

一种有效解决离轴数字全息相图倾斜畸变的数字参考平面方法

李芳 王明清 郑明 卢苇 于庆南 贾燕 吴坚

Numerical reference plane algorithm for effectively solving tilt distortion of a phase image in digital off-axis holography

Li Fang Wang Ming-Qing Zheng Ming Lu Wei Yu Qing-Nan Jia Yan Wu Jian

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 67, 094202 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20172528

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172528>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I9>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于空间光调制器的非相干数字全息单次曝光研究](#)

Single-shot incoherent digital holography based on spatial light modulator

物理学报.2018, 67(6): 064202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172127>

[基于螺旋相位调制的非相干全息点扩散函数研究](#)

Point spread function of incoherent digital holography based on spiral phase modulation

物理学报.2018, 67(1): 014203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.014203>

[基于数字全息图的光纤折射率测量研究](#)

Refractive Index Measurement Research for Optical Fiber Based on Digital Hologram

物理学报.2015, 64(6): 064204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.064204>

[像面数字全息的重建相位误差分析和改善](#)

Analysis and improvement of reconstruction phase error in the image plane digital holography

物理学报.2014, 63(24): 244201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.244201>

[数字全息术测定涡旋光束拓扑电荷数](#)

Measuring topology charge of vortex beam using digital holography

物理学报.2014, 63(24): 244202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.244202>

一种有效解决离轴数字全息相图倾斜畸变的数字参考平面方法*

李芳 王明清 郑明 卢苇 于庆南 贾燕 吴坚†

(北京航空航天大学物理科学与核能工程学院, 北京 100191)

(2017年11月25日收到; 2018年1月28日收到修改稿)

离轴数字全息中使用倾斜的平面参考波以消除成像中的零级衍射和共轭像是一种简捷和常用的方法, 然而该方法遇到的一个困扰是, 由于倾斜参考波引入了附加的载波频率并很难通过实验测量准确地获得附加的载波频率值或倾角, 因此会导致重建的相图出现一定的倾斜畸变而无法完全修正. 本文提出了一种数字参考平面算法以解决这一问题. 该算法利用重建相图的平坦区域选点构建一个能准确表征相图倾斜的数字参考平面, 并建立该平面参数与参考波载波频率的数学关系和作为随后相图畸变修正迭代计算的判据. 该算法简单有效, 不仅能实现对倾斜相位畸变的准确修正, 而且能准确地获得倾斜平面参考波的附加载波频率. 由于在相位解包裹重建中结合了抑噪处理, 因此该方法在环境和系统噪声的影响下仍然有效, 实验结果验证了理论设计的有效性.

关键词: 倾斜相位畸变, 离轴数字全息

PACS: 42.40.-i, 42.15.Fr, 42.40.Kw

DOI: 10.7498/aps.67.20172528

1 引言

离轴数字全息由于参考光的倾斜入射可以使零级衍射、重建像及共轭像在波场的重建过程中彼此分离, 从而方便地在成像中消除零级衍射和共轭像的影响而获得广泛的应用^[1,2]. 其中, 平面光波由于计算简单, 是离轴数字全息中广泛使用的一种参考光波形^[3–5]. 然而, 这种离轴成像方式由于引入了参考波的附加载波频率会导致重建像产生倾斜相位畸变^[6]. 针对此问题最直接的解决方案就是设法测得平面参考波的附加载波频率或倾角, 然后将其代入重建算法而消除倾斜畸变. 这种方法的核心问题在于如何准确地测得平面参考光波的附加载波频率或倾角值. 因为到目前为止, 通过实验方法很难准确地测出参考光波的附加载波频率值或倾角.

为解决这个问题, 国内外的研究者提出了多种解决方案, 大致可以分为双曝光法^[7]、数字参考波法^[8–13]、频谱中心法^[14–16]及自动修正算法^[17–21]. 其中, 双曝光法通过分别记录包含物体和不含物体的两幅双光束干涉全息图并进行相减以对重建相图的倾斜畸变做出修正. 由于该方法需要记录两幅全息图和要求系统具有高稳定性, 因此难以用于动态成像. 而数字参考波法是通过建立和开展数字参考波的计算以确定其载波频率, 从而达到对重建相图的倾斜畸变修正的目的. 该方法需要一些特殊的条件, 例如在全息图平面的物波场需为缓变场、针对微小物体或平坦物体成像. 除此以外, 像素大小对条纹分辨率的影响也限制了获取参考波载波频率的精确性, 因此该方法具有一定的局限性. 频谱中心法是将全息图变换到频域, 通过寻找和定位物体频谱的最大值点并移动到坐标中心而消除重建相图倾斜畸变的方法. 这种方法易

* 国家自然科学基金(批准号: 61376070, 61474118)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: jwu2@buaa.edu.cn

受像素分辨率及噪声的影响而难以准确定位物体频谱的最大值, 因此重建像仍会存在一定的残留畸变。自动修正算法通过在波场的重建计算中引入相位掩模来修正相位畸变。该方法更多地用于透镜导致的二次相位畸变的修正, 是一种理论上的理想模型, 如果存在噪声和环境扰动的影响, 则会出现较大误差。

为了找到能更好地解决离轴数字全息成像中相图倾斜畸变修正问题的方法, 本文提出了一种基于无透镜离轴数字全息成像的倾斜相位畸变修正的数字参考平面算法。对该方法的论述包括: 1) 相图的解包裹重建和抑噪处理; 2) 从相图选点以构建一个能准确反映相图倾斜的数字参考平面; 3) 建立数字参考平面参量与平面参考波载波频率的数学关系; 4) 以构建的数字参考平面为判据进行倾斜相位畸变修正的迭代计算; 5) 实验验证。

2 算法原理

2.1 理论模型

离轴数字全息成像中, 物平面、全息图平面以及像平面的坐标关系如图 1 所示。

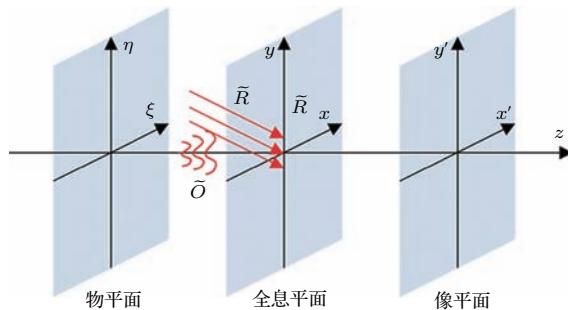


图 1 离轴数字全息成像中的物平面、全息图平面以及像平面的坐标关系

Fig. 1. Coordinate systems of object, hologram and reconstructed image planes for digital off-axis holography.

物光波和参考光波在全息图平面干涉产生的全息图强度可表达为

$$\begin{aligned} h &= (\tilde{R} + \tilde{O}) \times (\tilde{R} + \tilde{O})^* \\ &= |\tilde{O}|^2 + |\tilde{R}|^2 + \tilde{R}^* \tilde{O} + \tilde{O}^* \tilde{R}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中, \tilde{O} 和 \tilde{R} 分别表示物光波和参考光波的复振幅; $|\tilde{O}|^2 + |\tilde{R}|^2$ 表示零级衍射强度; $\tilde{R}^* \tilde{O}$ 和 $\tilde{O}^* \tilde{R}$ 分别表示再现像及其共轭像强度。对于无透镜离轴数字全息系统, 在全息图平面 ($z = 0$) 处的平面参考光波复振幅 $\tilde{R}(x, y)$ 可以表示为

$$\tilde{R}(x, y) = R(x, y) \exp[i2\pi(f_x x + f_y y)], \quad (2)$$

其中, $R(x, y)$ 是参考光波的实振幅, (f_x, f_y) 是平面参考光波分别在 x 和 y 方向上的实际载波频率。

通过对参考光波倾角的适当设计可以方便地使(1)式中的三项在成像平面彼此完全分离, 如此零级衍射和共轭像可以通过简单的频域滤波消除。因此, 将(2)式代入(1)式并去除零级斑和共轭项, 则滤波后的全息图强度可表示为

$$\begin{aligned} h'(x, y) &= \tilde{R}^*(x, y) \tilde{O}(x, y) \\ &= R(x, y) \exp[-i2\pi(f_x x + f_y y)] \\ &\quad \times \tilde{O}(x, y). \end{aligned} \quad (3)$$

依据傅里叶光学和基尔霍夫衍射理论, 在像平面重建的物波场可以写为

$$\begin{aligned} \tilde{U}(x', y') &= \frac{i}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{R}'(x, y) h'(x, y) \\ &\quad \times \frac{\exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}r\right)}{r} dx dy, \end{aligned} \quad (4)$$

式中, i/λ 是系数; λ 是光波长; r 是全息图平面和像平面上任意两点间的距离; $\tilde{R}'(x, y)$ 是用于图像重建计算的参考波复振幅, 其表达式为

$$\tilde{R}'(x, y) = R'(x, y) \exp[i2\pi(f'_x x + f'_y y)], \quad (5)$$

其中 $R'(x, y)$ 是实振幅, (f'_x, f'_y) 是参考波 $\tilde{R}'(x, y)$ 分别在 x' 和 y' 方向上的名义载波频率值, 它等于平面参考光波载波频率的设计值。由于实际记录全息图的平面参考光波的载波频率 (f'_x, f'_y) 难以准确测知, 因此用于图像重建的参考波的名义载波频率 (f'_x, f'_y) 并不严格地等于参考光波的实际载波频率 (f_x, f_y) , 即设计值不等于实际值。因此, 两个参考波的载波频率 (f'_x, f'_y) 与 (f_x, f_y) 会存在一定的频差, 这个差值将导致重建相图的倾斜畸变。将(3)和(5)式代入(4)式得到重建像的光场为

$$\tilde{U}(x', y') = \frac{iR^2(x', y')}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[i2\pi(\Delta f_x x + \Delta f_y y)] \times \tilde{O}(x, y) \frac{\exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}r\right)}{r} dx dy, \quad (6)$$

其中, $\Delta f_x = f'_x - f_x$ 和 $\Delta f_y = f'_y - f_y$. 根据傅里叶光学理论, 由于积分中第一项的相位因子 $2\pi(\Delta f_x x + \Delta f_y y)$ 是线性相因子, 因此重建的图像会发生一定的偏转而偏离图像平面中心, 即导致图像的倾斜相位畸变. 根据(6)式, 显然如果 Δf_x 和 Δf_y 等于零, 则重建的图像会准确地呈现在平面中心而没有倾斜畸变. 由于在数字全息中用于图像重建的参考波是以数字波函数的形式体现, 因此可以通过修正该参考波的名义载波频率值 (f'_x, f'_y) 使 $(\Delta f_x, \Delta f_y) = 0$, 即达到与全息图记录使用的参考光波实际载波频率一致.

为实现这个目标, 我们构建了一种能够准确反映图像重建中倾斜相位畸变程度的数字参考平面. 具体方法是首先获得三维重建相图并做抑噪处理以减小修正误差. 然后在相图的平坦区域内随机选取三个点 $M_j(x'_j, y'_j, z'_j)$ ($j = 1, 2, 3$) 的空间坐标值以建立数字参考平面方程:

$$a(x' - x'_j) + b(y' - y'_j) + c(z' - z'_j) = 0, \quad (7)$$

其中, (a, b, c) 是反映数字参考平面倾斜程度的系数, 它对应于重建图像的倾斜. 数字参考平面的法向量指示了倾斜的方向和大小, 可以表示为

$$\mathbf{n} = \overrightarrow{M_1 M_2} \times \overrightarrow{M_1 M_3} \\ = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x'_2 - x'_1 & y'_2 - y'_1 & z'_2 - z'_1 \\ x'_3 - x'_1 & y'_3 - y'_1 & z'_3 - z'_1 \end{vmatrix}, \quad (8)$$

其中, $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ 对应于 (x', y', z') 方向的单位向量; 系数 (a, b, c) 的值可以通过计算 \mathbf{n} 的行列式来获得. 由于(6)式中的线性相因子引起的图像偏转倾斜和(7)式中差分系数 (a, b) 表示的图像平面倾斜指示的是同样的结果, 因此以下的对应关系能够被建立:

$$(\Delta f_x, \Delta f_y) \propto (a, b). \quad (9)$$

以上关系显示, 如果系数 (a, b) 的值等于零, 则显然 $(\Delta f_x, \Delta f_y)$ 也等于零, 即图像重建的数字平面参考波的名义载波频率 (f'_x, f'_y) 将等于全息图记录的实际平面参考光波的载波频率值 (f_x, f_y) . 在这种情况下, 实际平面参考光波的载波频率值 (f_x, f_y) 也得以准确地确定. 基于这种考虑, 在随后对名义载波频率值 (f'_x, f'_y) 的修正计算中, 将数字参考平面参数 (a, b) 值的变化设为判定 Δf_x 和 Δf_y 是否为零

的判据. 修正名义载波频率值 (f'_x, f'_y) 和倾斜相位畸变的迭代计算过程如图 2 所示.

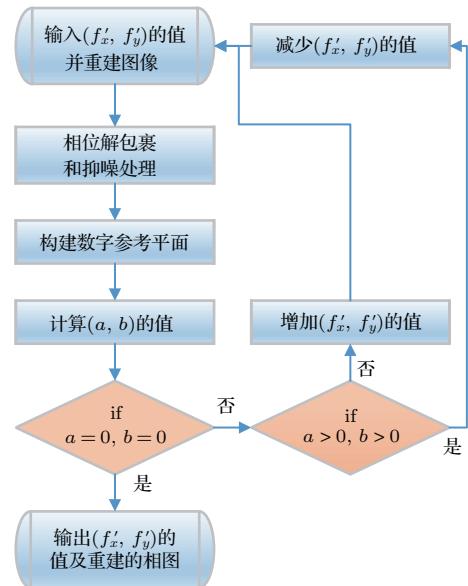


图 2 修正数字参考波名义载波频率 (f'_x, f'_y) 和倾斜相位畸变的迭代计算流程

Fig. 2. Flow-chart for correcting nominal carrier frequencies, (f'_x, f'_y) of the numerical reference wave and tilt phase distortion.

2.2 模拟分析和验证

对该方法的计算机模拟实验结果如图 3 所示, 图 3(a) 是原始物体. 模拟实验中, 引入高斯噪声作为对激光散斑噪声的模拟^[22]. 假设用于全息图记录的斜入射平面参考光波的载波频率设计值为 $f'_x = 900 \text{ cm}^{-1}$, $f'_y = 900 \text{ cm}^{-1}$, 实际值为 $f_x = 890 \text{ cm}^{-1}$, $f_y = 890 \text{ cm}^{-1}$. 因此, 用于全息图重建的数字参考波的名义载波频率值为 $f'_x = 900 \text{ cm}^{-1}$, $f'_y = 900 \text{ cm}^{-1}$, 与参考光波的实际载波频率 (f'_x, f'_y) 不等. 利用菲涅耳重建算法^[23] 和 PUMA 相位解包裹技术^[24] 获得的重建相图如图 3(b) 所示, 其结果不仅显示了明显的相位倾斜畸变, 而且还有噪声引起的相位畸变. 因此, 为了有效地修正相图的倾斜畸变, 在使用平稳的 PUMA 解包裹算法的基础上, 做了进一步的抑噪处理. 首先通过双边滤波^[25] 以有效保留去噪后的图像高对比度边缘特征信息, 然后进一步通过包含小波收缩的短时傅里叶变换以更好地保留图像纹理特征等低对比度信息^[26]. 抑噪处理的基本原理可以在数学上表示为

$$\tilde{S}_p = \frac{1}{|F_p|} \sum_{f \in F_p} K_{p,f} S_{p,f}, \quad (10)$$

其中, $S_{p,f}$ 是噪声傅里叶系数; F_p 是所有小波收缩信号的平均值; $K_{p,f}$ 是与噪声标准差 σ_n 有关的收缩系数; \tilde{S}_p 表示噪声被抑制后的结果。然而, 由于残余噪声的不确定性, 很难确定已解包裹相位的噪声标准差 σ_n 。对此, 我们使用噪声标准差的评估公式, 该值表示为

$$\sigma_n = \frac{\text{Median}(W_1^{\text{HH}})}{0.6745}, \quad (11)$$

其中, W_1^{HH} 是高频子频带的正交小波转换系数, Median 表示 W_1^{HH} 在计算中的中值, 0.6745 是基于经验公式获得的参数^[27]。经上述抑噪处理的结果如图 3(c) 所示。解包裹后的重建相图中的噪声得到有效抑制, 为随后的数字参考平面构建和倾斜畸变的修正提供了保障。

根据上述的数字参考平面构建原理, 在图 3(c) 的平坦区域选择三个点的坐标, 利用(7)式建立数字平面方程, 获得反映图像倾斜程度的数字参考

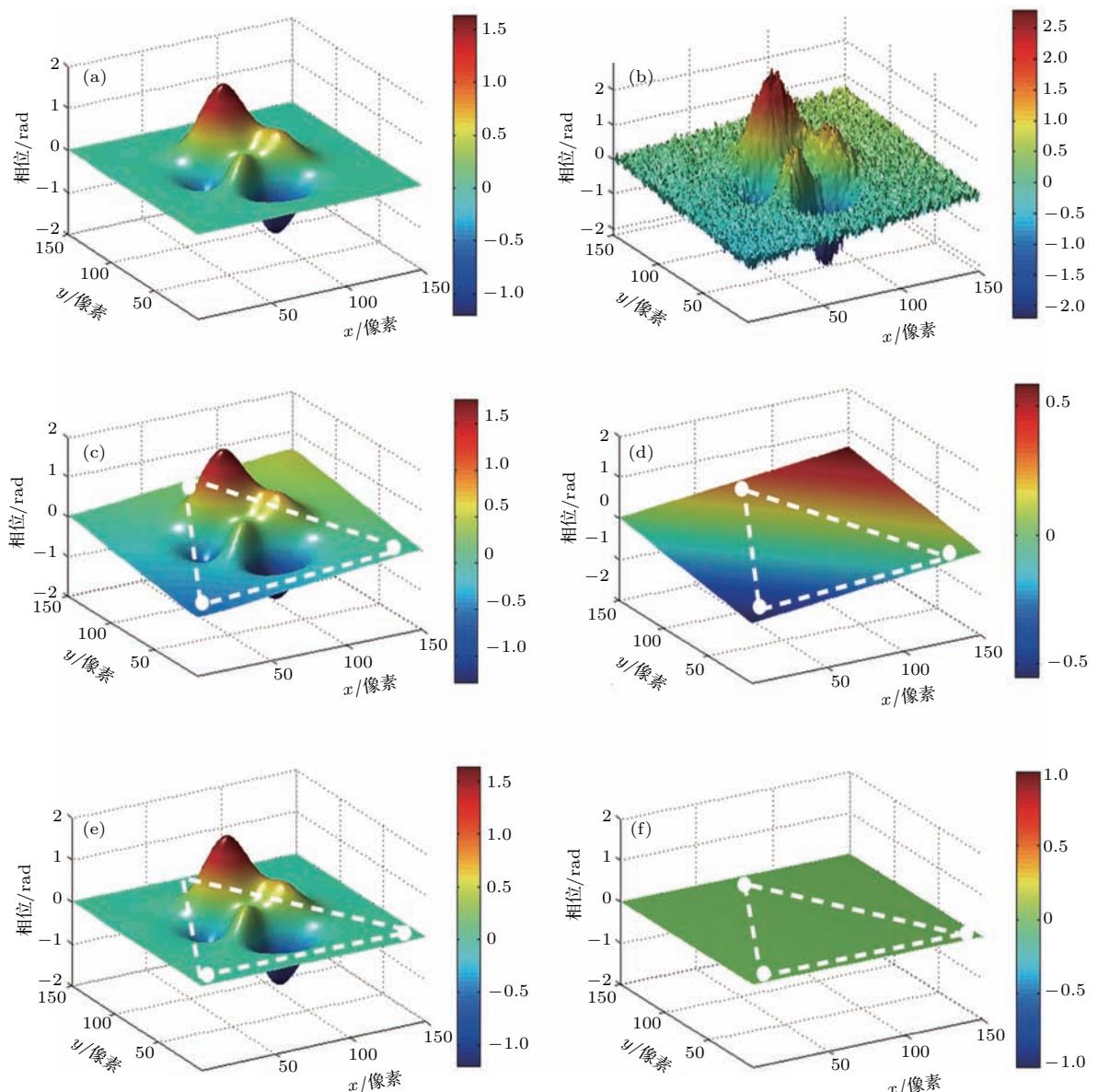


图 3 仿真计算结果 (a) 原始物体; (b) 包含噪声的 PUMA 解包裹相图; (c) 抑噪处理后的相图; (d) 构建的数字参考平面; (e) 倾斜相位畸变修正后的相图; (f) 倾斜相位畸变的误差分析

Fig. 3. Simulation results: (a) Original object; (b) reconstructed phase map with noise using PUMA phase unwrapping technique; (c) phase map with noise removed; (d) constructed numerical reference plane; (e) phase map with tilt phase distortion corrected; (f) error analysis of the tilt phase distortion correction.

平面, 如图3(d)所示。显然, 在这种情况下(a, b)值不等于零。然后, 利用图2的流程, 对参考波的名义载波频率(f'_x, f'_y)进行修正的迭代计算, 计算的误差值控制在 $|a| < 10^{-5}$ 和 $|b| < 10^{-5}$ 。当频率值为 $f'_x = 890 \text{ cm}^{-1}, f'_y = 890 \text{ cm}^{-1}$ 时, 倾斜相位畸变修正的结果如图3(e)所示。修正的误差如图3(f)所示。此时, (a, b)值为 $(-5.4976 \times 10^{-6}, -5.8756 \times 10^{-6})$ 。重建的相图(如图3(b)或图3(c))的倾斜畸变得到了很好的修正。同时, 由(9)式和(a, b)值可知, $(\Delta f_x, \Delta f_y)$ 足够小, 因此获得平面参考光波的实际载波频率为 $f'_x = 890 \text{ cm}^{-1}, f'_y = 890 \text{ cm}^{-1}$ 。

作为比较, 图4和表1给出了采用双曝光法^[7]、数字参考波法^[13]、频谱中心法^[15]和线性拟合法^[18]获得的相图倾斜畸变修正的仿真计算结果。图4(a)的双曝光法结果显示, 相图的倾斜畸变能够得到很好的修正, 但这仅仅是一种理想情况。由于该方法需要记录两幅全息图, 因此不能有任何扰

动的影响, 也就很难在实际环境中获得理想结果。图4(b)是使用数字参考波法得到的计算结果, 由于该算法仅在振幅域对图像进行处理, 因此在相位域上仍会存在一定的误差和残余畸变, 即相图的倾斜畸变未能完全修正。而图4(c)显示的频谱中心法计算结果是通过选取频谱最大值点并将其移至频谱中心实现相图畸变修正。该方法在像素分辨率及噪声的影响下, 仅能定位物频谱的最大值点, 参考波倾角或载波频率很小时, 重建的相图仍会存在一些残留畸变而不能完全修平。图4(d)显示了采用线性拟合法获得的相图倾斜畸变修正结果。显然该方法的结果优于数字参考波法和频谱中心法的结果。由于线性拟合法是从相图中做直线拟合, 即使取(x, y)双方向做直线拟合, 仍然存在所取的直线区域过于狭小而难以准确表征整个二维平面, 因此重建相图在使用该方法后仍然存在少量的残余畸变。

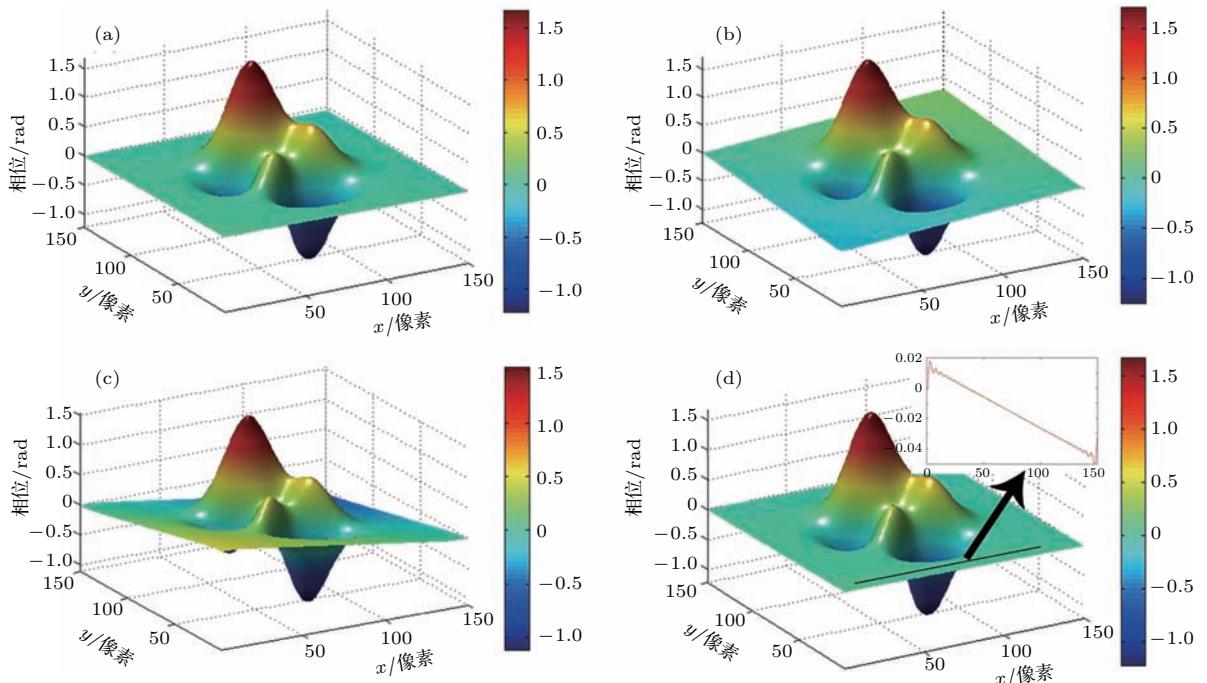


图4 不同方法的仿真结果对比 (a) 双曝光法; (b) 数字参考波法; (c) 频谱中心法; (d) 线性拟合法

Fig. 4. Comparison of the simulation results from different methods: (a) Double exposure technique; (b) numerical reference wave technique; (c) spectrum-centering algorithm; (d) linearly fitting method.

表1列出了图3和图4结果的量化对比分析。由于 a 和 b 是表征图像倾斜畸变修正程度的关键特征参量, 因此对图4中不同方法得到的图像倾斜畸变修正结果, 通过(7)式建立对应的平面方程可求得其(a, b)值。结果显示, 本文提出的方法在修正

相图倾斜畸变上更加精确。同时, 基于图4的几种方法获得的实际平面参考光波的载波频率值与已知的 890 cm^{-1} 比较也存在一定的误差。其中, 双曝光法无法通过图像倾斜畸变的修正结果推算出实际平面参考光波的载波频率。

表1 不同方法的图像倾斜畸变修正结果
Table 1. Results of image tilt distortion correction with different methods.

	双曝光法	数字参考波法	频谱中心法	线性拟合法	数字参考平面法
<i>a</i>	-3.8326×10^{-4}	2.9899×10^{-3}	-1.5311×10^{-3}	-2.4955×10^{-4}	-5.4976×10^{-6}
<i>b</i>	-3.8742×10^{-4}	3.0129×10^{-3}	-1.5426×10^{-3}	-2.8562×10^{-4}	-5.8756×10^{-6}
f'_x	—	892 cm^{-1}	888.88 cm^{-1}	889.98 cm^{-1}	890 cm^{-1}
f'_y	—	892 cm^{-1}	888.88 cm^{-1}	889.99 cm^{-1}	890 cm^{-1}

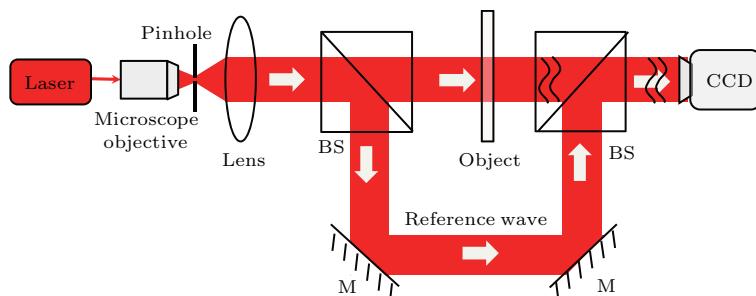


图5 离轴数字全息的实验光路图

Fig. 5. Experimental setup for digital off-axis holography.

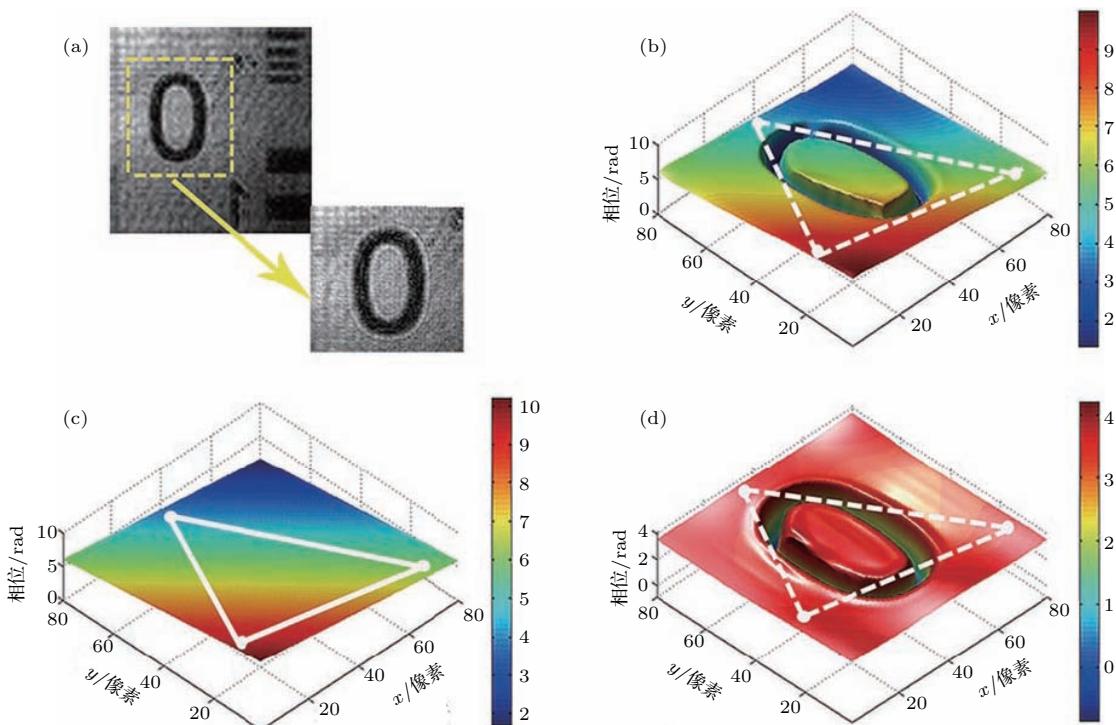


图6 实验结果 (a) 重建的分辨率板局部振幅像; (b) 解包裹和去噪后的局部分辨率板相图; (c) 构建的数字参考平面; (d) 倾斜畸变修正后的分辨率板相图

Fig. 6. Experimental results: (a) Reconstructed amplitude image of a partial resolution plate; (b) unwrapped and de-noised phase map of the partial resolution plate; (c) constructed numerical reference plane; (d) phase map of the resolution plate with the tilt phase distortion corrected.

3 实验测量和验证

离轴数字全息实验光路如图5所示。其中，波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 的激光束经扩束系统和分束镜形成物光束和参考光束；被测物为三维分辨率板；用于记录全息图的电荷耦合器(CCD)传感器像素数 1280×1024 ，像素尺寸 $5.2 \mu\text{m} \times 5.2 \mu\text{m}$ 。倾斜的平面参考光名义载波频率设置为 $f'_x = -300 \text{ cm}^{-1}$, $f'_y = -150 \text{ cm}^{-1}$ 。

实验结果如图6所示。其中图6(a)是利用菲涅耳算法重建的分辨率板局部振幅像，其结果包含了散斑等噪声信息；图6(b)是通过PUMA解包裹算法结合双边滤波及小波收缩短时傅里叶变换处理后得到的物体相图。显然，在重建物体三维图像的同时，实验中的噪声得到了有效的消除。但由于参考光的倾斜入射引入了附加的载波频率，重建相图出现一定的倾斜畸变。在相图的平坦部分取三点构建表征图像倾斜程度的数字参考平面，如图6(c)所示。此时，(a, b)值明显不等于零。利用图2的方法对数字参考波的名义载波频率(f'_x, f'_y)进行修正迭代计算，实验单次迭代计算时间为7.8 s，迭代计算步长 d 的初始值为10，为提高计算精度，设置步长 $d = 0.1 \times d$ 。当计算的载波频率值为 $f'_x = -291.47 \text{ cm}^{-1}$, $f'_y = -137.43 \text{ cm}^{-1}$ 时，获得 $(a, b) = (2.43946 \times 10^{-6}, -7.43256 \times 10^{-6})$ ，计算完成。其中，迭代计算33次，用时258 s。此时，图6(b)的倾斜相图得到了非常好的修正，如图6(d)所示。因此，获得的实际参考光波的载波频率值为 $f_x = -291.47 \text{ cm}^{-1}$, $f_y = -137.43 \text{ cm}^{-1}$ 。误差在 10^{-6} 量级。

4 结 论

在离轴数字全息中，使用倾斜的平面参考波以消除成像中的零级衍射和共轭像是一种简捷和广泛使用的方法，但由于倾斜平面参考波引入了附加的载波频率并很难通过实验测量准确地获得倾斜参考波的附加载波频率值，因此会导致重建的物体相图存在一定的倾斜畸变而无法完全修正的问题。对此本文提出了一种数字参考平面算法用以解决这一问题。该算法利用重建相图的平坦区域选点构建一个能准确表征相图倾斜的数字参考平面，并建

立该平面参数与参考波附加载波频率的数学关系和作为随后相图畸变修正计算的判据。同时，所提出的方法不仅使用了平稳的PUMA相位解包裹重建算法，而且结合了双边滤波及小波收缩短时傅里叶变换的抑噪处理，最大限度地在消除噪声对修正倾斜相位畸变影响的同时获得较好的图像分辨率。因此该方法在环境和系统噪声的影响下仍然有效，不仅能很好地实现对倾斜相位畸变的准确修正，而且能准确地获得倾斜平面参考波的附加载波频率。模拟分析和实验结果均证明了该方法的有效性。对离轴数字全息获得准确的重建图像具有重要意义。

参 考 文 献

- [1] Wang H Y, Liu F F, Song X F, Liao W, Zhao B Q, Yu M J, Liu Z Q 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 024207 (in Chinese) [王华英, 刘飞飞, 宋修法, 廖薇, 赵宝群, 于梦杰, 刘佐强 2013 物理学报 **62** 024207]
- [2] Gu T T, Huang S J, Yan C, Miao Z, Chang Z, Wang T Y 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 064204 (in Chinese) [谷婷婷, 黄素娟, 闫成, 缪庄, 常征, 王廷云 2015 物理学报 **64** 064204]
- [3] Wu Y C, Wu X C, Yao L C, Xue Z L, Wu C Y, Zhou H, Cen K 2017 *Fuel* **195** 12
- [4] Yuan C J, Zhong L Y, Wang Y P, Xu L X, Qian X F 2004 *Laser Technol.* **28** 482
- [5] Rong L, Xiao W, Pan F, Liu S, Li R 2010 *Chin. Opt. Lett.* **8** 653
- [6] Cuche E, Marquet P, Dahlgren P, Depeursinge C 2000 *Interferometry in Speckle Light* (Berlin: Springer-Verlag) pp213–218
- [7] Ferraro P, de Nicola S, Finizio A, Coppola G, Grilli S, Magro C, Pierattini G 2003 *Appl. Opt.* **42** 1938
- [8] Liebling M, Blu T, Unser M 2004 *J. Opt. Soc. Am. A* **21** 367
- [9] Colomb T, Cuche E, Charrière F, Kühn J, Aspert N, Frédéric M, Pierre M, Christian D 2006 *Appl. Opt.* **45** 851
- [10] Miccio L, Alfieri D, Grilli S, Ferraro P 2007 *Appl. Phys. Lett.* **90** 041104
- [11] Cui H K, Wang D Y, Wang Y X, Liu C G, Zhao J, Li Y 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 044201 (in Chinese) [崔华坤, 王大勇, 王云新, 刘长庚, 赵洁, 李艳 2011 物理学报 **60** 044201]
- [12] Belashov A V, Petrov N V, Semenova I V, Vasyutinskii O S 2014 *J. Phys. C* **536** 012003
- [13] Pang T 2015 *J. Mod. Opt.* **62** 816
- [14] Cuche E, Marquet P, Depeursinge C 2000 *Appl. Opt.* **39** 4070
- [15] Cui H, Wang D, Wang Y, Zhao J, Zhang Y 2011 *Opt. Commun.* **284** 4152
- [16] Liu Y, Wang Z, Li J, Gao J, Huang J 2016 *Opt. Laser Eng.* **86** 115

- [17] Nguyen T, Bui V, Lam V, Raub C B, Chang L C, Nehmetallah G 2017 *Opt. Express* **25** 15043
- [18] Kim D C, Cho H J, Shin S, Jung W, Yu Y H 2009 *J. Opt. Soc. Korea* **13** 451
- [19] Wang H Y, Liu F F, Song X F, Liao W, Yu M J, Liu Z Q 2013 *Chin. J. Lasers* **40** 196 (in Chinese) [王华英, 刘飞飞, 宋修法, 廖微, 于梦杰, 刘佐强 2013 中国激光 **40** 196]
- [20] Liu S, Xiao W, Pan F 2014 *Opt. Laser Technol.* **57** 169
- [21] Zhang D, Fan J, Zhao H, Lu X, Liu S, Zhong L 2014 *Optik* **125** 5148
- [22] Wang D Y, Wang Y X, Guo S, Rong L, Zhang Y Z 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 154205 (in Chinese) [王大勇, 王云新, 郭莎, 戎路, 张亦卓 2014 物理学报 **63** 154205]
- [23] Schnars U, Falldorf C, Watson J, Jüptner W 2015 *Digital Holography and Wavefront Sensing* (Berlin: Heidelberg) pp39–68
- [24] Bioucas-Dias J M, Valadao G 2007 *IEEE Trans. Image Process.* **16** 698
- [25] Durand F, Dorsey J 2002 *Acm. T. Graphic* **21** 257
- [26] Allen J B 1977 *IEEE. T. Acoust. Speech.* **25** 235
- [27] Donoho D L, Johnstone J M 1994 *Biometrika* **81** 425

Numerical reference plane algorithm for effectively solving tilt distortion of a phase image in digital off-axis holography*

Li Fang Wang Ming-Qing Zheng Ming Lu Wei Yu Qing-Nan Jia Yan Wu Jian[†]

(School of Physics and Nuclear Energy Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

(Received 25 November 2017; revised manuscript received 28 January 2018)

Abstract

It is a simple and commonly-used approach to use an inclined plane reference wave to remove zero-order diffraction and conjugated image in digital off-axis holography. However, this method is encountering a difficulty, since an additional carrier frequency is incorporated into the inclined reference wave and it is difficult to accurately obtain this additional carrier frequency via experimental measurement, a certain tilt distortion of the phase image will occur in the hologram reconstruction. In this paper, a numerical reference plane algorithm is proposed to solve this problem. This method innovatively constructs a numerical reference plane which is able to exactly characterize the tilt of the phase image by choosing three different points from a local flat of the reconstructed image, and establishes a mathematical relation between the plane parameters and the carrier frequency of the reference wave, which is used as a criterion of correcting the tilt distortion of the phase image in the subsequent iterative computation. The procedures of the algorithm are as follows. 1) Input the nominal carrier frequencies, (f'_x, f'_y) of the plane reference wave and reconstruct the hologram. 2) Unwrap the phase with PUMA algorithm and suppress the noise using bilateral filtering and short time Fourier transform with wavelet shrinkage. 3) Construct the numerical reference plane reflecting the image inclination and establish the mathematical relation between the plane parameters and the carrier frequencies of the reference wave. 4) Perform the iterative computation to correct the nominal carrier frequencies, (f'_x, f'_y) by using the differential coefficients, (a, b) of the reference plane equation as the criterion. 5) Output the computation result and the corrected phase image. The algorithm is simple and effective. It is able not only to achieve accurate correction to the tilt phase distortion, but also to exactly obtain the additional carrier frequency of the inclined plane reference wave. Since in the phase unwrapping reconstruction, the proposed approach combines with bi-lateral filtering processing, wavelet shrinking and short time Fourier transform to remove the noise influence while the image details are preserved, the method would still be valid under the influences of environmental and system noise. The experimental result supports the theoretical prediction very well.

Keywords: tilt phase distortion, digital off-axis holography

PACS: 42.40.-i, 42.15.Fr, 42.40.Kw

DOI: [10.7498/aps.67.20172528](https://doi.org/10.7498/aps.67.20172528)

* Project supported by the Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61376070, 61474118).

† Corresponding author. E-mail: jwu2@buaa.edu.cn