

共振线极化光实现原子矢量磁力仪的理论研究

张军海 王平稳 韩煜 康崇 孙伟民

Theory of atomic vector magnetometer using linearly polarized resonant light

Zhang Jun-Hai Wang Ping-Wen Han Yu Kang Chong Sun Wei-Min

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 060701 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20172108

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172108>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I6>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[抽运-检测型非线性磁光旋转铷原子磁力仪的研究](#)

Rubidium atomic magnetometer based on pump-probe nonlinear magneto-optical rotation

物理学报.2017, 66(16): 160701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.160701>

[极化检测型铷原子磁力仪的研究](#)

Research on an pump-probe rubidium magnetometer

物理学报.2016, 65(21): 210702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.210702>

[磁梯度张量不变量的椭圆误差消除方法研究](#)

Research on the asphericity error elimination of the invariant of magnetic gradient tensor

物理学报.2015, 64(19): 190701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.190701>

[分布式反馈激光抽运铯磁力仪灵敏度相关参数研究](#)

study on sensitivity-related parameters of distributed feedback laser-pumped cesium atomic magnetometer

物理学报.2014, 63(11): 110701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.110701>

[基于全光纤萨格纳克干涉仪的温度不敏感磁场测量](#)

Temperature-insensitive magnetic-field measurement using all-fiber Sagnac interferometers

物理学报.2013, 62(13): 130701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.130701>

## 共振线极化光实现原子矢量磁力仪的理论研究\*

张军海† 王平稳 韩煜 康崇 孙伟民

(哈尔滨工程大学, 纤维集成光学教育部重点实验室, 哈尔滨 150001)

(2017年9月23日收到; 2017年12月19日收到修改稿)

共振线偏振光激发原子张量磁矩, 本文理论研究在矢量磁场和射频场的共同作用下, 张量磁矩进动的模型, 求解刘维尔方程获得透射光时域完整解析解, 包括直流、一次和二次谐波分量. 研究发现: 当进动的拉比频率  $\Omega > 1/(2\sqrt{2})$  时, 两谐波间的干涉效应使直流分量和一次谐波对称成分的单吸收峰劈裂成双峰, 裂距  $\sqrt{3\sqrt{\Omega^2 + \Omega^4} - \Omega^2 - 1}$ , 一次谐波反对称成分在共振处产生干涉条纹. 研究结果显示, 谐波间的干涉也可导致直流分量和二次谐波线宽仅为一次谐波线宽的38%, 且存在磁场取向临界点, 在不同的取向区间分别利用直流及两谐波共振信号辨析磁场变化, 可获得最佳测磁灵敏度; 同时还可通过共振时直流分量及两谐波对称成分振幅来确定磁场与激光极化方向的夹角, 利用两谐波反对称成分相移的差值来确定待测磁场在垂直光极化方向投影与射频场方向的夹角, 进而实现结构简单的张量磁矩进动型矢量磁力仪. 这种磁力仪适合构成磁力仪阵列, 可用于磁定位、水下磁异常源的检测和地磁导航等领域.

关键词: 张量磁矩, 矢量磁力仪, 进动光谱

PACS: 07.55.Ge, 32.30.Dx, 33.40.+f, 32.80.Qk

DOI: 10.7498/aps.67.20172108

## 1 引言

原子磁力仪通过测量原子磁矩进动的拉莫尔频率, 来实现对外界磁场的高灵敏度测量<sup>[1]</sup>. 近年来随着小型半导体激光器的发展, 以及消除基态极化原子自旋交换弛豫效应的实现, 原子磁力仪已经成为当今磁场灵敏度测量最精密的仪器, 其最高灵敏度已经达到  $0.16 \text{ fT}\cdot\text{Hz}^{-1/2}$  水平<sup>[2]</sup>. 原子磁力仪按照测量磁场的的能力分为标量原子磁力仪和矢量原子磁力仪. 前者能测量指定方向磁场的起伏, 可用于磁共振<sup>[3,4]</sup>、生物医学成像<sup>[5,6]</sup>、物理常数测量<sup>[7,8]</sup>等领域; 而矢量磁力仪可以给出磁矢量的全部信息, 在地磁导航、磁异常信号检测、中子电偶极矩研究<sup>[9-11]</sup>等领域有着广泛的应用. 矢量磁力仪结构复杂, 不易小型化, 通常可利用三维磁场补偿技术、交叉调制解调技术、多光束进动相位检测、电磁感应透明等方法获取磁场方向参量<sup>[11-16]</sup>. 原子

磁力仪按照激发磁矩的形式又可分两类: 一种是利用共振圆偏振光激发外层电子跃迁, 使原子获得沿光传输方向的矢量磁矩 (magnetic vector moment, MVM), 该磁矩有时也被称为 Orientation, 通过记录 Orientation 进动的频率和在指定方向投影的相位来获得磁场参数, 称为 MVM 进动型原子磁力仪<sup>[17,18]</sup>; 另一种是利用共振线偏振光激发电子跃迁, 使基态原子获得沿光极化方向对称分布的张量磁矩 (magnetic tensor moment, MTM), 此磁矩有时也被称为 Alignment, 通过记录 Alignment 进动信息来获得磁场信息, 称为 MTM 进动型原子磁力仪<sup>[19-21]</sup>. 实验和理论证明具有量子数大于  $1/2$  的基态原子与共振线偏振光相互作用都将产生 MTM, 在具有任意强度射频信号的外磁场中都将发生磁矩进动<sup>[22,23]</sup>. 由于线偏振光有传输矢量和电极化两个特征方向, 因此更有利于获取磁场方向信息, 这种 MTM 型矢量磁力仪具有磁探头结构简单、易于集成和小型化、方便构成磁力仪阵列等优

\* 国家自然科学基金 (批准号: U1631239, U1331114) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: jhzhang@hrbeu.edu.cn

点. 文献 [22] 提出在已知拉比频率的条件下可以利用两谐波振幅的比值和旋转光极化方向的方法来确定磁场方向, 但在矢量磁场的测量中, 预先准确知道射频信号在垂直磁场方向的投影显得不太现实, 而且旋转光极化方向将增加矢量磁力仪结构的复杂性, 因此需要深入研究线偏振光激发原子磁矩在磁场中进动的模型, 研究在保持磁探头简单化的基础上如何获得磁场方向.

本文受文献 [22] 的启发, 研究在矢量磁场和射频信号的共同作用下, 磁矢量引起基态电子 MTM 进行拉莫尔进动的模型, 通过求解刘维尔方程, 获得透射光时域完全解析解. 研究发现两谐波间的干涉效应不仅可使直流分量和一次谐波对称成分产生谱线分裂, 使一次谐波反对称成分在共振附近激起条纹, 还将导致直流分量和二次谐波的线宽仅为一次谐波的 38%. 结果显示待测磁场与光偏振方向的夹角决定利用哪种共振分量 (直流、一次及二次谐波) 测量磁场变化能获得最佳灵敏度; 同时还可利用共振时直流分量、两谐波对称成分的振幅及反对称成分相位角来确定待测磁场的两个方向角, 进而实现 MTM 型矢量原子磁力仪.

## 2 理论模型

假设共振线偏振光沿  $y$  轴方向传输, 极化方向沿  $z$  轴, 见图 1(a) 所示, 极化强度  $\mathbf{E}$  足够弱, 以至于它仅能使原子基态产生张量 (二阶) 磁矩, 即忽略对称性更高的高阶磁矩, 则该磁矩在  $z$  方向的投影为 [24,25]

$$m_{2,0}^{\text{ini}} \propto \sum_{M=-F}^{M=F} p_M [3M^2 - F(F+1)], \quad (1)$$

其中  $F$ ,  $M$  和  $p_M$  分别代表基态能级超精细结构量子数、磁量子数和该磁子能级上的布居数. 矢量磁场  $\mathbf{B}_0$  与  $z$  轴的夹角分别为  $\varphi$ , 如图 1(a) 所示,  $-\alpha$  是磁场  $\mathbf{B}_0$  在  $xoy$  平面的投影与  $x$  轴方向的夹角, 有  $0 \leq \varphi \leq \pi$ ,  $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$ . 假定磁矩进动的频率远大于磁矩的弛豫系数, 则在磁矢量场的作用下磁矩在  $\mathbf{B}_0$  方向的稳态解为 [22]

$$m_{2,0}^{\text{eq}} = m_{2,0}^{\text{ini}} \frac{3\cos^2\varphi - 1}{2}. \quad (2)$$

在原子与光相互作用的同时存在沿  $x$  轴振荡的射频场  $B_1 \cos(\omega t)$ , 其中  $B_1$ ,  $\omega$  分别代表射频场振幅和频率, 该射频场将激发原子基态磁子能级间的磁偶极跃迁, 实现基态粒子布居数的重新分布, 此时诱发原子塞曼跃迁的有效磁场为射频信号中垂直  $\mathbf{B}_0$  的分量, 可表示为

$$B_{\text{rf}}^{\text{eff}}(\omega t) = A_{\text{rf}}^{\text{eff}} \cos(\omega t) = \frac{1}{2} B_1 (\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi)^{\frac{1}{2}} \cos(\omega t), \quad (3)$$

这里的系数  $1/2$  是考虑旋转波近似的结果, 即只有与进动方向相同的射频信号才会激发磁子能级间的跃迁. 为方便计算, 首先  $xoy$  平面以  $o$  点为中心,  $z$  为轴旋转  $\alpha$  角, 形成坐标系  $x'y'z'$ , 使旋转后的  $x'$  轴与  $\mathbf{B}_0$  在  $xoy$  平面的投影相重合, 如图 1(b) 所示; 然后再以  $o$  点为中心,  $y'$  为轴旋转  $\varphi$  角, 使旋转后的  $z'$  轴与  $\mathbf{B}_0$  相重合, 形成坐标系  $x''y''z''$ , 如图 1(c)

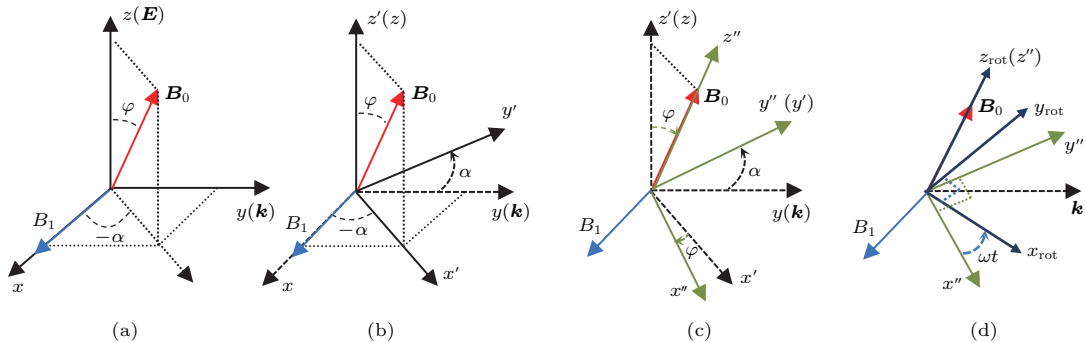


图 1 坐标系旋转变换 (a) 实验室坐标系; (b) 以  $z$  为轴旋转  $\alpha$  角, 使磁场位于  $x'o'z'$  平面; (c) 以  $y'$  为轴旋转  $\varphi$  角, 使磁场指向  $z''$  方向; (d) 以  $z''$  为轴、 $\omega$  为角速度使坐标系旋转, 形成旋转坐标系  $x_{\text{rot}}y_{\text{rot}}z_{\text{rot}}$

Fig. 1. The rotation transformation of the Cartesian coordinate frame: (a) A laboratory coordinate; (b) a rotation by angle  $\alpha$  around the  $z$ -axis and the magnetic field is located in  $x'o'z'$  plane; (c) a rotation by angle  $\varphi$  around the  $y'$ -axis, and the magnetic field is along the  $z''$ -axis; (d) rotating  $x''y''z''$  coordinate around the  $z''$ -axis with angular speed  $\omega$  forms a new rotating coordinate frame  $x_{\text{rot}}y_{\text{rot}}z_{\text{rot}}$ .

所示;最后以  $z''$  为轴、 $\omega$  为角速度进行旋转,形成  $x_{\text{rot}}y_{\text{rot}}z_{\text{rot}}$  旋转坐标系,见图 1(d);原子状态在  $x_{\text{rot}}y_{\text{rot}}z_{\text{rot}}$  旋转坐标系与实验室  $xyz$  坐标系之间满足如下旋转变换:

$$\mathcal{D}(\alpha, \varphi, \omega t) = \exp\left(\frac{i\omega t}{\hbar}\hat{F}_z\right) \exp\left(\frac{i\varphi}{\hbar}\hat{F}_y\right) \times \exp\left(\frac{i\alpha}{\hbar}\hat{F}_z\right), \quad (4)$$

其中  $\hbar$  是普朗克常量 (Planck constant),  $\hat{F}_z$  和  $\hat{F}_y$  分别代表角动量沿着  $z$  方向和  $y$  方向的投影算符. 在旋转坐标系中  $\mathbf{B}_{\text{rf}}^{\text{eff}}$  变成常矢量,其大小为  $A_{\text{rf}}^{\text{eff}}$ , 其与  $x_{\text{rot}}$  轴夹角为

$$\theta = -\arcsin \frac{\sin \alpha}{\sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \varphi}}.$$

在图 1(d) 所示的旋转系中原子所感受的总磁场为

$$\mathbf{B}_{\text{total}}^{\text{eff}} = A_{\text{rf}}^{\text{eff}} \cos(\theta) \hat{x}_{\text{rot}} + A_{\text{rf}}^{\text{eff}} \sin(\theta) \hat{y}_{\text{rot}} + \left(B_0 - \frac{\omega}{\gamma}\right) \hat{z}_{\text{rot}},$$

其中  $\hat{x}_{\text{rot}}$ ,  $\hat{y}_{\text{rot}}$ ,  $\hat{z}_{\text{rot}}$  是旋转坐标系中沿  $x_{\text{rot}}$ ,  $y_{\text{rot}}$ ,  $z_{\text{rot}}$  方向的单位矢量. 在旋转坐标系中求解 MTM 与射频场相互作用的刘维尔方程<sup>[22,24]</sup>, 即

$$\frac{d}{dt} m_{2,q} = \sum_{q'} \mathcal{O}_{qq'}^{(2)} m_{2,q'} - m_{2,q}^{\text{relax}} \quad (q = -2, -1, 0, 1, 2). \quad (5)$$

其中  $\mathcal{O}_{qq'}^{(2)}$  是相互作用矩阵  $\mathbf{O}^{(2)}$  的一个元素, 其可表示为

$$\mathbf{O}^{(2)} = \begin{pmatrix} -2i\delta & i\Omega P_- & 0 & 0 & 0 \\ i\Omega P_+ & -i\delta & i\sqrt{\frac{3}{2}}\Omega P_- & 0 & 0 \\ 0 & i\sqrt{\frac{3}{2}}\Omega P_+ & 0 & i\sqrt{\frac{3}{2}}\Omega P_- & 0 \\ 0 & 0 & i\sqrt{\frac{3}{2}}\Omega P_+ & i\delta & i\Omega P_- \\ 0 & 0 & 0 & i\Omega P_+ & 2i\delta \end{pmatrix},$$

此处  $\Omega = \mu A_{\text{rf}}^{\text{eff}}$  是射频信号激发磁子能级跃迁的拉比频率, 这里  $\mu$  是描述磁偶极跃迁的矩阵元<sup>[26]</sup>;  $P_{\pm} = \exp(\pm i\theta)$ ,  $\delta = \omega - \omega_0$  代表射频信号与进动

频率的失谐. 假设进动的弛豫项满足:

$$\begin{pmatrix} m_{2,2}^{\text{relax}} \\ m_{2,1}^{\text{relax}} \\ m_{2,0}^{\text{relax}} \\ m_{2,-1}^{\text{relax}} \\ m_{2,-2}^{\text{relax}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma_2 m_{2,2} \\ \Gamma_1 m_{2,1} \\ \Gamma_0 (m_{2,0} - m_{2,0}^{\text{eq}}) \\ \Gamma_1 m_{2,-1} \\ \Gamma_2 m_{2,-2} \end{pmatrix},$$

其中  $\Gamma_0$ ,  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$  分别是布居数、MVM 和 MTM 的弛豫系数. 利用 Mathematica11 软件求方程 (5) 中  $m_{2,q}$  的稳态解, 然后对稳态解进行旋转逆变换, 即乘以  $\mathcal{D}^{-1}(\alpha, \varphi, \omega t)$ , 获得我们所关心的在  $xyz$  实验室静止坐标系下  $m_{2,0}(\Omega, \delta, \varphi, t)$  的解析表达式. 实验中通常利用激光透射光谱来分析原子磁矩的演化过程, 为了描述方便, 定义激光归一化透射光谱信号:

$$P(\Omega, \delta, \varphi, t) = \frac{m_{2,0}(\Omega, \delta, \varphi, t)}{m_{2,0}^{\text{ini}}} \quad [24].$$

### 3 结果与分析

通过求方程 (5) 的定态解, 归一化光谱解析表达式可写为

$$\begin{aligned} P(\Omega, \delta, \varphi, t) &= h_{\text{dc}}(\varphi) A_{\text{dc}}(\Omega, \delta) + h_{\omega}(\varphi) [D_{\omega}(\Omega, \delta) \cos(\omega t - \theta) \\ &+ A_{\omega}(\Omega, \delta) \sin(\omega t - \theta)] \\ &+ h_{2\omega}(\varphi) [A_{2\omega}(\Omega, \delta) \cos(2\omega t - 2\theta) \\ &+ D_{2\omega}(\Omega, \delta) \sin(2\omega t - 2\theta)], \end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $h_{\text{dc}}$ ,  $h_{\omega}$ ,  $h_{2\omega}$  分别代表磁场方向对透射光直流、一次谐波、二次谐波的影响;  $A_{\text{dc}}$ ,  $A_{\omega}$ ,  $A_{2\omega}$  分别代表磁矩进动对透射光直流、一次谐波、二次谐波中对称成分的影响;  $D_{\omega}$ ,  $D_{2\omega}$  分别代表磁矩进动对一次谐波、二次谐波中反对称成分的影响. 研究发现: 当  $\Omega \ll 1$  时, 直流分量和一次谐波的线宽约为  $\Gamma_1$ , 二次谐波的线宽约为  $\frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{2\Gamma_1 + \Gamma_2}$ ; 而当  $\Gamma_2 \geq 2.38\Gamma_1$  时, 二次谐波对直流分量和一次谐波分量的影响可以忽略, 此时同 MVM 相比 MTM 进动频谱不再具有提高测磁灵敏度的能力. 为突出 MTM 在磁场中进动的物理本质, 我们假设  $\Gamma_0 \approx \Gamma_1 \approx \Gamma_2 \approx 1$ . 则这些符号所代表的具体解析表达式如下:



$$h_{dc}(\varphi) = 3 \left( \frac{3\cos^2\varphi - 1}{2} \right)^2, \quad (7a)$$

$$h_{\omega}(\varphi) = 3 \sin\varphi \cos\varphi \frac{3\cos^2\varphi - 1}{2}, \quad (7b)$$

$$h_{2\omega}(\varphi) = \frac{3}{2} \sin^2\varphi \frac{3\cos^2\varphi - 1}{2}, \quad (7c)$$

$$A_{dc}(\Omega, \delta) = -\frac{\Omega^2}{1 + \delta^2 + \Omega^2} + \frac{3\Omega^4}{(1 + \delta^2 + \Omega^2)(1 + 4\Omega^2 + 4\delta^2)}, \quad (7d)$$

$$A_{\omega}(\Omega, \delta) = -\frac{\Omega}{1 + \delta^2 + \Omega^2} + \frac{3\Omega^3}{(1 + \delta^2 + \Omega^2)(1 + 4\Omega^2 + 4\delta^2)}, \quad (7e)$$

$$A_{2\omega}(\Omega, \delta) = -\frac{\Omega^2}{1 + 4\Omega^2 + 4\delta^2} + \frac{3\Omega^2\delta^2}{(1 + \delta^2 + \Omega^2)(1 + 4\Omega^2 + 4\delta^2)}, \quad (7f)$$

$$D_{\omega}(\Omega, \delta) = \frac{\delta\Omega}{1 + \delta^2 + \Omega^2} - \frac{6\delta\Omega^3}{(1 + \delta^2 + \Omega^2)(1 + 4\Omega^2 + 4\delta^2)}, \quad (7g)$$

$$D_{2\omega}(\Omega, \delta) = -\frac{3\delta\Omega^2}{(1 + \delta^2 + \Omega^2)(1 + 4\Omega^2 + 4\delta^2)}. \quad (7h)$$

### 3.1 直流分量

从表达式(7d)中可以发现透射的直流分量包含两项, 其中前一项类似于传统的  $M_z$  磁力仪, 具有洛伦兹吸收线型且不受射频信号垂直磁场分量取向的影响<sup>[27]</sup>; 第二项是MTM进动所特有的干涉项, 其产生的原因与一次谐波对称成分一致(见后面的分析). 图2是  $\Omega = 0.2, \frac{1}{2\sqrt{2}}, 1$  时的透射频谱.

分析发现存在临界状态  $\Omega = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ : 即当  $\Omega < \frac{1}{2\sqrt{2}}$  时, 随着  $\Omega$  的增加谱线呈展宽趋势, 仍保持单吸收峰线型, 其线宽(半高半宽)  $\Delta\zeta_{dc} \approx 1 + 1.78\Omega^2$ ; 但当  $\Omega > \frac{1}{2\sqrt{2}}$  时, 单吸收峰出现劈裂, 随着  $\Omega$  的增加吸收峰向两侧移动, 使其分离的距离不断加大, 且双峰间距满足  $\Delta\zeta_{dc} = \sqrt{3\sqrt{\Omega^2 + \Omega^4} - \Omega^2} - 1$ , 共振透射信号随  $\Omega$  的增大而增加, 这种直流信号共振

谱线分裂的现象在基态零场非线性汉勒效应中曾被观测过<sup>[24,28,29]</sup>, 但据我们所知它在线共振光激发MTM型  $M_z$  磁力仪的研究中未见报道. 直流分量可用于辨析磁场大小, 研究表明当  $\Omega = 1.03$  最佳拉比频率时, 中心干涉条纹宽度仅为0.38, 考虑到  $\varphi = 0^\circ$  为最敏感方向, 则利用直流共振干涉条纹可获得最佳磁场鉴别斜率约为0.12.

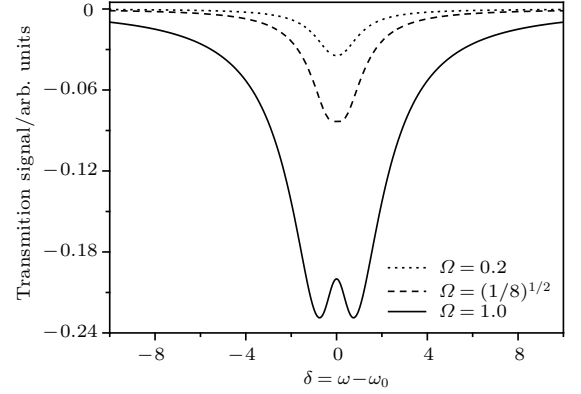


图2 不同拉比频率下的透射信号的直流分量随频率失谐的变化

Fig. 2. The time-independent component of transmission spectrum as a function of radio-frequency detuning when the Rabi frequency is different.

### 3.2 一次谐波分量

从表达式(7e)和(7g)中可发现透射信号的一次谐波对称和反对称成分也包含两项, 其中第一项类似于传统的  $M_x$  磁力仪<sup>[13,30]</sup>, 第二项为相干项, 激起干涉条纹. 图3(a)—(d)分别是  $\Omega = 0.2, \frac{1}{2\sqrt{2}}, 1, 2$  时的透射频谱, 实线(虚线)代表对称(反对称)成分. 研究发现相干项表达式分别是二次谐波对称成分(7f)式第一项与一次谐波对称成分(7e)式和反对称成分(7g)式相乘的结果, 我们认为它是两谐波相互干涉所致, 该解释不同于二次谐波和射频场相互干涉<sup>[22]</sup>. 表达式(7e)与(7d)成正比, 其比例系数仅为拉比频率, 因此显示对称成分分裂的阈值、谱线宽度及谱线分裂间距随拉比频率的变化与上面讨论的直流分量满足相同的规律; 不同点在于当  $\Omega = \frac{1}{2\sqrt{2}}$  时, 对称成分的振幅于共振处达到最大值, 见图3(b), 然后随  $\Omega$  的增大而减小; 而反对称成分在共振附近  $\Omega > \sqrt{2}/2$  条件下将出现干涉条纹, 且条纹幅度随  $\Omega$  的增大而增大(见图3(c)和图3(d)). 在  $\Omega \rightarrow 0$  条件下分析反对称项表达式(7g)所对应的线宽:  $\Delta\zeta_{\omega} = 1$ , 即极限线宽

等于弛豫系数, 此时干涉项的影响可以忽略不计. 当  $\Omega = 0.28$  时反对称谱线的中心有最大的斜率, 考

虑到最灵敏的磁场取向  $\varphi = 25.5^\circ$ , 此时可探测的最大斜率为: 0.141.

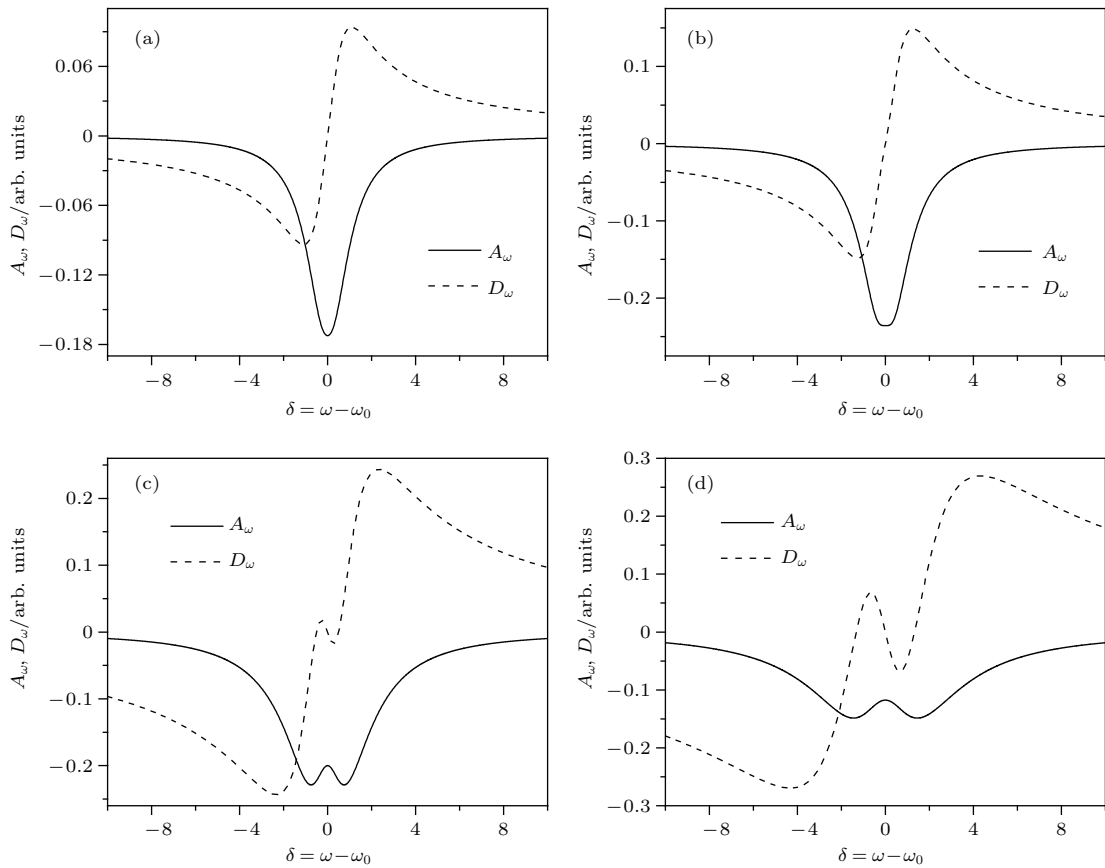


图3 (a)  $\Omega = 0.2$ , (b)  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ , (c) 1, (d) 2时一次谐波对称(实线)、反对称(虚线)成分随频率失谐的变化

Fig. 3. The symmetric (solid line) and antisymmetric (dash line) components of the first harmonic versus frequency detuning: (a)  $\Omega = 0.2$ ; (b)  $\Omega = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ ; (c)  $\Omega = 1$ ; (d)  $\Omega = 2$ .

### 3.3 二次谐波分量

二次谐波对称和反对称成分的解析表达式见(7f)和(7h), 图4(a)–(d)分别是  $\Omega = 0.2, 1/\sqrt{2}, 2, 5$  时的透射频谱, 实线(虚线)代表对称(反对称)成分. 对称成分的线宽随  $\Omega$  的增加而增大, 但不会出现分裂. 反对称成分在共振附近将不再出现干涉条纹, 在  $\Omega \rightarrow 0$  条件下分析反对称项(7h)所对应的线宽:  $\Delta\zeta_{2\omega} = 0.38$ , 仅为一次谐波线宽的38%, 它可以解释为两谐波相互干涉导致的线宽压窄, 其形成机理目前正在研究中. 当  $\Omega = 0.1$  时, 分析谐波干涉对谱线对称成分的影响, 见图5. 虚线(点线)描述(7f)式中第一(第二)项, 实线是两者叠加的结果, 显然此时干涉导致谱线明显变窄. 当  $\Omega = 1/\sqrt{2}$  时, 反对称谱线的中心有最大的斜率, 如图4(b)所示, 考虑到最灵敏的磁场取

向  $\varphi = 90^\circ$ , 此时可探测的最大斜率为0.25. 可见在探测信号磁等效噪声谱密度相同的情况下, 与一次谐波检测相比, 利用二次谐波可使标量磁力仪灵敏度提高77%.

然而对矢量磁力仪而言, 方向角  $\varphi$  直接影响利用直流、一次谐波和二次谐波探测磁场变化的灵敏度. 在最佳拉比频率的条件下, 分析以上三种方式共振中心处鉴别磁场变化的曲线斜率随方向角  $\varphi$  的变化, 结果如图6所示. 图中4个圆点代表取向分界点, 分别对应  $\varphi_1 = 13.2^\circ, \varphi_2 = 45.0^\circ, \varphi_3 = 135.0^\circ, \varphi_4 = 166.8^\circ$ . 即在固定噪声谱密度的情况下: 当  $0 < \varphi < \varphi_1$  或  $\varphi_4 < \varphi < 180^\circ$  时利用直流分量将获得最佳测磁灵敏度, 当  $\varphi_1 < \varphi < \varphi_2$  或  $\varphi_3 < \varphi < \varphi_4$  时利用一次谐波检测将获得最佳测磁灵敏度, 当  $\varphi_2 < \varphi < \varphi_3$  时利用二次谐波检测将获得最佳测磁灵敏度.

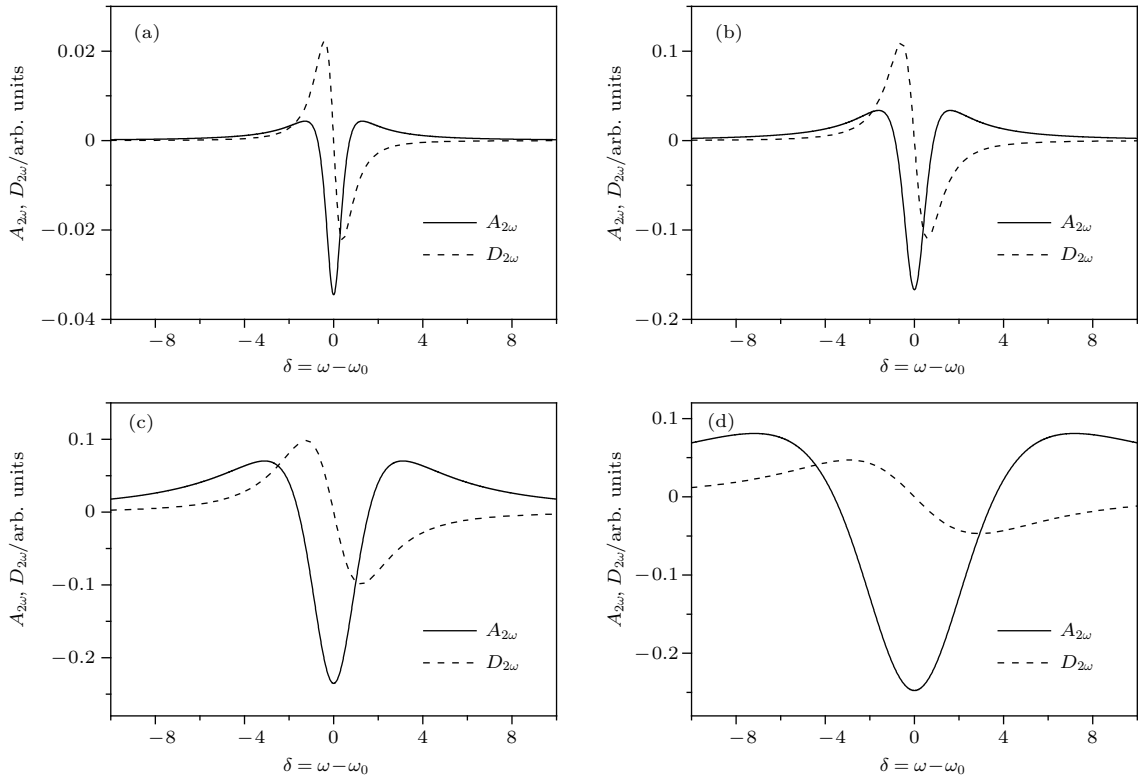


图4 (a)  $\Omega = 0.2$ , (b)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ , (c) 2, (d) 5时二次谐波对称(实线)、反对称(虚线)成分随频率失谐的变化

Fig. 4. The symmetric (solid line) and antisymmetric (dash line) components of the second harmonic versus frequency detuning: (a)  $\Omega = 0.2$ ; (b)  $\Omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ; (c)  $\Omega = 2$ ; (d)  $\Omega = 5$ .

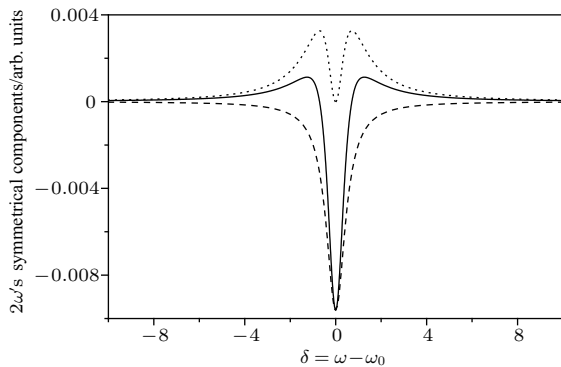


图5 当 $\Omega = 0.1$ 时,二次谐波对称成分随频率失谐的变化(划线为不考虑谐波干涉的结果;点线为干涉项的变化曲线;实线为虚线和点线求和的结果)

Fig. 5. The dependence of the symmetric component of the second harmonic signal on frequency detuning (dash line, the result without taking harmonic interference into account; dot line, influence of the harmonic interference on the spectrum; solid line, sum of the above both curves).

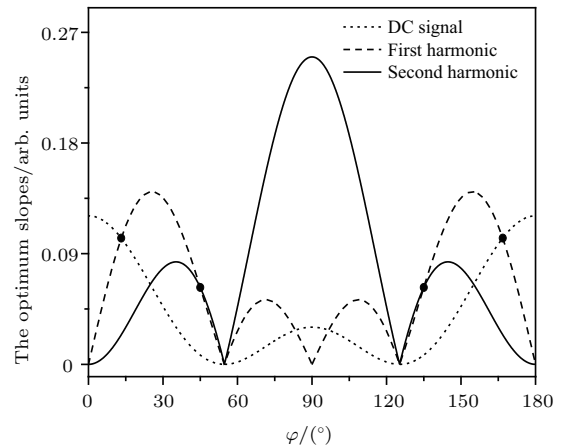


图6 直流分量、一次谐波分量及二次谐波分量在共振中心处鉴别磁场变化曲线的斜率对 $\varphi$ 的依赖关系

Fig. 6. The slopes of variation curves of magnetic intensity, discriminated by the direct current component, first harmonic, and second harmonic, as a function of  $\varphi$ .

### 3.4 磁场方向分析

与圆偏振光相比,共振线偏振光激发的MTM进动频谱更利于辨析待测磁场方向,实现原子矢量

磁力仪. 在保持物理探头结构简单的基础上,为了获得磁场的方向信息,得到两个方向角,必须找到仅依赖磁场取向的可观测物理量,因为射频场在垂直待测场方向投影产生的拉比频率完全不可预知.

经过上面的分析,发现在 $\delta = 0$ 条件下直流信号与二次谐波对称成分振幅的比值 $R_{dc/2\omega}$ 、二次谐波对称成分与一次谐波对称成分振幅的比值 $R_{2\omega/\omega}$ ,如下:

$$R_{dc/2\omega} = \frac{3\cos^2\varphi - 1}{\sin^2\varphi}, \quad (8a)$$

$$R_{2\omega/\omega} = \frac{\Omega}{2} \operatorname{tg} \varphi. \quad (8b)$$

可见 $R_{dc/2\omega}$ 仅是 $\varphi$ 的函数,与拉比频率和 $\alpha$ 都无关,可通过(8a)式确定磁场所具有的方向角 $\varphi$ ,见图7(a).由于 $\Omega$ 恒大于零,(8b)式的符号可决定 $\varphi$ 是锐角还是钝角,即图7(a)中 $\varphi = 0.5\pi$ 直线平分整个平面,曲线关于该直线对称.在确定 $\varphi$ 以后,分析共振情况下两谐波反对称成分相移的差值,有

$$\alpha = -\arcsin \frac{\sin\theta\sqrt{\cos^2\varphi}}{\sqrt{1 - \sin^2\theta \cdot \sin^2\varphi}}, \quad (8c)$$

如图7(b)所示.图7(a)和图7(b)显示在 $\varphi = 0.5\pi$ 附近, $\left(\frac{d\varphi}{dR_{dc/2\omega}}\right)^{-1} \rightarrow 0$ , $\left(\frac{d\alpha}{d\theta}\right)^{-1} \rightarrow 0$ ,即此时

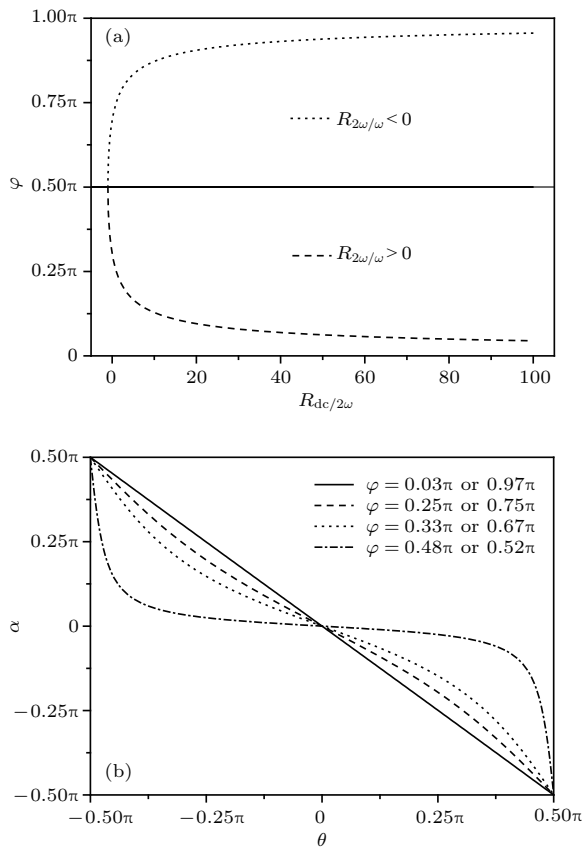


图7 (a) 磁场方向角 $\varphi$ 与 $R_{dc/2\omega}$ 的依赖关系; (b) 磁场方向角 $\alpha$ 与谐波相位角 $\theta$ 的依赖关系

Fig. 7. (a) The dependence of  $\varphi$  on  $R_{dc/2\omega}$ ; (b) the dependence of  $\alpha$  on  $\theta$ .

MTM型矢量磁力仪具有测量磁场大小的最佳灵敏度,但失去了方向分辨能力.

#### 4 结论与展望

本文受文献[22]启发,理论研究了共振线偏振光使原子获得MTM,及在射频场存在的条件下矢量磁场引起原子MTM进行拉莫尔进动的模型,获得了透射光信号时域完整的解析解.当拉比频率大于 $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ 时,发现两谐波间的干涉效应将导致直流分量和一次谐波对称成分的谱线分裂,一次谐波反对称成分在共振附近呈现干涉条纹,直流分量和二次谐波谱线宽均小于弛豫系数.理论论证了在不同的 $\varphi$ 角区间,分别利用直流分量、一次谐波和二次谐波共振信号获得最佳的磁测灵敏度;同时发现可利用共振时的直流分量、一次谐波对称成分振幅、二次谐波对称成分振幅来确定磁场与光极化方向的夹角,利用两谐波反对称成分相移来确定待测磁场在垂直于光极化方向的投影与射频场方向的夹角,进而实现MTM进动型矢量原子磁力仪.然而这种矢量磁力仪仍然存在死区问题,一个是磁场沿 $x$ 轴方向,另一个是磁场位于魔角(magic angle)方向[25].因此,利用共振光偏振态调制代替这里的射频场[31],利用激光偏振平衡分析代替这里的透射光强检测[32],实现全方位无死区高灵敏度磁场矢量测量将是我们下一步努力的方向.同时从实验角度改善原子气室内表面镀膜工艺,减小磁矩进动的弛豫系数,并实现 $\Gamma_0 \approx \Gamma_1 \approx \Gamma_2$ 也值得细致的研究.

#### 参考文献

- [1] Budker D, Romalis M 2007 *Nat. Phys.* **3** 227
- [2] Dang H B, Maloof A C, Romalis M V 2010 *Appl. Phys. Lett.* **97** 151110
- [3] Shah V, Knappe S, Schwindt P D D, Kitching J 2007 *Nat. Photon.* **1** 649
- [4] Savukov I, Karaulanov T, Boshier M G 2014 *Appl. Phys. Lett.* **104** 023504
- [5] Lee H J, Shim J H, Moon H S, Kim K 2014 *Opt. Express* **22** 19887
- [6] Xia H, Baranga B A, Hoffman D, Romalis M V 2006 *Appl. Phys. Lett.* **89** 211104
- [7] Zou S, Zhang H, Chen X Y, Chen Y, Lu J X, Hu Z H, Shan G C, Quan W, Fang J C 2016 *J. Appl. Phys.* **119** 143901



- [8] Allmendinger F, Heil W, Karpuk S, Kilian W, Scharth A, Schmidt U, Schnabel A, Sobolev Y, Tullney K 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 110801
- [9] Goldenberg F 2006 *IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium-PLANS* San Diego, California of USA, April 25–27 2006 p684
- [10] Huang H C, Dong H F, Hu X Y, Chen L, Gao Y 2015 *Appl. Phys. Lett.* **107** 182403
- [11] Patton B, Zhivun E, Hovde D C, Budker D 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 013001
- [12] Seltzer S J, Romalis M V 2004 *Appl. Phys. Lett.* **85** 4804
- [13] Vershovskii A K 2011 *Tech. Phys. Lett.* **37** 140
- [14] Sun W M, Huang Q, Huang Z J, Wang P W, Zhang J H 2017 *Chin. Phys. Lett.* **34** 058501
- [15] Yudin V I, Taichenachev A V, Dudin Y O, Velichansky V L, Zibrov A S, Zibrov S A 2010 *Phys. Rev. A* **82** 033807
- [16] Cox K, Yudin V I, Taichenachev A V, Novikova I, Mikhailov E E 2011 *Phys. Rev. A* **83** 015801
- [17] Fu J Q, Du P C, Zhou Q, Wang R Q 2016 *Chin. Phys. B* **25** 010302
- [18] Gu Y, Shi R Y, Wang Y H 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 110701 (in Chinese) [顾源, 石荣晔, 王延辉 2014 物理学报 **63** 110701]
- [19] Lin Z S, Peng X, Li W H, Wang H D, Guo H 2017 *Opt. Express* **25** 7668
- [20] Bevilacqua G, Breschi E 2014 *Phys. Rev. A* **89** 062507
- [21] Gawlik W, Krzenmień L, Pustelny S, Sangla D, Zachorowski J 2006 *Appl. Phys. Lett.* **88** 131108
- [22] Weis A, Bison G, Pazgalev A S 2006 *Phys. Rev. A* **74** 033401
- [23] Domenico G D, Bison G, Groeger S, Knowles P, Pazgalev A S, Rebetez M, Saudan H, Weis A 2006 *Phys. Rev. A* **74** 063415
- [24] Breschi E, Weis A 2012 *Phys. Rev. A* **86** 053427
- [25] Budker D, Kimball D F, DeMille D P 2012 *Atomic Physics* (2nd Ed.) (England: Oxford University Press) pp110–112
- [26] Li N, Huang K K, Lu X H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 133201 (in Chinese) [李楠, 黄凯凯, 陆璇辉 2013 物理学报 **62** 133201]
- [27] Ding Z C, Yuang J, Luo H, Long X W 2017 *Chin. Phys. B* **26** 093301
- [28] Grewal R S, Pattabiraman M 2016 *Eur. Phys. J. D* **70** 219
- [29] Weis A, Shi Y Q, Grujić Z D 2017 *Eur. Phys. J. D* **71** 80
- [30] Grosz A, Haji-Sheikh M J, Mukhopadhyay S C 2017 *High Sensitivity Magnetometers* (Switzerland: Springer) pp380–387
- [31] Ben-Kish A, Romalis M V 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 193601
- [32] Zhang F, Tian Y, Zhang Y, Gu S H 2016 *Chin. Phys. B* **25** 094206

# Theory of atomic vector magnetometer using linearly polarized resonant light\*

Zhang Jun-Hai<sup>†</sup> Wang Ping-Wen Han Yu Kang Chong Sun Wei-Min

(Key Lab of In-fiber Integrated Optics (Ministry Education), Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

( Received 23 September 2017; revised manuscript received 19 December 2017 )

## Abstract

As is well known a linearly polarized resonant laser will cause atoms to generate a magnetic tensor moment (MTM) by polarizing them. When there exists an external magnetic field, it is possible that the moment will precess around the field. In the presence of a radio frequency (RF) exciting source, we investigate theoretically the dependence of time-independent (direct current, DC), the first and second harmonic signal of the MTM precession on magnetic vector field, and obtain its analytical solution by solving the Liouville equation. The results show that the interference of both harmonic components will result in the precession spectrum evidently varying. A detailed explanation is described in the following. For the DC signal, Rabi frequency  $\Omega$  of  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$  is a spectral splitting threshold. When it is greater than the threshold, the interference will cause single resonant absorption dip characterized usually to split into two dips, which has not been reported before to the best of our knowledge, and the separation between both the dips may be expressed as  $\sqrt{3\sqrt{\Omega^2 + \Omega^4} - \Omega^2} - 1$ . For the first harmonic signal including symmetric and antisymmetric component, an interference fringe will appear near the center of antisymmetric part when  $\Omega > \frac{1}{2\sqrt{2}}$ , simultaneously its symmetric part behaves like the above dc component, such as splitting threshold and separation between both dips. With regard to the second harmonic signal, it is found that the interference can also lead to the width of the second harmonic decreasing to 38% compared with the case of the first harmonic signal. At the optimum RF Rabi frequency, on the assumption that noise spectral density is constant, it is theoretically shown that the most sensitive magnetometer, realized by the DC component or the first or second harmonic signal of the precession, depends only on the angle between the light polarization and the measured magnetic field.

In fact, we are able to obtain the modules of the measured magnetic vector by RF resonant frequency. The angle between the magnetic field and the laser polarization is determined just by the ratio of the intensity of the DC component to the intensity of the second harmonic signal and the ratio between the intensities of the symmetric parts of two harmonic signals in resonance, and another orientation angle between the measured field projection at the plane perpendicular to the light polarization and the direction of RF source depends on the phase difference between the antisymmetric components of both harmonic signals. Consequently, we demonstrate a vectorial atomic magnetometer that is realized by using the RF source and the linearly polarized resonant laser without rotating laser polarization. This kind of atomic magnetometer with simple sensor structure is easy to integrate vector magnetometer array which will be suitable for solving the inverse problem and geomagnetic navigation.

**Keywords:** magnetic tensor moment, vector magnetometer, precession spectrum

**PACS:** 07.55.Ge, 32.30.Dx, 33.40.+f, 32.80.Qk

**DOI:** 10.7498/aps.67.20172108

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. U1631239, U1331114).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [jhzhang@hrbeu.edu.cn](mailto:jhzhang@hrbeu.edu.cn)