \eta^2 + W_0^2 \Lambda_0^2 (1 - \xi)^2$. 利用(7)和(8)式, (24)式可化简为

$$W_{ST}^2 = W^2 + \frac{\Lambda \pi k L^2 C_0 \alpha^2 \chi_T}{\omega^2 \varepsilon^{1/3}} W^2 [\varphi \omega^2 + \phi d_r - \psi \omega(d_r + 1)], \quad (25)$$

其中,

$$\varphi = \int_0^1 \{2.783 b_0^{-1/6} - 4.674 A_T \eta^{4/3} b_0^{-5/6} + 15.2 A_T^2 \eta^{8/3} b_0^{-3/2} + 2.08 \eta^{2/3} b_0^{-1/2} - 9.03 A_T \eta^2 b_0^{-7/6} + 37.9 A_T^2 \eta^{10/3} b_0^{-11/6}\} \xi^2 d\xi. \quad (26)$$

将(26)式中的 A_T 换成 A_S 和 A_{TS} 可分别得到 ϕ 和 ψ 的表达式.

为校验本文推导结果(25)式的正确性, 图6给出了短期光束扩展 W_{ST}^2 的半解析式(25)与积分式(21)随传输距离 L 的变化曲线, 计算参数为 $\lambda = 0.532 \mu\text{m}$, $\eta = 1 \text{ mm}$, $\alpha = 2.6 \times 10^{-4} \text{ 1/deg}$

和 $W_0 = 0.1 \text{ m}$. 图6表明: 短期光束扩展 W_{ST}^2 的半解析式(25)与积分式(21)的数值结果完全一致. 此外, 由图6可知: 短期光束扩展 W_{ST}^2 随涡流扩散率 d_r 而变化, 海水稳定分层与否 ($d_r = 1$ 与 $d_r \neq 1$), 光束短期光束扩展差异很大.

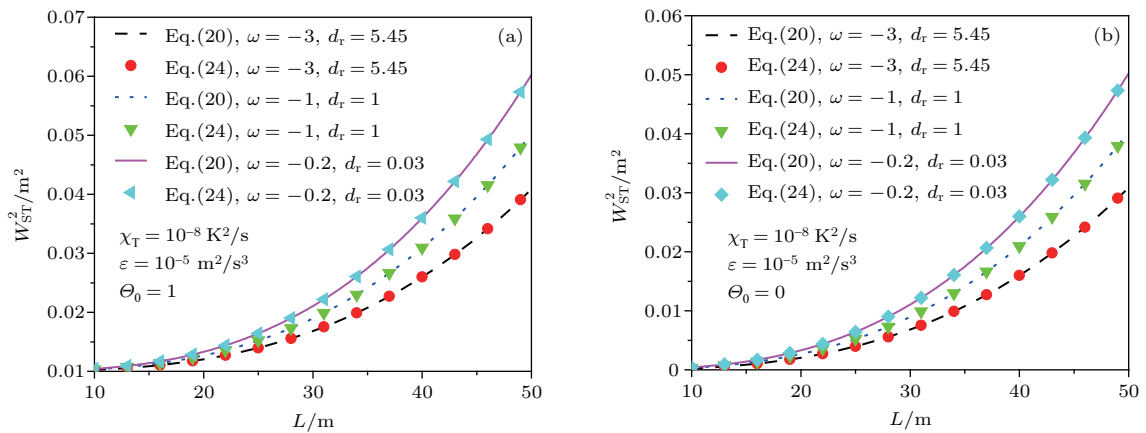


图6 短期光束扩展 W_{ST}^2 随 L 的变化 (a) 准直光束; (b) 聚焦光束

Fig. 6. Short-term beam spreading W_{ST}^2 vs L : (a) Collimated beam; (b) focused beam.

4 结 论

2000年, Nikishov等建立的海洋湍流功率谱模型中假设了海水有着稳定的分层. 但是, 受风和大气热交换的影响, 实际海水通常不是稳定分层的, 盐度引起海水密度变化的贡献与温度的贡献一般是不相等的, 即涡流扩散率并非始终为1, 而应是关于涡流热扩散率和盐扩散率的函数, 体现出温、盐度变化对海水密度分层的影响. 2017年, Elamassie等提出新的海洋湍流功率谱模型考虑了这一实际情况, 该模型更为合理. 本文基于Elamassie等的海洋湍流功率谱模型, 重新推导出了海洋湍流中光波结构函数、光波空间相干长度和Fried参数的解析公式, 并校验了所得解析公式的正确性. 研究发现: 采用Elamassie海洋湍流功率谱模型与采用Nikishov海洋湍流功率谱模型所得结果差异很大. 当温度变化引起的光学湍流占主导地位时, Nikishov海洋湍流功率谱模型把湍流强度低估了; 当盐度变化引起的光学湍流占主导地位时, Nikishov海洋湍流功率谱模型把湍流强度高估了. 并且, 按照Elamassie海洋湍流功率谱模型推导出的波结构函数在惯性范围内依然满足Kolmogorov三分之五定律以及Fried参数与光波空间相干长度间依然满足2.1倍关系, 这与大气湍流中的结果一致. 此外, 本文基于Elamassie海洋湍流功率谱模型, 推导出了准直和聚焦高斯光束短期光束扩展的半解析公式, 并验证了其正确性. 研究还表明: 海水稳定分层与否, 短期光束扩展差异很大. 本文研究结果对水下湍流环境中的光通信、成像和传感等应用具有重要意义.

参考文献

- [1] Andrews L C, Phillips R L 2005 *Laser Beam Propagation through Random Media* (Bellingham, Washington

- USA: SPIE Press) pp192–206
- [2] Rao R Z 2012 *Modern Atmospheric Optics* (Beijing: Science Press) pp368–411 (in Chinese) [饶瑞中 2012 现代大气光学 (北京: 科学出版社) 第368—411页]
- [3] Nikishov V V, Nikishov V I 2000 *Int. J. Fluid Mech. Res.* **27** 82
- [4] Lu L, Ji X L, Baykal Y 2014 *Opt. Express* **22** 027112
- [5] Pu H, Ji X L 2016 *J. Opt.* **18** 105704
- [6] Hou W L 2009 *Opt. Lett.* **34** 2688
- [7] Hou W L, Woods S, Jarosz E, Goode W, Weidemann A 2012 *Appl. Phys.* **51** 2678
- [8] Hou W L, Jarosz E, Woods S, Goode W, Weidemann A 2013 *Opt. Express* **21** 4367
- [9] Gökçe M C, Baykal Y 2018 *Opt. Commun.* **410** 830
- [10] Baykal Y 2016 *Appl. Opt.* **55** 1228
- [11] Gökçe M C, Baykal Y 2018 *Opt. Commun.* **413** 196
- [12] Baykal Y 2016 *Opt. Commun.* **375** 15
- [13] Korotkova O, Farwell N, Shchepakina E 2012 *Waves in Random and Complex Media* **22** 260
- [14] Yang T, Ji X L, Li X Q 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 204206 (in Chinese) [杨婷, 季小玲, 李晓庆 2015 物理学报 **64** 204206]
- [15] Liu Y X, Chen Z Y, Pu J X 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 124205 (in Chinese) [刘永欣, 陈子阳, 蒲继雄 2017 物理学报 **66** 124205]
- [16] Wu T, Ji X L, Luo Y J 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 054206 (in Chinese) [吴彤, 季小玲, 罗婧娟 2018 物理学报 **67** 054206]
- [17] Elamassie M, Uysal M, Baykal Y, Abdallah M, Qaraqa K 2017 *J. Opt. Soc. Am. A* **34** 1969
- [18] Cui L Y, Cao L 2015 *Optik* **126** 4704
- [19] Lu L, Wang Z Q, Zhang P F, Zhang J H, Ji X L, Fan C Y, Qiao C H 2016 *Optik* **127** 5341
- [20] Yang Y Q, Yu L, Wang Q, Zhang Y X 2017 *Appl. Opt.* **56** 7046
- [21] Jackson P R, Rehmann C R 2003 *J. Phys. Oceanogr.* **33** 1592
- [22] Lu W, Liu L R, Sun J F 2006 *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **8** 1052
- [23] Fried D L 1966 *J. Opt. Soc. Am.* **56** 1372
- [24] Yura H T 1973 *J. Opt. Soc. Am.* **63** 567
- [25] Andrews L C, Phillips R L, Sasiela R J, Parenti R 2005 *Proc. SPIE* **5793** 28

Characteristic parameters of optical wave and short-term beam spreading in oceanic turbulence*

Wu Tong Ji Xiao-Ling[†] Li Xiao-Qing Wang Huan Deng Yu Ding Zhou-Lin

(College of Physics and Electronic Engineering, Sichuan Normal University, Chengdu 610068, China)

(Received 28 May 2018; revised manuscript received 13 September 2018)

Abstract

In 2000, Nikishov *et al.* presented an analytical model for the power spectrum of oceanic turbulence, in which the stable stratification of seawater is assumed, i.e., the eddy diffusivity of temperature is equal to that of salinity, and the eddy diffusivity ratio is equal to unity. Until now, all previous studies on the light propagation through oceanic turbulence were based on the Nikishov's power spectrum model. However, the eddy diffusivity of temperature and eddy diffusivity of salt are different from each other in most of underwater environments. Very recently, Elamassie *et al.* established a more reasonable power spectrum model of underwater turbulent fluctuations as an explicit function of eddy diffusivity ratio. The characteristic parameters such as the spatial coherence length of optical wave in turbulent medium play an important role in characterizing the strength of turbulence, the phase correction techniques in light propagation, etc. In the present paper, based on the Elamassie's power spectrum model of oceanic turbulence, the analytical formulae of the wave structure function, the spatial coherence length of optical wave and the Fried parameter in oceanic turbulence are derived, and the correctness of each of these formulae is verified. It is shown numerically that the results obtained by using the Elamassie's power spectrum model are quite different from those obtained by using the Nikishov's power spectrum model. If the Nikishov's power spectrum model is adopted, the strength of turbulence is underestimated when oceanic turbulence is dominated by the temperature fluctuations, while the strength of turbulence is overestimated when oceanic turbulence is dominated by the salinity fluctuations. If the Elamassie's power spectrum model is adopted, it is shown that the Kolmogorov five-thirds power law of the wave structure function is also valid for oceanic turbulence in the inertial range, and 2.1 times the spatial coherence length of optical wave is the Fried parameter, which are in agreement with those in atmospheric turbulence. In addition, based on the Elamassie's power spectrum model, the semi-analytical formula of the short-term beam spreading of Gaussian beams is derived in this paper, and its correctness is also verified. It is shown that the difference in short-term beam spreading is very large, whether the stable stratification of seawater is assumed or not. The results obtained in this paper are very useful for applications in optical communication, imaging and sensing systems involving turbulent underwater channels.

Keywords: oceanic turbulence, wave structure function, spatial coherence length and Fried parameter, short-term beam spreading

PACS: 42.68.Xy, 42.25.Dd, 42.25.Kb, 42.25.Fx

DOI: 10.7498/aps.67.20181033

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61475105, 61775152, 61505130).

[†] Corresponding author. E-mail: jiXL100@163.com